UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO NA AMAZÔNIA – PGEDA
DOUTORADO EM ASSOCIAÇÃO EM REDE - EDUCANORTE
POLO SANTARÉM (UFOPA - UNIR)

FRANCISCO ROBSON ALVES DA SILVA

SABERES DOCENTES MOBILIZADOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS: ARTICULAÇÕES ENTRE ELEMENTOS DA ANÁLISE DE MODELOS E TECNOLOGIAS DIGITAIS NA FORMAÇÃO CONTÍNUA DE PROFESSORES

SANTARÉM - PA
2024

FRANCISCO ROBSON ALVES DA SILVA

SABERES DOCENTES MOBILIZADOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS: ARTICULAÇÕES ENTRE ELEMENTOS DA ANÁLISE DE MODELOS E TECNOLOGIAS DIGITAIS NA FORMAÇÃO CONTÍNUA DE PROFESSORES

Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação na Amazônia (PGEDA) do Instituto de Ciências da Educação da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Educação na Amazônia; Linha de Pesquisa: Educação na Amazônia: formação do educador, práxis pedagógica e currículo.

Orientador: Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra

SANTARÉM
2024

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/Ufopa

S586 Silva, Francisco Robson Alves da

Saberes docentes mobilizados no ensino de matemática por atividades experimentais: articulações entre elementos da análise de modelos e tecnologias digitais na formação contínua de professores./ Francisco Robson Alves da Silva. – Santarém, 2025.

179 p. : il.

Inclui bibliografias.

Tese defendida em 2024 e depositada em 2025.

Orientador: José Ricardo e Souza Mafra.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Pró- Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação Tecnológica, Instituto de Ciências da Educação, Programa de Pós Graduação em Educação na Amazônia - PGEDA, Doutorado em Associação em Rede (EDUCANORTE) - Polo Santarém.

1. Formação contínua. 2. Análise de modelos. 3. Saberes docentes. I. Mafra, José Ricardo e Souza, *orient*. II. Título.

CDD: 23 ed. 371.30285

Bibliotecária - Documentalista: Renata Ferreira – CRB/2 1440

ATA

Nº 20

Ata da Comissão Examinadora de Defesa de Tese do Programa de Pós-Graduação em Educação na Amazônia – PGEDA, Doutorado em Associação Plena em Rede, apresentada pelo discente Francisco Robson Alves da Silva, orientado pelo Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra, da Linha de Pesquisa "Educação na Amazônia: Formação do Educador, Práxis Pedagógica e Currículo", do Polo Santarém.

No dia dezoito de dezembro de dois mil e vinte e quatro, às 14h00, por meio de videoconferência através do link: https://meet.google.com/ktk-cwwf-fxy, reuniu-se a Comissão Examinadora para avaliar o discente Francisco Robson Alves da Silva, pela apresentação da sua Tese intitulada: Análise de modelos e as tecnologias digitais da Informação e comunicação na formação contínua de professores. A Comissão Examinadora foi composta, segundo o que determina o Regimento do PGEDA, pelos docentes: Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra (Presidente), Profa. Dra. Débora da Silva Soares (UFRGS/PPGEMAT, membro avaliador externo); Prof. Dr. Emerson Silva de Sousa (UFOPA/SBM, membro avaliador externo); Prof. Dr. Glauco Cohen Pantoja (PGEDA/Ufopa, membro avaliador interno), Prof. Dr. Idemar Vizolli (PGEDA/UFT, membro avaliador interno) e Prof. Dr. Marcos Gervânio de Azevedo Melo (PGEDA/Ufopa, suplente membro interno). Após a apresentação pelo discente foi dada a palavra aos Examinadores para arguição, tendo o candidato respondido às perguntas formuladas. Logo após, reuniu-se a Comissão Examinadora para proceder ao processo de avaliação, sendo atribuído o seguinte parecer APROVADO ( ), APROVADO COM CORREÇÕES (x), REPROVADO ( ). Ficou estabelecido o prazo de 60 (sessenta) dias para a entrega da versão com as correções mandatórias. Nada mais havendo a tratar, o Presidente da Banca Examinadora deu por encerrados os trabalhos, sendo lavrada a presente Ata, devidamente assinada pelo Presidente, examinadores e discente.

Proposta de correções a serem observadas:
Ajustes no título e nas palavras-chave. Sugestão de reorganização da questão de pesquisa, objetivo geral e objetivos específicos. Rever a discussão associada à Análise de Modelos, refletindo criticamente acerca da adequação das tarefas propostas a essa abordagem. Aperfeiçoamento da metodologia, para a incorporação de indicadores de usos e análises realizadas, com base na utilização do software Iramuteq e de Inteligência Artificial. Aprofundamento das análises e incorporação, nas considerações finais, dos desdobramentos e perspectivas de pesquisas futuras.

Universidade Federal do Oeste do Pará
Instituto de Ciências da Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação na Amazônia-PGEDA
Doutorado em Associação em Rede - Educanorte
Polo Santarém (Ufopa - Unir)

gov.br Documento assinado digitalmente
JOSE RICARDO E SOUZA MAFRA
Data: 26/12/2024 08:08:31-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra

(Orientador - Presidente)

gov.br Documento assinado digitalmente
DEBORA DA SILVA SOARES
Data: 30/12/2024 17:06:50-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Débora da Silva Soares

(UFRGS/PPGEMAT, membro avaliador externo)

gov.br Documento assinado digitalmente
EMERSON SILVA DE SOUSA
Data: 26/12/2024 10:57:12-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Emerson Silva de Sousa

(SBM/ UFOPA), membro avaliador externo)

gov.br Documento assinado digitalmente
IDEMAR VIZOLLI
Data: 04/01/2025 10:27:18-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Idemar Vizolli

(UFT/PGEDA), membro avaliador interno)

gov.br Documento assinado digitalmente
GLAUCO COHEN FERREIRA PANTOJA
Data: 26/12/2024 12:15:46-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof Dr. Glauco Cohen Pantoja

(Ufopa/PGEDA, membro avaliador interno)

gov.br Documento assinado digitalmente
FRANCISCO ROBSON ALVES DA SILVA
Data: 04/01/2025 10:53:11-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Francisco Robson Alves da Silva
(PGEDA - Discente)

Santarém-PA, 18 de dezembro de 2024.

RESUMO

Este estudo analisa os saberes docentes mobilizados por professores de Educação Básica ao integrarem Análise de Modelos (AnM), Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) e Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) em suas práticas pedagógicas. Fundamentado nos trabalhos de Tardif, Pimenta e Shulman sobre os saberes da docência, adota-se uma metodologia qualitativa focada na formação contínua. O projeto incluiu a oferta de um minicurso, composto por quatro oficinas, que propôs metodologias inovadoras, incentivando os professores participantes a reformularem suas práticas educativas. Os resultados indicam que os docentes mobilizaram saberes pedagógicos, experienciais, curriculares e disciplinares de maneira eficaz, adaptando suas práticas às exigências educacionais contemporâneas. Entre os desafios, destacam-se as limitações de infraestrutura tecnológica e suporte institucional, superados parcialmente pela colaboração e engajamento dos participantes. As estratégias adotadas promoveram ambientes de aprendizagem dinâmicos e interativos, melhorando a compreensão e o engajamento dos estudantes. Propõe-se a criação da Base de Estudos Educacionais em Matemática (BEEM), uma estrutura teórico-metodológica que integra saberes docentes a práticas pedagógicas inovadoras, visando à colaboração e reflexão docente. Assim, este estudo contribui significativamente para o campo da Educação Matemática, ampliando a compreensão sobre a mobilização de saberes docentes e enfatizando a importância de metodologias investigativas e o uso de TDIC para o desenvolvimento de práticas docentes críticas e inovadoras.

Palavras-chave: Formação contínua; Análise de Modelos; Saberes docentes; TDIC; Atividades Experimentais.

ABSTRACT

This study analyzes the teaching knowledge mobilized by Basic Education teachers when they integrate Model Analysis (AnM), Digital Information and Communication Technologies (TDIC) and Mathematics Teaching through Experimental Activities (EMAE) in their pedagogical practices. Based on the work of Tardif, Pimenta and Shulman on teaching knowledge, a qualitative methodology focused on continuous training is adopted. The project included the offering of a mini course, made up of four offices, which proposed innovative methodologies, encouraging participating teachers to reformulate their educational practices. The results indicate that teachers mobilized pedagogical, experiential, curricular and disciplinary knowledge effectively, adapting their practices to contemporary educational demands. Among the challenges, the limitations of technological infrastructure and institutional support stand out, partially overcome by the collaboration and engagement of participants. The strategies adopted promote dynamic and interactive learning environments, improving student understanding and engagement. It is proposed to create the Base of Educational Studies in Mathematics (BEEM), a theoretical-methodological structure that integrates teaching knowledge with innovative pedagogical practices, evolving into collaboration and teaching reflection. Thus, this study contributes significantly to the field of Mathematics Education, expanding the understanding of the mobilization of teaching knowledge and emphasizing the importance of investigative methodologies and the use of TDIC for the development of critical and innovative teaching practices.

Keywords: Continuous training; Model Analysis; Teaching knowledge; TDIC; Experimental Activities.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

AnM	Análise de Modelos
ATD	Análise Textual Discursiva
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
DeSeCo	Definição e Seleção de Competências
EMAE	Ensino de Matemática por Atividades Experimentais
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GPIMEM	Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
INTEF	*Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado*
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PCK	Conhecimento Pedagógico do Conteúdo
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais, Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SisPAE	Sistema Paraense de Avaliação Educacional
TD	Tecnologias Digitais
TDIC	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
TI	Tecnologias Informáticas
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
UFOPA	Universidade Federal do Oeste do Pará
VUNESP	Fundação para o Vestibular da Universidade Estadual Paulista

SUMÁRIO

1 O PORTO DE PARTIDA

> ***“Todo grande rio começa com uma nascente, e toda viagem, com o planejamento. Antes de navegar pelos complexos cursos d’água da Amazônia, é necessário traçar o destino, organizar a embarcação e reunir a tripulação. Este capítulo é o início da jornada, onde apresentamos o propósito da viagem, os objetivos a alcançar e a rota que será seguida.”***

Figura 1 - Nossas "estradas"

Fonte: Arquivo do pesquisador 2024.

1.1 Contexto e Importância da Pesquisa

A Educação Matemática no Brasil tem se mostrado um campo dinâmico e desafiador, exigindo abordagens inovadoras que respondam às demandas educacionais contemporâneas e às necessidades de formação integral dos estudantes. A formação inicial do pesquisador responsável pela presente pesquisa ocorreu na Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA), concluída em 1997, dedicada ao ensino e à pesquisa, com o objetivo de compreender e transformar a prática pedagógica na Matemática. Todo o percurso formativo foi realizado em instituições públicas, consolidando o compromisso com a educação acessível e de qualidade, e possibilitando a contribuição para o fortalecimento da Educação Matemática no país.

A referida trajetória acadêmica incluiu, além da graduação, a realização de três especializações: uma em Educação Matemática pela Universidade do Estado do Pará (UEPA), outra em Estatísticas Educacionais pela UFPA e a terceira em Docência para a Educação Profissional, Científica e Tecnológica pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA). No mestrado em Engenharia Elétrica na UFPA, foram desenvolvidos estudos sobre ambientes computacionais interativos para o ensino de Matemática. O trabalho em análise, no curso de doutorado em Educação na Amazônia pela Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), destaca a continuidade na busca por práticas inovadoras que unam tecnologia e ensino, com foco na formação contínua de professores.

No decorrer da carreira docente, o pesquisador atuou em instituições públicas e privadas, tanto na Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio) quanto em instituições de ensino superior, tais como a UFPA, o Instituto Esperança de Ensino Superior (IESPES), o IFPA e a UFOPA. Nessas instituições, foram desenvolvidas atividades relacionadas, principalmente, à formação de professores, por meio da ministração de disciplinas, da coordenação de projetos de extensão e da contribuição para a qualificação docente. Tais experiências evidenciaram a importância de metodologias que ultrapassam o ensino tradicional, ao integrar experimentação, modelos e tecnologias digitais.

Grande parte dessa atuação docente foi diretamente influenciada por autores e metodologias como o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE), conforme pesquisas de Pedro Franco de Sá, e a Análise de Modelos (AnM), defendida por Emerson Silva de Sousa. A EMAE busca promover uma aprendizagem experimental e ativa, enquanto a AnM incentiva a resolução de problemas contextualizados por meio da modelagem matemática. A incorporação das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) é outro eixo que julgo fundamental, pois potencializa as práticas pedagógicas, conectando os estudantes, seja individual ou coletivamente, às demandas do século XXI.

Sob a perspectiva adotada, essas metodologias refletem as transformações esperadas no cenário educacional brasileiro de Educação Matemática, que embasadas na Pedagogia das Competências e delineadas por políticas como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e a Prova Brasil. Essas políticas enfatizam o desenvolvimento de competências e habilidades em detrimento da mera memorização de conteúdos, exigindo práticas inovadoras que dialoguem com as demandas contemporâneas.

Autores como Demerval Saviani e Philippe Perrenoud discutem essas transformações, abordando as oportunidades e os desafios de uma educação baseada em competências. Saviani (2016), em especial, ressalta que o currículo escolar deve priorizar o saber sistematizado, garantindo aos estudantes o domínio da cultura letrada e a inserção crítica na sociedade. Ele argumenta que as reformas educacionais, ao enfatizarem avaliações padronizadas, correm o risco de esvaziar a escola de seu conteúdo essencial, simplificando sua função de formar sujeitos capazes de compreender e transformar a realidade.

A reflexão proposta na pesquisa ressoa com abordagens inovadoras no ensino de Matemática, integrando metodologias como o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação e elementos da Análise de Modelos. Alinhando-se ao pensamento de Saviani, essas estratégias buscam uma articulação efetiva entre teoria e prática, promovendo uma educação que transcende a qualificação técnica. O objetivo é o desenvolvimento integral dos estudantes, capacitando-os a navegar e responder aos desafios contemporâneos com uma base educacional que valorize o contexto social e cultural nos quais estão imersos.

Philippe Perrenoud (1999), por sua vez, contribui para o debate ao destacar que as competências escolares não se opõem aos saberes tradicionais, mas dependem da mobilização destes em contextos significativos. Em sua visão, o currículo escolar deve ser revisado para aproximar os conteúdos das necessidades específicas dos estudantes, favorecendo um aprendizado prático e contextualizado. Essa abordagem, além de promover a equidade para garantir que todos os estudantes tenham a oportunidade de desenvolver habilidades essenciais para a vida, reforça a importância da formação contínua de professores como um meio de capacitar educadores a planejadas práticas pedagógicas reflexivas e inovadoras. Assim, uma pedagogia das competências que dialoga diretamente com as metodologias do Ensino de

Matemática por Atividades Experimentais, agregada a elementos da Análise de Modelos, que integram saberes teóricos e práticos para um ensino mais significativo e transformador.

A trajetória do pesquisador, alicerçada na experiência docente e na pesquisa em Educação Matemática, orienta este trabalho de doutorado, que busca explicitar e analisar os saberes docentes mobilizados ao conjunto EMAE, AnM e TDIC no ensino de Matemática. Essa integração se apresenta como uma contribuição para a formação de professores e para o fortalecimento de práticas pedagógicas que preparam os estudantes para enfrentar os desafios de um mundo em constante transformação.

Nesse cenário, é essencial considerar o contexto específico da Região Amazônica brasileira, que apresenta particularidades significativas em relação ao restante do país. Com uma população estimada em mais de 29 milhões de brasileiros, a Amazônia abrange cerca de 60% do território nacional e enfrenta desafios educacionais únicos. Sua composição étnica, social e econômica diversificada, moldada por um contexto histórico peculiar, diferencia-se das demais regiões do Brasil e exige soluções pedagógicas sensíveis à sua realidade.

A formação cultural da Amazônia brasileira, marcada pelo processo de colonização europeia entre os séculos XVII e XVIII, foi construída em um modelo de desenvolvimento econômico baseado na exploração de recursos naturais e na baixa valorização da economia local (SOUSA e COLARES, 2022). Esse modelo, aliado à vasta extensão territorial e ao padrão fragmentado de povoamento, impacta diretamente a distribuição de oportunidades educacionais na região (COLARES, 2011). Estudos como os de Vieira (2019) evidenciam que, na Amazônia, o desempenho dos estudantes em avaliações como a Prova Brasil é mais influenciado por fatores pessoais e familiares do que por aspectos escolares ou regionais, destacando-se as desigualdades em oportunidades educacionais nos estados amazônicos.

Esses desafios tornam evidente a necessidade de abordar a formação de professores na região com metodologias que valorizem os saberes locais e considerem as especificidades geográficas e culturais da Amazônia. A formação continuada de professores, especialmente nas áreas de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais e Análise de Modelos, ganha relevância nesse contexto, pois promove práticas pedagógicas que integram teoria e prática, articuladas às Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação. Por meio dessas abordagens, busca-se não apenas enfrentar os desafios educacionais regionais, mas também criar um ambiente mais inclusivo e enriquecedor para os estudantes amazônicos.

1.2 Pergunta de Pesquisa e Objetivos

Este trabalho de tese, portanto, busca explicitar e analisar como essas metodologias – EMAE, AnM e TDIC – podem ser aplicadas de forma conjunta, com foco na formação contínua de professores de Matemática na Educação Básica. Inspirado pela necessidade de ressignificar docentes para uma prática pedagógica crítica e reflexiva, onde o professor reflete sobre sua prática e a avalia, o estudo é motivado pela intenção de envolver os estudantes da Educação Básica em processos de aprendizagem significativos. Neste contexto, a pergunta de pesquisa formulada que nos direcionou está na sequência.

Pergunta de pesquisa: Que saberes docentes são mobilizados por professores da Educação Básica em formação contínua, ao desenvolverem ações pedagógicas de Ensino de Matemática, articulando elementos da Análise de Modelos (AnM) e do uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), via atividades experimentais?

Após mencionarmos o contexto, a importância da pesquisa e a questão que direcionará está investigação, partimos dos objetivos propostos, para subsidiar possíveis respostas as dúvidas e questões levantadas neste estudo.

Objetivo geral:

Explicitar os saberes docentes mobilizados por professores da Educação Básica, ao desenvolverem ações pedagógicas de Ensino de Matemática, articuladas aos pressupostos da Análise de Modelos (AnM) e do uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), via atividades experimentais.

Objetivos específicos:

a) Identificar os saberes docentes mobilizados por professores que ensinam Matemática na Educação Básica por ocasião de sua atuação docente.
b) Analisar os saberes docentes mobilizados por professores da Educação Básica ao realizarem formação contínua, articulando os pressupostos da Análise de Modelos (AnM) e do uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), via atividades experimentais.

c) Deslindar os saberes docentes mobilizados por professores da Educação Básica e suas possíveis contribuições às suas ações docentes, associadas ao Ensino de Matemática.

1.3 Estrutura da Trabalho

O presente trabalho está organizado em seis capítulos, que estruturam a pesquisa e os resultados obtidos. Além dos nuances introdutórios verificados no Capítulo 1, o Capítulo 2, Explorando as águas, descreve o contexto educacional brasileiro, discute as políticas que influenciam o ensino de Matemática e introduz de forma suscinta três eixos fundamentais a Análise de Modelos, o Ensino por Atividades Experimentais e o uso de Tecnologias Digitais, fundamentando assim a relevância da pesquisa.

Explorando as fundações teóricas, o Capítulo 3 aborda os Saberes Docentes, o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE), a Análise de Modelos no Ensino de Matemática (AnM), o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), e a Formação Continuada de Professores. Este capítulo visa estabelecer uma base sólida para a compreensão dos conceitos-chave que permeiam a pesquisa.

O Capítulo 4 detalha a estrutura metodológica adotada nesta pesquisa, descrevendo os participantes, os instrumentos e os procedimentos de coleta de dados, além de introduzir a Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiazzi (2006), através do software IRAMUTEQ (*Interface de R pour les Analyses Multidimensionnelles de Textes et de Questionnaires*). Este capítulo esclarece como os dados foram coletados, tratados e analisados para garantir a integridade e a precisão dos resultados.

Dedicado à interpretação dos dados, o Capítulo 5 discute os resultados emergentes da análise, correlacionando-os com os objetivos planejados inicialmente na pesquisa. Este capítulo analisa as respostas dos professores, explorando como elas refletem e expandem os entendimentos teóricos e práticos do estudo.

Concluindo a pesquisa, o Capítulo 6 sintetiza as principais descobertas, destacando as contribuições teóricas e práticas para o campo da Educação Matemática. Este capítulo também propõe recomendações para futuras investigações, delineando caminhos para a continuidade do estudo das temáticas abordadas.

Dessa forma, este trabalho representativo da pesquisa propõe práticas pedagógicas fundamentadas na experimentação, análise de modelos e uso de tecnologias digitais, com o propósito de oferecer subsídios para que os professores possam conduzir práticas inovadoras no ensino de Matemática. Ao unir esses três pilares, visa-se ampliar o alcance e a efetividade da formação contínua, promovendo uma Educação Matemática que responda aos desafios da sociedade contemporânea.

2 EXPLORANDO AS ÁGUAS

> ***“À medida que o barco adentra o rio, as margens se alargam e revelam paisagens únicas. Este capítulo é como os primeiros momentos da travessia, quando começamos a entender o cenário, os desafios e as potencialidades do trajeto. Exploramos aqui os fatores que justificam nossa viagem e sua importância para o contexto educacional.”***
>
> ***Logo aprofunda-se a análise do contexto educacional brasileiro e as bases que justificam a relevância do estudo. São expostos trechos das políticas educacionais, as mudanças no ensino de Matemática e os desafios contemporâneos que reforçam a necessidade de metodologias inovadoras, como a Análise de Modelos (AnM), o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) e o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC).***

Figura 2 - Explorando as águas

Fonte: Elaborado pelo pesquisador com auxílio da inteligência artificial ChatGPT (2024).

2.1 Panorama das Reformas Educacionais no Brasil

As últimas décadas testemunharam uma série de mudanças nas diretrizes educacionais no Brasil, com políticas voltadas à reformulação do ensino, em especial no Ensino Médio. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a reforma do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) representam marcos significativos, uma vez que direcionam o foco para o desenvolvimento de competências e habilidades, buscando um ensino mais alinhado às demandas contemporâneas. Para o ensino de Matemática, essas mudanças representam um desafio: a necessidade de abordar conteúdos de maneira integrada e prática, fomentando a compreensão e aplicação real do conhecimento.

Essas reformas geram discussões no meio acadêmico, com autores como Saviani questionando a adequação de um ensino centralizado em competências. Segundo ele, esse tipo de abordagem "pode enfraquecer a função socializadora e crítica da escola" ao priorizar competências ajustadas ao mercado em detrimento de uma formação crítica e emancipatória (SAVIANI, 2003, p. 41). Perrenoud (1999), por sua vez, sugere que a formação por competências precisa estar atrelada a um preparo contínuo dos professores, o que possibilita um ensino adaptado às demandas reais dos estudantes, sem restringir a flexibilidade e autonomia do docente na sala de aula. Essas visões críticas são essenciais para compreender como as políticas atuais podem influenciar e, por vezes, limitar a liberdade dos docentes na escolha de metodologias adaptadas ao contexto de seus estudantes.

2.1.1 Políticas Educacionais e o Ensino de Matemática

As políticas públicas educacionais no Brasil estabeleceram, ao longo das últimas décadas, metas e indicadores com impacto direto nas práticas pedagógicas, sendo o ensino de Matemática uma área particularmente afetada por essas diretrizes. Em especial, documentos como a Prova Brasil e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) foram estruturados para definir padrões e avaliar a qualidade do ensino no país, permitindo uma visão ampla do desempenho dos estudantes e orientando políticas e práticas escolares. A Prova Brasil e o ENEM, conduzidos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), desempenham papel essencial na criação de uma base de dados que auxilia na compreensão do sistema educacional brasileiro (BRASIL, 2014).

Nesse contexto, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) emerge como uma das mais questionadas políticas educacionais no Brasil, com enfoque em competências essenciais. Criada a partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), a BNCC se consolida como resultado de amplos debates entre sociedade, educadores e especialistas. Finalizada em 2018 para o Ensino Médio, a BNCC regulamenta as aprendizagens essenciais desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, estruturando um currículo comum que tem por objetivo garantir uma formação equitativa e abrangente para todos os estudantes brasileiros. Embora a BNCC enfrente críticas e não seja unanimidade entre os especialistas, sua proposta se destaca pela promoção de uma educação voltada ao desenvolvimento de competências integradas, influenciando tanto a formação inicial quanto a formação continuada dos educadores (BRASIL, 2018a).

As competências[1] previstas pela BNCC refletem a necessidade de preparar os indivíduos para demandas complexas da vida cotidiana e para o exercício da cidadania e do mundo do trabalho. Esse enfoque alinha o currículo brasileiro às diretrizes de instituições internacionais, como o Projeto DeSeCo da OCDE (2002) e a Educação para a Cidadania Global da UNESCO, que enfatizam a importância das competências digitais no contexto de uma sociedade globalizada. Tais competências são também respaldadas por documentos como o Marco Comum de Competência Digital Docente, desenvolvido pelo Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación do Professorado (INTEF, 2013), reforçando a importância de processos educacionais que capacitem professores e estudantes para uma participação ativa e ética em uma sociedade cada vez mais digital.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta, no componente curricular de Matemática e suas Tecnologias, cinco competências específicas que buscam promover uma formação abrangente e contextualizada para os estudantes do Ensino Médio. Essas competências têm como foco o desenvolvimento de habilidades voltadas para a resolução de problemas, pensamento crítico e aplicação prática da Matemática em diversos contextos. Apesar de sua relevância, esta proposta também levanta reflexões sobre sua implementação e impacto na prática docente.

As competências destacadas no Quadro 1 partem de uma abordagem que valoriza o uso da Matemática para interpretar e intervir em situações reais, abordando questões socioeconômicas, tecnológicas e culturais. Embora essa perspectiva seja essencial para preparar os estudantes para os desafios do mundo contemporâneo, a concretização dessas competências depende de diversos fatores, como a formação inicial e contínua dos professores, o acesso a

---

[1] Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.

recursos pedagógicos adequados e a estrutura das escolas. Sem essas condições, o ensino por competências pode ser reduzido a uma abordagem superficial, distante da realidade enfrentada pelos professores e estudantes em sala de aula.

Quadro 1 - Competências específicas de Matemática para o Ensino Médio.

1. **Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos,** sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. **Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis**, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. **Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos,** analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. **Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos** (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas
5. **Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas**, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Fonte: adaptado pelo pesquisador, com base na BNCC (2018).

Uma crítica frequentemente apontada à pedagogia das competências diz respeito ao risco de descontextualização no processo de ensino-aprendizagem. A ênfase em resolver problemas e desenvolver habilidades pode, em algumas situações, deixar de lado o aprofundamento conceitual necessário para uma formação matemática sólida. Conforme alertado por Saviani (2016), uma educação pautada exclusivamente nas competências pode enfraquecer a transmissão do saber sistematizado, fundamental para a construção de uma base intelectual que permita aos estudantes compreenderem e transformar a realidade. Dessa forma, as competências precisam ser equilibradas com o ensino de conteúdos estruturantes que garantam a apropriação do conhecimento matemático em sua totalidade.

Além disso, a implementação dessas competências exige que os professores mobilizem uma gama de saberes docentes, condensados e delineados por Tardif (2002) em quatro. Saberes disciplinares, pedagógicos, curriculares e experienciais são indispensáveis para adaptar o ensino às especificidades do contexto escolar e às realidades socioculturais dos estudantes. No entanto, o desenvolvimento desses saberes não ocorre de maneira uniforme entre os docentes, especialmente em regiões com desafios estruturais, como a Amazônia brasileira. Nesses locais, onde os professores enfrentam limitações de infraestrutura, materiais e formação contínua, o ensino por competências pode agravar as desigualdades já existentes, em vez de reduzi-las.

Outra dimensão crítica é o alinhamento das competências da BNCC com os exames externos, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Embora o ENEM tenha incorporado elementos de contextualização e interdisciplinaridade, ainda persiste uma ênfase em resultados quantitativos, o que pode limitar a implementação plena das competências em sala de aula. Professores frequentemente relatam dificuldades em equilibrar a preparação para exames de alto impacto com práticas pedagógicas que promovem a formação integral dos estudantes.

Portanto, a proposta de competências da BNCC para Matemática e suas Tecnologias representa um avanço na tentativa de contextualizar e aproximar a aprendizagem da realidade dos estudantes. No entanto, a sua efetividade depende de uma série de condições que vão além do texto normativo. É fundamental investir na formação contínua de professores, disponibilizar recursos pedagógicos e garantir condições estruturais que permitam a adaptação das competências às diferentes realidades educacionais do país. Sem esses elementos, corre-se o risco de transformar uma proposta potencialmente transformadora em um conjunto de interesse desconectadas das práticas pedagógicas cotidianas.

2.1.2 Exames em Larga Escala e Avaliações Internacionais

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), criado em 1998, é um dos pilares das avaliações em larga escala no Brasil, estruturado para avaliar competências e habilidades ao término da educação básica. Com uma matriz que reflete as aprendizagens essenciais do Ensino Fundamental e Médio, o ENEM se consolidou como um dos principais meios de acesso ao ensino superior no país a partir de 2009. Apesar de seu foco em questões contextualizadas e de sua expansão como instrumento de acesso ao ensino superior, o exame ainda enfrenta desafios em atingir os objetivos propostos no ensino de Matemática. Diversos estudos apontam para a dificuldade dos estudantes em alcançar resultados satisfatórios na área, revelando um contínuo baixo desempenho entre os anos de 2010 e 2015, com oscilações nos anos seguintes, sem, contudo, atingir as médias esperadas (BENASSI et al., 2015; SANTOS; TOLENTINO-

NETO, 2015; SZPACENKOPF; FERREIRA, 2016; VIGGIANO; MATTOS, 2013; BRASIL, 2022).

No âmbito internacional, o desempenho dos estudantes brasileiros é igualmente avaliado pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), exame trienal realizado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Desde 2000, o Brasil participa do PISA, que oferece uma perspectiva comparativa do desempenho dos estudantes em leitura, matemática e ciências. Em 2003 e 2012, quando a Matemática foi o foco principal, as médias brasileiras foram consideravelmente inferiores às da OCDE, evidenciando as limitações na proficiência dos estudantes em relação aos seus pares internacionais. As edições mais recentes, como as de 2015 e 2018, mantiveram o Brasil entre as últimas posições, refletindo a persistente necessidade de melhorias nas políticas e práticas de ensino para elevar o desempenho em Matemática (BRASIL, 2020).

Os resultados brasileiros apresentados na Tabela 1 evidenciam uma evolução gradual no desempenho desde 2000, acompanhada por um aumento significativo no número de participantes, que passou de 4.893 em 2000 para mais de 23.000 em 2015. Esse crescimento reflete maior representatividade da amostra nacional na avaliação. No entanto, as mídias brasileiras em Matemática, Leitura e Ciências permaneceram significativamente abaixo da mídia da OCDE. Em Matemática, observa-se um avanço inicial de 334 pontos em 2000 para 391 em 2012, seguido de uma estagnação, com resultados variando entre 377 e 384 pontos nas edições mais recentes. Essa estagnação evidencia os desafios persistentes na promoção de uma educação matemática de qualidade.

Tabela 1 - Número de participantes e pontuação no PISA (Brasil 2000 – 2022)

PISA	2000	2003	2006	2009	2012	2015	2018	2022
Participantes	4.893	4.452	9.295	20.127	18.589	23141	10691	10798
Leitura	396	403	393	412	410	407	407	413
Matemática	334	356	370	386	391	377	384	379
Ciências	375	390	390	405	405	401	404	403
Média das áreas	368	383	384	401	402	395	398	398
Média OCDE	500	497	497	500	498	493	490	487

Fonte: Relatório Nacional PISA 2022: Resultados brasileiros

A comparação internacional, como a apresentada na Tabela 2, reforça a posição observada do Brasil no contexto global. Em 2018, a média brasileira em Matemática (384) ficou bem abaixo da média da OCDE (489), destacando as disparidades entre o Brasil e países como Coreia do Sul (526) e Portugal (492). Esses dados apontam para desigualdades específicas na qualidade e equidade educacional, com o Brasil ocupando posições inferiores mesmo em comparação com outros países em desenvolvimento. Apesar de um nível de aumento de 377 para 384 pontos entre 2015 e 2018, o desempenho brasileiro continua a refletir sobre limitações estruturais no sistema educacional.

Tabela 2- Médias por edição de Países selecionados - Matemática PISA (2012 – 2018)

País	PISA 2012	PISA 2015	PISA 2018
Coréia do Sul	554	524	526
Portugal	487	492	492
Estados Unidos	481	470	478
Brasil	389	377	384
Média OCDE	498	490	489

Fonte: Relatório Brasil no PISA 2018.

A análise dos dados do PISA revela a necessidade urgente de uma reavaliação das políticas educacionais brasileiras. Embora o aumento no número de participantes seja um indicativo positivo de maior inclusão, a melhoria da qualidade do ensino ainda enfrenta desafios significativos. Políticas públicas que priorizam a formação contínua de professores, o fortalecimento das condições de trabalho docente e a introdução de abordagens pedagógicas inovadoras são fundamentais para superar as barreiras que limitam o aprendizado dos estudantes brasileiros. Nesse sentido, o PISA continua a ser um indicador útil para identificar fragilidades e orientar ações estratégicas voltadas para a transformação da educação no Brasil.

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), uma iniciativa nacional coordenada pelo INEP, complementa esses esforços de avaliação para fornecer uma visão detalhada do desempenho dos estudantes nas diferentes etapas da educação básica. Com aplicação bienal, o SAEB examina o nível de proficiência em Matemática de estudantes do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio. No estado do Pará, por exemplo, os resultados demonstram que as médias de desempenho estão consistentemente abaixo das médias nacionais, revelando disparidades regionais e exigindo a necessidade de políticas adaptadas às especificidades locais.

Os dados apresentados na Tabela 3 ilustram as diferenças de proficiência média em Matemática entre o Brasil e o estado do Pará nas edições de 2013 a 2021. No 5º ano, embora as médias nacionais apresentem um nível de tendência de crescimento, saindo de 211 em 2013 para 228 em 2019, houve uma queda em 2021 para 217. Já no estado do Pará, apesar de também ter registrado aumentos iniciais, mantiveram suas médias inferiores às nacionais em todo o período específico, com destaque para a queda de 200,4 em 2019 para 191,5 em 2021. Esses números refletem a persistência de desafios na garantia de aprendizagem de qualidade para as séries iniciais do Ensino Fundamental.

Tabela 3 - Proficiência média em Matemática no SAEB nacional e paraense

	2013		2015		2017		2019		2021	
	Brasil	Pará	Brasil	Pará	Brasil	Pará	Brasil	Pará	Brasil	Pará
5º ano	211	183,1	219	197,3	224	201,1	228	200,4	217	191,5
9º ano	252	235,9	256	241	258	239	263	241,1	256	236,5
3ª série	270	247,1	267	254,5	270	246,3	277	252,5	270	249

Fonte: Planilhas do SAEB 2013 - 2021

No 9º ano, os dados apontam uma evolução mais consistente nas médias nacionais, que passaram de 252 em 2013 para 263 em 2019, antes de registrar uma queda de nível para 256 em 2021. As médias do Pará, por outro lado, mantiveram-se praticamente obtidos ao longo dos anos, com resultados variando entre 235,9 e 241. Esse cenário indica que, embora o avanço nacional seja tímido, a estagnação das médias no Pará evidenciou barreiras regionais específicas que impactam o desempenho dos estudantes.

Na 3ª série do Ensino Médio, as diferenças entre as médias nacionais e as do Pará permanecem notáveis. A média nacional oscilou entre 267 e 277 no período observado, enquanto o Pará registrou médias significativamente menores, variando entre 246,3 e 254,5. Essa disparidade é particularmente preocupante, dado que o Ensino Médio é uma etapa crucial para a consolidação dos conhecimentos matemáticos e para a preparação dos estudantes para o ensino superior e o mercado de trabalho.

A Tabela 4, que detalha as médias de proficiência em Matemática no SAEB para o Brasil e o município de Santarém, reflete uma situação semelhante à observada no estado do Pará. Em 2013, a média nacional no 5º ano foi de 211, enquanto Santarém registou uma média inferior, de 199,2. Apesar de uma trajetória de crescimento até 2019, com a média nacional atingindo 228 e a média de Santarém subindo para 217,1, observa-se uma queda acentuada em 2021, com a média de Santarém retrocedendo para 197,7. Esse declínio reforça a vulnerabilidade do desempenho regional frente aos desafios estruturais e pedagógicos.

Tabela 4 - Proficiência média em Matemática no SAEB nacional e de Santarém

	2013		2015		2017		2019		2021	
	Brasil	Stm	Brasil	Stm	Brasil	Stm	Brasil	Stm	Brasil	Stm
5º ano	211	199,2	219	205,6	224	212,9	228	217,1	217	197,7
9º ano	252	231,3	256	242,1	258	242,2	263	249,4	256	238,7

Fonte: Planilhas do SAEB 2013 - 2021

No 9º ano, a média nacional também apresentou avanços graduais, passando de 252 em 2013 para 263 em 2019, antes de recuar para 256 em 2021. Santarém acompanhou uma trajetória de crescimento até 2019, alcançando uma média de 249,4, mas também sofreu uma queda em 2021, para 238,7. Essa oscilação reflete não apenas a desigualdade em relação às médias nacionais, mas também a fragilidade dos avanços educacionais no contexto regional, que permanecem suscetíveis a interferências, como a pandemia de COVID-19.

Esses dados revelam que, enquanto o Brasil apresenta avanços modestos na proficiência média em Matemática, Santarém continua enfrentando dificuldades substanciais semelhantes ao estado do Pará. Isso evidencia a necessidade de políticas públicas que considerem as particularidades regionais, promovendo estratégias de ensino adaptadas à realidade local, formação contínua de professores e melhorias na infraestrutura escolar. Sem essas medidas, as disparidades entre as regiões brasileiras tendem a se perpetuar, comprometendo a equidade e a qualidade da educação básica.

Além disso, os dados de Santarém mostram que, mesmo em municípios com maior infraestrutura comparada às áreas mais isoladas da Amazônia, os desafios na qualidade da educação permanecem significativos. Isso aponta para a importância de políticas que não apenas melhorem a infraestrutura física, mas também invistam em estratégias pedagógicas inovadoras e na formação docente orientada às realidades locais.

Uma análise dos dados do SAEB revela que, enquanto o Brasil apresenta avanços modestos na proficiência média em Matemática, tanto o estado do Pará quanto o município de Santarém enfrentam dificuldades substanciais. Em Santarém, as médias de matemática permanecem consistentemente abaixo das nacionais em todos os ciclos avaliados, refletindo as desigualdades regionais que impactam o aprendizado. Esses resultados destacam a importância de políticas públicas que considerem as particularidades locais, promovendo estratégias de ensino adaptadas às realidades regionais, com formação contínua de professores e melhorias na infraestrutura escolar. Sem essas medidas, as disparidades entre as regiões brasileiras tendem a se perpetuar, comprometendo não apenas a equidade, mas também a qualidade da educação básica em contextos regionais como o de Santarém e de outras localidades amazônicas.

Por fim, o Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE) foi instituído no Pará com o objetivo de monitorar o desempenho dos estudantes nas redes públicas estaduais. Os resultados do SisPAE, especialmente entre 2014 e 2018, revelam que uma parcela significativa dos estudantes se encontra no nível “Abaixo do Básico” em Matemática, conforme descrito no Quadro 2, que detalha os níveis de proficiência. Esse nível reflete um domínio insuficiente dos conhecimentos e habilidades esperadas, deixando sérias lacunas no aprendizado. Tal realidade evidencia a necessidade de estratégias pedagógicas que considerem as especificidades locais e promovam práticas externas para a superação dessas defasagens.

Quadro 2 - Descrição dos Níveis de Proficiência do SisPAE

Níveis de Proficiência	Descrição
Abaixo do Básico	os alunos, neste nível, demonstram domínio insuficiente dos conhecimentos, habilidades e competências desejáveis para o ano escolar em que se encontram.
Básico	os alunos, neste nível, demonstram domínio mínimo dos conhecimentos, habilidades e competências desejáveis para o ano escolar em que se encontram.
Adequado	os alunos, neste nível, demonstram domínio pleno dos conhecimentos, habilidades e competências desejáveis para o ano escolar em que se encontram.
Avançado	os alunos, neste nível, demonstram domínio dos conhecimentos, habilidades e competências acima do requerido na série escolar em que se encontram.

Fonte: SisPAE (PARÁ, 2023)

A Tabela 5, como referência, delineia os detalhes correspondentes a cada nível de proficiência, desde o "Abaixo do Básico" até o "Avançado", permitindo uma melhor compreensão da amplitude dos desafios enfrentados. No Ensino Médio, por exemplo, os estudantes no nível "Abaixo do Básico" apresentam proficiências inferiores a 275 pontos na 3ª série, enquanto aqueles classificados no nível "Adequado" devem alcançar resultados entre 350 e 400. Essa segmentação reforça a complexidade da tarefa de elevar os estudantes para níveis superiores de desempenho, especialmente em séries finais.

Tabela 5- Níveis de Proficiência de Matemática – SisPAE

Níveis de Proficiência	4º EF	5º EF	7ª EF	8ª EF	1ª EM	2ª EM	3ª EM
Abaixo do Básico	< 160	< 175	< 200	< 225	< 235	< 250	< 275
Básico	160 a < 210	175 a < 225	200 a < 250	225 a < 300	235 a < 310	250 a < 325	275 a < 350
Adequado	210 a < 260	225 a < 275	250 a < 300	300 a < 350	310 a < 360	325 a < 375	350 a < 400
Avançado	≥ 260	≥ 275	≥ 300	≥ 350	≥ 360	≥ 375	≥ 400

Fonte: adaptado pelo pesquisador, com base em (VUNESP, 2018)

Os dados apresentados na Tabela 6 indicam que os estudantes se encontram nos níveis "Abaixo do Básico" e "Básico". Em 2018, 77,2% dos estudantes da 3ª série do Ensino

Médio estavam no nível mais baixo, enquanto apenas 1,1% atingiram o nível “Adequado” e 0,1% chegaram ao nível “Avançado”. A mesma tendência é observada no Ensino Fundamental, com 61,1% dos estudantes do 4º ano no nível "Abaixo do Básico". Esses percentuais indicam que o desafio de garantir uma aprendizagem significativa é maior nas etapas finais do Ensino Médio, refletindo defasagens acumuladas ao longo da trajetória escolar.

Tabela 6 - Níveis de Proficiência de Matemática – SisPAE 2018 (Em %)

Proficiência	4º Ano	7ª Série / 8º Ano	1ª Série	2ª Série	3ª Série
Abaixo do Básico	61,1	40,9	59,1	67,7	77,2
Básico	30,7	41,2	37,5	30,1	21,6
Adequado	7,3	15,8	3,2	2,1	1,1
Avançado	0,9	2,1	0,2	0,1	0,1

Fonte: VUNESP 2018

Já a Tabela 7, que apresenta os dados da avaliação diagnóstica de 2021, revela uma distribuição mais equilibrada entre as categorias de desempenho. No 5º ano, 65,5% dos estudantes ficaram nas categorias "Médio" e "Alto", demonstrando um nível de melhoria no desempenho em relação aos anos anteriores. No entanto, no 9º ano e na 3ª série do Ensino Médio, persiste a concentração de estudantes nas categorias "Muito Baixo" e "Baixo", com destaque para os 74,4% dos estudantes da 3ª série que se encontram nesses níveis. Isso reforça a urgência de implementar estratégias pedagógicas específicas e alinhadas às realidades locais.

Tabela 7 - Número de alunos por categoria de desempenho na avaliação diagnóstica 2021

Desempenho	5º ano	9º ano	3ª série
Muito Baixo	138	1070	7479
Baixo	806	5129	7815
Médio	2389	4393	8797
Alto	6328	10530	32558
Total/alunos	9661	21122	56649

Fonte: SisPAE (PARÁ, 2023)

O desempenho dos estudantes de Santarém, conforme a Tabela 8, também reflete desafios semelhantes. Em 2018, 71,5% dos estudantes da 3ª série ficaram no nível “Abaixo do Básico”, enquanto apenas 2,4% atingiram o nível “Adequado” e 0,2% alcançaram o nível “Avançado”. Comparando esses resultados com os dados de 2022, apresentados na Tabela 9, observa-se uma redução de nível no percentual de estudantes no nível mais baixo em algumas séries, como no 5º ano, que registrou uma queda de 47,3% para 35,3 %. No entanto, a maioria dos estudantes continua equipada com níveis inferiores, destacando a necessidade de políticas que promovam a progressão educacional.

Tabela 8 - Níveis de Proficiência de Matemática em Santarém – SisPAE 2018 (Em %)

Proficiência	4º Ano	5º Ano	7ª Série / 8º Ano	8ª Série / 9º Ano	1ª Série	2ª Série	3ª Série
Abaixo do Básico	47.8		33.3		50.7	56.3	71.5
Básico	40.8		44.5		42.1	38	25.8
Adequado	10.3		19		6.3	5.2	2.4
Avançado	1		3.2		0.8	0.5	0.2

Fonte: SisPAE (VUNESP, 2018)

Tabela 9 - Níveis de Proficiência de Matemática em Santarém – SisPAE 2022 (Em %)

Proficiência	4º Ano	5º Ano	7ª Série / 8º Ano	8ª Série / 9º Ano	1ª Série	2ª Série	3ª Série
Abaixo do Básico	35.294	47.368	48.466	49.210	55.844	64.177	78.556
Básico	35.294	36.842	44.979	46.186	40.871	33.816	19.834
Adequado	17.647	15.789	6.346	4.467	3.112	1.850	1.537
Avançado	11.765	0.000	0.209	0.137	0.173	0.156	0.073

Fonte: SisPAE (PARÁ, 2023)

Os dados apresentados pelo SisPAE destacam a urgência de políticas educacionais que oferecem flexibilidade pedagógica e formação docente continuada, capacitando professores para ajustar os conteúdos e metodologias ao contexto dos estudantes. As avaliações em larga escala, como o SisPAE, devem ser compreendidas não apenas como instrumentos de diagnóstico, mas também como meios para orientar práticas pedagógicas que promovam a superação das defasagens. Essa articulação é essencial para garantir que a educação matemática no Pará não atenda apenas às exigências institucionais, mas também seja capaz de transformar a realidade dos estudantes, permitindo que enfrentem os desafios do mundo contemporâneo.

2.2 Metodologias Inovadoras no Ensino de Matemática

Após uma breve perspectiva do panorama das reformas educacionais no Brasil, esta seção propõe uma reflexão sobre a importância de abordagens metodológicas inovadoras que respondam aos desafios por essas mudanças no ensino de Matemática. As reformas recentes têm restrições para que as escolas adotem práticas pedagógicas que não apenas elevem o padrão de aprendizagem, mas que também tornem o ensino mais relevante e conectado com as realidades dos estudantes. Neste contexto, elementos do Ensino de Matemática por Atividades

Experimentais (EMAE), da Análise de Modelos (AnM), e do uso intensivo das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) surgem como componentes essenciais para uma pedagogia renovada.

A EMAE representa uma abordagem pedagógica que enfatiza a integração entre teoria e prática, promovendo o aprendizado por meio de experiências concretas e aplicáveis. Essa metodologia é projetada para envolver os estudantes em atividades que não apenas ilustram conceitos matemáticos, mas que também os desafiam a aplicá-los em situações do mundo real. A aplicação prática dos conceitos matemáticos permite aos estudantes compreenderem a Matemática como um recurso útil e relevante, rompendo com a noção de que se trata de um conjunto de conhecimentos distantes de suas experiências diárias. A implementação da EMAE nas escolas, conforme sugerido por pesquisadores como Pedro Franco de Sá, pode transformar o ambiente de aprendizagem ao fazer do estudante um agente ativo na construção do seu conhecimento, promovendo assim uma compreensão mais profunda e rigorosa dos conceitos matemáticos.

Paralelamente, a Análise de Modelos no Ensino de Matemática se apresenta como uma abordagem que facilita a compreensão e o manejo de conceitos matemáticos complexos por meio da análise de modelos matemáticos. Esta metodologia, destacada nas obras de Emerson Silva de Sousa, permite aos estudantes visualizarem matematicamente as bases do mundo real, incentivando não apenas a aplicação de conhecimentos teóricos em contextos práticos, mas também o desenvolvimento de habilidades analíticas essenciais. A AnM oferece aos estudantes a oportunidade de trabalhar com problemas autênticos, estimulando o raciocínio crítico e a capacidade de formular e testar hipóteses, habilidades valorizadas em um mercado de trabalho cada vez mais baseado em dados e análise quantitativa.

No que diz respeito às Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação, seu papel transcende o de meras ferramentas de ensino. As TDIC são incorporadas como elementos fundamentais que transformam o cenário educacional para permitir metodologias de ensino mais interativas e envolventes. Estudos de Kenski (2012) e Moran (2015) mostrados têm que as TDIC não apenas facilitam a visualização e a manipulação de conceitos matemáticos complexos por meio de simulações e modelagens computacionais, mas também promovem uma maior interação entre estudantes e professores, possibilitando um feedback imediato e contínuo que é essencial para o aprendizado adaptativo. O uso das TDIC no ensino de Matemática permite a criação de uma sala de aula expansiva, onde os recursos online complementam e expandem os limites físicos da sala de aula dita tradicional.

A implementação eficaz dessas metodologias inovadoras exige um componente fundamental: a formação contínua de professores. Como defendido por Dario Fiorentini e Selma Garrido Pimenta, a formação de professores não pode ser vista como um processo pontual ou limitado ao início da carreira docente. Ao contrário, ela deve ser contínua e adaptativa, permitindo que os professores não apenas atualizem seus conhecimentos teóricos e metodológicos, mas também reflitam sobre sua prática pedagógica e se adaptem às mudanças constantes no cenário educacional. A formação contínua é crucial para que os educadores possam incorporar novas tecnologias e metodologias, como a EMAE, a AnM e o uso das TDIC, e para que possam fazer isso de maneira crítica e reflexiva, garantindo assim um ensino que seja ao mesmo tempo inovador e profundamente conectado com as necessidades de seus alunos.

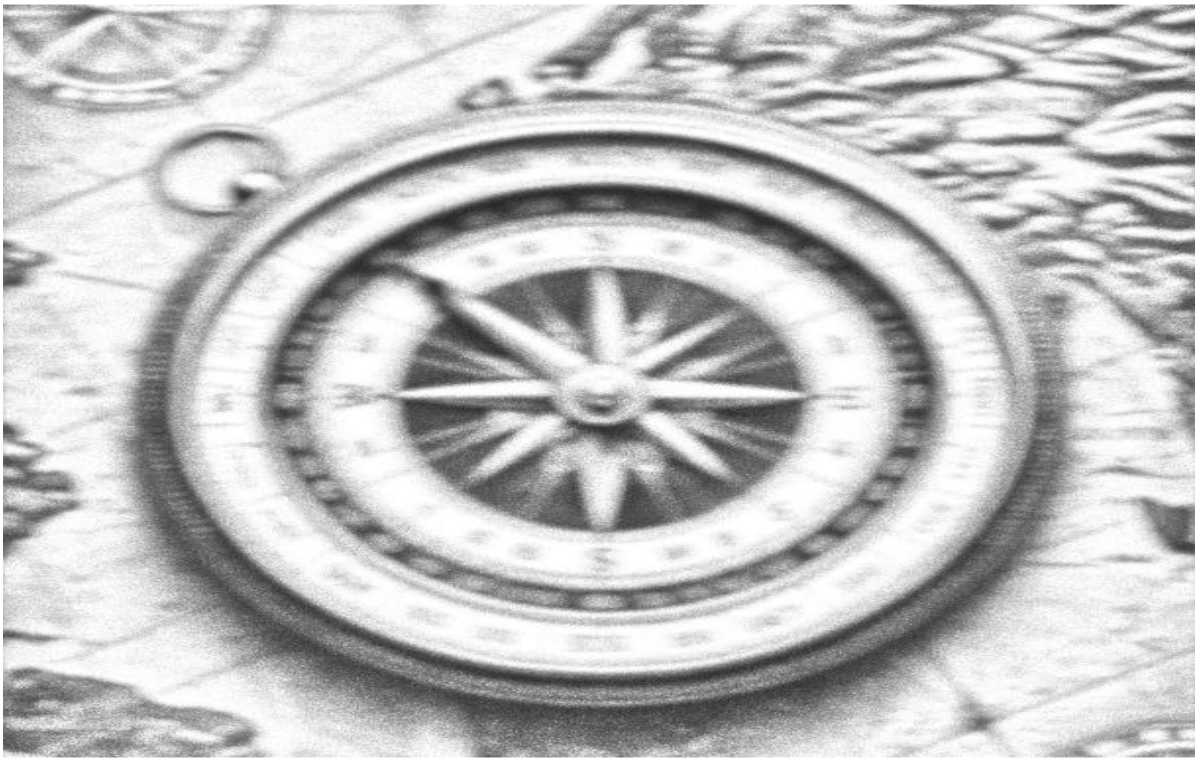
Ao integrar essas abordagens pedagógicas ao ensino de Matemática, esta pesquisa visa não apenas contribuir para a melhoria da qualidade da educação matemática no Brasil, mas também para a preparação de estudantes e professores para enfrentarem os desafios de um mundo globalizado e em constante transformação.

O próximo capítulo abordará o Referencial Teórico, fundamentando de forma mais específica os conceitos e estudos que embasam o desenvolvimento da pesquisa, proporcionando uma compreensão mais detalhada das metodologias e teorias centrais para este trabalho.

3 CARTOGRAFANDO O RIO

"Antes de avançar nas águas do desconhecido, é essencial consultar mapas, compreender os meandros do rio e antecipar as dificuldades. Este capítulo oferece a cartografia da pesquisa, fundamentando as decisões e delineando os conceitos que guiarão a jornada.".
Para tanto, examina os principais referenciais teóricos que sustentam a pesquisa, organizados nos seguintes tópicos: os Saberes da Docência na Educação Matemática, mais especificamente a Formação Contínua de Professores e os Saberes Docentes, o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE), a Análise de Modelos (AnM) e as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no ensino de Matemática.

Figura 3 - Cartografando o rio



Fonte: Elaborado pelo pesquisador com auxílio da inteligência artificial ChatGPT (2024).

3.1 Os Saberes da Docência na Educação Matemática

O ensino de Matemática tem se mostrado um campo dinâmico, que exige dos professores um conhecimento diversificado e em constante atualização. Dada a importância de um aprendizado significativo para os estudantes, a formação contínua e os saberes docentes são elementos essenciais no desenvolvimento profissional dos educadores, pois proporcionam a base teórica e prática para enfrentar os desafios da prática docente. Nesta seção, será abordada a trajetória histórica da formação contínua em Educação Matemática, seguida pela análise dos saberes docentes mobilizados na prática pedagógica, com ênfase nos conceitos propostos por Maurice Tardif, Lee Shulman e Selma Garrido Pimenta.

A formação contínua ou continuada de professores é um dos pilares essenciais para a melhoria da qualidade da educação, especialmente no ensino da Matemática, área que tradicionalmente apresenta desafios tanto para educadores quanto para estudantes. Esse processo visa assegurar que os professores estejam em constante aperfeiçoamento, atualizando-se em metodologias pedagógicas, inovações tecnológicas e demandas curriculares que acompanham as mudanças sociais. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), instituída em 1996, formalizou a formação continuada como um direito dos professores, reforçando a necessidade de políticas públicas que garantam o desenvolvimento profissional ao longo da carreira (BRASIL, 1996).

A partir da década de 1980, o entendimento sobre a identidade docente e os saberes profissionais se aprofundou. Pimenta (1999) descreve os saberes da docência como múltiplas dimensões que envolvem saberes da experiência, científicos e pedagógicos, os quais são integrados na formação e influenciam diretamente a prática e a identidade do professor. Tardif (2002) complementa essa visão ao apontar que os saberes docentes são múltiplos e têm diferentes origens, incluindo saberes pedagógicos, disciplinares, curriculares e experienciais, todos fundamentais para a prática educativa. Shulman (1987) também contribui com essa compreensão, enfatizando o “conhecimento pedagógico do conteúdo”, que reflete a habilidade do professor em transformar o conteúdo em um formato acessível e relevante para os estudantes, promovendo uma prática pedagógica que integra conteúdo e metodologia.

Nos anos 1990, o cenário educacional no Brasil foi marcado por reformas que visavam melhorar a qualidade do ensino e adaptar as práticas pedagógicas às necessidades de uma sociedade em transformação. Essas mudanças impulsionaram a criação de programas de formação continuada que buscavam capacitar os professores a se alinharem às novas diretrizes curriculares e às demandas por uma educação voltada para o desenvolvimento de competências e habilidades. Segundo Saviani (1999), essas reformas são reflexo de uma política que busca ajustar a educação às novas exigências sociais e econômicas, o que exige dos professores uma postura reflexiva e adaptativa.

Com o advento das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no início dos anos 2000, surgiram novos desafios para a formação continuada de professores. O uso crescente de recursos tecnológicos nas escolas tornou indispensável que os professores fossem capacitados para utilizá-los de maneira eficiente, promovendo uma prática pedagógica mais interativa e alinhada às competências digitais. Como afirmam Bernardi, Zank e Moresco (2022, p. 69), "os professores que não buscam se adaptar aos novos tempos e relutam em utilizar recursos digitais em suas aulas presenciais e em atuar a distância estão fadados à desatualização profissional." Essa competência docente digital, segundo Perin, Freitas e Coelho (2023, p. 14), envolve um conjunto de "conhecimentos, habilidades, atitudes e valores que promovem a capacidade para utilizar habilidades pessoais, sociais e metodológicas em situações de trabalho ou estudo e desenvolvimento pessoal e profissional."

No campo da Educação Matemática, a pesquisa qualitativa tem se consolidado como uma abordagem eficaz para investigar as práticas pedagógicas e os saberes docentes. Borba e Araújo (2020) evidenciam que essa metodologia promove uma reflexão crítica sobre o uso das tecnologias em sala de aula, permitindo que os professores avaliem o impacto das TDIC em suas práticas e incentivando um uso pedagógico e intencional desses recursos. Nesse contexto, a pesquisa qualitativa contribui para uma formação que valoriza a adaptação reflexiva dos docentes às demandas tecnológicas, ampliando seu repertório metodológico e fortalecendo sua prática educativa.

Assim, o histórico da formação continuada em Educação Matemática no Brasil reflete um movimento de constante aprimoramento e adaptação às demandas sociais e tecnológicas. Esse processo é fundamental para que os professores enfrentem os desafios da prática docente de maneira crítica e atualizada, promovendo uma educação que prepare os estudantes para os desafios do mundo contemporâneo. Como ressalta Nóvoa (1992), a formação docente é um processo permanente que deve atender às necessidades do professor ao longo de sua carreira, adaptando-se às novas demandas da prática educativa.

No campo da Educação Matemática, os saberes docentes assumem um papel fundamental e multifacetado, contribuindo diretamente para a qualidade e a eficácia da prática pedagógica. Esses saberes compreendem um conjunto diversificado de conhecimentos, habilidades e atitudes que os professores constroem ao longo de suas trajetórias profissionais, permeando desde a formação inicial até a atuação em sala de aula. Esse repertório é moldado pela experiência prática no ensino da Matemática, pela formação inicial e continuada, pelas reflexões profundas sobre as práticas pedagógicas e pelo trabalho colaborativo com outros profissionais da educação, resultando em uma identidade docente única e essencial para o processo de ensino-aprendizagem.

No âmbito das pesquisas sobre saberes docentes, autores como Lee Shulman, Maurice Tardif e Selma Garrido Pimenta se destacam. Suas contribuições teóricas oferecem um embasamento robusto e direcionam o estudo dos saberes necessários para o ensino da Matemática, auxiliando pesquisadores e educadores na compreensão e valorização desses conhecimentos na prática educacional.

A partir das perspectivas desses estudiosos, é possível compreender os saberes docentes como elementos essenciais à prática educativa em Matemática, caracterizados pela diversidade de suas fontes: formação acadêmica, prática profissional, currículos educacionais e vivências pessoais. Essa pluralidade ressalta a importância de considerar os saberes docentes em relação à trajetória e formação de cada professor, uma vez que especificamente a base de sua identidade profissional e reflete diretamente na capacidade de responder aos desafios específicos do ensino da Matemática. Esses saberes orientam tanto a formação quanto a prática pedagógica dos educadores, promovendo uma prática significativa e reflexiva.

Maurice Tardif, teórico com grande destaque no campo educacional, identifica três áreas centrais de atuação: os saberes docentes, a formação profissional e o trabalho docente. No contexto brasileiro, Tardif é amplamente reconhecido por sua influência na compreensão dos saberes docentes, que, segundo ele, são construídos continuamente em diferentes contextos e sujeitos a múltiplas influências. Ele define esses saberes como "um saber plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais" (TARDIF, 2002, p. 36), uma concepção que contribui para o estudo da Educação Matemática ao destacar a intersecção entre conhecimento teórico e experiência prática.

A classificação dos saberes docentes, conforme proposta por Tardif, inclui quatro categorias principais, cada uma essencial para a prática, a qual, neste estudo, vinculamos diretamente ao ensino da Matemática, elencadas no quadro 3.

Quadro 3 – Saberes docentes vinculados ao ensino de Matemática.

Saber	descrição
Disciplinar	Corresponde aos conhecimentos específicos de Matemática que o professor adquiriu durante sua formação inicial e contínua, englobando tanto os conteúdos disciplinares

	quanto a compreensão da estrutura da Matemática, fundamental para a construção de uma base sólida de ensino.
Curricular	Relaciona-se ao domínio dos currículos escolares, dos programas de ensino e das abordagens pedagógicas específicas da Matemática. Esse saber implica o conhecimento de como os conteúdos matemáticos se articulam, a organização sequencial do conhecimento e a capacidade de adequar o currículo às necessidades dos estudantes, refletindo uma visão crítica sobre o ensino.
Profissional ou Pedagógico	Representa o conhecimento pedagógico desenvolvido nas disciplinas educacionais e se concentra nas metodologias e teorias pedagógicas que sustentam o ensino de Matemática. Esse saber prepara o professor para adaptar estratégias de ensino e construir um ambiente de aprendizagem que promova o desenvolvimento do raciocínio matemático.
Experiencial	É construído ao longo da trajetória do professor e resultado das interações contínuas com estudantes e colegas de profissão. No ensino de Matemática, o saber experiencial envolve uma habilidade de responder aos desafios cotidianos do ensino de conteúdos abstratos, adaptando estratégias conforme a resposta dos estudantes e aproveitando a própria experiência como fonte de aprendizado e inovação pedagógica.

Fonte: adaptado pelo pesquisador, com base em Tardif (2002).

A classificação dos saberes docentes apresentada por Tardif (2002, p. 36) oferece uma compreensão detalhada das diversas dimensões de conhecimento necessárias para a prática educativa em Matemática, destacando a importância de cada tipo de saber na formação e atuação dos professores. No contexto do ensino de Matemática, essa categorização adquire um valor especial, pois abrange a complexidade do conhecimento docente e a necessidade de uma prática fundamentada e reflexiva. A integração desses saberes possibilita que os professores adaptem suas abordagens pedagógicas, enfrentem os desafios específicos da disciplina e promovam uma aprendizagem que seja, ao mesmo tempo, significativa e acessível para os estudantes.

A valorização e o aprofundamento dos saberes docentes constituem, portanto, elementos fundamentais para o fortalecimento da Educação Matemática, contribuindo para a formação de professores preparados para ensinar com competência e sensibilidade. Esses saberes permitem que o professor se ajuste às exigências tanto da sociedade quanto do sistema educacional, promovendo uma prática pedagógica que ultrapassa a mera transmissão de conteúdos. Assim, o ensino de Matemática se transforma em um processo colaborativo de construção do conhecimento, em que o estudante participa ativamente, e o professor atua como mediador e facilitador da aprendizagem.

Na visão de Shulman (2014, p. 206), a base de conhecimento da docência compreende, no mínimo, um conjunto essencial de saberes que formam o alicerce para uma prática pedagógica eficaz. Dado esse contexto adaptado ao da Educação Matemática, esses conhecimentos podem ser verificados no quadro 4.

Quadro 4 - base de conhecimento da docência

Conhecimento	descrição
do conteúdo matemático	domínio profundo dos conceitos, teorias e estruturas da Matemática que serão ensinados.
pedagógico geral	compreensão de estratégias e princípios pedagógicos que além do conteúdo específico, aplicam-se ao gerenciamento e organização eficaz da sala de aula.
do currículo	familiaridade com os materiais e programas utilizados no ensino de Matemática, que servem como ferramentas fundamentais para a prática pedagógica.
pedagógico do conteúdo (PCK)	combinação única de conhecimento matemático e pedagógico que capacita o professor a transmitir o conteúdo de maneira compreensível e relevante para os estudantes.
sobre os estudantes e suas características	compreensão das necessidades, dificuldades e características dos estudantes, especialmente no que diz respeito ao aprendizado de Matemática.
dos contextos educacionais	compreensão do ambiente escolar e de fatores sociais, culturais e institucionais que afetam a aprendizagem matemática.
dos fins, propósitos e valores da educação	conhecimento da base histórica e filosófica da educação, que orienta o ensino e o papel da Matemática na formação do indivíduo.

Fonte: adaptado pelo pesquisador, com base em Shulman (2014).

Segundo Shulman, o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) representa o núcleo da competência docente, desempenhando um papel central na Educação Matemática. Esse conhecimento envolve a capacidade do professor de adaptar e transformar conceitos matemáticos ditos complicados em conteúdos claros e significativos, facilitando uma compreensão acessível e relevante para os estudantes. O PCK representa

> “a combinação de conteúdo e pedagogia no entendimento de como tópicos específicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados para os diversos interesses e aptidões dos alunos, e apresentados no processo educacional em sala de aula” (SHULMAN, 2014, pág. 207).

Esse saber combina a compreensão do conteúdo matemático com as melhores práticas pedagógicas, permitindo que o professor de Matemática não apenas ensine, mas também inspire e engaje os estudantes.

Embora Shulman tenha cessado suas pesquisas sobre o PCK antes que o conceito fosse totalmente explorado, estudos posteriores expandiram sua aplicação no ensino de Matemática. Mizukami (2004) especifica as categorias de conhecimento docente, reforçando a importância do PCK como uma competência que envolve tanto o conteúdo quanto a adaptação pedagógica. Ball, Thames e Phelps (2008) deram continuidade a essa expansão no campo da Educação Matemática, destacando a necessidade de um conhecimento matemático especializado que vá além da compreensão teórica, englobando estratégias de ensino adaptativas que promovam uma aprendizagem significativa.

Mizukami (2004), ao tratar da formação de professores, discute a importância de integrar o conhecimento teórico com a prática docente, ressaltando que é essencial articular o conhecimento pedagógico com o conhecimento específico das disciplinas. Embora Mizukami não use diretamente o termo Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), sua análise contribui para o entendimento de como esses saberes se mobilizam na prática educativa, enfatizando que uma compreensão profunda do conteúdo é indispensável para transformá-lo em experiências significativas para os estudantes. Esse entendimento reflete os princípios do PCK propostos por Shulman (2014), ao destacar a necessidade de transformar o conhecimento em formas didáticas acessíveis.

Por sua vez, Ball e seus colaboradores expandiram o conceito de PCK com a criação do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT), que aprofundou as especificidades do PCK no ensino da matemática. Ball argumenta que os professores necessitam de um conhecimento pedagógico especializado, que compreenda não só o conteúdo e as técnicas de ensino, mas também o entendimento das dificuldades dos estudantes e estratégias para interpretar e apoiar o raciocínio estudantil (Ball, Thames e Phelps, 2008). Esta estrutura, que engloba subcategorias como o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS) e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT), oferece uma visão ampliada de como o PCK é aplicado ao ensino da Matemática, ajudando os professores a transformarem o conteúdo em práticas pedagógicas eficazes.

Assim, no ensino de Matemática, a base de conhecimento docente é mais do que uma simples soma de saberes teóricos; é uma estrutura integrada que permite que o professor articule conteúdo, metodologia e contexto em uma prática pedagógica eficaz. Essa estrutura além garante que o ensino da Matemática vá da transmissão de conteúdo, tornando-se uma experiência educacional que prepara os estudantes para compreender e aplicar o conhecimento matemático em suas vidas.

Nas suas pesquisas sobre a prática docente, a renomada pesquisadora brasileira Selma Garrido Pimenta enfatiza a importância dos saberes da docência, considerados fundamentais para o ensino de qualidade. No âmbito da Educação Matemática, esses saberes são adquiridos ao longo da carreira, seja na formação inicial, contínua ou no exercício profissional, e são mobilizados para enfrentar os desafios específicos da prática educacional em Matemática.

Segundo Pimenta (1999), os saberes da docência podem ser organizados em três tipos diferentes, cada um desempenhando um papel crucial na formação e na atuação do professor, sendo identificados como Saber da Experiência, Saber do Conhecimento e Saberes Pedagógicos. No quadro 5 buscamos descrever esses saberes com direcionamento a Educação Matemática.

Quadro 5 – Saberes da Docência em Selma Garrido Pimenta

Saberes	descrição
da Experiência	Este tipo de saber abrange o conhecimento acumulado desde a época em que o professor ainda era aluno, bem como o conhecimento que emerge da prática e da reflexão contínua sobre a própria atuação pedagógica. No contexto da Educação Matemática, os saberes da experiência se enriquecem à medida que o professor enfrenta desafios específicos da disciplina, aprimorando suas estratégias de ensino conforme as demandas da sala de aula.
do Conhecimento	Esses saberes abrangem tanto o domínio do conteúdo matemático quanto a habilidade de transmitir esse conhecimento de forma acessível e eficaz aos alunos. Adquiridos durante a formação acadêmica e continuamente aprimorados por meio de um compromisso com o desenvolvimento profissional, esses saberes são essenciais para que o professor de Matemática construa uma base sólida de conhecimento e se adapte à compreensão dos alunos.
Pedagógicos	Envolvem a compreensão da dinâmica da relação professor-aluno, o uso de estratégias de motivação e técnicas de ensino que promovem a participação ativa dos estudantes. No ensino de Matemática, esses saberes são fundamentais para criar um ambiente de aprendizagem positivo, facilitando o engajamento dos alunos com conceitos muitas vezes abstratos e complexos. A aplicação prática desses conhecimentos por meio de métodos didáticos variados permite que o professor desenvolva uma prática pedagógica responsiva e contextualizada.

Fonte: adaptado pelo pesquisador, com base em Pimenta (1999)

A síntese dos saberes docentes esboçada com base em Pimenta (1999) revela a profundidade e a complexidade da prática pedagógica, especialmente no campo da Educação Matemática. Cada tipo de saber – da experiência, do conhecimento e pedagógico – contribui de maneira distinta para a formação de professores que, ao longo de suas trajetórias, desenvolvem habilidades essenciais para lidar com os desafios do ensino matemático. O saber da experiência, por exemplo, proporciona uma base prática rica, construída na interação constante com a realidade educacional e aprimorada através da reflexão sobre as práticas diárias, o que permite aos professores adaptarem e inovarem em suas metodologias de acordo com as necessidades de cada turma.

Os saberes do conhecimento e pedagógicos, por sua vez, complementam essa formação, garantindo tanto a profundidade do domínio do conteúdo quanto a capacidade de criar ambientes de aprendizagem estimulantes e acessíveis. No ensino de Matemática, onde conceitos abstratos e rigorosos estão em jogo, a aplicação desses saberes de forma integrada permite ao professor uma prática pedagógica não apenas técnica, mas também adaptativa e engajada com o contexto dos estudantes. Dessa forma, o embasamento nos saberes da docência assegura uma prática docente responsiva e relevante, capaz de responder às demandas da Educação Matemática com compromisso e competência.

Assim, ao sintetizar as perspectivas de Tardif, que fornece uma estrutura abrangente para categorizar os saberes docentes, de Shulman, que destaca o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) como central na competência docente, e de Pimenta, que ressalta os saberes construídos ao longo da carreira docente, observa-se uma compreensão integrada da complexidade e relevância dos saberes docentes. Em conjunto, estas abordagens sublinham a importância de uma formação que valorize o desenvolvimento contínuo, com um foco específico na capacidade de adaptação e inovação no ensino de Matemática.

3.2 Ensino de Matemática por Atividades Experimentais

O ensino por atividades experimentais é uma abordagem pedagógica com raízes profundas na história e no pensamento científico. Desde a Grécia Antiga, onde filósofos pioneiros realizavam experimentos, até os avanços da Renascença com cientistas como Galileu Galilei, Kepler e Newton, a experimentação tem sido fundamental para o desenvolvimento do conhecimento humano.

No contexto educacional, essa abordagem ganhou força no século XIX, com pensadores como Pestalozzi e Dewey destacando a importância da aprendizagem ativa. Hoje, o ensino por atividades experimentais continua relevante, aproveitando as tecnologias modernas para preparar os estudantes para desafios em uma sociedade centrada na ciência e tecnologia.

A experimentação como pilar da ciência teve início com Francis Bacon (1561 – 1626), cuja filosofia postulava que nada poderia ser considerado verdadeiro sem antes passar por um experimento que o comprovasse ou refutasse. Esse princípio fundamental estabeleceu as bases da ciência moderna. Ao longo dos séculos, outros pensadores seguiram essa abordagem, solidificando-a como o alicerce da pesquisa científica.

Com o decorrer do tempo, surgiram novos instrumentos de análise, mais precisos e poderosos, aprimorando a prática científica. Atualmente, a ciência possui uma capacidade de análise e explicação muito superior àquela de cinco séculos atrás. No entanto, a essência da ciência experimental permanece a mesma: a boa ciência é construída por meio da observação sistemática e da experimentação.

No contexto da sala de aula, a ciência experimental desempenha um papel fundamental no processo de ensino-aprendizado. Ela permite que professores e estudantes compartilhem opiniões e conclusões sobre fenômenos específicos, promovendo uma troca enriquecedora de experiências, memórias e percepções. O professor atua como mediador nesse processo, orientando e facilitando o entendimento.

As inovações na dinâmica de ensino e os avanços na tecnologia educacional têm revolucionado as aulas, afastando-se da tradicional monotonia do quadro negro e giz. Atualmente, disciplinas como ciências biológicas, física, química e outras se tornaram mais atrativas e enriquecedoras para os estudantes, graças à inclusão de conteúdos e métodos provenientes da ciência experimental.

As instituições de ensino estão investindo cada vez mais em tecnologia educacional e na criação de laboratórios pedagógicos, aproximando os estudantes da prática científica e permitindo que compreendam os principais fenômenos naturais que fundamentam a ciência.

As saídas de campo também têm se destacado como instrumento pedagógico, proporcionando experiências práticas aos estudantes. Eles têm menos tempo nas salas de aula tradicionais e mais oportunidades para visitar museus, realizar experimentos em laboratórios e aplicar os conhecimentos teóricos na prática.

Vários fatores contribuíram para o êxito da ciência experimental na sala de aula, incluindo a adoção de tecnologia, o desenvolvimento de ambientes colaborativos de aprendizado e a criação de espaços de aprendizado que ultrapassam os limites físicos da sala de aula.

Assim como em outras disciplinas, a experimentação na Matemática proporciona inúmeros benefícios, incluindo o desenvolvimento do pensamento matemático e a capacidade do estudante de trabalhar de forma autônoma, reinterpretando seus conhecimentos. Partindo desse pensamento, buscaremos recuperar a evolução da experimentação no ensino de Matemática.

O renomado matemático George Polya (2006) no prefácio do livro de sua autoria – A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS - observou que, ao estudar métodos de resolução de problemas, podemos perceber dois aspectos distintos da Matemática: um com a rigidez científica de Euclides, uma ciência dedutiva e sistemática, e o outro, em constante evolução, como uma ciência indutiva e experimental. Ambos esses aspectos são tão antigos quanto a própria ciência, mas o segundo se destaca por ser um novo caminho na Matemática, uma inovação sem precedentes no ensino para estudantes, professores e o público em geral.

Ubiratan D'Ambrosio (2012, p. 86) enfatizou a importância do aspecto experimental no ensino da Matemática ao afirmar que "O caráter experimental da Matemática foi removido do ensino, e isso pode ser reconhecido como um dos principais fatores contribuintes para o mau desempenho escolar". Diante dessas reflexões, fica claro que a experimentação desempenha um papel fundamental no contexto do ensino e aprendizagem da Matemática.

Na análise da evolução do ensino de Matemática por meio de atividades, Sá (2019) fundamenta-se em conceitos de teorias como Mizukami (1986), que categorizou as diferentes abordagens pedagógicas no Brasil, desde a tradicional até a cognitivista. Durante esse período, prevalecia a visão de educação como instrução, com ênfase na transmissão de conhecimentos e participação limitada dos estudantes. A transição para abordagens mais ativas teve início com o movimento da Escola Nova, que passou a valorizar a aprendizagem por descoberta e o protagonismo dos estudantes.

Sá (2019) também recupera a ênfase dada por Jerome Bruner, conforme exposto por Cálciz (2011), no papel central da atividade direta dos estudantes na construção do conhecimento e na concepção de três tipos de descoberta: indutivo, dedutivo e transdutivo, enriquecendo a compreensão das abordagens ativas na aprendizagem.

Além disso, Sá (2019) destaca que o ensino por descoberta, influenciado por Hennig (1986), desempenhou um papel significativo no ensino de Matemática no Brasil, especialmente a técnica da redescoberta. Pesquisadores como Zaro e Hillebrand (1990), Sá (1988), Fossa (2000) e Mendes (2001) passaram a defender abordagens mais participativas e baseadas em atividades no ensino de Matemática. Sá (2019) enfatiza que o ensino por atividades é visto como uma maneira eficaz de promover o aprendizado ativo, a motivação dos estudantes e o desenvolvimento do pensamento crítico. Apesar dos desafios na sua implementação, sua crescente presença nos programas de educação no Brasil, conforme investigado por Sá (2019), destaca seu potencial para aprimorar o ensino de Matemática.

De acordo com Sá (2020), o ensino de Matemática na educação básica no Brasil tem sido objeto de críticas, o que levou ao surgimento de diferentes abordagens metodológicas, conhecidas como Tendências em Educação Matemática. Estas incluem Modelagem Matemática, Uso de jogos, História da Matemática, Etnomatemática, Uso de TDIC, Investigação Matemática e Resolução de Problemas. Além dessas abordagens, destaca-se o Ensino por Atividades Experimentais, que envolve a criação de tarefas experimentais pelo professor para permitir que os estudantes explorem conceitos matemáticos por meio do desenvolvimento de tarefas, registro de resultados, análise e reflexão, culminando na sistematização do conteúdo. O pesquisador Pedro Franco de Sá caracteriza essa abordagem por diferentes etapas, como ORGANIZAÇÃO, APRESENTAÇÃO, EXECUÇÃO, REGISTRO, ANÁLISE e INSTITUCIONALIZAÇÃO, oferecendo uma experiência de aprendizado prática e envolvente. A figura 4 remete aos momentos do ensino por atividades experimentais segundo a descrição de Sá (2020).

A pesquisa de Sá, Mafra e Fossa (2022) representa uma continuação natural das investigações mencionadas em Sá (2020). Este estudo aprofunda a análise do Ensino por Atividades Experimentais no contexto do ensino de matemática, fornecendo indicadores teóricos e instrumentais relevantes para enriquecer ainda mais a discussão. Em particular, explora como essa abordagem pode ser estruturada de forma a facilitar a compreensão de conceitos matemáticos, estruturas e relações, oferecendo aos estudantes a oportunidade de construir seu conhecimento por meio de atividades diversificadas. Além disso, este estudo apresenta um indicador abrangente de planejamento e organização das fases das atividades experimentais, ilustrando esses conceitos com exemplos práticos que projetam possibilidades e potencialidades no contexto da educação matemática.

Na visão desses estudiosos, geralmente, o ensino por atividades é mais proveitoso quando inserido em contextos sociais que promovem discussões construtivas para compreender conceitos matemáticos. O professor desempenha um papel crucial ao criar um ambiente investigativo que estimula a exploração ativa dos estudantes, desafiando-os, incentivando-os e validando seus resultados, além de abordar resultados insatisfatórios para direcionar a atividade de maneira diferente. Pois

> De modo geral, o ensino por atividades é muito mais eficaz quando implementado em situações sociais que proporcionam uma real possibilidade de discussões propositivas, visando a elaboração final de um dado conceito matemático. Neste sentido, o professor deverá propor um ambiente investigativo, em que seu próprio papel é, na maior parte, voltado para a instigação das ações exploratórias do aprendiz. Em consequência, ele propõe a atividade estruturada, desafia e encoraja o aprendiz, validando ainda os resultados e/ou problematizando resultados insatisfatórios (a fim de retomar a atividade com outro enfoque) (SÁ; MAFRA; FOSSA, 2022, p. 2).

Figura 4 - Momentos do ensino por atividades experimentais

Fonte: adaptado pelo autor, com base em Sá (2020)

Para os pesquisadores, o ensino de Matemática com base em atividades experimentais envolve uma progressão de momentos que incorporam conceitos matemáticos, alinhados com objetivos pedagógicos. Essa abordagem promove discussões significativas e coloca o estudante como agente ativo no processo de aprendizagem, fortalecendo a construção de seus esquemas mentais (SÁ; MAFRA; FOSSA, 2022).

Além disso, o Ensino por Atividades Experimentais oferece flexibilidade, permitindo que os estudantes relacionem conceitos de maneiras inovadoras e gerem questões adicionais. Isso não apenas facilita a construção de esquemas mentais mais complexos, mas também contribui para a transição suave para tópicos subsequentes no currículo matemático. É importante destacar que, de acordo com os autores,

> o sucesso de um conjunto de atividades, como um programa de instrução, depende não somente da sua própria estrutura, mas também da sequenciação dos seus componentes e da sua implementação correta. Tudo isso implica na construção cuidadora e testagem das atividades, bem como o treinamento do professor no uso delas (SÁ; MAFRA; FOSSA, 2022, p.3).

ou seja, o êxito de um conjunto de atividades, como um programa de ensino, não apenas está relacionado à sua estrutura, mas também à manutenção da ordem de seus componentes e à implementação adequada. Isso envolve a criação cuidadosa e a avaliação das atividades, bem como o que enfatizamos em nossa pesquisa a formação do professor para utilizá-las.

3.2.1 A implementação do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais

A indicação de planejamento inicial, organização e desenvolvimento das fases possíveis para uma aula de matemática podem ser vislumbradas no desenvolvimento do ensino por Atividades Experimentais e isso depende da utilização de elementos que podem chamar a atenção do estudante às relações presentes entre os conceitos abordados. Sá, Mafra e Fossa (2022), esclarecem que elementos como a visualização, a experimentação, a simulação e a demonstração, podem ser utilizadas como fatores potenciais na formação e no refinamento de hipóteses, permitindo "estabelecer diretrizes iniciais para a elaboração de atividades eficazes" (p. 3).

Sá (2019, p. 17) subdivide as possibilidades do ensino de matemática por atividades quanto ao objetivo e quanto ao modo de desenvolvimento. Para o pesquisador, quando o ensino é realizado quanto ao objetivo, a atividade pode ser realizada por dois tipos básicos – conceituação ou redescoberta – e, quanto ao desenvolvimento por demonstração ou experimental.

Conforme afirmado por Sá, Mafra e Fossa (2022)

> a técnica da redescoberta é intimamente relacionada ao Ensino por Atividades Experimentais e a junção das duas perspectivas pode potencializar tanto a compreensão dos conceitos matemáticos quanto o desenvolvimento de habilidades de expressão gráfica e/ou simbólica desses conceitos (p. 3).

e mais, essa integração oferece a oportunidade de criar atividades experimentais, seja em configurações individuais ou em grupo, em ambientes que estimulam iniciativas de aprendizado baseadas na observação, colaboração e organização de informações diversas.

Ainda de acordo com os pesquisadores, a atividade de conceituação,

> geralmente procura levar o estudante a reconhecer um determinado conceito matemático numa situação vivenciada. Uma vez identificado o conceito, a atividade também visa a sua apuração para que o aprendiz obtenha um entendimento mais profundo dele. Ao realizar o proposto esclarecimento conceitual, o professor poderá utilizar com mais eficácia a técnica da redescoberta para induzir o estudante a organizar suas inferências e articulações de novos conhecimentos através de ações exploratórias visando o relacionamento do novo conceito com outros conceitos da sua base cognitiva, ou seja, seus conhecimentos anteriores (SÁ; MAFRA; FOSSA, 2022, p. 3 e 4).

Sá (2019) descreve que no modo demonstrativo, o professor assume o papel de executor das ações, enquanto os estudantes registram com precisão os resultados obtidos, permitindo-lhes interagir diretamente com esses dados para alcançar o objetivo previamente estabelecido na atividade. Essa estratégia é especialmente recomendada em situações que envolvem a manipulação de objetos de alto valor ou potencialmente perigosos para os participantes, bem como em cenários que demandam cautela. Por outro lado, no modo experimental, o professor é responsável por conceber o experimento, que posteriormente é realizado pelos estudantes.

Nos trabalhos desenvolvidos por Sá (2019, p. 20) Sá (2020, p. 14); Sá, Mafra e Fossa (2022, p. 4), fica evidente que o modo experimental, serve tanto para atividades de conceituação como para de redescoberta, além de estar claramente relacionado com o processo da Modelagem Matemática, sendo especialmente útil na aproximação do componente curricular Matemática a outras disciplinas escolares.

Segundo os pesquisadores, as possibilidades do ensino de matemática por atividades, aqui mencionadas – redescoberta, conceituação, experimento e demonstração – não são completas, nem disjuntas. São concebidas, de forma melhor, como aspectos presentes em maior ou menor grau em toda atividade. Quando, no entanto, um determinado aspecto predomina numa atividade, falamos de uma atividade daquele aspecto (SÁ; MAFRA; FOSSA, 2022, p. 4).

3.2.2 Conjunto de características que uma atividade deve possuir

De acordo com, Sá, Mafra e Fossa (2022, p. 4), “o delineamento dos objetivos específicos é essencial para a determinação do conteúdo matemático a ser contido na atividade, bem como para a definição das várias maneiras em que a atividade poderá ser implementada na sala de aula”, além do que Sá (2009 apud SÁ, MAFRA e FOSSA, 2022, p. 5) registra características inerentes a uma atividade experimental, que resumidamente são apresentadas no quadro 6.

Quadro 6 - Características inerentes a uma atividade experimental

As atividades devem apresentar-se de maneira auto-orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem;
Toda atividade deve procurar conduzir o aluno à construção das noções matemáticas através de três fases: a experiência, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica das noções construídas;
As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre alunos, pois isso é fundamental para o crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de um membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles;
As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele;
De acordo com o modelo proposto por Dockwiller (1996), as atividades propostas pelo professor podem se apresentar de três maneiras: desenvolvimento, conexão e abstração, de modo que sejam sequencialmente apresentadas e possam contribuir para a construção gradual dos conceitos matemáticos.

Fonte: adaptado pelo pesquisador, com base em Sá (2019).

Como observado no quadro, as atividades experimentais devem ser auto orientadas, seguir um processo de três fases, promover a socialização das informações entre os estudantes, manter uma continuidade e ser apresentadas de acordo com o modelo de desenvolvimento, conexão e abstração, com o objetivo de facilitar a construção gradual dos conceitos matemáticos.

3.3 Análise de Modelos

A busca pela melhoria na qualidade do ensino de Matemática é uma preocupação constante entre professores, pesquisadores e especialistas da área. Nesse cenário, a Modelagem Matemática surge como uma estratégia promissora, capaz de tornar o ensino mais significativo e motivador para os estudantes, pois conecta o conteúdo matemático ao cotidiano e às questões reais. No entanto, a implementação dessa metodologia enfrenta obstáculos importantes, como a gestão do tempo em sala de aula e a necessidade de integração com o currículo, cuja rigidez nas matrizes sequenciais e lineares, com foco exclusivo na cobertura de conteúdos, impõe limites a práticas pedagógicas mais exploratórias. Além disso, muitos professores ainda expressam insegurança em relação à adoção da Modelagem Matemática como prática regular, o que revela a necessidade de apoio e capacitação.

Borba e Villarreal (2005) observam que a transição para metodologias mais dinâmicas e flexíveis, como as situações-problema, representa um desafio para muitos docentes. Romper com o modelo tradicional exige um processo contínuo de formação e uma redefinição do papel docente, em que o professor deixa de ser apenas um transmissor de conhecimento e passa a atuar como facilitador da aprendizagem. Essa mudança de postura promove um ambiente de ensino mais interativo e centrado no estudante, favorecendo o desenvolvimento de habilidades críticas e a construção ativa do conhecimento matemático, alinhada às demandas do mundo contemporâneo.

Uma alternativa sólida para enfrentar essas dificuldades reside no estudo de modelos matemáticos já existentes, que se alinham com abordagens da Modelagem Matemática. Essa estratégia pode ser desenvolvida de forma paralela ou complementar à Modelagem Matemática, constituindo-se, em muitos casos, como uma abordagem mais acessível e simplificada.

A importância do modelo matemático na Modelagem Matemática pode ser verificada em Almeida et al (2012, 2022), ao afirmar que:

> um modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre outro sistema. (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2022).
>
> Neste contexto, a Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático, neste caso, é o que ‘dá forma’ à solução do problema e a Modelagem Matemática é a ‘atividade’ de busca por esta solução” (ALMEIDA; TORTOLA; MERLI, 2012).

A possibilidade de estudar modelos matemáticos já existentes para introduzir conceitos novos aos estudantes, conceitos esses, que de alguma forma aparecem relacionados aos modelos, é denominado por Soares (2012) como Análise de Modelos (AnM).

Para as pesquisadoras, Débora Soares e Sueli Javaroni, que propuseram e fundamentaram a perspectiva

> A Análise de Modelos se configura como uma possibilidade de encaminhar o trabalho com modelos matemáticos em sala de aula, cuja ideia central é propor a análise de um modelo para um resultado de uma área científica ou do dia a dia como pano de fundo para a introdução de conceitos matemáticos novos para os alunos (SOARES; JAVARONI, 2013, P. 197).

Na perspectiva da Análise de Modelos de Soares e Javaroni, as propostas de trabalho podem ser adaptadas conforme o planejamento da disciplina. Isso pode envolver a inclusão de um ou mais modelos ao longo do ano letivo ou a introdução de um modelo para cada tópico específico do conteúdo curricular. O ponto crucial é que os estudantes comecem a trabalhar com um modelo matemático preexistente e procurem compreender não apenas o problema modelado, mas também as hipóteses e simplificações empregadas em sua elaboração.

Quanto às atividades que podem ser desenvolvidas para embasar a discussão de conceitos matemáticos no processo de ensino-aprendizagem utilizando a Análise de Modelos, as pesquisadoras apontam alguns objetivos:

> (i) estudo do fenômeno em questão; (ii) estudo das hipóteses consideradas para a elaboração do modelo; (iii) entendimento do que cada termo do modelo diz sobre o fenômeno; (iv) estudo do comportamento da(s) solução(ões) do modelo, relacionando este comportamento com o fenômeno e com as hipóteses consideradas; (v) estudo da influência dos parâmetros do modelo no comportamento de sua(s) solução(ões), o que permite fazer previsões e analisar a influência de possíveis intervenções no fenômeno; (vi) análise das limitações do modelo (JAVARONI; SOARES, 2012, p. 271).

Essas atividades são consideradas pelas pesquisadoras como fundamentais para a abordagem de Análise de Modelos e visam aprofundar a compreensão dos estudantes em relação aos conceitos matemáticos envolvidos.

De maneira mais enfática, podemos observar que as atividades na perspectiva da AnM - a relação entre o modelo e as características, a identificação de limitações nos modelos e a compreensão da evolução das características - têm um benefício adicional. Elas possibilitam que modelos, mais próximos da realidade, sejam implementados mais cedo na trajetória educacional dos discentes. Consequentemente, situações que se assemelham às que os estudantes podem encontrar em suas futuras carreiras profissionais podem ser incorporadas às discussões em sala de aula de Matemática desde o início do curso, conferindo a esse componente curricular um status diferenciado.

A concepção de Análise de Modelos, apresentada e fundamentada por Javaroni e Soares (ibid.), pode ser verificada na pesquisa de Sousa (2019), como um método de ensino de Matemática para a Educação Básica.

A tese de doutoramento de Sousa (ibid.) propõe um método de ensino baseado na Análise de Modelos (SOARES, 2012; SOARES e JAVARONI, 2013), com uma abordagem que incorpora elementos da Modelagem Matemática (BASSANEZI, 2002 e BIEMBENGUT, 2016) e dos métodos de Resolução de Problemas (ALLEVATO e ONUCHIC, 2014), com o propósito de enriquecer a prática educativa em Matemática na Educação Básica. A proposta do pesquisador é fornecer um guia para professores no planejamento e desenvolvimento de atividades pedagógicas, alinhando-os com os requisitos do currículo escolar e, assim, contribuir diretamente para o aprimoramento do processo de ensino da Matemática nesse nível de ensino.

A abordagem do método Análise de Modelos, conforme delineada por Sousa (2019, p. 146), é fundamentada em pelo menos três princípios essenciais: (1) O uso de modelos matemáticos prontos, (2) O desenvolvimento do conteúdo curricular (e não curricular), e (3) O uso de situações e/ou problemas da realidade.

No primeiro princípio, Sousa (ibid.) destaca a importância de os professores utilizarem modelos matemáticos preexistentes como recursos para o ensino do conteúdo curricular. Esses modelos podem ser aplicados em diferentes níveis do currículo, abrangendo desde tópicos específicos e capítulos até unidades maiores, bimestres, semestres, ou até mesmo o conteúdo de um ano letivo completo. Contudo, Sousa alerta que restringir o uso desses modelos a um único tópico ou capítulo, especialmente na Educação Básica, pode ser prejudicial. Essa limitação ocorre porque, como observado em materiais didáticos e questões do ENEM, os modelos matemáticos disponíveis nem sempre têm a complexidade necessária para englobar uma variedade ampla de conteúdos, comprometendo seu potencial pedagógico.

O segundo princípio para a condução de aulas baseadas na AnM, segundo Sousa, reforça a centralidade do conteúdo curricular, uma exigência inerente ao sistema educacional brasileiro. Para Sousa (ibid.), o desenvolvimento do conteúdo curricular fundamenta-se em duas direções distintas. A primeira direção visa reforçar o conhecimento prévio dos estudantes, revisitando conteúdos matemáticos já explorados e relevantes para o contexto atual. Nesse ponto, o professor pode retomar questões e situações anteriores nas quais o conteúdo foi abordado, incluindo modelos matemáticos que já tenham sido trabalhados pela perspectiva da AnM. A segunda direção, por sua vez, concentra-se na introdução de novos conceitos matemáticos, que é o foco deste princípio. Essa abordagem assegura que os objetivos curriculares da disciplina de Matemática sejam cumpridos em cada série ou ano escolar.

Outro aspecto relevante deste princípio, segundo Sousa (ibid.), é o desenvolvimento de conteúdos não curriculares. Esse tipo de conteúdo emerge de maneira natural quando se utilizam modelos matemáticos prontos, geralmente originários de outras áreas do conhecimento e de situações contemporâneas do cotidiano. Essa abordagem proporciona a oportunidade de conectar a Matemática a outras disciplinas, promovendo a interdisciplinaridade e enfatizando temas transversais recomendados nos currículos escolares.

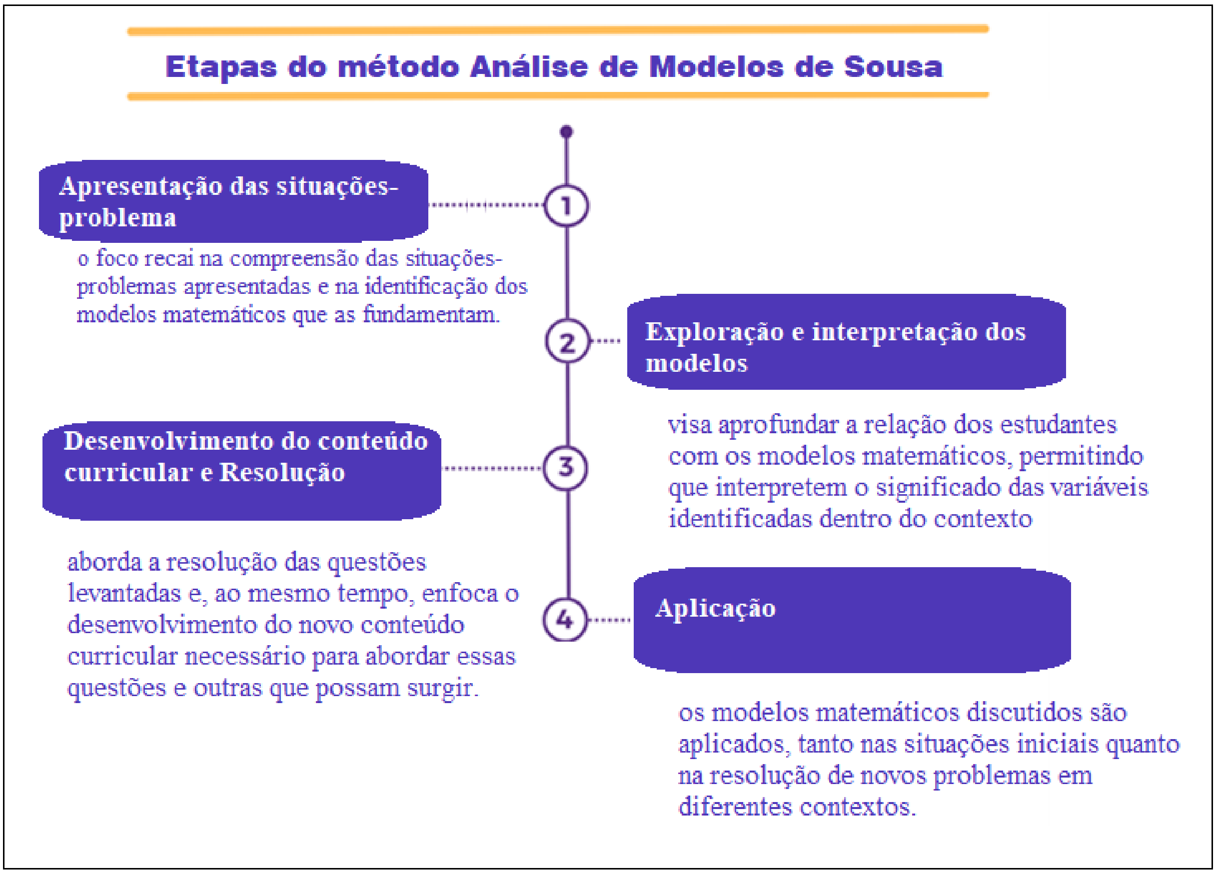
Para Sousa (ibid.), o terceiro princípio, estreitamente ligado ao segundo, especialmente no que diz respeito ao conteúdo não curricular, sublinha que os modelos matemáticos escolhidos pelos professores devem refletir, em sua maioria, situações e problemas da vida real. Essa prática pode promover a interdisciplinaridade e possibilitar o tratamento de temas transversais. Em outras palavras, os modelos selecionados devem priorizar situações-problema autênticas ou adaptações delas, que sejam relevantes e significativas para os estudantes, tendo como base sua realidade e interesses pessoais.

A aplicação desse princípio no contexto da Análise de Modelos é fundamental para criar uma interação ativa entre a Matemática e a realidade. Esse processo se configura como uma relação bidirecional, na qual a Matemática facilita a compreensão da realidade, e, por sua vez, a realidade enriquece e contextualiza a Matemática. Conforme delineado por esse princípio, as aulas baseadas na AnM começam com situações reais que são integradas ao conteúdo matemático por meio de um modelo. Conforme as aulas avançam, a interação entre Matemática e realidade intensifica-se, promovendo uma sinergia que valoriza tanto o ensino quanto a aprendizagem.

Baseando-se nesse referencial, Sousa (ibid.) identifica três princípios fundamentais para caracterizar a Análise de Modelos e propõe um roteiro composto por quatro etapas (figura 5) que orientam o planejamento e o desenvolvimento prático das aulas. Essas etapas incluem: 1ª etapa – Apresentação das situações-problema; 2ª etapa – Exploração e interpretação dos modelos; 3ª etapa – Desenvolvimento do conteúdo curricular e Resolução; e 4ª etapa – Aplicação.

Essas etapas representam uma estratégia abrangente do método AnM no ensino da Matemática, ao promover uma compreensão mais profunda e prática dos conceitos, além de estimular o desenvolvimento de habilidades críticas em relação aos modelos matemáticos.

Figura 5 – Etapas do método Análise de modelos de Sousa



Fonte: adaptado pelo pesquisador com base em Sousa (2019).

Em sintonia com as reflexões de Sousa (2021), compartilhamos de sua visão ao declarar que:

> o método de ensino AnM se apresenta com potencial de envolver os estudantes no estudo da Matemática, pela exploração de modelos matemáticos advindos de variadas situações de seu interesse, além de se apresentar como um modo mais seguro de inicialização, pelo professor, no trabalho com Modelagem em sala de aula sem, contudo, se distanciar da estrutura escolar vigente, principalmente no que diz respeito ao cumprimento do conteúdo curricular programático (p. 20).

E conforme expresso por Soares e Javaroni (2013):

> Temos consciência de que muitas questões relacionadas à análise de Modelos ainda estão em aberto e precisam ser investigadas. Por exemplo, seria pertinente questionar de que forma ocorre a produção do conhecimento em um ambiente de aprendizagem baseado na Análise de Modelos e nas tecnologias. Ou ainda, até que ponto os alunos conseguem refletir sobre conceitos matemáticos de forma interligada com o fenômeno em estudo. Um caminho de investigações começa a se delinear (p. 216).

Aproveitamos para reforçar que além de nossa pesquisa, investigações quanto a Análise de Modelos foram e estão sendo realizadas, como podem ser verificadas nos quadros 7 e 8, nos quais destacamos Emerson Sousa e Débora Soares.

Quadro 7 - pesquisa de Sousa (2019), trabalhos iniciais e seus desdobramentos.

SOUSA, Emerson Silva de. Análise de Modelos como estratégia de ensino de matemática: uma proposta de pesquisa. In: IX Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 2015, São Carlos - SP. IX Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 2015.
SOUSA, Emerson Silva de; LARA, Isabel Cristina Machado de. Caracterizando Análise de Modelos e sua relação com a Modelagem Matemática: relato de um grupo de professores do Ensino Básico. In: X Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 2017, Maringá - PR. Anais do X CNMEM, 2017. v. 1. p. 1-16.
SOUSA, Emerson Silva de; LARA, Isabel Cristina Machado de; REISDOEFER, Deise Nívea; MACHADO, Daiane Renata. Análise de Modelos em atividades de Modelagem no Ensino de Matemática. In: VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA - 2017, 2017, Canoas - RS. Anais do VII CIEM, 2017. v. 1. p. 1-13.
SOUSA, Emerson Silva de; LARA, Isabel Cristina Machado de. Caracterizando Análise de Modelos e sua influência na interação entre a Matemática escolar e a realidade dos estudantes: depoimento de um grupo de professores. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO (UFPB), v. 6, p. 102-118, 2017.
SOUSA, Emerson Silva de; VIALI, Lorí; RAMOS, Maurivan Güntzel. Construção e análise de modelos exponenciais de forma significativa: uma experiência de ensino em sala de aula. Revista Exitus, v. 7, p. 55-73, 2017.
SOUSA, Emerson Silva de; LARA, Isabel Cristina Machado de. Análise de Modelos: uma alternativa metodológica de ensino caracterizada por um grupo de professores do ensino básico. Research, Society and Development, v. 7, p. 1-17, 2018.
SOUSA, Emerson Silva de. Análise de modelos como um método de ensino de matemática na educação básica. PRÁXIS EDUCACIONAL (ONLINE), v. 17, p. 1-22, 2021.
SOUSA, Emerson Silva de; LARA, Isabel Cristina Machado de. Percepções de um grupo de professores de Matemática da Educação Básica em relação à estratégia de ensino Aplicação de Modelos. Educação Matemática Pesquisa, v. 23, p. 31-57, 2021.
SOUSA, Emerson Silva de; SILVA, Francisco Robson Alves da. Análise de Modelos: Atividades de Matemática para Sala de Aula. 1. ed. Belém: RFB, 2021. v. 1. 100p.
SOUSA, Emerson Silva de; SILVA, H. L. S.; CARNEIRO, J. R. F.. Potencialidades do Livro Didático de Matemática para a prática do método de ensino Análise de Modelos no Ensino Médio. In: Emerson Silva de Sousa; Kleison Silveira Paiva; Manoel Bruno Campelo da Silva; Jorge Carlos Silva. (Org.). Pesquisas em modelagem matemática na educação Amazônica: aproximações entre a universidade e a escola. 1ed.Belém: RFB, 2022, v. 2, p. 73-88.

Fonte: adaptado pelo pesquisador, com base no LATTES de Sousa (2024).

Quadro 8 - Pesquisa de Soares (2012), seus trabalhos anteriores e seus desdobramentos.

SOARES, Débora da Silva; BORBA, Marcelo de Carvalho; DINIZ, Leandro do Nascimento; DOMINGUES, Nilton Silveira. Analisando modelos matemáticos com o software Modellus (minicurso). In: VI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (VI CNMEM), 2009, Londrina. Caderno de Resumos da

VI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2009. p. 37.
JAVARONI, Sueli Liberatti; SOARES, Débora da Silva. Analysis of Models and Mathematical Models. In: 16th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA 16), 2013, Blumenau. ICTMA 16 - 16th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications - Mathematical Modelling: history and future perspectives., 2013. p. 112.
SOARES, Débora da Silva. How is Model Analysis related to Mathematical Modelling?. In: 16th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA 16), 2013, Blumenau. ICTMA 16 - 16th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications - Mathematical Modelling: history and future perspectives., 2013. p. 50.
SOARES, Débora da Silva. O Papel de um Software em uma Abordagem Pedagógica para Alunos de Biologia: transformando limitações em possibilidades. In: XVI Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM), 2012, Canoas. ANAIS EBRAPEM, 2012. p. 1-12.
SOARES, Débora da Silva. Refletindo sobre o papel de um software de modelagem no desenvolvimento de uma proposta pedagógica baseada na Análise de Modelos. In: XI Encontro Gaúcho de Educação Matemática (EGEM) - Educação Matemática em tempos de incerteza, 2012, Lajeado. Anais do XI Encontro Gaúcho de Educação Matemática (CD-ROM). Lajeado: Editora Univates, 2012. p. 651-660.
SOARES, Débora da Silva. Matemática e Biologia: relacionando duas áreas por meio da análise de modelos matemáticos. In: VIII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM) (CD-ROM), 2013, Santa Maria. Anais da VIII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CD-ROM). Santa Maria: Centro Universitário Franciscano, 2013. p. 1-10
SOARES, Débora da Silva. Discutindo o Conceito de Função a partir da Análise de Modelos com o Software Modellus. In: VI Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática (EPMEM), 2014, Curitiba. Anais do VI Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática. Curitiba, 2014. p. 1-9
SOARES, Débora da Silva; VIER, Guilherme. Students? dialogues in study of the Definite Integral based on analysis of a physical model with technology. In: 11a Delta Conference, 2017, Gramado. Proceedings of 11a Delta Conference. Lajeado, RS e Rio Claro, SP: Univates e Unesp, 2017. p. 1-21
VIER, Guilherme; SOARES, Débora da Silva. IMAGEM DO CONCEITO DE DERIVADA EM CURSO DE EXTENSÃO SOBRE ENSINO DE CÁLCULO COM BASE NA ANÁLISE DE UM MODELO FÍSICO. In: VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática (CIEM), 2017, Canoas. Anais do VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Canoas: ULBRA, 2017. p. 1-17.
SOARES, Débora da Silva; JAVARONI, Sueli Liberatti. Análise de Modelos: possibilidades de trabalho com Modelos Matemáticos em sala de aula. In: Marcelo de Carvalho Borba; Aparecida Chiari. (Org.). Tecnologias Digitais e Educação Matemática. 1ed.São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013, v., p. 195-219.
SOARES, Débora da Silva. Model Analysis with Digital Technology: A ?Hybrid Approach?. In: Gloria Ann Stillman; Werner Blum; Maria Salett Biembengut. (Org.). Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences (ICTMA 16). 1ed.New York: Springer, 2015, v., p. 453-463
JAVARONI, Sueli Liberatti; SOARES, Débora da Silva. Modelagem Matemática e Análise de Modelos Matemáticos na Educação Matemática. ACTA SCIENTIAE (ULBRA), v. 14, p. 260-275, 2012
Soares, Débora da Silva; BORBA, Marcelo de Carvalho. The role of software Modellus in a teaching approach based on model analysis. ZDM - The International Journal on Mathematics Education , v. 46, p. 575-587, 2014.
SOARES, Débora da Silva; VIER, Guilherme. OS DIÁLOGOS EM UM AMBIENTE DE ANÁLISE DE MODELOS E TECNOLOGIAS: QUEDA DE UM OBJETO COM RESISTÊNCIA DO AR. EDUCERE ET EDUCARE (VERSÃO ELETRÔNICA), v. 12, p. 1, 2017.

Fonte: adaptado pelo pesquisador, com base no LATTES (2024).

A relação de estudos sobre Análise de Modelos apresentada nos quadros 7 e 8 destaca as contribuições e perspectivas específicas de Sousa (2019) e Soares (2012), compondo um panorama essencial dessa abordagem. Além desses registros, e outros não relacionados a denominação de Análise de Modelos, podem ser verificados na literatura. Contudo, entre os que relacionam a denominação Análise de Modelos temos: Alzeri e Malheiros (2022) trazendo um recorte de uma tese de doutorado que examina a Análise de Modelos sob uma perspectiva crítica. Seki, Martins e Almeida (2022) que ampliam a discussão ao abordar atividades de análise de modelos matemáticos e as competências de modelagem que podem ser promovidas por essa abordagem, refletindo sobre a questão: "Competências de Modelagem Matemática podem ser desenvolvidas a partir de atividades de análise de modelos matemáticos? Se sim, que competências são essas?". Em diálogo com esses estudos, nossa pesquisa propõe a integração da Análise de Modelos com as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação, assim como o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, aplicados ao contexto da Formação Contínua de Professores, buscando enriquecer e expandir as possibilidades pedagógicas no ensino de Matemática.

3.4 Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no Ensino de Matemática

A utilização de recursos digitais no processo educativo caracteriza-se como uma forma eficaz de tornar o aprendizado matemático mais dinâmico e interativo, permitindo que os estudantes possam experimentar, analisar, compreender e aplicar o conhecimento em diversas situações do cotidiano. Tais características conectam-se diretamente com as competências específicas para o componente curricular Matemática e suas tecnologias no Ensino Médio, destacadas anteriormente na abordagem da BNCC. Essas competências não apenas incentivam o pensamento crítico e a resolução de problemas, mas também ressaltam a importância do uso de recursos digitais para contextualizar a aprendizagem e se aproximar das demandas do século XXI.

No entanto, a implementação e o uso eficaz dessas tecnologias enfrentam barreiras significativas. Entre os principais desafios destacam-se a falta de infraestrutura adequada, como acesso à internet de qualidade e equipamentos suficientes, além da formação insuficiente dos educadores. Sem esses elementos básicos, o potencial das TDIC como recursos transformadores no ensino de Matemática pode ser limitado. Em regiões como a Amazônia, essas dificuldades são ainda mais acentuadas devido às desigualdades históricas e às condições específicas do território.

Pesquisadores como Maltempi (2008), Almeida e Valente (2016) e Borba, Silva e Gadanidis (2020) destacam que as TDIC têm o potencial de transformar a prática pedagógica ao deslocar o foco do ensino centrado no professor para o protagonismo do estudante. Para Maltempi, essa transição requer uma mudança significativa no papel do professor, que deve atuar como mediador do aprendizado, utilizando os recursos digitais não apenas como apoio, mas como parte integrante do processo pedagógico. Essa mudança exige uma formação contínua que capacite os professores a integrarem as TDIC em suas práticas de maneira crítica e contextualizada.

De acordo com Almeida e Valente (2016), a formação docente deve incluir não apenas o domínio técnico dos recursos, mas também o desenvolvimento de competências pedagógicas que permitam aos educadores incorporarem as TDIC em processos de ensino, aprendizagem e avaliação. Essa abordagem inclui o planejamento de aulas interativas, a criação de materiais digitais personalizados e a análise crítica do impacto das tecnologias na aprendizagem dos estudantes. Para os autores, a utilização eficaz das TDIC depende da capacidade do professor de equilibrar o uso dos recursos digitais com as demandas pedagógicas e curriculares.

Borba, Silva e Gadanidis (2020) oferecem uma análise detalhada das quatro fases do uso das tecnologias digitais na Educação Matemática no Brasil, desde o uso inicial do software LOGO nos anos 1980 até a popularização da internet rápida e das múltiplas representações fornecidas por recursos como o GeoGebra. Essas fases ilustram a evolução das tecnologias na prática pedagógica, destacando a transição de um uso restrito e experimental para um cenário de maior acessibilidade e inovação. Na visão dos autores, as TDIC não apenas ampliam as possibilidades de ensino, mas também desabilitam uma adaptação constante dos professores às mudanças tecnológicas e às novas demandas educacionais.

A pandemia de COVID-19 acelerou essas transformações, marcando o início da chamada quinta fase das tecnologias digitais, conforme descrito por Borba, Souto e Canedo Junior (2022). Nesse período, a hibridização da educação tornou-se uma prática comum, integrando o ensino presencial e remoto de maneira permanente. Essa fase evidenciou tanto o potencial das TDIC para sustentar o ensino em tempos de crise quanto as desigualdades de acesso às tecnologias, que começam a afetar significativamente os estudantes e professores da Educação Básica, especialmente em regiões periféricas e rurais.

No contexto das TDIC, as contribuições do GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática, coordenado por Marcelo Borba, destacam-se pela análise crítica das interações entre tecnologias e práticas pedagógicas. O grupo enfatiza que o uso de softwares como o GeoGebra e a integração de vídeos digitais transformam o ensino de Matemática ao proporcionar cenários multimodais que estimulam a criatividade e a colaboração. Pará Borba et al. (2020), esses recursos possibilitam a visualização de conceitos matemáticos complexos, incentivando uma aprendizagem mais significativa e conectada às experiências reais dos estudantes.

3.4.1 Problematizando o uso das TDIC na Educação Matemática

Apesar do potencial das TDIC, sua aplicação no ensino de Matemática enfrenta desafios significativos. A falta de infraestrutura tecnológica em muitas escolas públicas brasileiras exige a democratização desses recursos, enquanto a ausência de políticas de formação contínua adequadas limita a capacidade dos professores de utilizá-las de forma eficaz. Esses problemas são agravados em contextos como a Amazônia, onde as condições socioeconômicas e geográficas dificultam ainda mais o acesso às tecnologias.

Além disso, as TDIC trazem implicações importantes para a formação de saberes docentes. Como discutido nos eixos anteriores, a mobilização de saberes disciplinares, curriculares, pedagógicos e experienciais é essencial para integrar as TDIC de maneira significativa na prática educativa. Esse processo exige que os professores desenvolvam uma abordagem reflexiva, capaz de adaptar os recursos digitais às necessidades específicas dos estudantes e aos objetivos curriculares. Sem essa integração, o uso das TDIC corre o risco de reprodução de práticas tradicionais de ensino, perdendo seu potencial transformador.

3.5 Conectando TDIC, EMAE e AnM

Ao conectar a discussão sobre as TDIC com os eixos anteriores deste capítulo – o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) e a Análise de Modelos (AnM) –, destaca-se a convergência entre essas metodologias como um caminho para a inovação pedagógica. O EMAE, ao propor atividades práticas e exploratórias, encontra nas TDIC um meio poderoso para ampliar a autonomia discente, possibilitando simulações e experimentações em ambientes digitais. Por sua vez, a AnM, ao valorizar o uso de modelos matemáticos, beneficia-se das TDIC para facilitar a visualização, análise e interpretação de dados em contextos reais e complexos.

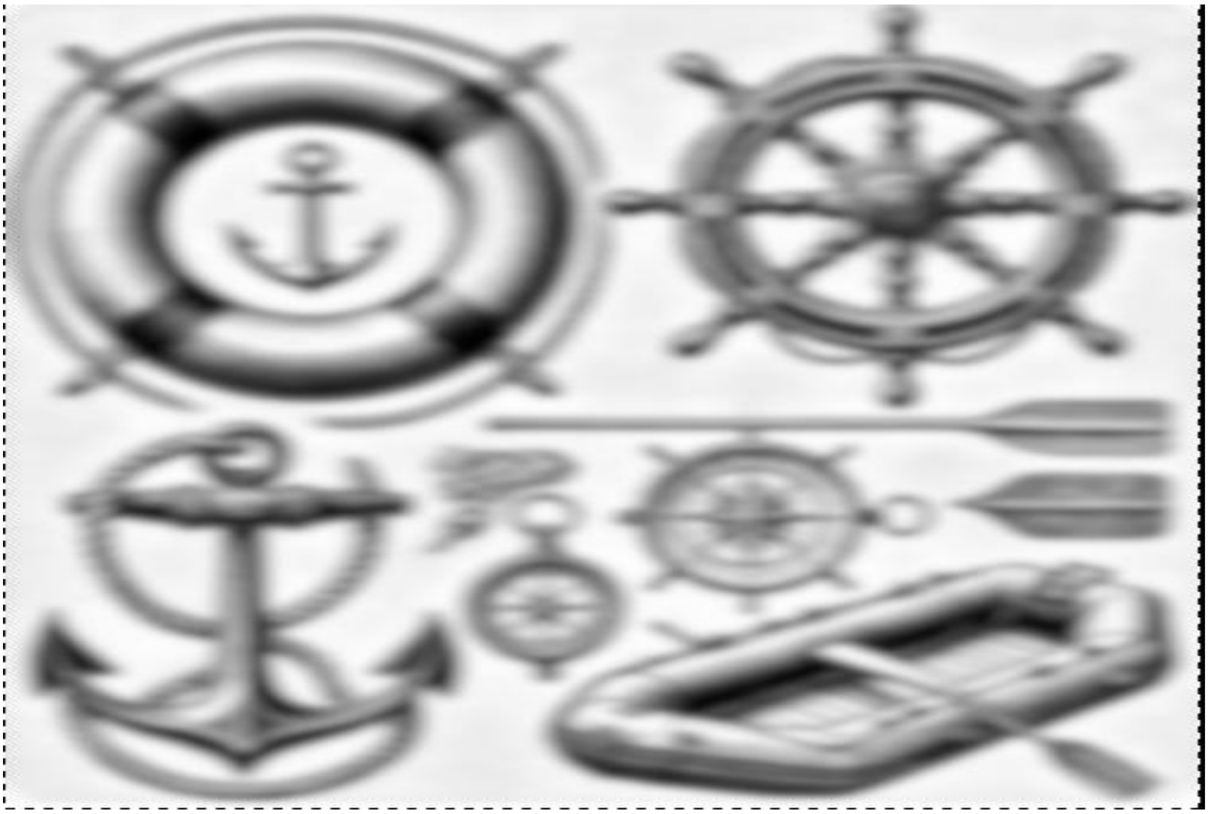
Essa articulação dos três eixos metodológicos promove um ambiente de aprendizagem robusto, onde os saberes docentes são mobilizados de forma integrada. Desta forma, as TDIC, enquanto mediadoras do processo de ensino-aprendizagem, são apresentadas para a construção de práticas pedagógicas mais dinâmicas e colaborativas, ao mesmo tempo que ativam no professor uma postura reflexiva e adaptativa. Nesse sentido, o uso das TDIC não apenas enriquece o ensino de Matemática, mas também reforça o papel do professor como um agente transformador da educação, capaz de enfrentar os desafios contemporâneos com práticas fundamentadas e inovadoras.

Assim, a incorporação das TDIC no cenário educacional brasileiro, especialmente na Educação Matemática, configura-se como um desafio e uma oportunidade. Ao articular-se com a EMAE e a AnM, essas tecnologias oferecem um potencial significativo para transformar a sala de aula em um espaço de aprendizagem interdisciplinar, criativo e conectado às demandas do século XXI. Essa convergência reforça a importância da formação contínua de professores como um elemento central para a construção de uma educação mais inclusiva, equitativa e inovadora.

4 PREPARAÇÃO DA EMBARCAÇÃO

"Todo barco precisa ser preparado antes de zarpar. Os remos, as velas, os mantimentos e o conhecimento técnico são indispensáveis para uma viagem segura e bem-sucedida. Neste capítulo, preparamos os instrumentos e definimos os procedimentos que nos permitirão explorar o rio da forma mais eficiente e produtiva possível."
Logo, descrevemos a metodologia adotada para responder à pergunta de pesquisa e alcançar os objetivos propostos. Para tanto, perpassaremos por sete seções a saber: abordagem da pesquisa, instrumentos e procedimentos de coleta de dados, participantes, contexto de criação, fase de ajustamento e ajustes, execuções formativas e análises iniciais finalizando pela análise dos dados.

Figura 6 - Preparação da embarcação

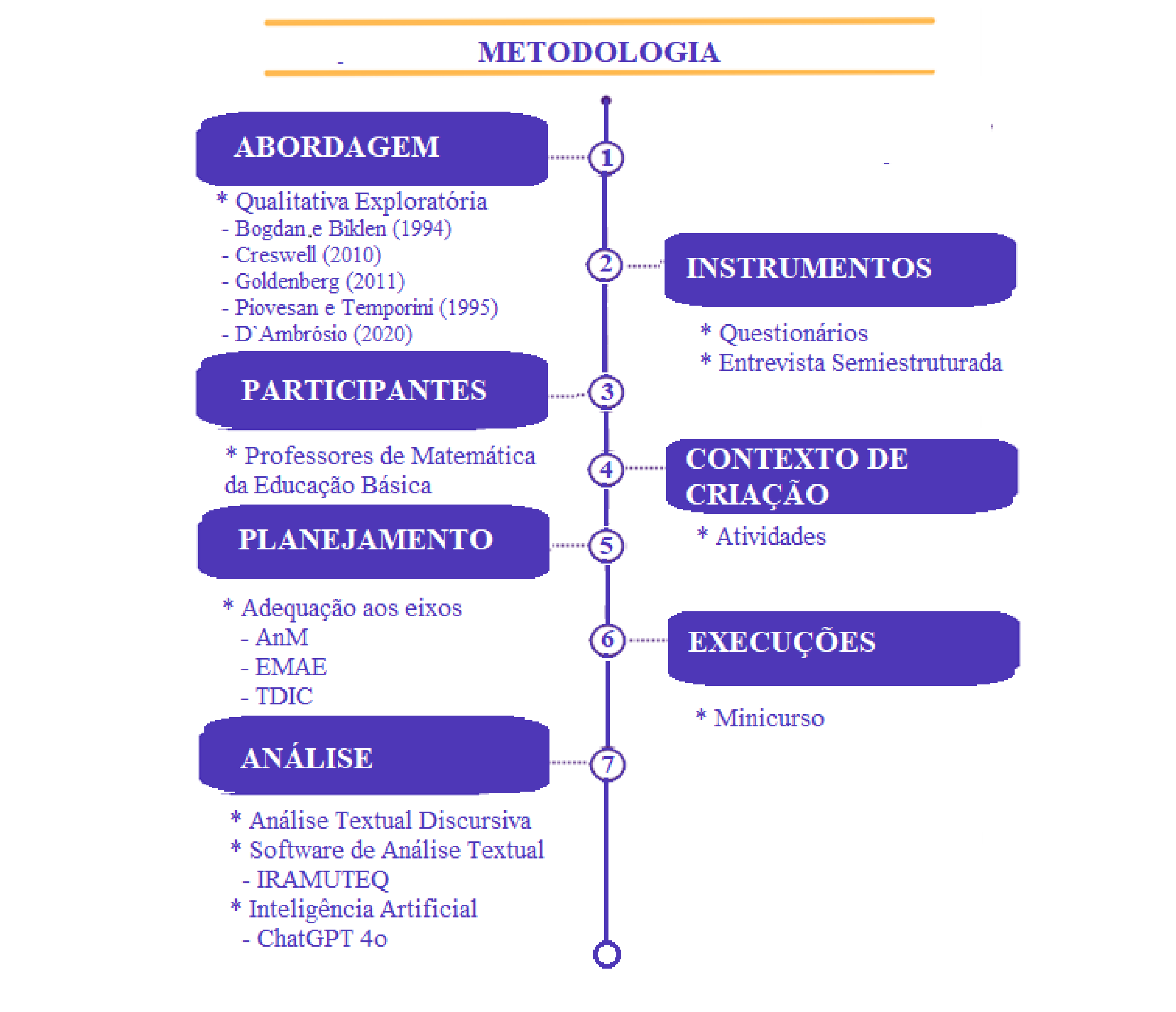


Fonte: Elaborado pelo pesquisador com auxílio da inteligência artificial ChatGPT (2024).

4.1 Abordagem da Pesquisa

A pesquisa estruturada (Figura 7) e aqui descrita adota uma abordagem qualitativa de caráter exploratório, com o objetivo de explicitar os saberes docentes mobilizados por professores de Educação Básica ao desenvolverem atividades pedagógicas no Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE), articulando os pressupostos da Análise de Modelos (AnM) e do uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC). Esta abordagem é especialmente adequada para a investigação de práticas pedagógicas e das percepções dos professores, pois, como defendem Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa possibilita "descrições detalhadas do mundo social" (p. 47), capturando nuances das experiências vividas e das interações.

Figura 7 - Estrutura metodológica da pesquisa



Fonte: Adaptado pelo pesquisador com base no percurso metodológico da pesquisa (2024).

Para Creswell (2010), a pesquisa qualitativa é fundamental ao interpretar a complexidade dos significados atribuídos pelos participantes, oferecendo uma perspectiva que valoriza os contextos em que os professores atuam e vivem. No âmbito desta investigação, esse enfoque permite explorar os saberes docentes mobilizados pelos professores ao adotarem metodologias como a Análise de Modelos e o uso das TDIC, práticas que podem transformar o ensino de Matemática na Educação Básica.

Goldenberg (2011) também reforça a importância da pesquisa qualitativa, argumentando que essa abordagem permite ao pesquisador "mergulhar no universo dos significados e representações" (p. 34), uma imersão necessária para investigar práticas inovadoras e pouco exploradas. Esse tipo de análise se torna particularmente relevante para a Educação Matemática, onde o aprofundamento nos saberes e nas interações em sala de aula é fundamental para o desenvolvimento de práticas pedagógicas eficazes.

Em consonância com essa abordagem, Piovesan e Temporini (1995) destacam a importância do caráter exploratório da pesquisa qualitativa, pois ela permite construir uma base para novas interpretações e questionamentos, especialmente em contextos pouco estudados. Essa característica é essencial para esta pesquisa, que se debruça sobre metodologias que consideramos inovadoras, como o EMAE e a AnM, na tentativa de aprofundar os saberes docentes e propor novas perspectivas para o ensino de Matemática.

A pesquisa qualitativa em Educação Matemática também ganha reforço nas palavras de D'Ambrósio, que argumenta que essa abordagem "é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas" (D`Ambrosio, 2020, p. 21). Assim, a pesquisa qualitativa possibilita capturar o universo de significados e valores atribuídos pelos professores ao ensino de Matemática, interpretando as práticas docentes de forma contextualizada e significativa.

4.2 Instrumentos e Procedimentos de Coleta e Análise de Dados

Nesta seção, são descritos os instrumentos utilizados para a coleta de informações e os procedimentos aplicados durante a pesquisa, com o objetivo de explicitar os saberes docentes mobilizados no contexto do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE), Análise de Modelos (AnM), e uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC).

4.2.1 Questionários

Tomando como direcionamento que cada uma das imagens relacionadas nesta seção poderá ser verificada com riqueza de detalhes nos anexos deste trabalho, descrevemos o Questionário 1, utilizado como instrumento de diagnóstico, foi elaborado para coletar informações sobre as percepções e práticas dos professores de Matemática do Ensino Fundamental - anos finais - e Médio em relação às metodologias alternativas, como Modelagem Matemática, Análise de Modelos, Aplicação de Modelos, Ensino Experimental e o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no ensino de Matemática. As perguntas foram elaboradas de modo a explorar características que podem ser relacionadas aos saberes envoltos na docência dos professores participantes, oferecendo uma base para entender como esses saberes se manifestam e se inter-relacionam na prática educacional de cada docente.

Inicialmente, as questões sobre a formação acadêmica (Quadro 9) fornecem uma visão abrangente do saber disciplinar dos professores, revelando seu nível de especialização e a variedade de caminhos acadêmicos que escolheram. Esse levantamento permite mapear o conhecimento formal em Matemática e identificar se a formação inicial desses docentes abordou metodologias alternativas. Essas informações são fundamentais para compreender uma base de conhecimento que sustenta a prática pedagógica dos professores e sua capacidade de metodologia de exploração além da abordagem tradicional.

Quadro 9 - perguntas 2 e 3 do questionário 1

2 Você possui graduação em? ( ) Matemática ( ) Outros. **3 Qual sua Formação Acadêmica?** Graduação: ____ Ano de conclusão: ________ Instituição:_______ Graduação: ____ Ano de conclusão: ________ Instituição:_______ Especialização: ____ Ano de conclusão: ________ Instituição:________ Especialização: ____ Ano de conclusão: ________ Instituição:________ Mestrado: ____ Ano de conclusão: ________ Instituição:________ Doutorado: ____ Ano de conclusão: ________ Instituição:________

Fonte: desenvolvido pelo pesquisador.

As perguntas sobre o tempo de serviço (questão 4) e as séries/anos lecionados (questão 5), verificadas no Quadro 10, ajudam a entender o saber experiencial dos professores. Ao relacionar a experiência profissional com o uso de metodologias alternativas, é possível inferir se os anos de docência são indicados para uma maior disposição e habilidade em adaptar práticas pedagógicas às necessidades específicas de cada turma. Esse aspecto também permite verificar se há um esplendor entre o tempo de serviço e a familiaridade com métodos inovadores, o que pode indicar o desenvolvimento de conhecimentos específicos que surgem da prática acumulada.

Quadro 10 - perguntas 4 e 5 do questionário 1

4 Tempo de serviço como professor de Matemática na Educação Básica (Fund. II e Ensino Médio)?

( ) Menos de um ano	( ) 21-25 anos
( ) 1-5 anos	( ) 26-30 anos
( ) 6-10 anos	( ) 31-35 anos
( ) 11-15 anos	( ) mais de 35 anos
( ) 16-20 anos	

5 Quais os anos/séries que você está lecionando a disciplina de Matemática?

No ensino fundamental: ( )6º ( )7º ( )8º ( )9º
No ensino médio: ( )1º ( )2º ( )3º/4º
Na EJA ( )fundamental ( )médio

Fonte: desenvolvido pelo pesquisador.

As perguntas 6 e 7 (Quadro 11), que investigam o conhecimento sobre metodologias alternativas e se foram abordadas na formação inicial dos professores, permitem avaliar os saberes pedagógicos e curriculares. Essas questões refletem o domínio e a familiaridade dos professores com abordagens como a Modelagem Matemática, a Análise de Modelos e o uso das TDIC, que envolvem um conhecimento específico de métodos que vão além da simples transmissão de conteúdos. Esses dados são essenciais para identificar o repertório de métodos disponíveis ao professor e a profundidade de seu conhecimento sobre alternativas metodológicas, aspectos centrais do saber pedagógico e curricular.

Quadro 11 - perguntas 6 e 7 do questionário 1

6 Durante sua formação inicial (graduação) você participou de disciplina que utilizasse alguma das opções, relacionadas a seguir, como alternativas metodológicas no ensino de Matemática?

( ) Não ( ) Sim, qual(is)? ( ) Modelagem Matemática ( ) Análise de Modelos Matemáticos ( ) Aplicação de Modelos Matemáticos ( ) Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no ensino ( ) Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) **7 Você possui conhecimento sobre as alternativas metodológicas relacionadas a seguir?** ( ) Não ( ) Sim, qual(is)? ( ) Modelagem Matemática ( ) Análise de Modelos ( ) Aplicação de Modelos ( ) Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no ensino ( ) Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE)

Fonte: desenvolvido pelo pesquisador.

A questão 8 (Quadro 12), que pede uma descrição da experiência com implementação de metodologias alternativas em sala de aula, permite uma análise detalhada do saber experiencial. Ao descreverem as principais dificuldades e a importância percebida nessas metodologias, os professores refletem sobre suas vivências e práticas, demonstrando como adaptar e ajustar essas abordagens conforme os desafios encontrados. Esse tipo de resposta oferece uma visão rica do saber experiencial, mostrando como o conhecimento teórico é transformado e contextualizado na prática cotidiana da sala de aula.

Por fim, a questão 9 (Quadro 12), sobre a participação em eventos e treinamentos, e a questão 10, que explora o interesse em cursos de formação continuada, indicam o nível de compromisso dos professores com o desenvolvimento contínuo e a atualização profissional. Essas perguntas estão direcionadas para a abertura dos professores para a ampliação de seu conhecimento pedagógico e sua disposição para adquirir novos conhecimentos que possam enriquecer sua prática. A análise dessas respostas também ajuda a entender se os professores percebem o valor das metodologias alternativas e como esses saberes importantes para sua formação contínua.

Quadro 12 - perguntas 8, 9 e 10 do questionário 1

8 Em sua prática em sala de aula, você já utilizou alguma(s) das alternativas metodológicas citadas anteriormente? Se sim, qual(is)? Descreva as principais dificuldades e a importância de sua implementação. **9 Após a conclusão de sua graduação, você participou de eventos ou treinamentos que envolveram as alternativas metodológicas relacionadas abaixo?** ( ) Não ( ) Sim, qual(is)? ( ) Modelagem Matemática ( ) Análise de Modelos

( ) Aplicação de Modelos ( ) Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no ensino ( ) Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) **10 Você tem interesse em participar de um curso de Extensão (30 horas) que aborda as alternativas metodológicas descritas anteriormente?** ( ) Não ( ) Sim. Qual sua disponibilidade de tempo (dia/horário)?

	segunda-feira	terça-feira	quarta-feira	quinta-feira	sexta-feira	sábado
horário						

Fonte: desenvolvido pelo pesquisador.

Em suma, as respostas ao Questionário 1 permitiram uma análise abrangente dos saberes docentes mobilizados pelos professores de Matemática, revelando a maneira como conhecimentos teóricos, experiência prática e atualização profissional se articulam para responder às demandas da educação matemática contemporânea.

Dos professores convidados a participar, inicialmente, 42 responderam ao Questionário 1, com a inserção de mais 5 professores durante o minicurso (descrito nas próximas seções), demonstrando interesse e disponibilidade para contribuir com a pesquisa. Essa participação reflete o comprometimento dos professores com o aprimoramento das práticas pedagógicas e a inovação no ensino de Matemática. A análise das respostas poderá despontar aspectos relevantes, como a diversidade de perfis entre os professores, tanto em termos de experiência quanto de formação.

Com base nas informações idealizadas no Questionário 1, o Questionário 2 foi desenvolvido para aprofundar a compreensão sobre a aplicação prática das metodologias abordadas no curso de formação, buscando identificar as percepções e os desafios enfrentados pelos professores ao implementar essas metodologias em sala de aula. A seguir (Quadros 13 e 14), são apresentadas as perguntas do Questionário 2, incluindo a análise de sua estrutura em razão do entendimento dos saberes implícitos nas possíveis respostas.

Quadro 13 – perguntas do questionário 2

1 Como você qualifica a possibilidade de utilizar as alternativas metodológicas, apresentadas no minicurso, em sua sala de aula? ( ) Ruim ( ) Regular ( ) Boa ( ) Muito Boa ( ) Excelente 2 Enquanto professor(a), você utilizou os conhecimentos do minicurso em sua sala de aula?

( ) Não ( ) Sim.

3 Caso a resposta da questão 2 seja positiva (Sim), como você qualifica a experiência de utilizar a alternativas metodológicas apresentadas no minicurso em sua sala de aula? Justifique sua resposta.

( ) Ruim ( ) Regular ( ) Boa ( ) Muito Boa ( ) Excelente

4 Você acredita que o método apresentado no minicurso é VIÁVEL no processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica? Justifique sua resposta.

( ) Não ( ) Sim.

5 Você adotaria, com certa frequência, o método apresentado no minicurso em suas aulas? Justifique sua resposta.

( ) Não ( ) Sim.

6 Cite pelo menos dois pontos positivos que você acredita que contribuirão para o aprendizado dos estudantes na execução de atividades que envolvam o método alternativo apresentado no minicurso.

7 Cite duas dificuldades que você sentiu na execução de atividades que envolveram o método alternativo apresentado no minicurso. Como você superou/superaria as mesmas?

8 Com relação as atividades propostas e desenvolvidas pelos participantes do minicurso, você acredita que as mesmas podem ser implementadas em outras escolas? Justifique sua resposta.

( ) Não ( ) Sim.

Fonte: desenvolvido pelo pesquisador.

Quadro 14 – Questionário 2 com base em Tardif (2002)

Pergunta	Classificação dos Saberes	Justificativa da Classificação
1	Saberes Pedagógicos	Avalia a aplicabilidade das metodologias pedagógicas apresentadas.
2	Saberes Experienciais	Verifica a experiência prática do professor em aplicar o conhecimento do minicurso.
3	Saberes Experienciais	Explora a reflexão sobre a experiência concreta ao utilizar novas metodologias.
4	Saberes Pedagógicos e Saberes Curriculares	Envolve a viabilidade pedagógica do método e sua adequação ao currículo.
5	Saberes Pedagógicos e Saberes Experienciais	Relaciona a intenção de incorporar o método, baseada na experiência e conhecimento pedagógico.
6	Saberes Pedagógicos e Saberes Experienciais	Pede análise do impacto pedagógico e experiência prática sobre o aprendizado dos alunos.
7	Saberes Experienciais	Foca nas dificuldades e estratégias de superação no contexto prático.
8	Saberes Curriculares e Saberes Pedagógicos	Explora a replicabilidade das atividades em outros contextos escolares, com adequação curricular e pedagógica.

Fonte: desenvolvido pelo pesquisador, com base em Tardif (2002).

Dando continuidade à análise, as perguntas do Questionário 2 refletem diferentes dimensões dos saberes docentes conforme a classificação proposta por Tardif (2002). A primeira pergunta, que indaga sobre a possibilidade de utilizar as metodologias apresentadas no minicurso em sala de aula, está associada aos saberes pedagógicos, pois envolve a capacidade do professor de avaliar e aplicar estratégias de ensino. A segunda pergunta, ao verificar se o professor utilizou os conhecimentos do minicurso, explora os saberes experienciais, ao focar na aplicação prática do aprendizado em um contexto real.

A terceira pergunta, que busca qualificar a experiência do professor com as metodologias, continua a explorar os saberes experienciais, enfatizando a reflexão sobre a prática. Já na quarta pergunta, que indaga sobre a viabilidade do método no ensino de Matemática, destacam-se tanto os saberes pedagógicos quanto os saberes curriculares, pois a questão exige uma análise sobre a adequação da metodologia ao currículo da Educação Básica e sua utilidade prática no ensino.

Na quinta pergunta, que questiona a intenção do professor de adotar o método com frequência, há uma relação entre os saberes pedagógicos e experienciais, pois envolve tanto a avaliação do método como parte do repertório didático quanto a sua adequação à prática cotidiana. A sexta pergunta, ao solicitar pontos positivos do método para a aprendizagem dos estudantes, também mobiliza os saberes pedagógicos e experienciais, uma vez que o professor é chamado a avaliar o impacto pedagógico do método com base em sua vivência prática.

A sétima pergunta, que pede ao professor para identificar dificuldades na aplicação das atividades e sugerir estratégias de superação, aprofunda os saberes experienciais, pois investiga as adaptações práticas necessárias ao enfrentar desafios reais em sala de aula. Por fim, a oitava pergunta, ao abordar a possibilidade de implementar as atividades em outras escolas, relaciona-se aos saberes curriculares e pedagógicos, uma vez que o professor é incentivado a refletir sobre a compatibilidade das atividades com o currículo e sua flexibilidade pedagógica para aplicação em contextos variados.

Assim, as perguntas do Questionário 2 foram estrategicamente formuladas para explorar diferentes dimensões dos saberes docentes. A análise das respostas possibilitará uma compreensão mais profunda de como os professores mobilizam e adaptam seus conhecimentos pedagógicos, experienciais e curriculares para implementar novas metodologias, destacando o valor da formação continuada para o fortalecimento dos saberes necessários à inovação educacional.

4.2.2 Entrevistas Semiestruturadas

A estrutura da entrevista semiestruturada foi planejada para capturar, inicialmente, os saberes docentes mobilizados pelos professores em sua prática cotidiana, antes da aplicação das metodologias do minicurso em sala de aula. Essa abordagem visa captar as percepções, reflexões e conhecimentos prévios dos docentes, proporcionando uma base sólida para que, posteriormente, essas informações sejam complementadas pelas respostas do Questionário 2. A combinação das entrevistas e do Questionário 2 permitirá uma análise comparativa entre os saberes iniciais e aqueles mobilizados após a experiência prática com as metodologias do minicurso, revelando o processo de integração, adaptação e reflexão dos professores.

O roteiro da entrevista foi organizado em duas etapas principais: a primeira inclui uma introdução para alinhamento e identificação (Quadro 15), enquanto a segunda é composta de perguntas voltadas a explorar os saberes docentes no contexto do ensino de Matemática, conforme descrito no Quadro 16.

Quadro 7 - alinhamento e identificação do roteiro de entrevista

1. **Introdução e Apresentação da Pesquisa**: Início com uma breve introdução ao estudo e seu propósito, fornecendo uma visão clara dos objetivos e da importância do trabalho para o contexto educacional.
2. **Reforço dos Termos do TCLE**: Explicação dos termos do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), garantindo que os participantes compreendam a confidencialidade e o uso ético dos dados.
3. **Alinhamento de Expectativas**: Estabelecimento de um alinhamento entre pesquisador e entrevistado, criando um ambiente de confiança e diálogo aberto.
4. **Identificação do Entrevistado**: Registro dos dados básicos do participante, como horário e modalidade da entrevista (presencial ou virtual), assegurando a organização formal dos dados.
5. **Implemento da Entrevista**: Condução das perguntas principais, com flexibilidade para explorar respostas mais detalhadas conforme surgem insights espontâneos no diálogo.
6. **Feedback Final**: Espaço para que o entrevistado compartilhe suas impressões sobre o processo, incentivando comentários sobre pontos positivos e sugestões de melhoria.

Fonte: elaborado pelo pesquisador

As perguntas principais foram elaboradas para captar os diferentes saberes docentes mobilizados pelos professores, incentivando uma reflexão sobre suas metas, práticas e desafios no ensino de Matemática. Cada pergunta foi cuidadosamente projetada para explorar dimensões específicas dos saberes docentes, levando os participantes a compartilharem suas visões e experiências. Cada pergunta é apresentada e descrita no Quadro 17.

Quadro 8 – descrição das perguntas do roteiro de entrevista

Número da Pergunta	Descrição
P1) Em poucas palavras e no seu ponto de vista, qual a importância da Matemática no currículo escolar?	Explora o saber curricular ao perguntar sobre a importância da Matemática no currículo escolar, buscando entender a visão do professor sobre o papel da disciplina e sua integração na formação dos estudantes.
P2) Enquanto professor(a), qual sua meta principal durante o processo de ensino e aprendizagem de Matemática?	Captura o saber pedagógico ao questionar a meta principal no ensino de Matemática, incentivando o professor a refletir sobre os objetivos e estratégias para alcançar uma aprendizagem significativa.
P3) Em sua opinião, do que depende a aprendizagem de Matemática dos estudantes?	Acessa o saber experiencial ao perguntar do que depende a aprendizagem de Matemática dos estudantes, permitindo que o professor compartilhe percepções baseadas em vivências práticas.

P4) Para você, como reconhecer que a meta principal foi atingida no processo de ensino de Matemática?	Explora o saber pedagógico ao perguntar como o professor reconhece o alcance da meta no ensino de Matemática, evidenciando os critérios de avaliação do sucesso pedagógico.
P5) Após desenvolver suas aulas e de acordo com a escala a seguir, como você acredita que seus alunos se encontram quanto ao aprendizado do conteúdo de Matemática proposto? Justifique. **( ) ruim ( ) razoável ( ) bom** **( ) muito bom ( ) excelente**	Acessa o saber experiencial ao pedir ao professor que avalie o aprendizado dos alunos em uma escala de desempenho, incentivando a justificação baseada em experiências práticas.
P6) Quais métodos de ensino diferenciados do tradicional você já implementou em suas aulas?	Explora os saberes pedagógico e experiencial ao perguntar sobre métodos alternativos ao ensino tradicional, permitindo que o professor revele sua capacidade de inovar e adaptar práticas para o aprendizado dos alunos.

Fonte: desenvolvido pelo pesquisador.

Essas regras utilizadas demonstram o cuidado metodológico na construção do roteiro, que não apenas acessa os saberes docentes de forma teórica, mas também conecta as perguntas às situações práticas do cotidiano escolar. Cada pergunta busca, de maneira direta ou indireta, compreender como os professores mobilizam seus saberes para atender às demandas do ensino de Matemática, tanto no planejamento quanto no desenvolvimento e avaliação de suas práticas pedagógicas.

Ao alinhar a estrutura das perguntas aos objetivos da pesquisa, a entrevista semiestruturada permite explorar aspectos essenciais da prática docente, considerando as experiências individuais dos professores e o contexto educacional em que atuam. Assim, o roteiro de entrevista cumpre um papel central na coleta de dados, fornecendo informações ricas e relevantes para as análises subsequentes.

A seção sobre a estrutura da entrevista semiestruturada, portanto, consolida-se como um elemento fundamental da metodologia, integrando teoria e prática na construção do instrumento de pesquisa. O detalhamento apresentado no quadro, aliado às explicações complementares, garante a clareza e a coerência do processo investigativo, contribuindo para os objetivos mais amplos da pesquisa.

4.3 Participantes

Os oito participantes que estiveram em todas as etapas desta pesquisa são professores de Matemática da Educação Básica, selecionados intencionalmente com base em critérios específicos, incluindo experiência docente, predispostos a envolver-se com metodologias inovadoras e disponibilidade para participar das etapas previstas para a pesquisa.

A escolha dos participantes está diretamente relacionada ao objetivo de explicitar como os saberes docentes são mobilizados e adaptados no ensino de Matemática, especialmente no contexto de metodologias como o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) e a Análise de Modelos (AnM).

Cinco dos professores participantes foram selecionados por sua disponibilidade e não participaram da primeira fase de visitas às escolas, mas preencheram o questionário 1 (diagnóstico) no decorrer do minicurso ofertado aos professores. Os outros três estiveram presentes desde a fase inicial, onde foram aplicados questionários diagnósticos para identificar perfis e características fundamentais. Essa combinação de critérios de seleção permite a inclusão de uma seleção intencional, conforme recomenda por Creswell (2010, p. 212) ao afirmar que "a ideia por trás da pesquisa qualitativa é a seleção intencional dos participantes ou dos locais que melhor ajudarão o pesquisador a entender o problema e a questão de pesquisa". No contexto desta pesquisa, essa abordagem possibilita analisar como diferentes professores, com distintos perfis de engajamento e acesso às metodologias, mobilizam e adaptam seus saberes em práticas pedagógicas inovadoras.

Cada professor foi selecionado com base em sua disposição para refletir sobre suas práticas docentes e compartilhar suas percepções. A amostra inclui professores com diferentes níveis de experiência, idades e formação, o que permite uma análise diversificada dos saberes mobilizados na prática pedagógica. Ao estudar um grupo com características diversificadas, a pesquisa busca não apenas traçar um panorama geral sobre os saberes docentes, mas também identificar especificidades e desafios enfrentados por professores que aplicam metodologias alternativas.

Para caracterizar os participantes, foi aplicado o Questionário 1 aos professores que não tinham realizado o preenchimento na primeira fase da pesquisa, que coletou informações demográficas e profissionais. A tabela 5, apresenta uma síntese das características dos professores participantes da etapa final da pesquisa que foram identificados com siglas indicando Professor A, B, C, D, E, F, G e H (PA, PB, PC, PD, PE, PF, PG, PH).

Tabela 10 - Participantes que responderam os questionários e a entrevista.

Participante	Idade (anos)	Experiência (anos)	Formação	Familiaridade com TDIC	Familiaridade com EMAE / AnM
PA	44	15	Pós-graduação	Alta	Média
PB	37	10	Cursos esporádicos	Média	Baixa
PC	48	20	Pós-graduação	Alta	Alta
PD	51	25	Pós-graduação	Média	Média

PE	28	5	Cursos esporádicos	Alta	Baixa
PF	50	22	Pós-graduação	Média	Alta
PG	49	18	Cursos esporádicos	Baixa	Média
PH	44	12	Pós-graduação	Alta	Alta

Fonte: adaptado pelo pesquisador, com base no Questionário 1.

Esses dados revelam uma variação significativa entre os professores em termos de idade, experiência, formação e familiaridade com TDIC e metodologias experimentais, como o EMAE e a AnM. Essa diversidade é essencial para alcançar o objetivo da pesquisa, que é explicitar os saberes docentes mobilizados ao empregar metodologias inovadoras. Creswell (2010) argumenta que a inclusão de uma amostra qualitativa diversificada enriquece a compreensão de fenômenos educacionais, reforçando o objetivo de deslindar como as práticas e saberes docentes emergem no ensino de Matemática com o uso de tecnologias e metodologias alternativas.

4.4 Contexto de criação e aplicação das atividades propostas

Sugerir a implementação de atividades adaptadas para abordagens com elementos característicos do EMAE, da Análise de Modelos e do uso de TDIC requer, pelo menos em seu estágio inicial, a compreensão das características distintas de cada um desses elementos envolvidos.

Conforme explicado por Sá (2019), as atividades experimentais que envolvem a Conceituação e/ou Redescoberta seguem um processo que abrange as etapas de organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização. Por outro lado, o método proposto por Sousa (2019) e baseado na Análise de Modelos (Soares, 2012) inclui pelo menos três princípios fundamentais: (1) a utilização de modelos matemáticos existentes, (2) o desenvolvimento do conteúdo curricular (ou não curricular) e (3) a aplicação de situações e/ou problemas do mundo real. Importante destacar que nenhum dos pesquisadores, seja Sá (ibid.) ou Sousa (ibid.), menciona a incompatibilidade do uso simultâneo de TDIC, Análise de Modelos e EMAE. Pelo contrário, Sá (2019, 2020) esclarece que, ao aplicar o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais à luz da Teoria da Atividade (Vygotsky e Leontiev), o EMAE não entra em conflito com as tendências observadas na Educação Matemática, incluindo o uso de TDIC. Além disso, a Análise de Modelos, como descrita por Soares e

Javaroni (2013), está inserida no contexto da Modelagem Matemática e tem intrinsecamente a incorporação de TDIC em sua abordagem.

Na sequência, buscamos descrever e realizar uma análise inicial de cinco atividades desenvolvidas, originalmente, para serem aplicadas com professores em formação contínua que atuam no Ensino Básico. Embora essas atividades não sejam especificamente caracterizadas como Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) e/ou Análise de Modelos (AnM), elas incorporam elementos-chave dessas metodologias. Isso torna as atividades flexíveis e adaptáveis, permitindo que sejam ajustadas para o trabalho direto com estudantes e aplicadas em diversos contextos educacionais. Em breve, detalharemos como esses elementos da EMAE e da AnM se manifestam nas atividades propostas, enriquecendo a compreensão de suas potencialidades pedagógicas. As estruturas completas dessas atividades podem ser apreciadas nos anexos deste trabalho.

4.4.1 Atividade 1: Volume do Cilindro Reto

A Atividade 1, intitulada "Volume do Cilindro Reto" e representada pelas Figuras 4, 5, 6 e 7 tem como objetivo principal conceituar o volume de um cilindro reto e abordar a ideia de função.

A Figura 8 introduz a Atividade 1, incluindo o título, objetivo, materiais necessários e o procedimento inicial. Esses elementos estão diretamente associados às etapas de Apresentação no Ensino de Matemática por Atividades Experimentais e de Apresentação das Situações-Problema no método da Análise de Modelos.

- Etapa AnM - Apresentação das Situações-Problema:
    - A questão inicial propõe uma situação-problema que incentiva os estudantes a pensarem sobre a capacidade volumétrica dos cilindros com base nas dimensões do papel utilizado. Essa questão estabelece o contexto para a aplicação do modelo matemático do volume do cilindro, ajudando os estudantes a refletirem sobre a relação entre a área da base e a altura, conceitos que serão fundamentais para responder à questão.

- Etapa EMAE - Organização:

- No contexto do EMAE, essa questão estimula os estudantes a organizarem seu raciocínio inicial em grupos. Esse trabalho colaborativo oferece um espaço para que eles discutam e formulem hipóteses sobre a capacidade de armazenamento dos cilindros, promovendo uma troca de ideias que fortalece a compreensão inicial do problema.

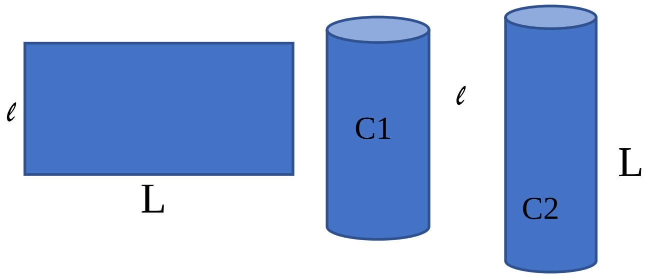
Figura 8 – Atividade 1

ATIVIDADE 1

Título: Volume do Cilindro Reto
Objetivo: Conceituar volume de Cilindro Reto, Noção de função.
Material: folhas de papel sulfite, régua, cola ou fita adesiva ou grampeador

Procedimentos:

Com as folhas de papel sulfite, construa dois cilindros, como nas figuras e responda as perguntas:



Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador, com base na Atividade 1.

Dessa forma, essa estrutura da atividade conecta as abordagens reflexiva e prática dos métodos AnM e EMAE, permitindo que os estudantes iniciem o exercício de forma contextualizada e colaborativa.

Na Figura 9, as questões e o modelo matemático introduzido conduzem os estudantes por uma sequência de etapas que promovem tanto o entendimento experimental quanto a aplicação do conteúdo matemático. O EMAE incentiva uma abordagem prática e colaborativa com foco no desenvolvimento experimental, enquanto o AnM orienta o desenvolvimento curricular e a resolução, preparando os estudantes para utilizar o modelo matemático de forma prática e interpretativa. Essas etapas convergem para proporcionar uma experiência de aprendizagem que alia teoria e prática, promovendo a compreensão e aplicação dos conceitos de volume e área.

- Etapas EMAE - Apresentação e Execução:

- A sequência de questões proposta na tarefa leva os estudantes a revisarem o procedimento inicial (a construção dos cilindros) e a discutir suas convicções em relação à resposta da questão 1. Essas ações são características da etapa de Apresentação do EMAE, pois introduzem o material e orientam os estudantes sobre os objetivos da atividade, dando-lhes uma visão inicial do que será explorado.
- Em seguida, ao envolver os estudantes na realização de cálculos e atividades práticas, a atividade avança para a etapa de Execução do EMAE. Nesse momento, os estudantes aplicam o conceito de volume na prática, realizando uma atividade experimental que contribui para a compreensão concreta e experimental dos conceitos de área e volume.

Figura 9 - Descrição do modelo de cálculo do volume do cilindro.

1. Observando que foram construídos com folhas de papel de mesmas dimensões, os cilindros C1 e C2 possuem a mesma capacidade de armazenamento interno? Justifique.
2. Qual o produto resultante de 4 * 3,14?
3. Qual o produto resultante de 6 * 3,14?
4. Qual o produto resultante de 8 * 3,14?
5. Qual o produto resultante de 10 * 3,14?
6. Qual o produto resultante de 12 * 3,14?
7. Qual o produto resultante de 2*2 * 3,14?
8. Qual o produto resultante de 3 * 3 * 3,14?
9. Qual o produto resultante de 4 * 4 * 3,14?

Matematicamente, calculamos:

- ✓ o comprimento (C) de uma circunferência multiplicando a medida do diâmetro (d) pelo valor de π, ou multiplicando o dobro de π pela medida do raio (r), ou seja, (C = d*π) ou (C = 2*π*r).
- ✓ a área do círculo multiplicando o quadrado da medida do raio do círculo

Fonte: Adaptada pelo pesquisador, com base na Atividade 1.

• Etapas AnM - Apresentação das Situações-Problema e Exploração e Interpretação dos Modelos:

- O modelo matemático do volume de um cilindro, apresentado no retângulo à direita da figura 5, introduz os estudantes à situação-problema, caracterizando a Apresentação das Situações-Problema no método AnM. Esse modelo fornece uma estrutura inicial para que os estudantes compreendam a relação entre as variáveis envolvidas, como a altura e a área da base do cilindro.
- Na sequência, a etapa de Exploração e Interpretação dos Modelos permite que os estudantes trabalhem com o modelo matemático para calcular o volume, integrando o uso prático do valor de π (pi) no cálculo de áreas e volumes. Essa fase encoraja uma

interpretação mais profunda dos conceitos, pois os estudantes não apenas aplicam o modelo, mas começam a refletir sobre o significado das variáveis e parâmetros no contexto da situação-problema.

• Etapas AnM - Desenvolvimento do Conteúdo Curricular e Resolução:

- Ao focar nos cálculos necessários para aplicar o modelo matemático do volume de um cilindro, essa etapa se relaciona com o Desenvolvimento do Conteúdo Curricular e Resolução no AnM. Durante essa fase, os estudantes reforçam o conhecimento sobre o uso de π (pi) e aprimoram a capacidade de aplicar o modelo matemático com eficiência, integrando o conteúdo curricular necessário para a resolução da situação proposta.

A Figura 10 destaca um aspecto importante da convergência entre o EMAE e o AnM. Enquanto a Exploração e Interpretação dos Modelos no AnM permite uma análise quantitativa e aprofundada dos dados, a etapa de Registro no EMAE valoriza a organização e a sistematização dos resultados. Esse registro detalhado facilita o retorno à questão inicial da atividade e consolida a compreensão dos estudantes sobre como as variáveis de altura e raio afetam o volume dos cilindros. Ao final, essa combinação de etapas enriquece o processo de aprendizagem, unindo interpretação teórica com organização prática.

• Etapas AnM - Exploração e Interpretação dos Modelos:

- A questão 10 orienta os estudantes a aplicarem o modelo matemático para calcular o volume dos cilindros, variando as dimensões (altura e raio). Esse exercício permite que os estudantes observem o impacto de cada variável no volume total, incentivando uma interpretação mais detalhada do modelo e das relações matemáticas entre as variáveis.
- Ao preencherem a tabela com esses cálculos, os estudantes exploram como mudanças nas variáveis de entrada afetam o resultado, promovendo uma compreensão prática e interpretativa do modelo matemático.

• Etapa EMAE - Registro:

- No EMAE, o ato de preencher a tabela funciona como um registro estruturado dos resultados obtidos, uma prática essencial para análise e reflexão posteriores. Esse registro sistemático das informações possibilita que os estudantes organizem seus dados de maneira lógica, facilitando a visualização e comparação dos volumes dos cilindros.

- Esse processo é particularmente útil para a questão 11, que retoma o propósito inicial da atividade, permitindo que os estudantes utilizem os dados registrados para concluir a comparação entre os volumes dos cilindros feitos com folhas de papel A4.

Na Questão 11, que pede para identificar os raios, alturas e volumes dos cilindros C1 e C2, temos a seguinte interpretação:

- Etapas AnM - Exploração e Interpretação dos Modelos:
    - Ao identificar e comparar as dimensões dos cilindros, os estudantes aprofundam sua compreensão do modelo matemático e veem como o raio e a altura influenciam diretamente o volume. Essa análise permite uma aplicação prática do modelo na resolução da situação-problema.
- Etapa EMAE - Análise:
    - No contexto do EMAE, a análise dos valores de raio, altura e volume permite que os estudantes busquem padrões e relações nos dados, promovendo um entendimento mais crítico do conceito de volume.

Figura 10 - Tarefas 10 e 11 da Atividade 1

10. Complete a tabela a seguir, considerando o valor aproximado para π = 3,14:

CILINDRO				
Raio da base	**Altura**	**Comprimento da circunferência**	**Área da base**	**Volume**
2	**3**			
3	**3**			
4	**3**			
	3	**31,4**		
	4	**31,4**		
	5		**78,5**	**392,5**
5	**6**		**78,5**	**471**
		31,4		**549,5**
		37,68		**904,32**
6				**1130,4**

11. Quais os respectivos raios, alturas e volumes dos cilindros (C1 e C2) construídos no início da atividade?

Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador com base na Atividade 1.

A Figura 11, que apresenta as questões 12 e 13, ilustra a convergência entre o EMAE e a AnM, destacando especialmente a aplicação prática e as descrições do aprendizado através da integração das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação. A utilização de uma tabela eletrônica nas etapas de aplicação (AnM) e de institucionalização (EMAE) não apenas facilita a manipulação e análise de dados matemáticos, mas também transforma a relação dos estudantes com os conceitos matemáticos, exemplificando a ideia de moldagem recíproca proposta por Borba e Villareal (2005). Essa interação contínua entre estudantes e tecnologia promove não apenas o uso prático das TDIC, mas também estimula uma reflexão crítica sobre os modelos matemáticos envolvidos, permitindo que os estudantes redefinam e reestruturem seu conhecimento matemático de maneira significativa e contextualizada. A Reflexão Final, portanto, se torna um momento crucial onde os estudantes avaliam e interpretam as implicações dos modelos matemáticos, consolidando o aprendizado em um ciclo de *feedback* contínuo entre a teoria e a prática mediada pelas tecnologias.

Na questão 12, ao implementar uma tabela eletrônica para calcular automaticamente a área da base e o volume, observamos aspectos presentes na AnM e no EMAE que são descritos na sequência:

- Etapa AnM - Aplicação:
    - A implementação de uma tabela eletrônica permite que os estudantes apliquem o modelo matemático do volume de forma prática e automatizada, utilizando recursos digitais. Esse uso das TDIC dinamiza o cálculo e demonstra a versatilidade do modelo matemático em diferentes contextos tecnológicos, o que reforça a aplicabilidade do conhecimento adquirido em situações reais e futuras.

- Etapa EMAE - Institucionalização:
    - No contexto do EMAE, a criação e uso da tabela eletrônica representa um processo de institucionalização do conhecimento. Ao trabalhar colaborativamente e compartilhar suas tabelas e resultados, os estudantes consolidam o aprendizado, discutindo as observações e conclusões, o que contribui para a construção de um entendimento coletivo e sólido sobre o conceito de volume.

Na Questão 13, envolvendo as observações sobre o volume de um cilindro com base nas tarefas realizadas, observamos as características presentes na AnM e do EMAE, como descrito a seguir:

• Etapas AnM - Aplicação e Reflexão Final**:**

- Nesta última questão, os estudantes são incentivados a refletir sobre os resultados das tarefas e o impacto das variáveis (raio e altura) no volume dos cilindros. Esse momento de reflexão permite que eles avaliem a eficácia do modelo matemático, compreendendo de maneira crítica as implicações e limitações do modelo utilizado.

• Etapa EMAE - Institucionalização**:**

- A etapa de institucionalização no EMAE aqui simboliza o fechamento da atividade, no qual os estudantes compartilham e discutem suas descobertas e conclusões finais sobre o volume dos cilindros. Esse processo de socialização dos resultados fortalece o entendimento dos conceitos abordados, permitindo que os estudantes validem coletivamente suas aprendizagens e aprofundem a compreensão do modelo matemático aplicado.

Figura 11 - Tarefas 12 e 13 da Atividade 1

12. Implemente uma tabela eletrônica que a partir da inserção das medidas do raio e da altura, sejam gerados automaticamente a área da base e o volume de um cilindro.
13. Com base nas tarefas realizadas nesta atividade quais suas observações em relação ao volume de um cilindro?

Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador com base na Atividade 1.

Com o uso de uma forma geométrica familiar — o cilindro, presente em objetos cotidianos como lápis, canetas, copos e panelas —, a Atividade 1 propõe uma ponte entre o conhecimento matemático formal e as experiências do dia a dia dos estudantes. Esse vínculo inicial facilita o engajamento e promove uma compreensão mais intuitiva dos conceitos matemáticos, conforme descrito por Sá (2019), que ressalta que atividades experimentais devem ser auto orientadas e capazes de conduzir o aluno à construção de noções matemáticas de maneira autônoma.

Além disso, a atividade incorpora alguns elementos da Análise de Modelos (AnM), ao utilizar modelos matemáticos preexistentes, e integra as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) ao propor a integração de calculadoras e planilhas eletrônicas para apoiar os cálculos e a interpretação de dados. Esses recursos não apenas facilitam o entendimento do volume do cilindro, mas também introduzem a noção de função ao permitir que os estudantes explorem a variação do raio da base. Essa integração fortalece a construção de noções matemáticas e promove uma abordagem pedagógica mais dinâmica e acessível, alinhada com o desenvolvimento das competências digitais e matemáticas dos estudantes.

4.4.2 Atividade 2: Termo Geral de uma Progressão Aritmética

A Atividade 2 (Figuras 12, 13 e 14), organizada em torno das questões propostas, integra elementos característicos as etapas do EMAE e da AnM, permitindo que os estudantes construam e consolidem seu conhecimento sobre Progressão Aritmética de forma colaborativa e prática. A atividade se caracteriza pelo uso de uma sequência familiar e visualmente representável (os números triangulares), além de introduzir gradualmente os conceitos de termo geral e razão. A incorporação de recursos digitais, como sugerido nas instruções, reforça a integração de TDIC, o que enriquece a experiência de aprendizagem e ajuda os estudantes a desenvolverem competências digitais aplicáveis ao contexto matemático.

Figura 12 – Contextualização da Atividade 2

ATIVIDADE 2

Título: Termo Geral de uma Progressão Aritmética
Objetivo: Conceituar o Termo Geral de uma Progressão Aritmética
Material: calculadora, caneta ou lápis.

Contextualização: Embora não sejam observadas pela maioria das pessoas as sequências numéricas estão presentes no cotidiano. Como exemplo podemos citar a sequência de números triangulares (1, 3, 6, 10, 15, ...), presentes na organização de alguns objetos (toalhas, toras de madeira, bolas de bilhar, ...).

Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador com base na Atividade 2.

A Questão 1 (Figura 13) está organizada em três momentos: o enunciado, que propõe a organização inicial da tarefa, seguido de duas perguntas, sendo que a segunda inclui a ampliação de outro termo da sequência para análise. A relação do enunciado com as etapas características da AnM e do EMAE é descrita a seguir:

Quanto ao enunciado:

- Etapa AnM - Apresentação das Situações-Problema: A questão inicial introduz uma situação-problema que permite aos estudantes observarem o crescimento de uma sequência. Os números triangulares representam uma forma específica de progressão que os estudantes devem identificar, facilitando a compreensão dos padrões subsequentes.
- Etapa EMAE - Organização: No contexto do EMAE, a questão incentiva os estudantes a organizarem as tampas em sequência, proporcionando uma visualização prática e concreta do conceito. Isso auxilia na compreensão inicial do padrão de crescimento, reforçando a análise intuitiva do conceito de Progressão Aritmética (PA).

Quanto à primeira pergunta da questão 1:

- Etapas AnM - Exploração e Interpretação dos Modelos: Nesta fase, os estudantes começam a explorar o modelo numérico, analisando o padrão de crescimento dos números triangulares. Esse processo exige que eles interpretem a sequência e tentem prever o próximo termo, conectando o modelo ao fenômeno observado.
- Etapa EMAE - Execução: No EMAE, a pergunta sugere um processo experimental em que os estudantes manipulam as tampas para encontrar o próximo termo da sequência. Essa prática facilita a internalização do padrão e prepara os estudantes para desenvolver uma fórmula geral.

Quanto à segunda pergunta da questão 1:

- Etapas AnM - Desenvolvimento do Conteúdo Curricular e Resolução: A segunda pergunta direciona o foco para o desenvolvimento do conteúdo curricular, pois os estudantes precisam encontrar uma relação matemática que permita calcular o termo desejado, indo além da simples observação. Essa atividade explora o conceito de termo geral de uma PA, essencial para compreender a estrutura das progressões aritméticas.
- Etapa EMAE - Registro: No contexto do EMAE, os estudantes registram suas observações e resultados ao calcular diferentes termos. Esse registro organizado ajuda a consolidar o padrão identificado e facilita a compreensão do conceito de sequência.

Quanto a Questão 2 (Figura 13), com base em elementos característicos das etapas da AnM e do EMAE:

- Etapas AnM - Exploração e Interpretação dos Modelos: Esta fase envolve a aplicação prática do modelo de PA. Ao preencher a tabela, os estudantes exploram como a razão da sequência influencia o valor dos termos, auxiliando na interpretação da relação entre os termos e a diferença constante.
- Etapa EMAE - Registro: O preenchimento da tabela no EMAE representa um registro sistemático dos termos da sequência, o que contribui para consolidar o entendimento do padrão de crescimento e facilita a comparação entre as sequências, promovendo uma reflexão mais estruturada sobre as propriedades da PA.

Figura 13 – Questões 1 e 2 e os procedimentos resolução.

Título: Termo Geral de uma Progressão Aritmética
Objetivo: Conceituar o Termo Geral de uma Progressão Aritmética
Material: calculadora, caneta ou lápis.

Contextualização: Embora não sejam observadas pela maioria das pessoas as sequências numéricas estão presentes no cotidiano. Como exemplo podemos citar a sequência de números triangulares (1, 3, 6, 10, 15, ...), presentes na organização de alguns objetos (toalhas, toras de madeira, bolas de bilhar, ...).



Procedimentos:

1. Imagine-se de posse de quinze tampas de garrafas PET, organizando a sequência de números triangulares possíveis e responda as perguntas seguintes:
   a. Qual será o total de tampas necessárias para formar o próximo número triangular?
   b. Considerando **1** o primeiro termo da sequência, **3** o segundo termo, **6** o terceiro termo, qual será o **oitavo termo**? E o **19º** termo?
2. Dadas as sequências de números inteiros, na tabela a seguir, complete os quadros em branco com os termos que estão faltando.

	TERMO									
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	...	11º	...	20º
SEQUÊNCIA	**1**	**3**	**5**	7	**9**					
	5	**11**	**17**	**23**						
	-8	-**5**	-**2**		**4**					
	-9		-**7**		-**5**			**1**		
	7				**19**	**22**				

Em uma sequência numérica, a partir do segundo, a diferença entre um termo e seu antecessor recebe o nome de razão!

Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador com base na Atividade 2.

Na Questão 3 (Figura 14), a Exploração e Interpretação dos Modelos, assim como a Execução e Registro são elementos característicos observados, respectivamente, nas etapas do EMAE e AnM.

- Etapas AnM - Exploração e Interpretação dos Modelos: A análise das sequências numéricas e o cálculo da razão envolvem a interpretação de diferentes padrões e a identificação da estrutura que caracteriza uma PA. Isso reforça a habilidade de trabalhar com o modelo matemático de progressão aritmética.
- Etapas EMAE - Execução e Registro: Esta questão é executada pelos estudantes ao preencherem a tabela com os valores que faltam, o que promove um registro organizado do conhecimento. Esse processo experimental fortalece a compreensão das características das sequências aritméticas e ajuda a consolidar o conceito de razão.

Na Questão 4 (Figura 14), elementos da etapa da Aplicação na AnM e da Institucionalização no EMAE, são destacados.

- Etapa AnM - Aplicação: Esta questão exige que os estudantes apliquem o conceito de termo geral de uma Progressão Aritmética para calcular um termo específico, dado o primeiro termo, a razão e o índice. Essa prática reforça a aplicabilidade do modelo matemático em resolver problemas práticos.
- Etapa EMAE - Institucionalização: No EMAE, esta questão contribui para a institucionalização do conhecimento ao permitir que os estudantes consolidem sua compreensão e discutam as estratégias utilizadas para calcular o termo da sequência. Isso promove uma socialização do conhecimento entre os pares e ajuda a consolidar o entendimento sobre Progressões Aritméticas.

Figura 14 – Enunciado das questões 3 e 4.

3 Dados alguns termos de sequências numéricas (a_1, a_2, ..., a_8, ..., a_{15}) e a respectiva razão (r), quais são os termos que estão faltando na tabela a seguir?

	a_1	**r**	**a_2**	**...**	**a_7**	**a_8**	**...**	**a_{11}**	**...**	**a_{15}**
SEQUÊNCIA	**3**	**2**								
	7	**3**								
	2	**5**								
	-4	**3**								
		4				**33**		**45**		
	5		**8**							

4 Qual seria uma maneira mais prática de encontrar um termo da sequência, dados o primeiro termo e a razão? Observações: Conclusão:

Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador, com base na Atividade 2.

4.4.3 Atividade 3: Triângulo deslizante

A Atividade 3 (Figuras 15, 16), "Triângulo Deslizante," visa consolidar o conceito de função e reforçar a compreensão de modelos matemáticos como o Teorema de Pitágoras e a fórmula da área de um triângulo. A atividade utiliza recursos digitais, incentivando o desenvolvimento de competências relacionadas ao uso de TDIC, além de promover uma experiência prática e visual por meio do GeoGebra e/ou de planilhas eletrônicas. Dessa forma, a atividade alinha-se tanto a elementos do método AnM, por meio da aplicação de modelos, quanto ao EMAE, proporcionando momentos de organização, execução, registro e institucionalização do conhecimento.

A tarefa explora conceitos matemáticos fundamentais relacionados a funções e geometria, especialmente no contexto de triângulos. As Questões 1 e 2 (Figura 11), sugerem, respectivamente, a criação de uma estrutura triangular dobrando uma folha de papel e a medição das bases e alturas para preencher uma tabela. Essas etapas têm as seguintes relações com o EMAE e o AnM:

- Etapa EMAE - Organização: No contexto do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE), o processo de dobrar o papel e montar a estrutura geométrica ajuda os estudantes a se envolverem com o conceito de forma prática e concreta. Isso permite que visualizem a construção de um triângulo e suas dimensões.
- Etapa AnM - Apresentação das Situações-Problema: Ao medir as bases e alturas e registrar na tabela, os estudantes começam a interagir com as variáveis da situação-problema, facilitando a aplicação posterior do modelo matemático para entender a relação entre essas grandezas.

Figura 15 - Questões 1 e 2 da Atividade 3

ATIVIDADE 3
Título: Triângulo deslizante

Objetivo: Conceituar função, analisar a aplicação dos modelos matemáticos do Teorema de Pitágoras e da Área de um triângulo isósceles.
Material: smartphone, roteiro, caneta ou lápis, régua, folha de papel sulfite, planilha eletrônica, GeoGebra.

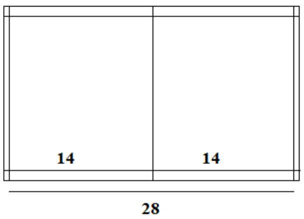
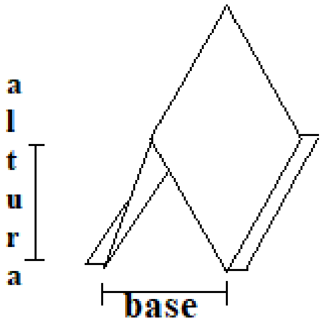
Contextualização: Muitos são os objetos que têm o formato triangular ou que possuem triângulos em sua estrutura. Quando se faz necessário quantificar a área desses objetos, utilizamos a relação matemática que é dada pelo **produto de metade** do comprimento da medida **da base pela** medida da **altura**. (A_t = (b/2)*h).



Imagens: Google

Procedimentos:

De posse da folha de papel sulfite, dobrar conforme as instruções:

a. Dobrar nas marcações na folha	b. Montar a estrutura
	

Apoie a estrutura de papel em uma base formando um triângulo, meça as respectivas bases e alturas, registrando na tabela:

Grandezas	Medidas										
Base (b)	0	2	4	6	8	...	18	20	22	24	26	28
Altura (h)												
Área (A_t)												

Fonte: Adaptado pelo pesquisador, com base na Atividade 3.

As questões 3, 4, 5, 6 e 7, destacadas na Figura 16, exploram o relacionamento entre grandezas matemáticas por meio de atividades que incentivam a investigação, a organização de dados e a análise crítica. Estas questões estão interligadas ao que é apresentado no Quadro 18, que aborda os fundamentos do EMAE e de elementos da AnM.

Figura 16 - Questões 3 a 7 da atividade 3

3. O que acontece com a grandeza "medida da altura" quando aumenta a grandeza "medida da base"?
4. Como relacionar matematicamente a grandeza "medida da base" com a grandeza "altura do triângulo"?
5. O que acontece com a grandeza "medida da área" quando aumenta a grandeza "medida da base"?
6. Como relacionar matematicamente a grandeza "medida da base" com a grandeza "área do triângulo"?
7. Como relacionar a grandeza altura do triângulo com a grandeza área do triângulo?

Fonte: Adaptado pelo pesquisador, com base na Atividade 3.

Por meio dessas etapas metodológicas, que incluem a exploração inicial, a experimentação prática e a análise dos modelos, os estudantes são desafiados a interpretar grandezas e variáveis em cenários práticos e a construir argumentos baseados em evidências. Dessa forma, essas questões estimulam a aplicação de conceitos matemáticos em contextos experimentais e modelados, promovendo uma aprendizagem ativa e significativa.

Quadro 9 – Questões 3 a 7 e suas relações com elementos da AnM e do EMAE

Questão	AnM	EMAE
3	Exploração e Interpretação dos Modelos: Observa como a altura varia em função da base, introduzindo a relação funcional entre variáveis.	Execução: Os estudantes realizam uma experiência prática observando as variáveis, facilitando a compreensão intuitiva da relação base-altura.
4	Desenvolvimento do Conteúdo Curricular e Resolução: Leva os estudantes a formularem uma expressão matemática que relaciona a base com a altura, introduzindo o conceito de função.	Registro: Os estudantes registram a expressão matemática desenvolvida, sistematizando a relação base-altura.
5	Exploração e Interpretação dos Modelos: Observa a relação entre base e área, permitindo a interpretação do modelo de cálculo da área do triângulo.	Execução: Promove uma atividade prática observando como a área varia com a base, facilitando a visualização da relação.
6	Desenvolvimento do Conteúdo Curricular e Resolução: Propõe a formulação de uma relação matemática entre base e área, aplicando o modelo de área de triângulo.	Registro: Os estudantes registram a relação matemática entre base e área, consolidando a estrutura da relação funcional.
7	Exploração e Interpretação dos Modelos: Aprofunda a exploração da relação entre altura e área, reforçando a interpretação da dependência entre variáveis.	Registro: Sistematiza a relação entre altura e área, promovendo um registro organizado que facilita a compreensão da função.

Fonte: Desenvolvido pelo pesquisador com base no EMAE e AnM

As questões 8, 9 e 10, ilustradas na Figura 17, também estão relacionadas aos princípios da EMAE e de elementos característicos da AnM, conforme descrito no Quadro 19. Estas questões incentivam a construção e a interpretação de modelos matemáticos para analisar relações entre grandezas em contextos diversos, ampliando a interdisciplinaridade e a aplicabilidade da Matemática. A Modelagem Matemática, integrada ao trabalho experimental, permite que os estudantes explorem cenários reais e reflitam sobre as soluções propostas, considerando sua validade e adequação. Dessa forma, as questões evidenciam a convergência entre características do EMAE e elementos evidenciados na AnM, promovendo o desenvolvimento de competências analíticas e práticas que fortalecem a conexão entre teoria e prática no ensino de Matemática.

Figura 17 - Questões 8, 9 e 10 da Atividade 3

8. Utilizando a “barra de fórmulas” implemente a tabela do item 2 em uma planilha eletrônica e compare os resultados obtidos.

9. Utilizando os recursos do Geogebra construa o gráfico que relaciona a altura com a área do triângulo descrito na atividade.

10. Ao relacionar as medidas da altura e da base do triângulo estudado na atividade, qual a área máxima obtida?

Observações:

Conclusão:

Fonte: Adaptado pelo pesquisador com base na Atividade 3.

Quadro 10 - Questões 8 a 10 e suas relações com elementos da AnM e do EMAE

Questão	Etapa de Aplicação com AnM	Etapa de Institucionalização com EMAE
8	Ao utilizar uma planilha eletrônica, os estudantes aplicam o modelo matemático em um formato digital, permitindo a automatização dos cálculos e comparações. Essa prática reforça o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no ensino de matemática.	a criação da tabela eletrônica promove a sistematização dos resultados, proporcionando uma visão mais organizada e facilitando a discussão e socialização das conclusões.
9	A construção do gráfico no GeoGebra permite a visualização da relação funcional entre altura e área, possibilitando aos estudantes observarem o comportamento da função em um ambiente gráfico.	A utilização do gráfico no EMAE ajuda a consolidar a compreensão da relação entre as variáveis e a visualizar a função de maneira mais ampla, promovendo a socialização dos achados e facilitando a discussão em grupo.
10	Esta questão final convida os estudantes a refletirem sobre a aplicação do modelo matemático e a identificação da área máxima do triângulo. A análise dos resultados leva a uma compreensão mais profunda das variáveis envolvidas.	Essa questão proporciona um momento de reflexão e consolidação, em que os estudantes podem compartilhar e discutir as conclusões sobre a área máxima, promovendo o entendimento colaborativo.

Fonte: Desenvolvido pelo pesquisador

A atividade proposta, assim como as duas anteriores, segue as características do EMAE descritas em Sá (2019), e elementos observáveis da AnM ao utilizar modelos existentes e da incorporação do uso de TDIC. Embora a atividade 3 utilize a dobradura em papel como parte do procedimento, o professor pode desenvolver, com antecedência, ou propor aos estudantes desenvolverem colaborativamente uma animação com o software Geogebra que apresente características do "triângulo deslizante" caracterizado na atividade.

4.4.4 Atividade 4: Dieta equilibrada em Santarém

Na atividade 4, representada pelas Figuras 18, 19 e 20, com o título sugestivo e contextualizado - "Dieta equilibrada em Santarém" -, seguindo o padrão das atividades descritas anteriormente, é auto orientada, sugere o uso de recursos tecnológicos digitais e traz modelos matemáticos de equações, tem como objetivo redescobrir a resolução de sistemas lineares, agora com três variáveis. Dado que, segundo a estrutura curricular vigente, o estudo de sistemas lineares com duas variáveis deve ser abordado no ensino fundamental.

A atividade explora a resolução de sistemas lineares aplicados a uma situação prática: o planejamento de uma dieta equilibrada em calorias, proteínas, lipídios e carboidratos. Essa contextualização permite aos estudantes relacionarem o conteúdo matemático com uma necessidade cotidiana de alimentação balanceada, tornando o aprendizado mais significativo e aplicável.

Figura 18 – Elementos da Atividade 4

ATIVIDADE 4
Título: Dieta equilibrada em Santarém **Objetivo:** Solucionar problemas que envolvem sistemas lineares com três variáveis. **Material:** smartphone, roteiro, caneta ou lápis, régua, folha de papel quadriculado, planilha eletrônica, GeoGebra. **Contextualização:** Assim como praticar atividades físicas, manter uma alimentação equilibrada é essencial para garantir a qualidade de vida. Uma dieta dita balanceada é aquela que fornece os nutrientes necessários para abastecer a energia do corpo sem prejudicar sua saúde. Em Santarém-PA, assim como no restante do País, nem todas as pessoas possuem condições financeiras para diversificar sua alimentação. Tendo como parâmetro de alimentação adequada um consumo de 2000 calorias diárias e a tabela a seguir, **no momento adequado**, responda ao que se pede:

Tabela Nutricional	Arroz (50g)	Feijão (30g)	Frango (80g)	Açaí puro (200ml)	Tucunaré [2](100g)	Ovo (unidade)	Curimatã (100g)	Tambaqui (110g)	Farinha (50g)	VDR
Energia (kcal)	**190**	**100**	**150**	**524**	**102**	**120**	**235**	**135**	**182,5**	**2000**
Carboidratos (g)	**37**	**16**	**8**	**114**	**0**	**2,6**	**3,16**	**0**	**44,6**	**300**
Proteínas (g)	**3**	**7**	**13**	**7,2**	**20,4**	**7,8**	**16,1**	**19**	**0,6**	**75**
Gorduras totais (g)	**0**	**0**	**6**	**4**	**2,3**	**9,3**	**17,6**	**6,8**	**0,15**	**55**

Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador com base na Atividade 4.

Na questão 1 (Figura 19), a exploração das combinações possíveis para resolver sistemas lineares, possui as seguintes relações com elementos presentes nas etapas do EMAE e AnM.

- Relação com AnM - Apresentação das Situações-Problema**:** Esta questão introduz a situação-problema onde os estudantes devem entender e explorar combinações possíveis para resolver sistemas lineares com restrições. A apresentação do problema permite que eles identifiquem as variáveis e construam uma estrutura inicial para o sistema.
- Relação com EMAE - Organização**:** No EMAE, essa etapa incentiva os estudantes a organizarem as informações da tabela e desenvolver uma abordagem para explorar as combinações, promovendo uma análise prática e estruturada.

O uso de recursos computacionais para resolver o sistema, na Questão 2 (Figura 15), condiz com características presentes nas etapas de Exploração e Interpretação dos Modelos no método da AnM e na etapa de Execução no EMAE.

- Relação com AnM - Exploração e Interpretação dos Modelos**:** A introdução de uma ferramenta computacional para resolver o sistema representa a fase de exploração e interpretação, permitindo aos estudantes simularem diferentes valores e verificar

[2] Tucunaré, Curimatã e Tambaqui, são peixes típicos encontrados na bacia dos rios da região e consumidos na dieta dos moradores de Santarém-Pa.

as soluções. Eles aplicam o modelo de sistema linear, observando o comportamento das soluções e interpretando os resultados.

- Relação com EMAE - Execução: O uso de uma calculadora ou software proporciona uma experiência prática e experimental. No EMAE, essa execução permite que os estudantes compreendam os cálculos necessários para a resolução de sistemas de equações com três variáveis de forma interativa.

A definição de equações para as quantidades de nutrientes, na Questão 3 (Figura 15), também é relacionada com elementos presentes nas etapas do EMAE e AnM.

- Relação com AnM - Desenvolvimento do Conteúdo Curricular e Resolução: Esta questão orienta os estudantes a desenvolverem as equações baseadas nos dados fornecidos, aprofundando o conteúdo de sistemas lineares. Eles são levados a estruturar o problema matematicamente, desenvolvendo o conteúdo curricular específico.
- Relação com EMAE - Registro: No EMAE, o registro das equações permite uma organização das informações de forma sistemática, facilitando a análise posterior e garantindo que o entendimento do problema esteja bem documentado.

Figura 19 – Questões 1, 2 e 3 da Atividade 4

Procedimentos:

1 De posse das seguintes equações, encontre combinações possíveis com valores inteiros que validem as mesmas:

	a) 2x + y = 7		**b) x + y = 5**		**c) - x + y = 1**		**d) 2x + 3y = 8**		**e) 2x + y = 4**	
Valores para x e y	**x**	**y**	**x**	**y**	**x**	**y**	**x**	**y**	**x**	**y**

2 Com auxílio de recurso computacional represente graficamente, dentre as equações do item 1, duas a duas, as que possuem pontos (x, y) em comum.

3 Com base na tabela nutricional apresentada anteriormente, uma dieta alimentar com 2000 kcal de energia e 300g de carboidratos, baseada em porções de arroz (a) e de frango (f), pode ser representada por 190a + 150f = 2000 ou por 37a + 8f = 300. Usando os passos dos itens 1 e 2, qual a quantidade aproximada de porções diárias de arroz e frango que satisfaçam as necessidades de energia e carboidratos? E o “peso”?

Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador com base na Atividade 4.

A Questão 4 (Figura 20) integra o uso de sistemas de equações em um contexto real, envolvendo nutrição, o que ajuda a contextualizar o aprendizado e a tornar o conceito mais fácil de entender e aplicável para os estudantes. Podemos verificar algumas características que podem ser relacionadas com elementos presentes nas etapas do EMAE e da AnM, como é descrito na sequência:

- Etapas AnM - Exploração e Interpretação dos Modelos: Nesta questão, os estudantes são incentivados a aplicar um modelo matemático envolvendo sistemas de equações para encontrar as quantidades de curimatã e farinha que satisfaçam os requisitos de proteínas e gorduras. Esse exercício promove a análise e interpretação das relações entre variáveis em um contexto prático, permitindo aos estudantes entenderem como ajustar os ingredientes para atingir valores nutricionais específicos. A tarefa reforça o conceito de sistema de equações e sua aplicação em situações reais.
- Etapa EMAE - Execução: No EMAE, a questão envolve uma etapa de execução prática, onde os estudantes precisam manipular os valores para encontrar as combinações certas de curimatã e farinha. Essa execução permite que os estudantes desenvolvam uma abordagem experimental para resolver o problema, ajustando os valores das porções para atender às necessidades de proteínas e gorduras. Ao testar diferentes combinações, os estudantes praticam a construção e validação de soluções matemáticas para problemas cotidianos, consolidando o entendimento prático dos conceitos de sistemas lineares.

A Questão 5 (Figura 20) incentiva uma aplicação prática e colaborativa dos conhecimentos matemáticos, integrando a matemática com aspectos de saúde e nutrição, o que fortalece a relevância e aplicabilidade dos sistemas de equações no cotidiano dos estudantes. Essa atividade contribui para desenvolver uma abordagem crítica e reflexiva, na qual os estudantes experimentam e ajustam os valores, promovendo uma compreensão mais profunda do tema. Sua relação com as etapas do EMAE e AnM são:

- Etapas AnM - Aplicação e Desenvolvimento do Conteúdo Curricular: Nesta questão, os estudantes são levados a aplicar o conceito de sistemas de equações lineares em um cenário mais complexo, envolvendo três variáveis (açaí, peixe e farinha) e duas restrições principais (energia e proteínas). A atividade exige que os estudantes formulem um sistema de equações que represente a combinação ideal de porções desses alimentos para atender às necessidades nutricionais diárias. Esse processo aprofunda o entendimento dos estudantes sobre como as variáveis interagem no sistema e reforça a aplicação prática dos modelos matemáticos na resolução de problemas reais.

- Etapas EMAE - Execução e Registro: No contexto do EMAE, a questão promove a execução prática do cálculo das porções para cada alimento, exigindo que os estudantes manipulem os valores de forma experimental para encontrar uma solução viável. Ao testar diferentes combinações, eles devem registrar seus cálculos e resultados, o que facilita a análise posterior e permite uma comparação organizada entre diferentes soluções. Esse registro é essencial para consolidar a compreensão dos conceitos e para que os estudantes possam visualizar claramente o impacto de cada alimento (açaí, peixe e farinha) nas restrições de energia e proteínas.

Figura 20 – Questões 4, 5 e 6 da Atividade 4

4 Quais seriam as quantidades de porções e respectivos “pesos”, caso os ingredientes da alimentação fosse curimatã e farinha, relacionados a proteínas e gorduras totais?
5 E se tiver que quantificar os valores aproximados (porções) para uma alimentação diária incluindo açaí, peixe e farinha, tendo como referências energia e proteínas?
6 E se tiver na alimentação açaí, peixe e farinha tendo como referência energia, proteínas e gorduras totais?
Observações:

Conclusões:

Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador com base na Atividade 4.

A Questão 6 (Figura 20) promove uma abordagem mais abrangente e detalhada, exigindo que os estudantes considerem múltiplas variáveis e restrições em suas soluções. Essa complexidade contribui para o desenvolvimento de habilidades de análise crítica e adaptação de modelos, elementos essenciais para o entendimento de sistemas de equações e suas aplicações práticas em contextos diversos. A relação com etapas do EMAE e AnM diz que:

- Etapas AnM - Aplicação e Desenvolvimento do Conteúdo Curricular: Nesta questão, a complexidade aumenta ao incluir uma terceira restrição (gorduras totais) além de energia e proteínas. Os estudantes são desafiados a estender o sistema de equações para considerar três restrições, o que exige que formulem e resolvam um sistema com três variáveis e três equações. Essa tarefa ajuda a consolidar o conhecimento dos estudantes sobre sistemas de equações lineares em situações que demandam múltiplas condições, ilustrando como os modelos matemáticos podem ser ajustados para responder a variáveis adicionais, como as necessidades nutricionais reais.

- Etapas EMAE - Execução e Registro: No âmbito do EMAE, os estudantes são incentivados a calcular e ajustar as porções de açaí, peixe e farinha para atender às três necessidades nutricionais específicas. A execução prática, com registros sistemáticos, permite que os estudantes testem diferentes combinações de porções e documentem os resultados, observando como cada alimento contribui para o total de energia, proteínas e gorduras. Esse processo experimental reforça o aprendizado e facilita uma análise comparativa entre diferentes soluções, promovendo uma reflexão estruturada sobre o impacto das escolhas alimentares.

Embora o objetivo da atividade 4 seja a redescoberta do uso e aplicação de sistemas lineares, desta vez com três variáveis, não podemos deixar de registrar o cunho crítico dela, pois os estudantes mais atentos poderão comparar sua alimentação diária com os dados tidos como adequados para uma alimentação saudável com ingredientes regionais.

4.4.5 Atividade 5: "Corrente da Sorte" e a "Torre de Hanói"

A quinta atividade proposta, representada pelas Figuras 21, 22 e 23, tem o objetivo de conceituar a função exponencial.

Embora a atividade 5, cumpra a proposta da formação ao envolver elementos presentes no método da AnM e TDIC, traz em sua estrutura os momentos do Ensino por Atividades Experimentais descritos por Sá (2019), reforçando a necessidade do professor planejar adequadamente as atividades.

A Figura 21 apresenta as etapas iniciais da Atividade 5, destacando os momentos de Organização e Apresentação. Na etapa de Organização, a divisão da turma em grupos de até quatro membros estimula o trabalho colaborativo, um aspecto essencial no EMAE, pois promove a troca de ideias e a interação entre os estudantes. Já a etapa de apresentação contextualiza a atividade, conectando-a a situações do cotidiano, como correntes em aplicativos de mensagens e pirâmides financeiras. Essa introdução cria uma ponte entre o conceito de crescimento exponencial e uma situação familiar, despertando o interesse dos estudantes e facilitando o engajamento com o tema proposto. Além disso, ao introduzir o jogo "Torre de Hanói", uma atividade que combina um problema clássico da Matemática com um contexto prático, favorecendo o desenvolvimento de habilidades analíticas e lógicas.

Figura 21 – Etapas de Organização e Apresentação da Atividade 5

ATIVIDADE 5

Título: “Corrente da Sorte” e a “Torre de Hanói”
Objetivo: Conceituar função exponencial.
Material: smartphone, roteiro, caneta ou lápis, régua, Torre de Hanói, planilha eletrônica, GeoGebra.

a. **Organização:** propor a divisão da turma em grupos com no máximo quatro membros cada;
b. **Apresentação:** contextualizar a atividade e apresentar as regras do jogo “Torre de Hanói” e seu objetivo;

Contextualização: Você já ouviu falar em Pirâmide Financeira e/ou Corrente? O WhatsApp e o SMS, são exemplos de algumas das ferramentas preferidas de quem gosta de compartilhar correntes – aquelas mensagens encaminhadas repetidas vezes, de uma pessoa para outra, muitas vezes chegando a milhões de aparelhos.
Imagine a seguinte situação: alguém resolve enviar uma mensagem para dois de seus contatos: “VOCÊ ACABA DE SER PREMIADO. NO MÁXIMO EM UM MINUTO, ENVIE ESSA MENSAGEM PARA DUAS OUTRAS PESSOAS CONHECIDAS E RECEBERÁ R$20,00 EM BÔNUS NO SEU APARELHO!”.
Supondo que cada pessoa que recebeu a mensagem a retransmita para duas outras pessoas no tempo estipulado. Você sabe informar aproximadamente quantas pessoas irão receber essa mensagem em dez minutos?

E o que isso tem a ver com a Torre de Hanói?

Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador com base na Atividade 5

A sequência das etapas descritas na Figura 22, que inclui a Execução, o Registro e a Análise, aprofunda o trabalho experimental da atividade. Na etapa de Execução, os estudantes manipulam o material físico e registram o número de movimentos necessários para resolver o jogo com diferentes quantidades de peças. Essa experimentação prática é crucial tanto na EMAE quanto no método descrito por Sousa (2019) quanto a Análise de Modelos, pois permite aos estudantes identificarem padrões e testar hipóteses. A etapa de Registro sistemático organiza os dados coletados, conduzindo à Análise, na qual os estudantes exploram as relações entre o número de peças e os movimentos mínimos necessários. Esse processo incentiva a interpretação e a validação de modelos matemáticos, estimulando o raciocínio lógico e a construção do conceito de função exponencial.

Figura 22 – Etapas de Execução, Registro e Análise com o jogo da Torre de Hanói

As regras do jogo “Torre de Hanói” e seu objetivo

c. **Execução:** experimentação do material, manipulação e contagem de movimentos;
d. **Registro:**

Número de peças	**Quantidade mínima de movimentos realizados**				
	Tentativa 1	**Tentativa 2**	**Tentativa 3**	**Tentativa 4**	**Tentativa 5**

1					
2					
3					
4					
5					

e. Análise:

Observações verificadas no decorrer do jogo

1. .
2. .
3. .

Existe alguma relação entre o número de peças e a quantidade mínima de movimentos para finalizar o jogo? Qual?

Fonte: desenvolvida pelo pesquisador.

O Quadro 20 detalha as relações entre as etapas da Atividade 5 e os fundamentos da EMAE e de alguns elementos presentes na AnM. Por exemplo, na etapa de Organização, o trabalho em equipe introduz a colaboração, um aspecto central na EMAE, enquanto a contextualização do problema na etapa de Apresentação estimula o pensamento crítico, um princípio essencial da AnM. À medida que os estudantes avançam para as etapas de Execução, Registro e Análise, o trabalho prático e a interpretação de dados conectam diretamente os conceitos matemáticos à realidade, proporcionando uma aprendizagem significativa. As etapas finais de Institucionalização e Generalização, descritas no quadro e ilustradas na Figura 19, culminam com a formalização do conhecimento. A geração de gráficos no GeoGebra e/ou em planilhas eletrônicas exemplificam como as TDIC podem ser integradas ao ensino para facilitar a visualização e a generalização de conceitos abstratos.

Quadro 11 – Relações da Atividade 5 com EMAE e elementos da AnM

Etapa da Atividade	Descrição	Relação com AnM	Relação com EMAE
Organização	Dividir a turma em grupos de até quatro membros.	-	Incentiva o trabalho em equipe, promovendo a colaboração inicial, essencial na fase de organização do EMAE.
Apresentação	Contextualização sobre pirâmides financeiras e “Torre de Hanói.”	**Apresentação das Situações-Problema**: Introduz a situação-problema, despertando o interesse dos estudantes para o conceito de crescimento exponencial.	Facilita a compreensão do problema e o envolvimento inicial dos estudantes, explicando as regras do jogo e contextualizando o tema.
Execução	Experimentação do jogo “Torre de	**Desenvolvimento do Conteúdo Curricular e Resolução**:	Proporciona uma atividade prática que

	Hanói" com contagem dos movimentos.	Aplicação prática dos conceitos matemáticos durante as tentativas, promovendo o desenvolvimento de uma compreensão sobre crescimento exponencial.	permite a observação direta do crescimento exponencial do número de movimentos, tornando o conceito mais tangível para os estudantes.
Registro	Registro sistemático dos movimentos mínimos necessários para diferentes números de peças.	**Exploração e Interpretação dos Modelos**: Os dados registrados levam à interpretação do padrão exponencial e à descoberta da relação entre o número de peças e movimentos mínimos.	Organizar os dados ajuda os estudantes a consolidar o padrão de crescimento, facilitando uma análise mais clara e sistemática da relação observada.
Análise	Análise dos padrões e identificação de relações entre o número de peças e movimentos.	**Exploração e Interpretação dos Modelos**: Envolve a interpretação dos padrões, incentivando os estudantes a explorar e interpretar o modelo de crescimento exponencial no contexto do jogo.	Reflete sobre os resultados experimentais, permitindo uma compreensão mais aprofundada e a validação da hipótese sobre o modelo.
Institucionalização	Registro final e discussão dos movimentos mínimos entre os grupos para consolidar o conhecimento.	**Aplicação e Reflexão Final**: Formaliza a função exponencial observada e valida a regra geral do número mínimo de movimentos para qualquer número de peças.	Consolidar o conhecimento de forma colaborativa, com os grupos discutindo e validando a regra estabelecida.
Generalização (Conclusão)	Apresentação final do conhecimento, criação de uma fórmula na planilha e construção do gráfico no GeoGebra.	**Aplicação**: Aplicação do conceito de função exponencial, utilizando a planilha e o GeoGebra para visualizar e generalizar o modelo.	**Conclusão e Reflexão**: A utilização de TDIC para construir o gráfico promove uma visão prática e reflexiva do crescimento exponencial.

Fonte: Desenvolvido pelo pesquisador, com base na Atividade 5.

A Figura 23 destaca as etapas finais da atividade, onde ocorre a consolidação do conhecimento por meio da Institucionalização e da Generalização. Na Institucionalização, os grupos agrupados dos dados coletados, discutem os padrões observados e validam a regra geral para o número mínimo de movimentos no jogo. Essa etapa promove a colaboração e a reflexão crítica, elementos fundamentais tanto na EMAE quanto na AnM. A Generalização, por sua vez, apresenta as TDIC como ferramentas para ampliar a compreensão matemática. O uso do GeoGebra para construir gráficos e planilhas eletrônicas para formular expressões representa uma aplicação prática do conceito de função exponencial, conectando os resultados experimentais a representações visuais e algébricas

Figura 23 – Etapas de Institucionalização e Generalização da Atividade 5

f. **Institucionalização** (registro de movimentos realizados por grupo)

Número de peças	**Quantidade mínima de movimentos realizados**				
	G1	**G2**	**G3**	**G4**	**G5**
1					
2					

3					
4					
5					
6					
7					
...					

Conclusão:

Generalizando: (apresentação do conhecimento institucionalizado sobre o tema, uso de TDIC: planilha, GeoGebra, ...)

1. Apresentação resumida sobre o tema.
2. Construa com auxílio de uma planilha eletrônica uma fórmula que encontre o número mínimo de movimentos necessários para finalizar o jogo.
3. Utilizando o aplicativo GeoGebra construa o gráfico que representa a função encontrada.

Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador com base na Atividade 5.

A Atividade 5 exemplifica como a integração de metodologias como a EMAE e elementos da AnM, combinadas ao uso da TDIC, pode transformar o ensino de Matemática em uma experiência dinâmica e significativa. Ao articular experimentação prática, modelagem matemática e tecnologias digitais, a atividade oferece aos estudantes oportunidades de desenvolver competências analíticas e práticas essenciais para sua formação. Essa abordagem, que valoriza tanto a aprendizagem colaborativa quanto individual, reflete a importância de práticas pedagógicas inovadoras que conectam teoria e prática, promovendo uma Educação Matemática conectada às demandas contemporâneas.

4.5 Fase de Planejamento e Ajustes

As atividades descritas na subseção 4.4, seguiram fases individualizadas de planejamento na busca de atender de um lado conteúdos previstos no currículo de Matemática para o ensino médio, de outro, as características já elencadas da AnM, do EMAE e das TDIC, mesmo ciente que elas não preenchem por completo as características necessárias para caracterização de atividades de Análise de Modelos descrito por Soares (2012). No entanto, nos baseamos em Barbosa (2004) quando discorre sobre três possíveis casos ao desenvolver a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática como objeto de crítica.

Para o Barbosa

> Toda atividade escolar oferece condições sob as quais os alunos são convidados a atuar. Isso refere-se à noção de ambiente de aprendizagem apresentada por Skovsmose (2000). No caso de Modelagem, são colocadas algumas condições que

> propiciam determinadas ações e discussões singulares em relação a outros ambientes de aprendizagem (BARBOSA, 2004, p. 3).

Pensamento de Barbosa ao qual corroboramos, pois o ambiente de Modelagem está intimamente relacionado à prática da problematização e da investigação. A problematização diz respeito à criação de perguntas e/ou problemas, enquanto a investigação envolve a busca, seleção, organização e manipulação de informações, acompanhadas pela reflexão sobre esses elementos. Essas duas atividades não ocorrem de forma isolada, mas sim se entrelaçam no processo de envolvimento dos estudantes na abordagem da atividade proposta. Dentro desse contexto, é possível levantar questionamentos e realizar investigações que alcançam o domínio do conhecimento reflexivo (Barbosa, 2004).

Quanto aos “casos de Barbosa”, o pesquisador os separa em três.

> No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. Aqui, os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa. [...] no caso 2, os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas. [...] no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-matemáticos’, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos. (BARBOSA, 2004, p. 4 e 5)

Nas atividades que propomos está caracterizado, principalmente, o “caso 1 de Barbosa”, pois ao contextualizarmos problemas, já são apresentados dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos estudantes a investigação. No entanto, as atividades propostas apresentam nuances do “caso 2 de Barbosa”, quando além da apresentação de dados qualitativos e quantitativos pelo professor, os estudantes também têm que coletar dados, como medir as dimensões do cilindro na Atividade 1 ou do triângulo na Atividade 3. Para esse nuance verificado nas atividades propostas, que interseccionam os “casos 1 e 2 de Barbosa” em conjunto com as características do EMAE, propomos um caso intermediário aqui tratado como “caso 1,5 ou caso um e meio”.

Na fase de busca para atender o conteúdo previsto no currículo de Matemática para o ensino médio, realizamos pesquisas em livros didáticos na busca de problemas que pudessem proporcionar a ambientação dos estudantes quanto ao seu contexto cotidiano e que pudessem explorar a criticidade, mesmo que implicitamente. Uma tarefa cansativa, visto ter que atender contextos diferenciados, como é o caso dos estudantes que habitam a imensidão e diversidade da região Amazônica e que são reunidos em turmas de aproximadamente quarenta por turma.

A busca nos livros didáticos não foi produtiva, talvez em razão dos autores desses livros vivenciarem contextos muito distantes do estudante amazônida. Partimos então aos ajustes, o desenvolvimento de tarefas que estivessem mais conectas a nossos estudantes como o contexto domiciliar como na Atividade 1, relacionando o cilindro a objetos como copos ou panelas; ao contexto do lazer ou produtivo, como na Atividade 2 ao contextualizar a progressão aritmética a organização de bolas de "bilhar" ou de toras de madeira em pátios de serrarias, ou mesmo, em caminhões de transporte.

No entanto, as atividades ainda necessitam de mais ajustes. Ajustes estes que poderão ocorrer no minicurso proposto, a partir da colaboração de professores e seus saberes. Assim como na elaboração de novas atividades. Pois ao término do minicurso, espera-se que os participantes tenham desenvolvido, no mínimo, cinco (05) atividades experimentais colaborativas. As atividades que para serem validadas, inicialmente deverão ser apresentadas aos demais participantes, discutidas, testadas e embasadas teoricamente nos princípios do método da AnM e do EMAE ou em elementos característicos desses. A expectativa é que as atividades desenvolvidas pelos professores participantes do minicurso sirvam de "pontapé inicial" no desenvolvimento de novas atividades e que contribuam no aprimorar do processo de ensino-aprendizagem em Matemática.

4.6 Desenvolvimento do minicurso e análises iniciais

Durante o período de 29/05 a 14/06/2023, realizamos visitas a quinze (15) escolas localizadas na área urbana da cidade de Santarém-PA, que atendem os anos finais do Ensino Fundamental e/ou Ensino Médio. Nessas visitas, após sermos calorosamente recebidos e obtermos a devida autorização por parte dos responsáveis pelas instituições de ensino, estabelecemos contato com os professores responsáveis pelo componente curricular de Matemática. Nesse primeiro contato, explicamos o propósito de nossa presença, que era a coleta de dados para uma pesquisa de doutorado. Essa interação inicial foi fundamental para estabelecer a base para nossa pesquisa junto a esses educadores comprometidos com a excelência na educação, incluindo o preenchimento do Questionário 1 e a possibilidade de participarem de um minicurso.

4.6.1 O minicurso

O minicurso *Análise de Modelos Matemáticos na Formação Contínua de Professores de Matemática* foi idealizado para oferecer aos professores de Matemática da Educação Básica uma experiência de formação que integrasse conhecimentos teóricos e práticos, ancorados em metodologias pedagógicas contemporâneas. A proposta do minicurso (Apêndice L) se baseava na articulação entre três eixos centrais de ensino: o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE), a Análise de Modelos Matemáticos (AnM) e o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC). Esses eixos tinham como objetivo fortalecer as práticas pedagógicas dos professores, capacitando-os a desenvolver aulas que promovam o pensamento crítico e uma compreensão aplicada dos conceitos matemáticos.

O minicurso foi planejado para ocorrer ao longo de uma série de encontros, com atividades presenciais e virtuais, favorecendo a reflexão contínua sobre as abordagens de ensino propostas. Durante o período de formação, os professores seriam incentivados a explorar o uso de recursos digitais, como o software GeoGebra e planilhas eletrônicas, aplicando esses recursos em atividades experimentais. Cada etapa foi projetada para facilitar o desenvolvimento de competências tanto no uso de tecnologias quanto na aplicação de modelos matemáticos, criando uma experiência integrada de aprendizado.

O cronograma de atividades era dividido em diversas fases. Inicialmente, o curso introduziria os professores ao uso de softwares livres, destacando suas aplicações no ensino de Matemática. Os encontros seguintes permitiriam o desenvolvimento e a adaptação de atividades pedagógicas voltadas para o ensino de conteúdos matemáticos específicos, como gráficos, tabelas e representações de dados em ambiente digital. Além disso, o curso foi estruturado para promover um ambiente colaborativo: os participantes seriam divididos em grupos, com o objetivo de fortalecer o aprendizado coletivo, compartilhar ideias e construir conjuntamente atividades que pudessem ser implementadas em suas salas de aula.

Cada encontro seguiria uma metodologia híbrida, com momentos de exposição teórica, debates e atividades práticas. Os professores também receberiam roteiros detalhados para orientar o desenvolvimento das atividades experimentais, garantindo que cada conteúdo pudesse ser adaptado ao contexto de suas próprias escolas e turmas. A inclusão de dispositivos digitais, como smartphones, e de recursos como a planilha eletrônica, visava aproximar os conteúdos matemáticos das tecnologias frequentemente presentes na rotina dos estudantes, promovendo um aprendizado contextualizado e significativo.

O objetivo final do projeto era fomentar uma prática pedagógica inovadora, que capacitasse os professores a aplicarem os modelos matemáticos em contextos reais, utilizando atividades que envolvessem a experimentação e o uso de tecnologias digitais. Com isso, esperava-se que os docentes desenvolvessem atividades adaptáveis ao cotidiano escolar, promovendo o engajamento dos estudantes e proporcionando uma experiência de aprendizado mais conectada às demandas contemporâneas da educação em Matemática.

4.7 Análise de Dados

Para a análise dos dados coletados foi definido o método de Análise Textual Discursiva (ATD), conforme desenvolvido por Moraes e Galiazzi (2006) a partir de análises exploratórias com o software IRAMUTEQ, uma ferramenta robusta para análise qualitativa e quantitativa de dados textuais, oferecendo agilidade, novas perspectivas e rigor científico aos dados textuais qualitativos. A ATD foi escolhida por sua capacidade de interpretar e categorizar discursos complexos em processos educativos, oferecendo um método adequado para explicitar os saberes docentes mobilizados no contexto do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE), da Análise de Modelos (AnM) e do uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC).

Moraes e Galiazzi definem a ATD como uma metodologia qualitativa de análise de dados que busca desvelar e compreender significados latentes em textos.

A ATD envolve processos de desmontagem e reorganização de dados textuais para permitir que o pesquisador identifique temas e padrões de sentido a partir de uma interação reflexiva e interpretativa com o material de pesquisa. Segundo Moraes e Galiazzi (2006, p. 33-34), a metodologia envolve três etapas principais:

> 1. Desmontagem dos textos: também denominado de processo de unitarização, implica em examinar os textos em seus detalhes, fragmentando-os no sentido de produzir unidades constituintes, enunciados referentes aos fenômenos estudados.
> 2. Estabelecimento de relações: esse processo denominado de categorização envolve construir relações entre as unidades de base, combinando-as e classificando-as, reunindo esses elementos unitários na formação de conjuntos que congregam elementos próximos, resultando daí sistemas de categorias.
> 3. Capacitação do novo emergente: a intensa impregnação nos materiais da análise desencadeada nos dois focos anteriores possibilita a emergência de uma compreensão renovada do todo. O investimento na comunicação dessa compreensão, assim como da sua crítica e validação, constitui o último elemento do ciclo de análise proposto. O metatexto resultante desse processo representa um esforço de explicitar a compreensão que se apresenta como produto de uma combinação dos elementos construídos ao longo dos passos anteriores.

Resumidamente a ATD é composta por três fases principais – Unitarização, Categorização e Construção de Metatextos – e para enriquecer e sistematizar o processo de análise, optamos por utilizar o software IRAMUTEQ, recurso que permite realizar uma análise qualitativa do corpus textual.

O software IRAMUTEQ, um recurso desenvolvido por Pierre Ratinaud (2009), é especialmente valorizado na pesquisa qualitativa por sua capacidade de processar e analisar grandes conjuntos de dados textuais. Ele opera com base no método de classificação hierárquica descendente e na análise de correspondência múltipla, facilitando a divisão do texto em segmentos de texto baseados em lexemas. Essa técnica permite aos pesquisadores identificarem conjuntos de textos que compartilham termos semelhantes, possibilitando uma análise mais detalhada das tendências temáticas e discursivas presentes no corpus. Além disso, o IRAMUTEQ suporta a análise de coocorrências e a construção de gráficos de similitude, o que contribui para uma compreensão mais profunda das relações entre os conceitos expressos nos textos. Com sua interface amigável e a capacidade de gerar outputs gráficos claros, o IRAMUTEQ se apresenta como um recurso indispensável para pesquisadores que buscam uma análise textual rigorosa e profundamente informativa.

Após a segmentação e análise inicial do corpus textual realizada pelo IRAMUTEQ, o uso subsequente do ChatGPT pode significativamente enriquecer a análise textual discursiva. Embora o IRAMUTEQ facilite a identificação de padrões e categorias linguísticas, o ChatGPT pode ser utilizado para ampliar essas análises, proporcionando interpretações mais profundas e gerando novas possibilidades textuais. Conforme indicado no estudo de Silva e Paula (2024), o ChatGPT possui a capacidade de oferecer nuances linguísticas e capturar contextos complexos, o que pode ser particularmente útil na fase de construção de metatextos, onde a interpretação e a expansão das ideias são cruciais. A combinação desses recursos tecnológicos permite uma análise mais rica e multidimensional, integrando a eficiência do processamento automatizado do IRAMUTEQ com a capacidade adaptativa e generativa do ChatGPT, que pode sugerir novas formas de articulação e conexão entre as categorias desenvolvidas inicialmente.

4.7.1 Desenho Metodológico da Análise Textual

O processo metodológico adotado para a análise dos dados, a partir das etapas da Análise Textual Discursiva (ATD) proposta por Moraes e Galiazzi, foi integrada ao uso do software IRAMUTEQ, que possibilitou a geração do gráfico de similitude, e a Inteligência Artificial do ChatGPT 4o. Essa abordagem permitiu não apenas identificar relações entre termos relevantes, mas também explicitou os saberes docentes mobilizados pelos professores participantes do minicurso. A seguir, são descritas as etapas desenvolvidas para a construção, análise e interpretação do gráfico de similitude, evidenciando a conexão entre as fases do ATD e os objetivos da pesquisa.

i. Unitarização: Seleção das Perguntas Relevantes

O processo iniciou com a triagem criteriosa das perguntas do Questionário 2 (Q3, Q4, Q6, Q7 e Q8) e Entrevistas (P1 a P6), uma etapa fundamental para a unitarização dos dados. A seleção focou nas questões mais alinhadas aos objetivos específicos da pesquisa, garantindo que o *corpus* de análise incluísse apenas os dados mais relevantes para explicitar as percepções e saberes docentes relacionados às metodologias inovadoras discutidas no decorrer do minicurso. Essa etapa garantiu que as informações coletadas fossem organizadas em unidades de significado essencial para a análise subsequente.

ii. Construção do *Corpus* de Análise: Preparação e Organização dos Dados

Após a unitarização, foi elaborado o corpus textual (Figura 38), reunindo as respostas específicas em sua forma original, respeitando as falas dos professores. Esse *corpus* passou por um processo de revisão e organização para garantir que os termos e expressões mais frequentes e representativos devidamente registrados. Essa etapa reflete o processo de categorização e fragmentação da ATD, apresentando os dados para serem analisados de forma sistemática pelo IRAMUTEQ.

iii. Categorização e Filtragem com o IRAMUTEQ

O software IRAMUTEQ foi utilizado para processar o *corpus* textual (Figura 24), permitindo a filtragem, categorização e refinamento dos dados. Nessa etapa, o software gerou o gráfico de similitude (Figura 25), que destaca as relações e interconexões entre os termos emergentes do *corpus*. O gráfico é um reflexo direto da categorização realizada, uma etapa essencial da ATD, e visualiza as coocorrências entre termos como "aluno", "atividade", "dificuldade" e "tecnológico". Essa representação gráfica facilita a interpretação dos dados e a identificação de padrões importantes.

Figura 24 - Recorte do Corpus textual

Corpus2_Q2_Entrev.txt - Bloco de Notas

Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda

```
**** *P_H_Q2_4
È viável, pois estimula a investigação e a aprendizagem sem um custo financeiro para ser

**** *P_H_Q2_6
Estimula o interesse pelo conteúdo por ferramentas virtuais. Mostrar que o próprio aluno pode resolver o problema apresentado.

**** *P_H_Q2_7
Falta de material e infraestrutura nas escolas.

**** *P_H_Q2_8
Pode ser utilizada, mas nem sempre com facilidade. Muitas vezes necessitamos de suporte pedagógico, que em diversos espaços escolares não
existe.

**** *P_A_Entrev_1
Matemática é primordial, pois é necessária no cotidiano.

**** *P_B_Entrev_1
Fundamental, pois é necessária para o dia_a_dia.

**** *P_C_Entrev_1
Extremamente importante, ajuda a pensar melhor e a desenvolver atividades.

**** *P_D_Entrev_1
De grande relevância, ajuda na vida do ser humano, especialmente no raciocínio_lógico.

**** *P_E_Entrev_1
Fundamental para abrir portas e ajudar em outras disciplinas.

**** *P_F_Entrev_1
```

Ln 1, Col 1 | 100% | Windows (CRLF) | UTF-8

Fonte: Microsoft Bloco de Notas, com base nas respostas das Entrevistas e do Questionário 2.

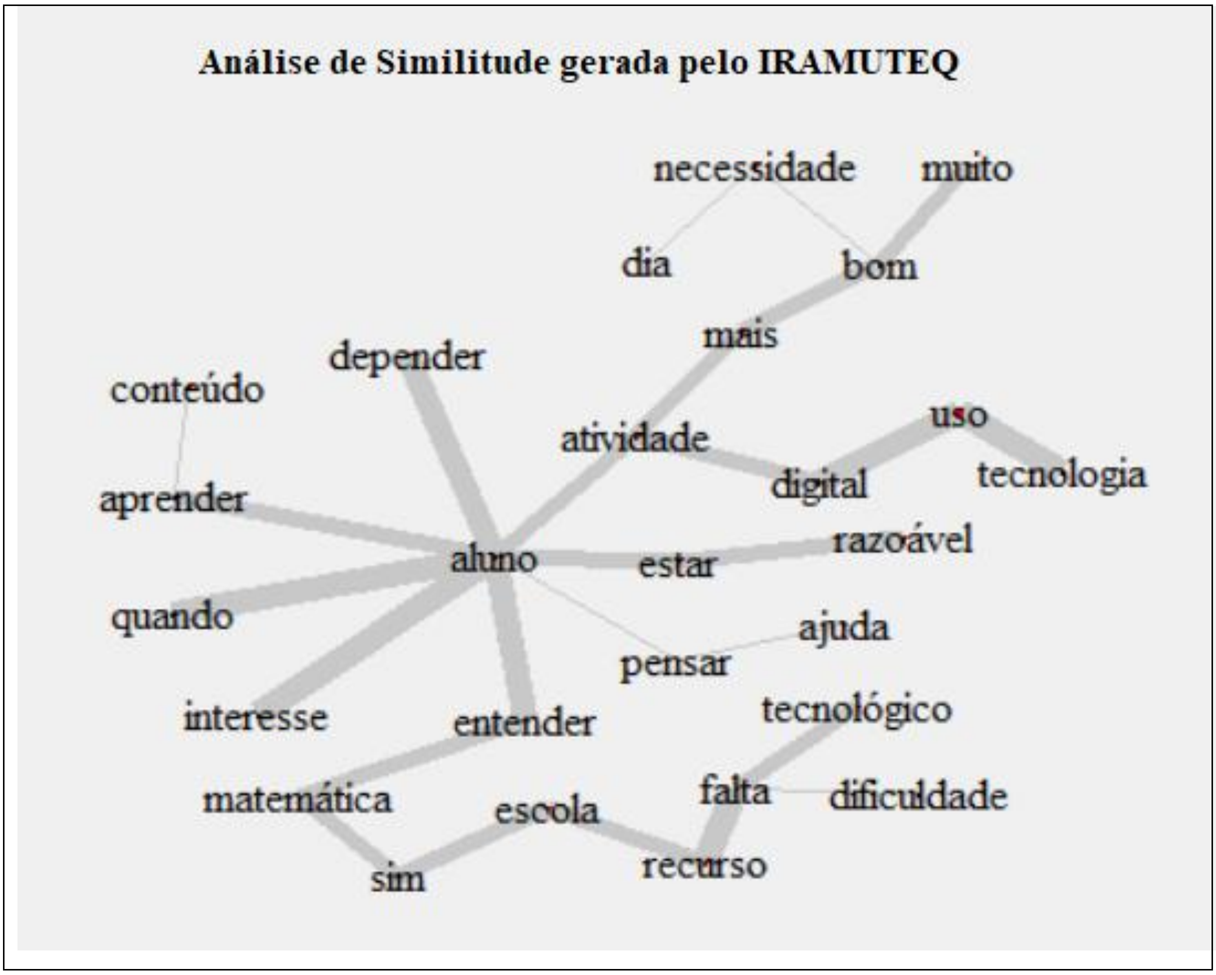
iv. Análise das Relações e Construção do Metatexto

Uma análise das conexões entre os termos no gráfico de similitude corresponde à etapa de captura emergente da ATD, na qual os dados inicialmente foram reorganizados em categorias e classes de significado. A partir do gráfico gerado pelo IRAMUTEQ, foi possível explorar como os conceitos se relacionam, identificando, por exemplo, a mobilização de saberes pedagógicos e experienciais e os desafios enfrentados pelos professores na implementação das metodologias EMAE, AnM e TDIC. Essa análise apresentou insumos para a construção de um metatexto que sintetiza as percepções dos professores e articula os resultados aos objetivos da pesquisa.

v. Relacionamento das Classes com os Objetivos da Pesquisa

Após a categorização e a interpretação dos dados, as classes identificadas foram relacionadas diretamente aos objetivos da pesquisa. Essa etapa da reescrita da ATD permitiu que os resultados fossem apresentados de forma estruturada, demonstrando como os saberes docentes mobilizados e os desafios enfrentados pelos professores se conectavam às propostas de inovação pedagógica discutidas no minicurso. A associação das aulas ao contexto prático do ensino de Matemática trouxe insights sobre como as metodologias EMAE e AnM, reforçadas pelas TDIC, podem ser aplicadas no cotidiano escolar.

Figura 25 - Gráfico de similitude das respostas de entrevistas e Questionário 2



Fonte: Software IRAMUTEQ, com base no Corpus textual (2024).

vi. Conexão com Inteligência Artificial para Interpretação Avançada

O uso de recursos de Inteligência Artificial (IA), mais especificamente o ChatGPT, subsidiou as etapas da ATD, auxiliando na interpretação dos dados e na estruturação do metatexto final. A IA permitiu identificar nuances e padrões nas conexões entre os termos, enriquecendo a análise e destacando relações que, de outra forma, poderiam passar despercebidas. Essa etapa final proporcionou uma visão integrada dos saberes docentes mobilizados e dos desafios enfrentados, contribuindo para uma análise mais robusta e fundamentada.

A integração da ATD, do IRAMUTEQ e do ChatGPT representa uma abordagem metodológica inovadora e potente para a análise de dados qualitativos, unindo rigor científico, suporte tecnológico e inteligência artificial para potencializar a interpretação e a geração de compreensões. Cada um dos recursos desempenha um papel específico e complementar no processo de análise, ampliando as possibilidades interpretativas e permitindo uma triangulação de métodos que fortalece os resultados da pesquisa.

A ATD, conforme proposta por Moraes e Galiazzi, organiza a análise de dados qualitativos em três etapas principais: unidade de análise (fragmentação do texto), categorização (agrupamento de sentidos) e captura de novas compreensões (interpretação e síntese reflexiva). Esse método oferece a base metodológica para conduzir uma análise sistemática, reflexiva e alinhada aos objetivos da pesquisa.

O IRAMUTEQ é utilizado como um recurso de suporte estatístico e pré-processamento textual. O software permite a segmentação dos dados em unidades de contexto elementar (UCE), realizando análises como a Classificação Hierárquica Descendente (CHD), que agrupa os dados textuais em categorias com base em suas coocorrências. Além disso, o IRAMUTEQ gera representações gráficas, como dendrogramas, nuvens de palavras e análises de similitude, que auxiliam na identificação de padrões semânticos e relações entre termos presentes no corpus.

O ChatGPT desempenha o papel de ferramenta interpretativa e criativa, complementando as etapas da ATD e os resultados quantitativos do IRAMUTEQ. Sua capacidade de processamento de linguagem natural permite explorar os dados qualitativos de forma flexível, contribuindo para:

- Elaborar descrições detalhadas das categorias emergentes;
- Sugerir interpretações adicionais ou perspectivas alternativas;
- Identificar relações não evidentes entre categorias;
- Refinar a apresentação e a síntese dos resultados.

O processo de integração dessas três abordagens ocorre da seguinte forma: inicialmente, os dados coletados (como transcrições de entrevistas ou respostas a questionários) são analisados no IRAMUTEQ, que segmenta o texto e identifica padrões lexicais relevantes. Esses padrões são utilizados como base para a etapa de categorização da ATD, que agrupa os núcleos de sentido identificados. Posteriormente, o ChatGPT é empregado para aprofundar as análises qualitativas, gerando insights interpretativos e auxiliando na validação das categorias e dos argumentos.

Essa interação metodológica oferece benefícios significativos: o rigor analítico da ATD garante a sistematização e a robustez da análise qualitativa; o IRAMUTEQ fornece suporte estatístico confiável e representações visuais que ajudam a validar as categorias; e o ChatGPT agrega flexibilidade e criatividade ao processo interpretativo, permitindo ao pesquisador explorar múltiplas perspectivas e refinar os resultados.

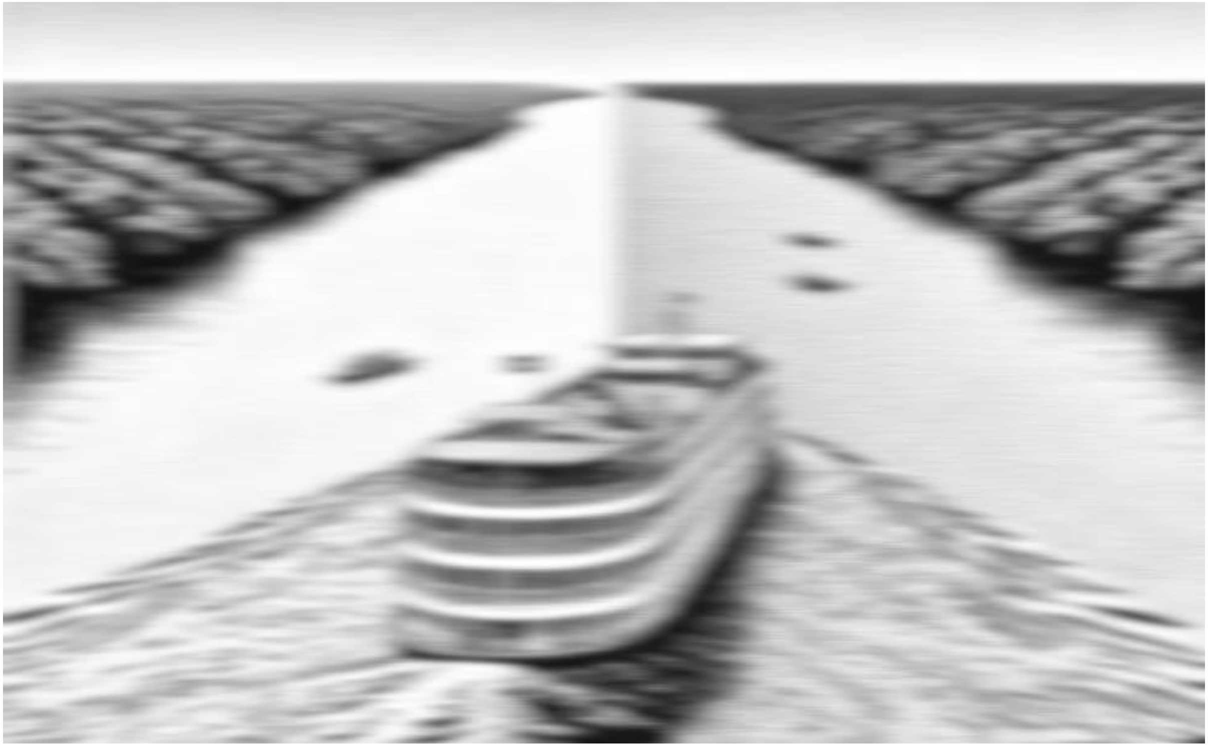
A combinação desses recursos permite uma análise rica e fundamentada, que potencializa a interpretação dos dados e contribui para a construção de compreensões aprofundadas e inovadoras no contexto da pesquisa. E como afirma Silva e Paula (2024):

> O uso de ferramentas atualizadas, como o *ChatGPT* 3.5, não descaracteriza o papel do pesquisador, nem o torna obsoleto. Muito ao contrário, pode-se afirmar que é pela agilidade da ferramenta utilizada que o tempo dedicado às leituras e estudos do pesquisador pode ser potencializado, diante de seus cronogramas de pesquisa. Mais uma vez, a qualidade do estudo, da pesquisa depende do conhecer de quem a produz e é isso que determinará a validade de uso do *ChatGPT* 3.5.

5 A TRAVESSIA

"***Este é o momento em que o barco alcança o encontro dos rios, enfrentando suas correntezas, descobrindo portos e interagindo com a vida ao longo das margens. Neste capítulo, realizamos as principais atividades da viagem, analisando cada etapa e ajustando a rota conforme os desafios encontrados.***"

Figura 26 - A travessia



Fonte: Elaborado pelo pesquisador com auxílio da inteligência artificial ChatGPT (2024).

5.1 O Questionário diagnóstico

O questionário 1, que serviu como instrumento de diagnóstico, foi apresentado aos professores com o objetivo de coletar informações relevantes sobre suas formações, experiências, áreas de atuação e conhecimentos relacionados às abordagens do processo de ensino de Matemática, que englobam Modelagem Matemática, Análise de Modelos, Aplicação de Modelos, Ensino de Matemática por Atividades Experimentais e Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação no Ensino.

Neste contexto, dos docentes que foram contatados para participar da pesquisa, um total de quarenta e dois (42) prontamente responderam ao questionário, demonstrando seu comprometimento em contribuir para a investigação. Essa pronta resposta indica um interesse e disposição consideráveis por parte desses professores em compartilhar seus *insights* e experiências com o intuito de aprimorar a prática pedagógica no ensino de Matemática. Com o desenvolvimento do minicurso, foram inseridos mais cinco (5) professores totalizando quarenta e sete (47).

Um aspecto relevante a ser destacado é a diversidade no grupo de professores, não apenas em termos de experiência no campo educacional, mas também em idade. Conforme pode ser observado na Tabela 7, a faixa etária desses educadores varia significativamente, abrangendo desde os mais jovens, com 28 anos, até os mais experientes, com 68 anos. Essa ampla gama de idades reflete a diversidade de perspectivas e abordagens que podem ser encontradas dentro desse grupo, enriquecendo ainda mais a pesquisa.

Tabela 6 – Faixa etária dos professores participantes

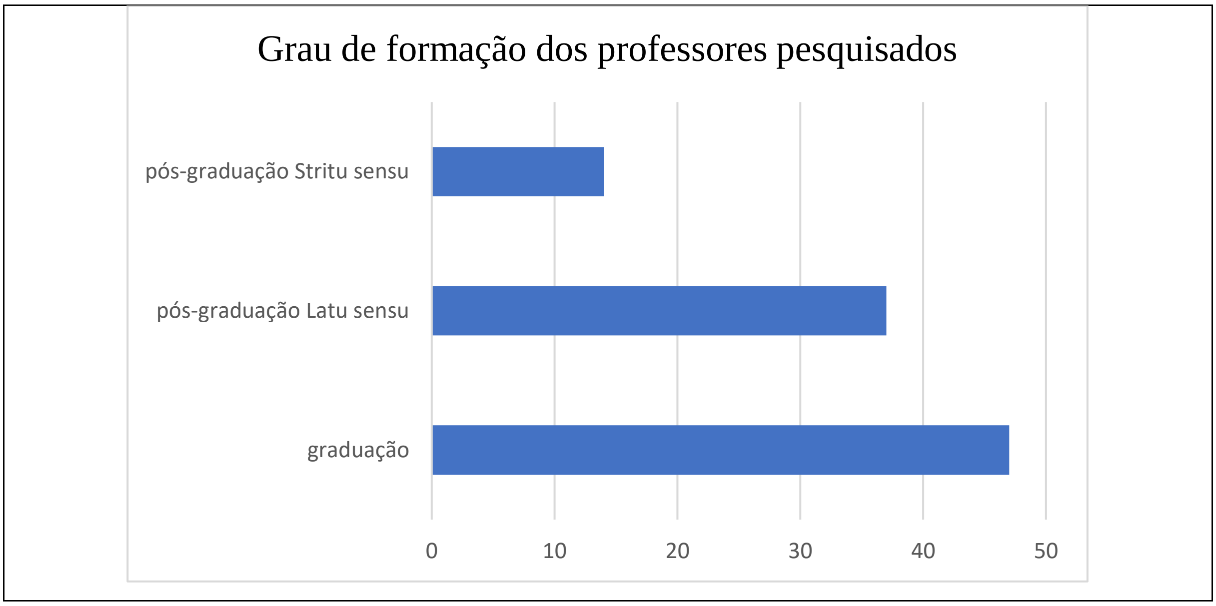
Faixa etária	quantidade
20 - 29	1
30 - 39	10
40 - 49	25
50 - 59	9
60 - 69	2

Fonte: desenvolvido pelo pesquisador, com base no Questionário 1

Além disso, chama a atenção o fato de que a grande maioria dos professores possui uma base de conhecimento na área de Matemática, evidenciada pelo fato de que apenas um deles não possui Licenciatura Plena em Matemática, mas possui Licenciatura Curta em Ciências, que o habilita para trabalhar com o ensino fundamental, além de, Licenciatura Plena em Ciências Biológicas. Esse dado ressalta a importância de se ter educadores com uma formação específica na disciplina que ensinam, o que é básico para garantir a qualidade do ensino.

Outro aspecto relevante é o nível de especialização acadêmica entre os professores participantes desta etapa, Figura 27. Trinta e sete (37) deles cursaram pós-graduação Lato sensu, o que demonstra um interesse contínuo em aprimorar suas habilidades e conhecimentos. Além disso, quatorze (14) dos professores cursaram ou cursam pós-graduação stricto sensu a nível de mestrado, o que indica um engajamento ainda mais profundo na pesquisa e no aprofundamento de suas competências como educadores.

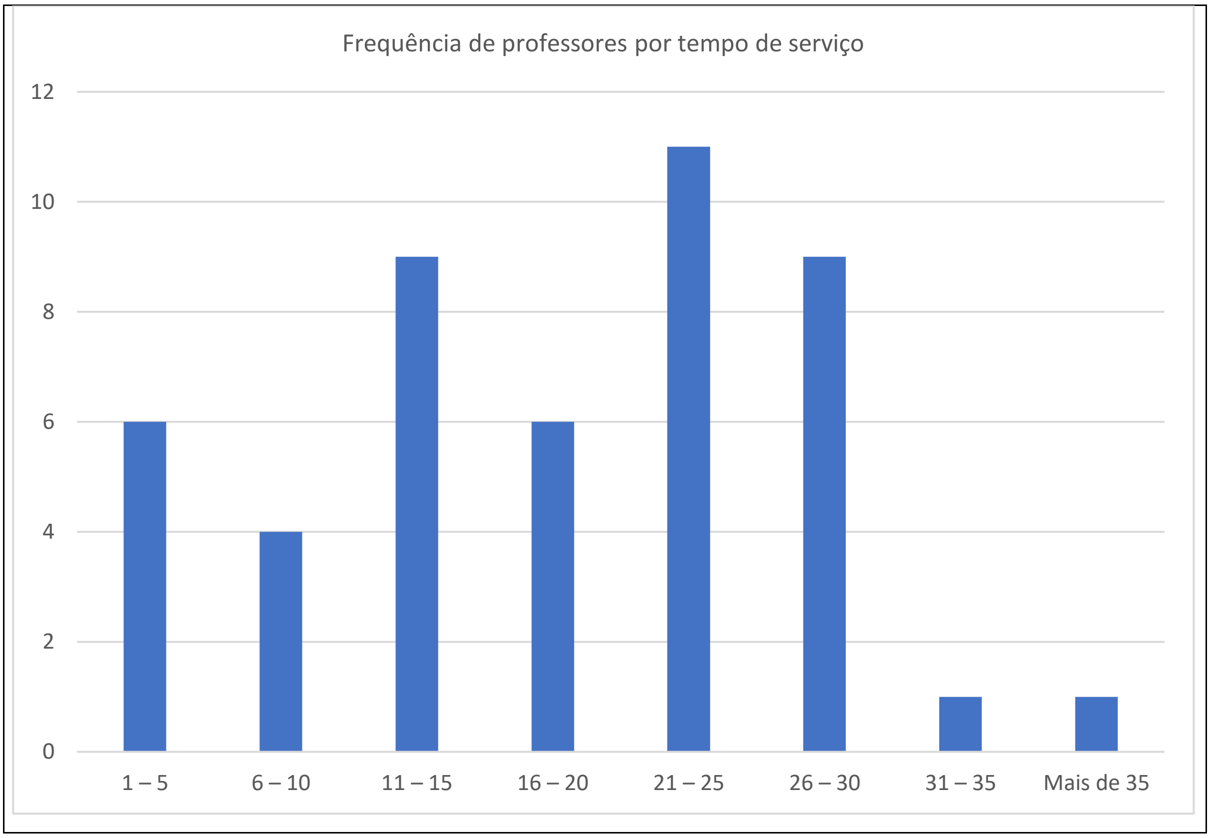
Figura 27 - Distribuição da Qualificação Acadêmica dos Professores Pesquisados



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, com base nas respostas do Questionário 1.

Importante mencionar que a maioria dos professores possui uma extensa experiência em sala de aula, com mais de dez anos de atuação, Figura 28. Essa vasta experiência pode representar um valioso recurso para a pesquisa, uma vez que esses educadores podem trazer uma riqueza de práticas e perspectivas acumuladas ao longo de suas carreiras.

Figura 28 - Número de professores em relação ao tempo de ensino



Fonte: Microsoft Excel com base em dados do questionário diagnóstico.

Em resumo, os dados coletados por meio do questionário diagnóstico forneceram uma visão abrangente e promissora do grupo de professores inicialmente envolvidos na pesquisa, destacando sua diversidade em termos de formação, experiência e conhecimentos. Esses professores demonstraram um forte comprometimento com o ensino da Matemática e estão dispostos a contribuir para o avanço das abordagens de ensino-aprendizagem no campo da Matemática.

5.2 Projeto-piloto do minicurso

Convidamos para participar de uma experiência piloto de minicurso, a qual trataremos apenas como piloto ou projeto-piloto, professores que atuam, ou atuaram, no Ensino Fundamental e/ou Ensino Médio, juntamente com acadêmicos da Licenciatura Integrada em Matemática e Física da UFOPA. Em razão de questões burocráticas impetradas pela Secretaria Estadual de Educação, na antevéspera de início do piloto, apenas quatro (4) professores compareceram, dos quais dois (2) se dedicam exclusivamente ao Ensino Médio, um (1) professor atua tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, e outro professor, que após vinte anos de sala de aula e devido a problemas de saúde, foi readaptado em outras funções escolares. Entre os três acadêmicos presentes, dois (2) estavam prestes a concluir a Licenciatura Integrada em Matemática e Física e o terceiro já concluiu mais da metade da mesma licenciatura. Nesta configuração de participantes demos início ao projeto-piloto.

5.2.1 Primeiro encontro presencial

No primeiro encontro presencial, estabelecemos que o minicurso seria realizado em dois encontros presenciais e dois virtuais. Durante essa primeira reunião, enfatizamos a importância da pesquisa e promovemos discussões relacionadas a tópicos como Modelagem Matemática, Aplicação de Modelos, Análise de Modelos, Ensino de Matemática por Atividades Experimentais e o Uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no ensino de Matemática, contrastando essas abordagens com as experiências dos professores e acadêmicos. Também proporcionamos aos participantes acesso a cinco atividades desenvolvidas pelo pesquisador, que visavam abordar os temas centrais do minicurso.

Na primeira atividade, Apêndice D, os participantes manifestaram certo grau de insegurança, uma vez que não estavam familiarizados com a metodologia utilizada. Nessa atividade, foram apresentados dois cilindros construídos com folhas de papel A4. O primeiro cilindro com a altura igual à medida menor da folha de papel (210 mm), enquanto o segundo tinha a altura igual à medida maior da folha de papel A4 (297 mm). Embora feitos com folhas de papel de mesmas dimensões, os cilindros apresentaram tamanhos diferentes. A partir dessa apresentação e da comparação com objetos cotidianos, como copos ou garrafas, questionamos os participantes se os cilindros tinham a mesma capacidade de armazenamento interno.

Após algumas reflexões e discussões entre os participantes, eles foram organizados em duas equipes e receberam uma folha com uma atividade relacionada ao problema dos cilindros. Depois de algum tempo, e com o auxílio de recursos digitais, como calculadoras e planilhas eletrônicas disponíveis em smartphones, apresentamos (participantes e pesquisador) as conclusões sobre o problema e ressaltamos a importância de compreender e analisar o modelo matemático do volume do cilindro, bem como a noção de função introduzida a partir das diferentes dimensões dos cilindros.

Na segunda atividade, Apêndice E, com objetivo de que os grupos desenvolvessem um modelo matemático para calcular qualquer termo de uma sequência numérica, dados o primeiro termo (a_1) e a razão (r) da progressão aritmética. Cada grupo recebeu instruções impressas em uma folha que continha os seguintes elementos:

- Título: "Termo Geral de uma Progressão Aritmética"
- Objetivo: Conceituar o Termo Geral de uma Progressão Aritmética
- Material: Calculadora, caneta ou lápis
- Contextualização: "Embora a maioria das pessoas não perceba, as sequências numéricas estão presentes em nosso cotidiano. Como exemplo, podemos citar a sequência de números triangulares (1, 3, 6, 10, 15, ...), que aparece na organização de diversos objetos, como toalhas, toras de madeira, bolas de bilhar, etc."
- Procedimentos: Instruções relevantes para a realização da tarefa.

Nessa atividade, observamos que os participantes demonstraram uma maior desenvoltura em comparação à atividade anterior. Isso se deveu, em grande parte, à familiarização com a estrutura desse tipo de atividade. Eles alcançaram o objetivo da tarefa com maior rapidez, atribuindo isso ao "roteiro estabelecido", à possibilidade de "uso da calculadora" e à colaboração entre os membros da equipe.

Embora os grupos tenham apresentado seus pontos de vista sobre a conclusão da atividade, acredito que o fato de já terem conhecimento do modelo matemático do "Termo Geral da Progressão Aritmética" facilitou o processo. Essa familiaridade prévia com o conceito matemático subjacente certamente contribuiu para o desempenho positivo dos participantes e reforçou a importância de fornecer uma base sólida de conhecimento matemático aos professores e futuros educadores.

Após um breve intervalo de descanso na manhã de sábado, em 16/06/2023, o pesquisador iniciou uma discussão com os participantes sobre as duas primeiras atividades realizadas e sua aplicabilidade nas salas de aula convencionais. Durante essa conversa, foram feitas ponderações e considerações sobre como essas atividades poderiam ser integradas ao modelo de ensino vigente. Após a troca de ideias e o consenso entre os participantes, o pesquisador introduziu as três atividades restantes do piloto, projetando-as com o auxílio de um projetor (Datashow).

Destas três atividades restantes - 3ª "Triângulo Deslizante", 4ª "Dieta Equilibrada em Santarém" e 5ª "Corrente da Sorte" e "Torre de Hanói" -, todas elas propõem o uso de recursos computacionais, como o Geogebra e/ou planilhas eletrônicas. Os membros de cada grupo receberam cópias impressas dessas atividades para resolvê-las posteriormente, reconhecendo a necessidade de recursos digitais e o devido treinamento quanto ao uso dos recursos digitais, pois alguns dos participantes não as possuíam.

Em seguida, foi solicitado a cada grupo que elaborasse uma atividade seguindo a estrutura das atividades apresentadas no piloto, com o objetivo de que essas atividades pudessem ser implementadas em suas próprias salas de aula. Embora os conteúdos curriculares dos membros das equipes não fossem necessariamente comuns, cada um dos participantes buscou individualmente criar suas propostas de atividade.

À medida que o tempo avançava, o primeiro encontro presencial chegou ao fim. Para garantir que o trabalho desenvolvido até então não fosse perdido, ficou acordado que as equipes trabalhariam juntas virtualmente para finalizar as atividades. Com esse propósito, foram criados dois grupos no WhatsApp para facilitar a colaboração e o compartilhamento de ideias entre os participantes e o pesquisador, mantendo viva a energia e o comprometimento com o progresso do piloto.

5.2.2 Encontros virtuais

A colaboração virtual, infelizmente, não obteve êxito como esperado. Os participantes enfrentaram dificuldades consideráveis nesse ambiente virtual, alegando que o acúmulo de responsabilidades decorrentes do final do semestre letivo prejudicou significativamente a resolução das atividades 3, 4 e 5, bem como a conclusão das atividades iniciadas durante o encontro presencial.

Diante desse cenário, foi necessário tomar uma decisão para garantir o andamento do piloto e a finalização das atividades pendentes. Ficou estabelecido que o segundo encontro presencial seria realizado em 01/07/2023. Nesse encontro, os participantes teriam a oportunidade de concluir e apresentar as atividades que estavam em andamento, assegurando que o trabalho desenvolvido até então não fosse interrompido. A escolha pelo encontro presencial visava proporcionar um ambiente mais propício para a finalização das atividades e a troca de conhecimentos entre os participantes, superando as limitações da colaboração virtual.

5.2.3 Segundo encontro presencial

Com o findar do semestre letivo da rede estadual de educação, o número de participantes reduziu drasticamente, como já era esperado. Apenas dois professores compareceram presencialmente, enquanto os demais justificaram suas ausências devido às obrigações relacionadas ao encerramento do período letivo. Um deles estava dedicado à correção de provas e ao preenchimento de diários, enquanto os graduandos estavam imersos na conclusão de trabalhos acadêmicos e/ou se preparando para exames.

Dos dois professores presentes, os quais identificarei como P1 e P2, apenas o P1 trouxe a atividade iniciada no encontro presencial completamente finalizada e institucionalizou todos os detalhes de sua proposta, Figura 29. O segundo professor, por sua vez, expressou que enfrentou dificuldades para concluir sua atividade, mas demonstrou disposição para finalizá-la desde que pudesse contar com alguma assistência.

Figura 29 – Atividade 1 desenvolvida pelo professor P1

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

Título: Qual o valor da Mega-Sena?
Objetivo: Calcular os valores a pagar por um jogo da Mega-Sena usando Combinação Simples
Material: smartphone, calculadora científica, Combination Calculator App, caneta ou lápis, papel para rascunho, notebook, planilha do Excel.

Contextualização: A Mega-Sena é um jogo bastante conhecido quando se fala de apostas em casas lotéricas. Particularmente, a Mega-Sena é um jogo muito simples. Você pode escolher uma quantidade de números que variam de 1 a 20 dentre 60 números dispostos em linhas e colunas. Se acertar os seis números sorteados, parabéns, o prêmio é seu! O mínimo de marcações que podem ser feitas são 6. No entanto, cada vez que você escolhe mais números para marcar, o valor a ser pago aumenta significativamente. Que cálculo você pode fazer para descobrir o valor exato a ser pago por um jogo da Mega-Sena?

Quantidade nº jogados	Valor Aposta (R$)
6	R$ 4,50
7	R$ 31,50
8	R$ 126,00
9	R$ 378,00
10	R$ 945,00
11	R$ 2.079,00
12	R$ 4.158,00
13	R$ 7.722,00
14	R$ 13.513,50
15	R$ 22.522,50
16	R$ 36.036,00
17	R$ 55.692,00
18	R$ 83.538,00
19	R$ 122.094,00
20	R$ 174.420,00

Procedimentos:
1. Baixe o aplicativo Combination Calculator no seu smartphone ou use uma calculadora científica para calcular as Combinações Simples que aparecem nos itens abaixo.
   a) Sabendo que num jogo simples marcamos 6 números, quantos jogos de 6 números equivale uma cartela onde se marca 7 números?
   b) E se marcarmos 8 números, isso equivale a quantos jogos de 6 números?
   c) Faça cálculos supondo que marcou 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20.

2. Preencha a tabela abaixo de acordo com os resultados obtidos na questão 1.

Nº de marcações	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C_n^6														

3. Sabendo que o novo valor para um jogo simples de 6 números da Mega-Sena é R$5,00, com base na tabela da questão 2, preencha a tabela abaixo para descobrir o valor final pago para cada jogo.

Nº de marcações (n)	7	8	9	10	11	12	13	14
Jogo de 6 números (C_n^6)		28				924		
Valor (R$)	35,00			1050,00				15015,00

Nº de marcações (n)	15	16	17	18	19	20
Jogo de 6 números (C_n^6)	5005				27132	
Valor (R$) $5 \times C_n^6$			61880,00			

$5{,}00 \times C_n^6$								

4. Utilizando uma tabela eletrônica do Excel, monte uma tabela final que represente os valores encontrados durante a atividade. Use as fórmulas disponibilizadas pelo Excel para alcançar os resultados de cada célula.

5. Qual dos procedimentos você achou mais prático: usando o aplicativo Combination Calculator ou a planilha eletrônica do Excel?

6. Você acha que os dois procedimentos são complementares, ou seja, o primeiro procedimento ajudou na compreensão do segundo? Ou poderiam ser trabalhados separadamente sem comprometer o entendimento da atividade proposta?

Fonte: Arquivo do professor P1

Após orientações conjuntas, do pesquisador e do professor P1, o professor P2 conseguiu concluir sua atividade (Figura 30) e a institucionalizou, compartilhando os detalhes de sua possível implementação em sala de aula. Essa colaboração e apoio mútuo entre os participantes destacam a importância de uma comunidade de aprendizado e troca de experiências para o crescimento profissional e o avanço da educação matemática. Pois mesmo diante de desafios, a determinação dos educadores em buscar aprimoramento e excelência no ensino de Matemática permaneceu evidente ao longo do piloto do minicurso.

Figura 30 – Atividade 1 desenvolvida pelo professor P2

Atividade 1

Título: Critérios de divisibilidade
Objetivo: Compreender e aplicar os critérios de divisibilidade por 2,por 3, por 6 , por 5 e por 10.
Material: Caixa de papelão, tesoura, cola, tampas de garrafas, lápis, papel, pincel atômico, calculadora

Procedimentos:

recortar a caixa de papelão no formato de canoa, utilizar as tampinhas como se fossem os turistas e o catraieiro

1 - Um grupo de turistas que visitavam a Vila de Alter do Chão, e desejam conhecer a Ilha do Amor, para ter acesso é necessário uma travessia por meio de uma canoa(conhecida por catraia movida a remo) conduzida por um catraieiro, a lotação máxima permitida de 4 turistas por viagem, pagando R$10 por viagem.

2- Havendo um um grupo de 5 turistas, supondo que houvesse apenas uma canoa disponível, seriam necessárias quantas viagens com lotação máxima, para levá-los a Ilha do amor e sobraria algum turista? E se fossem 10? E se fossem 12? E se fossem 30?

3 - Complete a tabela com o número de passageiros nas embarcações e os valores das respectivas viagens

Nº turistas	**Quantidade de viagens de canoa (lotação máxima)**	**Quantidade de viagens de canoa (abaixo lotação máxima)**	**turistas restantes**	**Valor a ser pago**
1	1	0	0	R$10
2	1	0	0	R$10
4	1	0		R$10
5			1	
6		1		
8				
10	3		3	
12				R$30
15	4		4	
20				
24				
30				

Fonte: Arquivo do professor P2

Diante do resultado das atividades desenvolvidas pelos professores P1 e P2, foi proposto que os professores desenvolvessem uma atividade em conjunto, já que ambos atuam em uma escola em comum, mesmo que em horários e dias diferentes.

A proposta foi aceita. No entanto, como ela envolvia o desenvolvimento da atividade em outro momento e por contato virtual, não foi exitosa a tentativa.

Contudo, o professor P1 apresentou uma nova sugestão de atividade desenvolvida individualmente, conforme pode ser observada na Figura 31.

Figura 31 - Atividade 2 desenvolvida pelo professor P1

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

Título: Application drive "Motorista de aplicativo"
Objetivo: Calcular os valores recebidos diariamente por um motorista de aplicativo utilizando função afim
Material: smartphone, Geogebra, caneta ou lápis, papel para rascunho, notebook, planilha do Excel.

Contextualização: O trabalho realizado pelos motoristas de aplicativo vem ganhando espaço a cada dia não somente no Brasil, mas segundo a CEBRAP (Centro Brasileiro de Análise e Planejamento), no mundo todo. Dentre as atividades que utilizam aplicativos de smartphones, os Application drive são os que mais crescem atualmente. Vamos imaginar que durante um dia, um motorista de aplicativo tenha que cumprir cerca de 8h para realizar suas atividades profissionais.



Sabendo que o valor cobrado para cada 100 metros é de R$1,20 e levando-se em conta que cada motorista paga uma taxa de 10% para cada corrida que realiza e deve guardar 20% para gastos com o combustível. Complete a tabela abaixo de acordo com as informações abaixo:

Distância percorrida (metros)	Valor a pagar (R$)	10% (taxa) (R$)	20% (combustível) (R$)	Lucro (R$)
100	1,20	0,12	0,24	0,84
200		0,24		1,68
300	3,60		0,72	
400	4,80			3,36
500	6,00	0,60		
600	7,20		1,44	5,04
700				5,88
800	9,60			
900	10,80		2,16	7,56

Procedimentos:
Após preencher a tabela acima, responda:
1. Qual é o valor pago por um usuário de aplicativo que percorre 300 metros para chegar ao seu objetivo? E o valor que o motorista de aplicativo lucrou nessa corrida?
2. Qual é o valor pago por um usuário de aplicativo que percorre 600 metros para chegar ao seu objetivo? E o valor que o motorista de aplicativo lucrou nessa corrida?
3. Se o motorista de aplicativo lucrou R$5,88, quantos metros foi a distância percorrida?
4. Se o motorista de aplicativo lucrou R$7,56, quantos metros foi a distância percorrida?
5. Se a taxa referente ao combustível é igual a R$1,92, quanto foi o valor pago pelo usuário por essa corrida? Quantos metros o motorista de aplicativo percorreu?
6. Calcule o lucro do motorista de aplicativo para um usuário que percorreu 1,2km? E se percorrer 2,5km?
7. Seria possível modelar uma fórmula que forneça o lucro obtido pelo motorista de aplicativo em função da distância percorrida? Com os resultados da tabela acima, represente no plano cartesiano os pontos com as coordenadas do eixo x referentes às distâncias percorridas e do eixo y referentes aos lucros obtidos. Em seguida, descubra qual função afim gerou o gráfico.

Observação: para realizar esta atividade, o aluno pode utilizar uma tabela eletrônica do Excel e usar os recursos encontrados nesse programa.

Fonte: Arquivo do professor P1

5.2.4 Conclusões referente ao projeto-piloto do minicurso

A aplicação deste projeto-piloto foi essencial para promover a discussão sobre problemas e situações matemáticas nos diferenciados contextos escolares dos participantes, oferecendo múltiplas perspectivas sobre cada questão abordada e incentivando a criação de atividades que possam ser replicadas nas aulas de Matemática. Essa dinâmica inicial evidenciou a mobilização do saber disciplinar (Tardif, 2002), que diz respeito ao domínio do conteúdo matemático necessário para formular questões e problemas relevantes. A troca de experiências entre os professores mostrou-se valiosa para fortalecer o saber curricular, ao discutir a adequação dos conteúdos e como melhor integrar as diretrizes educacionais de cada nível escolar. Além disso, ao incentivar a criação de atividades replicáveis, o projeto buscou desenvolver o saber pedagógico, que envolve uma capacidade de planejar e implementar estratégias eficazes para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Durante o piloto, embora não tenham sido realizados workshops específicos com TDIC, foram apresentados exemplos ilustrativos de resolução de tarefas semelhantes às propostas pelo pesquisador, utilizando esses recursos tecnológicos. Essa abordagem incentivou os participantes a considerarem as TDIC como ferramentas úteis e viáveis para o desenvolvimento de suas práticas pedagógicas. Nesse contexto, os professores puderam refletir sobre o saber experiencial, ao compartilharem situações em que já tiveram experimentado diretamente o uso do TDIC em suas aulas e consideraram como esses recursos poderiam enriquecer suas atividades docentes. Esse saber experiencial, consolidado pela prática e pela adaptação às realidades do ensino, revelou-se essencial para que os professores percebessem o potencial das TDIC no aprimoramento das práticas pedagógicas, mesmo sem uma aplicação direta durante o piloto.

Além disso, o projeto propôs uma análise crítica sobre a estrutura das formações, com foco na adequação de dados e horários, e indicou a necessidade de um treinamento mais formal no uso de recursos digitais aplicados ao ensino, como o Geogebra e planilhas eletrônicas. No entanto, a possibilidade de inserção das TDIC foi apenas suscitada, evidenciando o potencial dessas tecnologias para enriquecer a prática pedagógica em Matemática, especialmente em contextos que bloqueiam maior interação e visualização. Aqui, o saber pedagógico foi novamente mobilizado, já que o uso das TDIC exige que os professores adaptem suas estratégias de ensino e sejam preparadas para enfrentar as questões didáticas e práticas que esses recursos impõem. A necessidade de treinamento também remete ao saber científico e ao saber pedagógico, pois capacitar os professores no uso de recursos digitais envolve tanto o conhecimento técnico quanto o entendimento de como integrar esses recursos para atender às demandas educacionais.

No âmbito da Educação Matemática, o projeto-piloto contribuiu para uma reflexão aprofundada sobre os desafios da formação contínua dos professores de Matemática que atuam na Educação Básica pública. Esses desafios, somados às ausências registradas durante o curso, ressaltam a complexidade do trabalho docente em um contexto educacional repleto de prazos específicos e múltiplas responsabilidades no cumprimento do programa curricular estipulado. Tais condições muitas vezes inviabilizam a participação em qualificações que privilegiam o saber experiencial, conforme descrito por Maurice Tardif (2002), saber este que é fundamental para o desenvolvimento prático e adaptativo dos professores no cotidiano escolar. A possibilidade de desenvolver esse saber experiencial se mostrou limitada pelo critério do contexto, destacando a importância de ambientes de formação contínua que consideram e respeitam as restrições de tempo e espaço dos professores.

Também foram observadas mudanças nas atitudes colaborativas dos professores ao longo do projeto, facilitadas pela integração de abordagens variadas no ensino da Matemática, como o auxílio prestado ao participante P2 na elaboração de sua atividade. O compromisso demonstrado pelos participantes e o esforço para superar dificuldades refletem uma dedicação ao aprimoramento de suas práticas pedagógicas. Na perspectiva de Dario Fiorentini (2020), a formação colaborativa valoriza a criação de comunidades de prática, onde os professores constroem conhecimentos e enfrentam coletivamente os desafios da docência. Esta colaboração entre pares enriquecedores o saber experiencial, pois os professores aprendem uns com os outros, compartilhando soluções e práticas que resolvem os desafios comuns na Educação Básica.

Por fim, o projeto-piloto permitiu a reflexão sobre a apresentação e o desenvolvimento de novas atividades, como verificado nas propostas desenvolvidas por P1. Esses desafios e aprendizados vivenciados ao longo do minicurso desenvolvidos para uma abordagem mais precisa e adaptada às necessidades dos professores, fortalecendo o saber pedagógico ao aprimorar as estratégias e metodologias de ensino e o saber curricular ao adequar as atividades ao conteúdo e às diretrizes educativas. Essa experiência reforça a importância de aprimorar continuamente as estratégias de formação e capacitação no campo da Educação Matemática, oferecendo aos educadores a oportunidade de explorar, adaptar e expandir práticas de ensino em sintonia com as demandas do contexto escolar.

5.3 Desenvolvimento do Minicurso

A realização do minicurso "Análise de Modelos Matemáticos na Formação Contínua de Professores de Matemática" foi viabilizada por meio de uma parceria entre o pesquisador e a Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), ocorrendo no Laboratório de Aplicações das Novas Tecnologias Educacionais (LANTED) do Campus Rondon da UFOPA. Previsto inicialmente para o período de 01 de junho a 01 de julho de 2023, o curso foi adiado para os dias 15, 16 e 17 de janeiro de 2024 devido a diversas questões logísticas e técnicas, como a não liberação dos professores por parte dos gestores escolares, incompatibilidade de horários entre os interessados, problemas com o sistema SIGAA para cadastro dos participantes, além de dificuldades técnicas no LANTED.

O curso, com carga horária de 30 horas, atraiu um total de 20 inscritos, o limite máximo em razão do número de computadores, gerando lista de espera por desistências, com picos de até 25 participantes em alguns turnos, reforçando o interesse dos docentes e acadêmicos em aprimorar suas práticas pedagógicas por meio de metodologias inovadoras. Durante o minicurso, foram realizadas quatro (4) oficinas cuidadosamente projetadas para explicitar os saberes docentes e promover a aplicação prática de conceitos no Ensino de Matemática, vinculando os saberes docentes teorizados por Tardif (2014) e Shulman (1987), entre outros autores da área de Educação e Educação Matemática.

As atividades desenvolvidas seguiram uma abordagem prática e investigativa, promovendo a interação e o engajamento dos participantes, com registros detalhados em papel A4, papel milimetrado e fotografias. A seguir, destacam-se as oficinas realizadas, correlacionando-as com os saberes docentes mobilizados.

5.3.1 Oficina de Análise de Modelos: "Quanto você tem de pele?"

A oficina inspirada na perspectiva da Análise de Modelos de Sousa (2019) e ministrada por seu idealizador Emerson Sousa, estimulou o saber pedagógico ao demandar dos participantes uma reflexão sobre o ensino investigativo e a adaptação do modelo ao contexto escolar, além do saber experiencial, quando os professores puderam explorar e compartilhar suas interpretações e métodos de resolução. As instruções específicas como para o cálculo da área da sola do pé incentivaram uma descontração que facilitou o aprendizado colaborativo, aproximando o modelo matemático da realidade cotidiana dos participantes.

A oficina teve como ponto de partida a exibição de um vídeo (Figura 32) sobre o incêndio ocorrido na boate Kiss, localizada na cidade de Santa Maria, no Rio Grande do Sul, uma tragédia que matou mais de 240 pessoas e feriu acima de 630 outras, um trágico acontecimento que resultou em vítimas com queimaduras graves. O vídeo foi utilizado para contextualizar a importância do tratamento adequado de queimaduras severas e a necessidade de enxerto de pele para a recuperação dos pacientes, tema que sensibilizou os participantes e apontou uma reflexão sobre as funções exigidas da pele no corpo humano.

Após a exibição, houve uma conversa com os participantes, permitindo que eles expressassem sua preocupação e entendessem melhor as dimensões do acidente e os desafios envolvidos no cuidado com queimaduras. Essa conversa serviu como um elo entre o acontecimento real e o conteúdo da atividade, levando os professores a refletirem sobre a importância do maior órgão do corpo humano, a pele, e suas funções de proteção, regulação térmica e percepção sensorial.

Com essa introdução contextualizada, foi apresentada a atividade “Quanto você tem de pele?”. O desafio proposto incentivou os participantes a estudarem a Área da Superfície Corporal (ASC) de uma pessoa, utilizando diferentes métodos e estratégias matemáticas. Divididos em grupos, os participantes receberam instruções para planejar como poderiam estimar a quantidade de pele que recobre o corpo humano, uma tarefa que auxilia na compreensão de formas geométricas e cálculos de área.

Figura 32 - Oficina de AnM: Contextualização

Fonte: Arquivos do pesquisador - janeiro de 2024

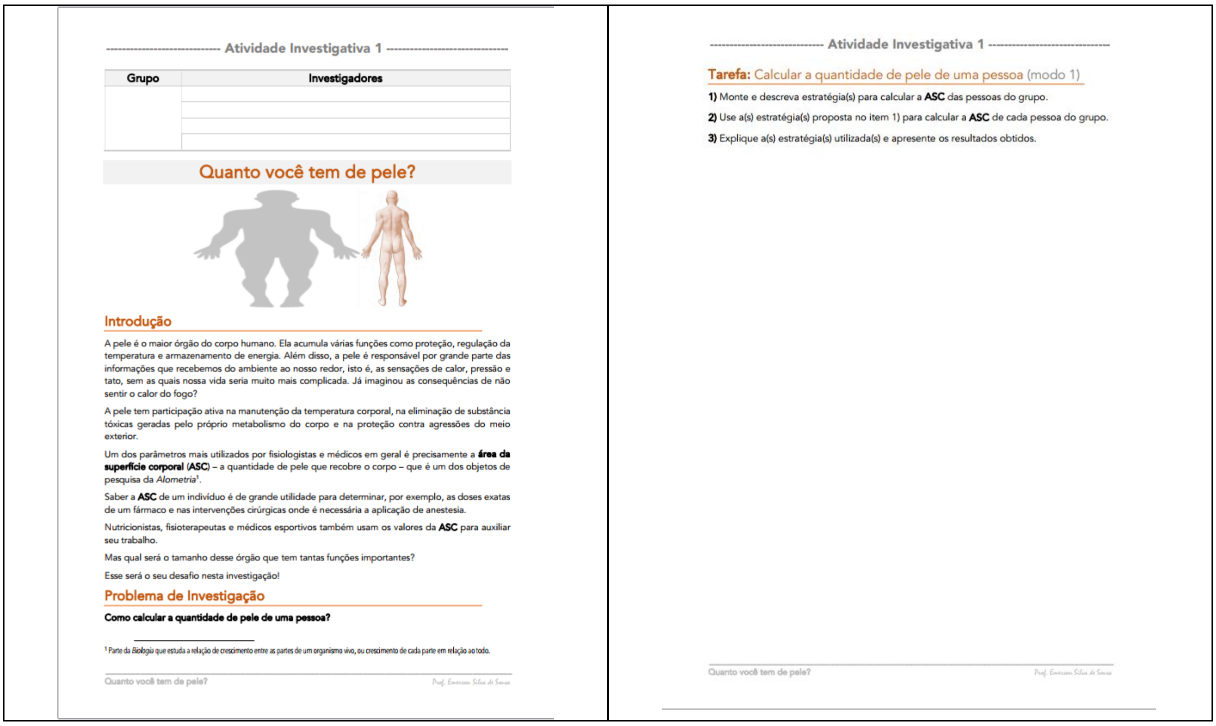
Na atividade “Quanto você tem de pele?”, os participantes foram desafiados a calcular a Área da Superfície Corporal (ASC), explorando diferentes métodos para essa estimativa. Essa tarefa foi dividida em três modos, cada um com estratégias específicas de resolução, permitindo que os participantes investigassem e comparassem abordagens variadas para o cálculo do ASC. A seguir, detalhe de cada um desses modos e as tarefas correspondentes:

Modo 1: Estratégia Livre de Cálculo da ASC

Neste primeiro modo (Figura 33), os participantes foram incentivados a criar suas próprias estratégias para calcular o ASC de cada pessoa do grupo. Eles desviam:

1. **Planejar uma Estratégia**: Cada grupo foi responsável por desenvolver uma ou mais formas de estimar a ASC, sem diretrizes específicas, promovendo a criatividade e o pensamento crítico.
2. **Aplicar a Estratégia**: Após criar o plano, os participantes calcularam a ASC dos membros do grupo utilizando o método que propuseram.
3. **Explicar e Apresentar os Resultados**: Finalmente, os participantes documentaram o processo seguido, explicando os passos e apresentando os resultados obtidos para cada pessoa do grupo.

Figura 33 - Atividade investigativa Modo 1



------------------------- Atividade Investigativa 1 -------------------------

Grupo	Investigadores

Quanto você tem de pele?

Introdução

A pele é o maior órgão do corpo humano. Ela acumula várias funções como proteção, regulação da temperatura e armazenamento de energia. Além disso, a pele é responsável por grande parte das informações que recebemos do ambiente ao nosso redor, isto é, as sensações de calor, pressão e tato, sem as quais nossa vida seria muito mais complicada. Já imaginou as consequências de não sentir o calor do fogo?

A pele tem participação ativa na manutenção da temperatura corporal, na eliminação de substância tóxicas geradas pelo próprio metabolismo do corpo e na proteção contra agressões do meio exterior.

Um dos parâmetros mais utilizados por fisiologistas e médicos em geral é precisamente a **área da superfície corporal** (ASC) – a quantidade de pele que recobre o corpo – que é um dos objetos de pesquisa da *Alometria*[1].

Saber a **ASC** de um indivíduo é de grande utilidade para determinar, por exemplo, as doses exatas de um fármaco e nas intervenções cirúrgicas onde é necessária a aplicação de anestesia.

Nutricionistas, fisioterapeutas e médicos esportivos também usam os valores da **ASC** para auxiliar seu trabalho.

Mas qual será o tamanho desse órgão que tem tantas funções importantes?

Esse será o seu desafio nesta investigação!

Problema de Investigação

Como calcular a quantidade de pele de uma pessoa?

[1] Parte da *Biologia* que estuda a relação de crescimento entre as partes de um organismo vivo, ou crescimento de cada parte em relação ao todo.

Quanto você tem de pele? Prof. Emerson Silva de Sousa

------------------------- Atividade Investigativa 1 -------------------------

Tarefa: Calcular a quantidade de pele de uma pessoa (modo 1)

1) Monte e descreva estratégia(s) para calcular a **ASC** das pessoas do grupo.

2) Use a(s) estratégia(s) proposta no item 1) para calcular a **ASC** de cada pessoa do grupo.

3) Explique a(s) estratégia(s) utilizada(s) e apresente os resultados obtidos.

Quanto você tem de pele? Prof. Emerson Silva de Sousa

Fonte: Atividade desenvolvida pelo oficineiro Emerson Sousa

Esse modo inicial (Figura 34) incentivou os participantes a mobilizarem diferentes saberes docentes (Tardif, 2002) ao refletirem de forma independente sobre possíveis soluções para o problema. Ao testar hipóteses e experimentar abordagens com base em conhecimentos prévios sobre áreas e proporções, os participantes aplicaram o saber disciplinar, relacionado ao domínio conceitual da Matemática, essencial para desenvolver cálculos e cálculos precisos. Além disso, o exercício estimulou o saber experiencial, permitindo que eles conectassem o conhecimento teórico à prática de resolução de problemas, e o saber pedagógico, ao explorar estratégias que pudessem ser adaptadas para uso em sala de aula, fortalecendo a capacidade de promover aprendizagens significativas. Essa prática reflexiva possibilitou uma formação mais completa, incentivando a autonomia e a criatividade na busca por soluções.

Figura 34 - Participantes da oficina buscando medir ASC

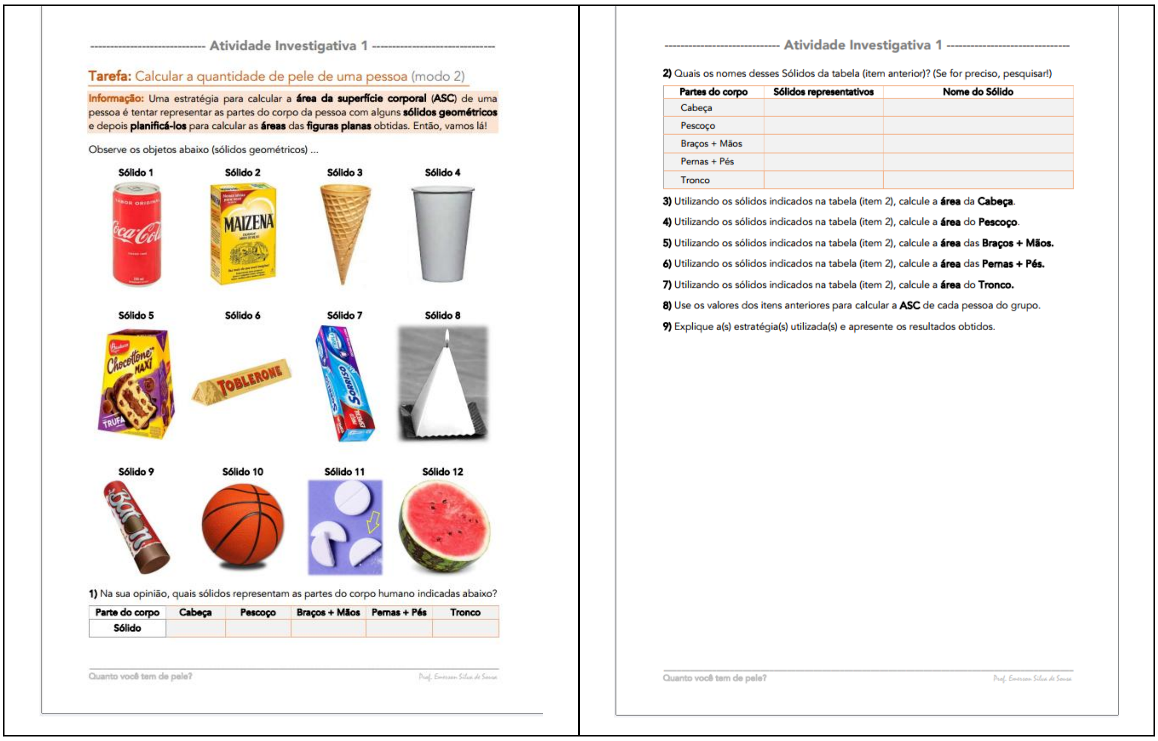
Fonte**:** Arquivos do pesquisador - janeiro de 2024

Modo 2: Uso de Sólidos Geométricos como Representações do Corpo Humano

O segundo modo (Figuras 35 e 36), é uma estratégia mais estruturada, orientando os participantes a representarem partes do corpo humano com sólidos geométricos. A ideia era estimar a ASC planejando e calculando a área de cada sólido, e então somando esses valores. As tarefas foram:

1. **Associação de Partes do Corpo com Sólidos Geométricos**: Os participantes relacionavam partes do corpo (cabeça, pescoço, braços e mãos, pernas e pés, tronco) com sólidos geométricos fluidos, como esferas, cilindros e prismas.
2. **Identificação e Nomeação dos Sólidos**: Após escolherem os sólidos representativos, os participantes nomearam cada um, utilizando conhecimentos de geometria.
3. **Cálculo das Áreas das Partes do Corpo**: Usando as fórmulas geométricas adequadas, eles calcularam a área de cada parte do corpo representada.
4. **Cálculo Total da ASC**: Por fim, somaram as áreas obtidas para cada parte do corpo, obtendo uma estimativa da ASC de cada pessoa.

Figura 35 - Atividade investigativa Modo 2


---------------------------- Atividade Investigativa 1 ----------------------------

Tarefa: Calcular a quantidade de pele de uma pessoa (modo 2)

Informação: Uma estratégia para calcular a **área da superfície corporal** (**ASC**) de uma pessoa é tentar representar as partes do corpo da pessoa com alguns **sólidos geométricos** e depois **planificá-los** para calcular as **áreas** das **figuras planas** obtidas. Então, vamos lá!

Observe os objetos abaixo (sólidos geométricos) ...

Sólido 1 Sólido 2 Sólido 3 Sólido 4

Sólido 5 Sólido 6 Sólido 7 Sólido 8

Sólido 9 Sólido 10 Sólido 11 Sólido 12

1) Na sua opinião, quais sólidos representam as partes do corpo humano indicadas abaixo?

Parte do corpo	Cabeça	Pescoço	Braços + Mãos	Pernas + Pés	Tronco
Sólido					

Quanto você tem de pele? Prof. Emerson Silva de Sousa

---------------------------- Atividade Investigativa 1 ----------------------------

2) Quais os nomes desses Sólidos da tabela (item anterior)? (Se for preciso, pesquisar!)

Partes do corpo	Sólidos representativos	Nome do Sólido
Cabeça		
Pescoço		
Braços + Mãos		
Pernas + Pés		
Tronco		

3) Utilizando os sólidos indicados na tabela (item 2), calcule a **área** da **Cabeça**.

4) Utilizando os sólidos indicados na tabela (item 2), calcule a **área** do **Pescoço**.

5) Utilizando os sólidos indicados na tabela (item 2), calcule a **área** das **Braços + Mãos.**

6) Utilizando os sólidos indicados na tabela (item 2), calcule a **área** das **Pernas + Pés.**

7) Utilizando os sólidos indicados na tabela (item 2), calcule a **área** do **Tronco.**

8) Use os valores dos itens anteriores para calcular a **ASC** de cada pessoa do grupo.

9) Explique a(s) estratégia(s) utilizada(s) e apresente os resultados obtidos.

Quanto você tem de pele? Prof. Emerson Silva de Sousa

Fonte**:** Atividade desenvolvida pelo oficineiro Emerson Sousa

Esse modo decompõe o corpo em figuras geométricas, mobilizando diferentes saberes docentes (Tardif, 2002) ao oferecer uma abordagem prática para estimar a área total e ao ensinar como aplicar sólidos geométricos para resolver problemas complexos. A composição do corpo em formas geométricas permitiu que os participantes desenvolvessem o saber disciplinar, ao aprofundar-se no conteúdo específico da geometria e aplicar esse conhecimento em contextos concretos. Essa prática também incentivou o saber pedagógico, pois os participantes refletiram sobre como poderiam adaptar essa abordagem para tornar o ensino da geometria mais acessível e relevante para os estudantes, facilitando a compreensão de conceitos abstratos por meio de representações visuais e manipuláveis. Além disso, uma experiência contribuiu para o saber experiencial, permitindo que os participantes aplicassem e refletissem sobre a eficácia desse

Figura 36 - Introdução ao Modo 2

Fonte**:** arquivos do pesquisador janeiro de 2024

método em contextos práticos, fortalecendo sua capacidade de abordar problemas complexos de forma adaptativa e contextualizada.

Modo 3: Uso da Área da Sola do Pé e Fórmulas Matemáticas para Estimar a ASC

O terceiro modo (Figuras 37 e 38) foi o mais avançado, introduzindo fórmulas específicas para o cálculo da ASC. Aqui, os participantes obtiveram a relação entre a área da sola do pé e o ASC, além da fórmula de Mosteller, que relaciona a massa e a altura da pessoa. As tarefas incluíram:

1. Cálculo da Área da Sola do Pé (ASP): Os participantes mediram o comprimento e a largura do pé e obtiveram uma fórmula para calcular o ASP.
2. Fórmula de Estimativa da ASC com Base na ASP: Com base em estudos que indicam que a ASP representa cerca de 1% da ASC, os participantes realizam uma fórmula para estimar a ASC usando a ASP.
3. Uso da Fórmula de Mosteller: Foi estabelecida a fórmula de Mosteller. Os participantes aplicaram essa fórmula para calcular o ASC de, pelo menos, um membro do seu respectivo grupo.
4. Comparação dos Resultados: Finalmente, os participantes compararam os resultados obtidos nos três modos para avaliar qual método era mais preciso e eficiente.

Figura 37 - Atividade investigativa Modo 3

---------------------------- **Atividade Investigativa 1** ----------------------------

Tarefa: Calcular a quantidade de pele de uma pessoa (Modo 3)

Informação 1: Estudos[2] mostram que a **área da sola do pé** (**ASP**) de uma pessoa representa aproximadamente 1% da área da superfície corporal (**ASC**).

1) Monte e descreva estratégia(s) para calcular a **ASP** das pessoas do grupo.

2) Use a(s) estratégia(s) proposta no item 1) para calcular a **ASP** de cada pessoa do grupo.

3) Expresse uma *fórmula* para calcular a **ASC**, considerando a Informação 1.

4) Use a *fórmula* encontrada no item 2) para calcular a **ASC** de cada pessoa do grupo.

5) Faça a medição do comprimento (C) e a largura (L) do seu pé (cada membro do grupo).

6) Expresse uma fórmula que calcule a **ASP** de qualquer colega da turma em função do comprimento C e largura L do pé.

7) Usar essa fórmula para exibir uma expressão geral da **ASC**.

8) Use a *fórmula* encontrada no item 7) para calcular a **ASC** de cada pessoa do grupo.

Informação 2: A **ASC** é uma medida *antropométrica*[3] que relaciona dois dados principais: **massa** (M) e **altura** (H). Algumas fórmulas matemáticas já foram desenvolvidas para o cálculo da **ASC** (m^2). Uma delas é a fórmula de **Mosteller** (1987)[4] que utiliza a massa M (kg) e a altura H (cm) da pessoa.

$$ASC_M = \frac{\sqrt{M \cdot H}}{60}$$

9) Use a *fórmula* de *Mosteller* para calcular a **ASC** de cada pessoa do grupo.

10) Construa uma tabela com esses resultados, os obtidos nos itens 4) e 8).

11) Ao comparar os resultados, o que se conclui sobre os métodos de calcular a **ASC**?

12) É possível encontrar a mesma **ASC**, pela fórmula de **Mosteller**, de dois indivíduos que tenham massas e alturas diferentes? Se sim, como pode ser?

13) Considerando indivíduos com massa de 60 kg (ou outro valor) e substituindo as variáveis **ASC** por y e a altura por x, como fica a fórmula de **Mosteller** como expressão $y = f(x)$?

14) Que tipo de expressão é essa?

[2] OMODEI, L. B. C; et al. Modelagem Matemática na sala de aula: relato de uma atividade que relaciona a área da superfície corporal e a área da sola do pé. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2017. **Anais ...** Cascavel/PR: Unioeste, 2017.
[3] A antropometria é o estudo das medidas e dimensões corporais de uma pessoa. Disponível em: https://blog.sanny.com.br/medidas-antropométricas.
[4] Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Body_surface_area.

Quanto você tem de pele? Prof. Emerson Silva de Sousa

Fonte: Atividade desenvolvida pelo oficineiro Emerson Sousa

Esse modo permitiu aos participantes verificarem como fórmulas matemáticas e proporções podem ser aplicadas para resolver problemas biométricos, trazendo um entendimento mais avançado sobre como a ASC é calculada em contextos reais.

Figura 38 - Participantes resolvendo, apresentando e comparando resultados

Fonte: Arquivos do pesquisador - janeiro de 2024

Essa atividade proporcionou uma experiência prática e investigativa, mobilizando diferentes saberes docentes essenciais para a formação completa dos professores. Ao unir conceitos de matemática e biologia em torno de um tema real e socialmente relevante, os participantes puderam explorar o saber disciplinar (TARDIF, 2002), aplicando conhecimentos específicos de matemática de maneira contextualizada. A sequência das etapas permitiu que eles desenvolvessem o saber pedagógico, refletindo sobre como adaptar e planejar estratégias de ensino que integram conteúdos interdisciplinares para uma melhor compreensão dos estudantes. Além disso, o saber experiencial foi mobilizado à medida que os professores vivenciaram, de forma prática, a importância de cálculos precisos em contextos de saúde, acompanhando como a matemática pode contribuir para solucionar problemas reais e relevantes. Essa experiência prática e integrada reforça a importância de um ensino que se aproxima da teoria da prática, preparando os educadores para lidarem com demandas autênticas em suas futuras práticas pedagógicas.

5.3.2 Oficina de Uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação

A oficina foi organizada em duas partes principais: "GeoGebra com Smartphone" e "Recursos Digitais para o Ensino de Matemática e Física".

Oficina 1: GeoGebra com Smartphone

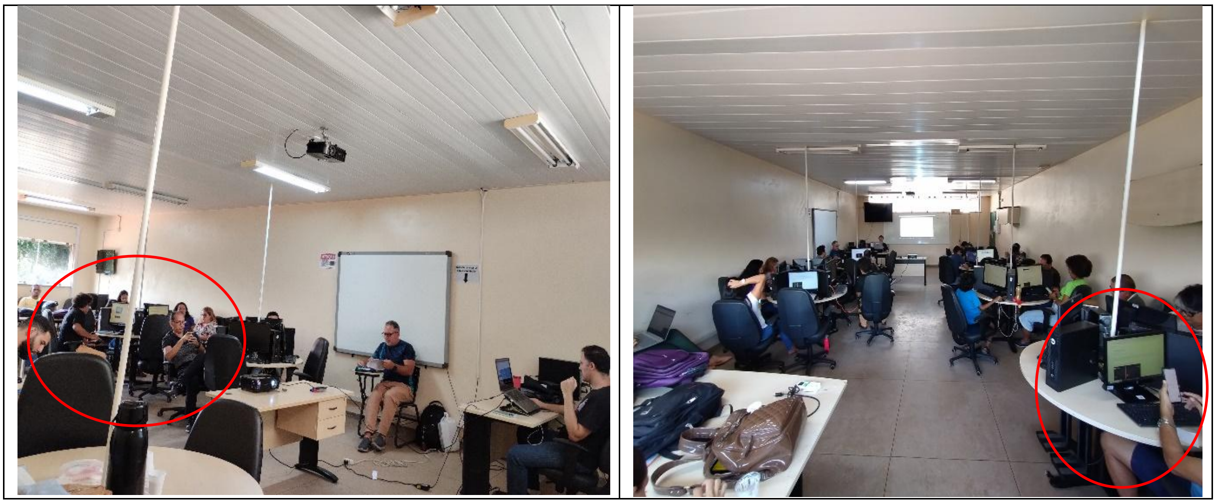
Na primeira parte, ministrada pelo professor Aroldo, um especialista no GeoGebra, foi explorado o uso do recurso digital (Figura 39), apresentando as diversas versões que podem ser acessadas em computadores, tablets e smartphones. Para enriquecer essa oficina e conectar a Matemática a outras áreas, o ministrante selecionou uma atividade específica do site GeoGebra que integra conceitos de Matemática e Física (Figura 40).

A atividade "Matemática e Física" disponibilizada no GeoGebra (https://www.geogebra.org/m/gabkhdup) é direcionada para estudantes do primeiro ano do ensino médio. Ela oferece uma rica integração de conceitos matemáticos e físicos por meio do estudo de funções quadráticas aplicadas ao movimento. Utilizando uma interface dinâmica e interativa, esta atividade proporcionou aos participantes da oficina a oportunidade de visualizar e manipular graficamente os coeficientes de funções quadráticas, observando em tempo real o impacto dessas mudanças no comportamento de objetos em movimento parabólico.

O recurso principal da atividade é uma série de ferramentas gráficas acompanhadas de controles deslizantes que permitem aos usuários ajustarem valores e parâmetros, facilitando a exploração e a compreensão de conceitos como vértice e concavidade da parábola. Além disso, os usuários são encorajados a resolver problemas e questionamentos que surgem ao longo da atividade, aplicando o conhecimento teórico em situações práticas que podem simular acontecimentos reais.

Os participantes também tiveram a oportunidade de explorar algumas construções que associam a Matemática à arte, destacando como o uso do GeoGebra pode expandir o alcance da Matemática e tornar o ensino mais interdisciplinar.

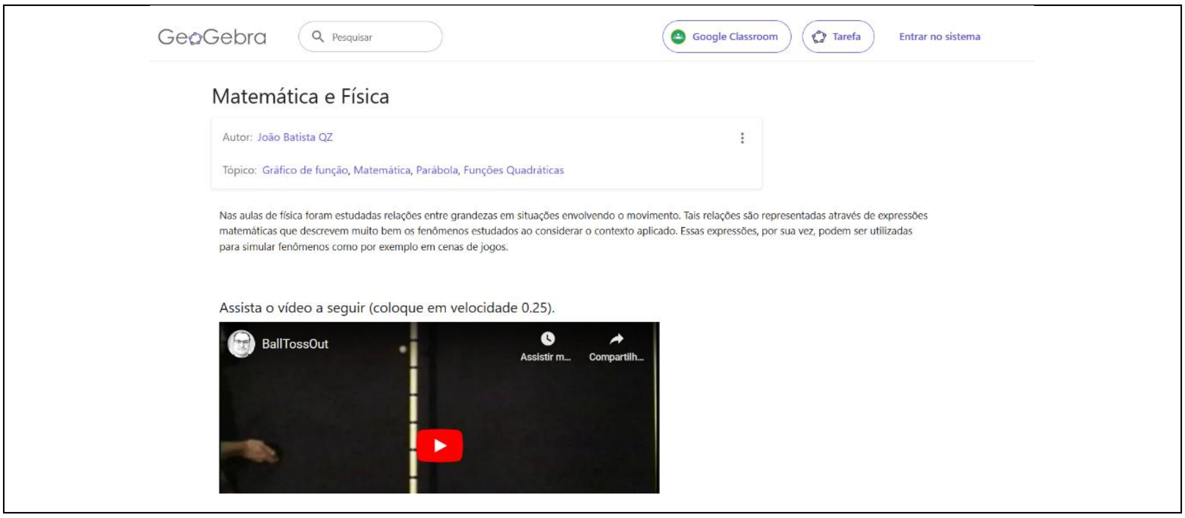
Figura 39 - Participantes manuseando o GeoGebra no smartphone e computador



Fonte**:** arquivo do pesquisador

Um dos participantes destacou a grande satisfação em participar desse momento, afirmando que já ouviu comentários positivos sobre o trabalho do professor Aroldo e que pode confirmar essa impressão. Esse tipo de relato reforça o impacto positivo que a capacitação por meio de TDIC pode ter, especialmente quando a metodologia envolve e integra conteúdos e aplica a Matemática em contextos interdisciplinares.

Figura 40 - Tela do GeoGebra com a Atividade proposta pelo palestrante



Nesta cena podemos considerar várias grandezas: altura da bolinha, distância horizontal a um ponto de referência, tempo, velocidade (ou suas decomposições na horizontal e vertical), aceleração (ou suas decomposições na horizontal e vertical).

Por exemplo, após estabelecer um sistema de coordenadas cartesianas (respeitando a escala real da imagem foi escolhido um sistema no qual a origem é o primeiro ponto marcado no gráfico abaixo) foram determinadas as coordenadas dos pontos por onde a bola passa.

A partir disto, foram marcados os pontos no sistema de coordenadas e também foi obtida uma expressão para a função que relaciona a posição da altura S_y (chamaremos aqui de y) em relação a posição horizontal S_x (chamaremos aqui de x). Assim, simbolizamos como $y = f(x)$. Ao estabelecer essa relação, essa função coincide com o desenho da trajetória da bola lançada.

Igualmente, também podemos relacionar tanto a posição da altura S_y em relação ao tempo t cronometrado do início do lançamento, quanto a posição horizontal S_x em relação ao tempo t cronometrado. Assim, simbolizamos como $y = g(t)$ (para diferenciar da outra função $y = f(x)$). E finalmente simbolizamos a posição horizontal S_x em função do tempo por $x = x(t)$.

A função $y = g(t)$ representa apenas o valor da posição da altura em relação ao tempo. Para ajudar a entender o que representa, veja o vídeo a seguir entre os instantes 0:35 e 1:00 (onde se pode desprezar a resistência do ar).

Questão 1)

Considere que (0 ; 0), (0,4 ; 0,35) e (0,8 ; 0,16) são pontos no gráfico de $y = f(x)$. Escolha, dentre as três a seguir, qual a mais apropriada para os dados fornecidos e determine o valor de seus parâmetros.

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Digite sua resposta aqui...

É importante notar que o parâmetro t utilizado na animação acima não está ajustado para coincidir com o tempo da cena real.

Mas, usando informações disponíveis no filme (taxa de frames por segundo, por exemplo) e software para análise do vídeo, foi possível obter a expressão para $y = g(t)$ (em que y representa a posição da altura na qual está a bola no instante t). Neste caso, foi obtido que $g(t) = -4,9t^2 + 2,62t$. A seguir está o gráfico de y=g(t).

Fonte: Adaptado pelo pesquisador, com acesso ao GeoGebra - janeiro de 2024.

Oficina 2: Recursos Digitais para o Ensino de Matemática e Física

A segunda oficina (Figura 41), ministrada pela professora Lissa Nareli, foi estruturada em três momentos distintos, cada um abordando diferentes aspectos do uso de recursos digitais para enriquecer o ensino:

Primeiro Momento – Apresentação dos Recursos Digitais

Nesta etapa, foram apresentados recursos digitais variados que oferecem suporte ao processo de ensino, como Planilhas Eletrônicas, Kahoot e Phet Colorado. Essa introdução mostrada aos professores como essas ferramentas podem ser usadas para tornar o ensino de Matemática e física mais dinâmico e visual.

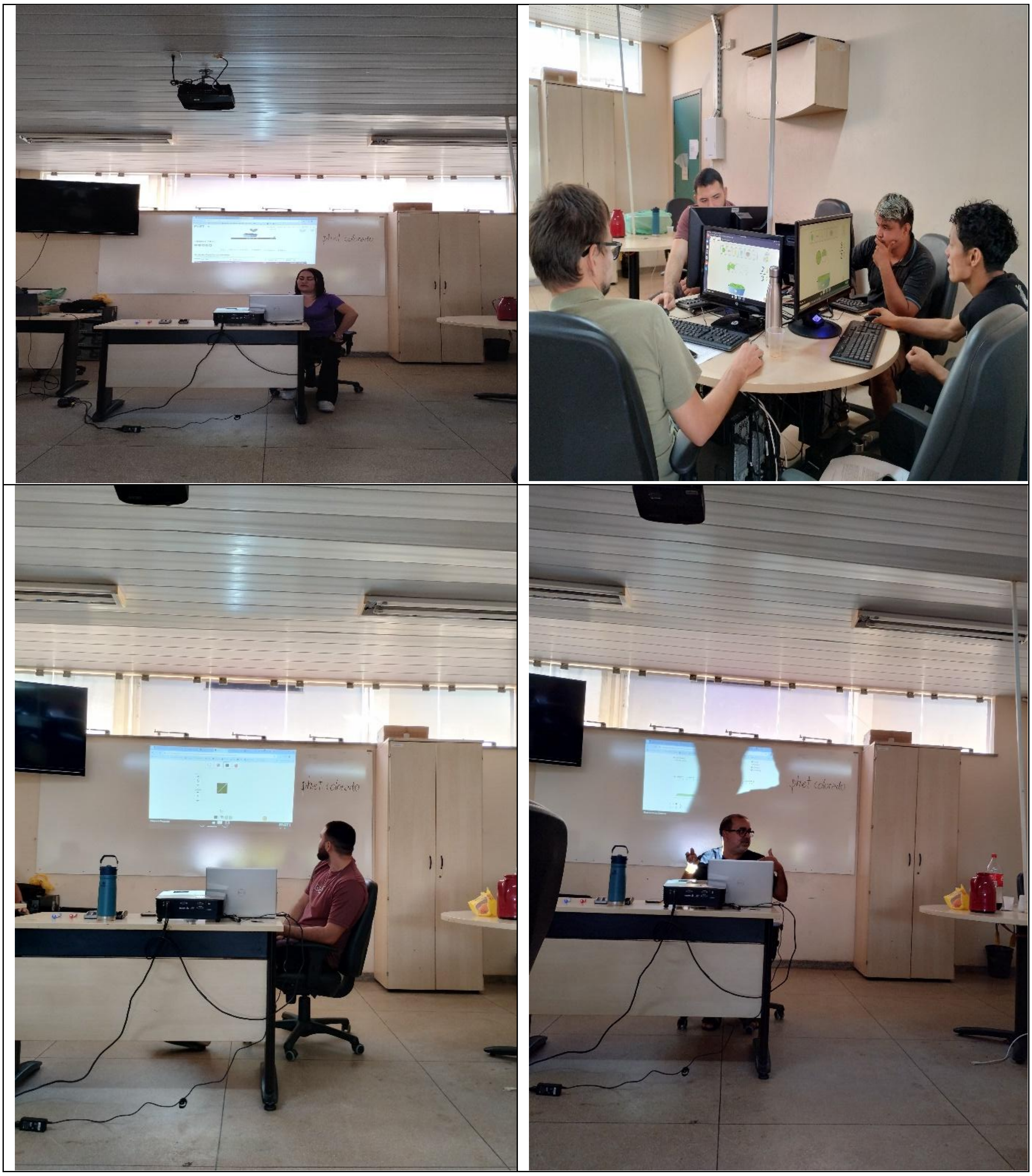
Segundo Momento – Exploração Prática de Atividades

Após a introdução dos recursos, os participantes tiveram a oportunidade de manusear as ferramentas digitais e explorar atividades guiadas, desenvolvendo habilidades práticas para aplicá-las em suas próprias aulas. Essa etapa foi fundamental para que os professores pudessem experimentar os recursos, compreendendo como utilizá-los para facilitar a visualização e manipulação de conceitos matemáticos e físicos.

Terceiro Momento – Criação de Atividades

No momento final, os professores foram incentivados a projetar suas próprias atividades com o uso de recursos digitais. Dentre as propostas, destaca-se atividades relacionadas a frações e ao cálculo de áreas de praças e canteiros, utilizando o Google Earth para mapear as áreas planas. Ao final, cada grupo apresentou e explicou sua atividade, refletindo sobre os objetivos pedagógicos e os métodos aplicados.

Figura 41 - Momentos da oficina de Recursos Digitais



Fonte: arquivo do pesquisador (2024)

As oficinas permitiram que os professores mobilizassem diversos saberes docentes ao longo delas, em especial o saber experiencial, ao aplicarem diretamente as metodologias abordadas, e o saber pedagógico, ao desenvolverem estratégias interativas e visuais para os estudantes. Esse contexto contribuiu para o objetivo geral da pesquisa, que busca explicitar como os professores mobilizam esses saberes ao integrar metodologias de AnM, EMAE e TDIC, permitindo-nos observar as habilidades e reflexões dos participantes durante o desenvolvimento das atividades.

Além disso, as oficinas atenderam de forma direta aos objetivos específicos da pesquisa, especialmente no que diz respeito à categorização dos saberes docentes mobilizados durante a formação e à identificação das contribuições desses saberes para a prática pedagógica. A estrutura das oficinas foi planejada cuidadosamente para explorar os pressupostos da Análise de Modelos (AnM), oferecendo aos professores oportunidades de trabalho com modelos matemáticos prontos como ponto de partida para a introdução de conceitos e a contextualização do conteúdo curricular. Esse processo foi evidenciado nos momentos de criação e apresentação de atividades, nos quais os professores planejaram e adaptaram tarefas que incentivaram o protagonismo estudantil e a resolução de problemas observados no cotidiano da comunidade. Ao proporcionar esse espaço de criação, as oficinas buscam deslindar os saberes curriculares, pedagógicos e experienciais dos participantes, destacando como esses saberes são mobilizados na prática docente.

A abordagem proposta nas oficinas enfatizou a importância de um ensino fundamentado em situações reais e contextualizadas, características centrais da AnM. Durante as atividades, os professores foram desafiados a trabalhar com modelos matemáticos que permitiam a interpretação de características e a resolução de problemas complexos, aplicando conceitos em contextos variados. Essa prática está alinhada aos objetivos da pesquisa que busca explicitar como os saberes docentes são mobilizados no desenvolvimento de práticas pedagógicas significativas e inovadoras. A AnM, ao criar a reflexão sobre os processos matemáticos e a análise crítica dos resultados, permitiu que os participantes visualizassem o potencial dos modelos como recurso integrado entre teoria e prática, além de fortalecer a conexão interdisciplinar no ensino.

Uma oficina também destacada como a Análise de Modelos (AnM) pode contribuir para a formação continuada de professores ao oferecer um ambiente colaborativo e reflexivo, no qual os docentes podem explorar e discutir estratégias pedagógicas aplicáveis às suas realidades de sala de aula. Essa dinâmica favoreceu a articulação entre os objetivos da pesquisa e as práticas desenvolvidas nas oficinas, promovendo um diálogo entre os saberes mobilizados pelos professores e os fundamentos teóricos da AnM. Ao final, os participantes afirmaram como a utilização de modelos matemáticos podem transformar suas práticas pedagógicas, incentivando a experimentação, a análise crítica e a adaptação dos conteúdos matemáticos ao contexto dos estudantes.

Assim, as oficinas não apenas atenderam aos objetivos propostos pela pesquisa, mas também evidenciaram o impacto da Análise de Modelos (AnM) na formação de professores da Educação Básica. A abordagem explorada proporcionou um espaço para a construção de práticas inovadoras que conectam teoria e prática, reforçando o papel do professor como mediador e facilitador do conhecimento, capaz de integrar metodologias que promovam uma Educação Matemática contextualizada e significativa.

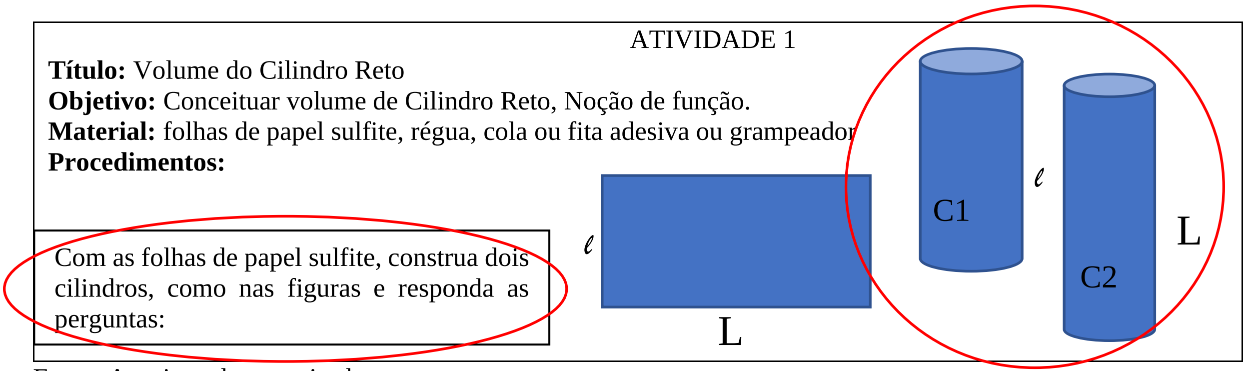
5.3.3 Oficina de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE)

A oficina, ministrada pelo pesquisador, abordou metodologias de ensino por atividades experimentais, permitindo que os professores participantes vivenciassem o processo de desenvolvimento e aplicação de atividades práticas e investigativas em Matemática. Iniciamos com a leitura e discussão de um texto sobre o perfil do profissional que atua no ensino de Matemática – seja ele professor, matemático ou educador matemático –, o que abriu espaço para reflexões importantes. Uma professora com vasta experiência aproveitou esse momento para compartilhar relatos sobre os desafios e a falta de valorização dos profissionais da área de ensino, destacando a realidade enfrentada no cotidiano educacional.

Em seguida, retomamos temas de oficinas anteriores, como Geogebra, o uso de Recursos Digitais para o Ensino de Matemática e Física e o ensino pelo Método da Análise de Modelos, apresentando o terreno para a introdução das atividades experimentais. Cada uma das atividades (descritas na seção 4.4) foi apresentada em seu contexto específico, proporcionando aos participantes uma visão estruturada e gradativa dos conceitos envolvidos.

A primeira atividade, “Volume do Cilindro Reto”, reuniu os participantes para construírem dois cilindros com folhas de papel A4, conforme descrito no roteiro de contextualização (Figura 42). Esse exercício inicial suscitou a discussão sobre qual cilindro teria maior capacidade de volume, já que ambos foram feitos com folhas de mesmas dimensões (largura e comprimento). As dúvidas sobre a capacidade dos cilindros foram se dissipando à medida que os professores exploravam o conceito de volume de um cilindro, mobilizando o saber disciplinar ao aplicarem fórmulas e cálculos na análise dos modelos.

Figura 42 – Indicação de construção dos cilindros


ATIVIDADE 1

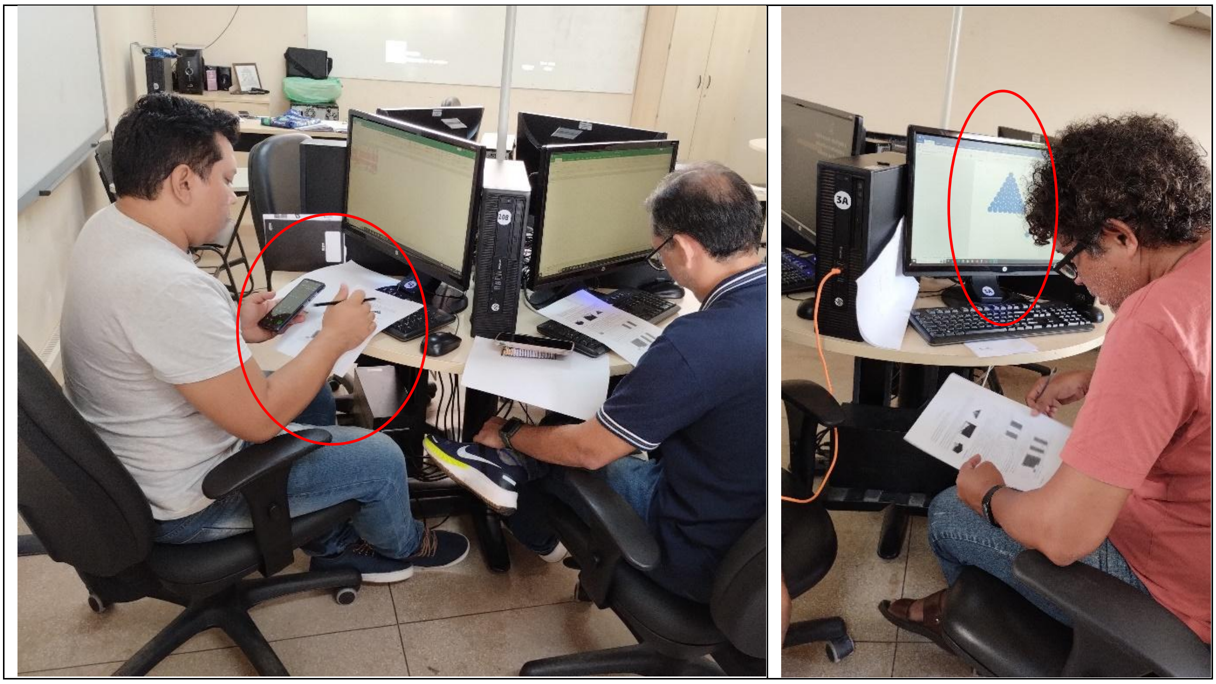
Título: Volume do Cilindro Reto
Objetivo: Conceituar volume de Cilindro Reto, Noção de função.
Material: folhas de papel sulfite, régua, cola ou fita adesiva ou grampeador
Procedimentos:

Com as folhas de papel sulfite, construa dois cilindros, como nas figuras e responda as perguntas:

Fonte: Arquivos do pesquisador.

A segunda atividade exigiu atenção, incentivando alguns participantes a utilizarem calculadoras digitais e até mesmo representarem graficamente as tarefas, conforme ilustrado na Figura 43. Esse uso dos recursos digitais, alinhado ao saber pedagógico e ao saber tecnológico, facilita a visualização dos conceitos e mostra como o uso de TDIC pode ser integrada ao ensino de Matemática, promovendo a aplicação prática dos conteúdos em contextos interativos.

Figura 43 - Participantes resolvendo as tarefas da Atividade 2



Fonte: arquivos do pesquisador.

Na terceira atividade, os participantes construíram um objeto específico (Figura 44) com papel A4 e seguiram um roteiro que incentivou a coleta de dados e o desenvolvimento de debates sobre as relações Matemáticas envolvidas. Essa tarefa proporcionou uma oportunidade para a aplicação do saber experiencial, uma vez que os professores experimentaram uma metodologia colaborativa e exploraram diferentes estratégias para compreender e ensinar os conceitos propostos.

À medida que o tempo avançava, as atividades 4 e 5 não foram concluídas durante a oficina, e o desenvolvimento de novas atividades, como previsto no projeto do minicurso, também foi interrompido. No entanto, uma das equipes, em um momento posterior, adaptou uma atividade utilizando o Kahoot para criar um quiz interativo, utilizando o projetor e placas de resposta (a, b, c, d) para engajar os estudantes de uma escola onde atuam como professores. Essa adaptação destacou o potencial de metodologias interativas para engajar os estudantes, proporcionando uma forma lúdica de fixar o conteúdo matemático e demonstrando a flexibilidade de abordagens que incorporam o TDIC.

Figura 44 - Construção de objeto da Atividade 3

Fonte: Arquivos do pesquisador.

Embora outras equipes tenham iniciado reuniões para desenvolver mais atividades, muitas relatam dificuldades na conclusão dessas tarefas, sendo a falta de tempo apontada como um dos principais obstáculos. Apesar disso, o minicurso cumpriu um papel importante ao contribuir significativamente para o avanço dos objetivos da pesquisa, revelando os saberes docentes mobilizados ao longo do processo formativo. Durante as etapas de criação, discussão e adaptação das atividades experimentais, os professores demonstraram mobilização de saberes pedagógicos e experienciais, bem como reflexões aprofundadas sobre a importância de um ensino matemático que valoriza tanto o protagonismo estudantil quanto a contextualização do conhecimento. Um dos participantes, em um momento posterior ao minicurso, destacou:

“Percebi que, ao criar atividades mais contextualizadas, os alunos se sentem mais motivados a participar e conseguem entender melhor os conceitos trabalhados.”

Além disso, o minicurso reforçou a relevância das comunidades colaborativas (FIORENTINI, 2020) na formação contínua de professores de Matemática. A interação entre os participantes foi crucial para a troca de experiências e saberes, permitindo que os professores se apoiassem mutuamente na superação de desafios e na elaboração de estratégias pedagógicas inovadoras. Um professor comentou durante a visita realizada para o preenchimento do questionário 2: *“Foi muito enriquecedor poder discutir ideias com outros colegas e descobrir que enfrentamos desafios semelhantes. Essa troca me ajudou a enxergar novas possibilidades para trabalhar Matemática na sala de aula.”* Essas interações colaborativas desenvolvem-se para a criação de um ambiente de aprendizagem dinâmico e inspirador, fortalecendo os saberes docentes e incentivando a implementação da EMAE de maneira prática e fundamentada.

A experiência do minicurso também destacou como a colaboração entre pares pode enriquecer a prática pedagógica e ampliar a capacidade dos professores de adaptar atividades às necessidades específicas de seus estudantes. Muitos participantes consideraram que, ao elaborar e analisar coletivamente as atividades, não apenas aprimorar suas ideias iniciais, mas também adquirir novas perspectivas sobre como promover um ensino mais ativo e engajador. Um dos relatos sintetizou bem essa percepção: *“Poder compartilhar e ouvir as experiências dos colegas foi essencial para entender como adaptar as atividades ao contexto da minha escola e torná-las mais eficazes.”*

Por fim, a experiência promovida pelo minicurso evidenciou a eficácia de estratégias que integram Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) e Análise de Modelos (AnM), alinhadas ao uso de TDIC. Essa integração não apenas ampliou o repertório pedagógico dos professores, mas também os preparou para implementar abordagens que promovam uma Educação Matemática contextualizada e significativa. Assim, o minicurso não atingiu apenas os objetivos propostos pela pesquisa, mas também deixou um impacto duradouro nos participantes, fornecendo subsídios práticos e teóricos para que eles continuem desenvolvendo práticas inovadoras em suas escolas.

6 PONTO DE ANCORAGEM

> ***“Após uma longa viagem, o barco finalmente chega ao destino. É o momento de desembarcar, refletir sobre os aprendizados e registrar as descobertas feitas ao longo do caminho. Este capítulo apresenta os resultados alcançados e as conclusões que sintetizam a riqueza dessa jornada educativa.”***

Figura 45 - Ponto de ancoragem

Fonte: Elaborado pelo pesquisador com auxílio da inteligência artificial ChatGPT (2024).

6.1 Análise do Gráfico de Similitude

O gráfico de similitude (Figura 25) gerado pelo IRAMUTEQ evidencia as relações mais significativas entre os termos emergentes das respostas dos participantes efetivos da pesquisa, destacando conexões entre palavras centrais como "aluno", "atividade" e "tecnologia", entre outras associadas. Esses termos foram analisados à luz dos saberes docentes descritos por Tardif (2002), que os classifica em quatro categorias principais – saber disciplinar, saber curricular, saber pedagógico e saber experiencial –, por Shulman (1986) e por Pimenta (1999), que os agrupa em três dimensões – saberes da experiência, saberes científicos e saberes pedagógicos. Além disso, esta análise é contextualizada no âmbito das metodologias EMAE (Ensino de Matemática por Atividades Experimentais), AnM (Análise de Modelos) e TDIC (Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação), articulando-os com os objetivos da pesquisa. A seguir, apresentamos uma discussão que relaciona os termos do gráfico com os eixos estruturantes do estudo e os saberes docentes mobilizados pelos professores, seja no ambiente de trabalho ou no decorrer do minicurso.

O termo central "aluno" destaca-se no gráfico, conectando-se a conceitos como "atividade", "entender", "interesse" e "conteúdo", evidenciando a ênfase dos professores em práticas pedagógicas centradas no estudante. Essa relação reflete a mobilização do saber pedagógico, que, conforme Tardif (2002), é construída na prática docente e envolve estratégias que favorecem a aprendizagem significativamente. Essa perspectiva também encontra respaldo em Shulman (1986), ao afirmar que a eficácia do ensino depende da habilidade do professor em conectar o conteúdo às experiências do estudante, promovendo uma aprendizagem que dialoga com as realidades vividas pelos discentes.

As falas dos participantes reforçam essa análise, conforme ilustrado (Figura 22) por PE_Q2_6[3]: *"Permitir que o aluno crie e possa discutir os processos de criação"* e PC_E1_2: *"Fazer o aluno entender a essência e desenvolver interesse"*. Esses depoimentos revelam a busca por estratégias que motivam os estudantes a participarem ativamente do processo de ensino-aprendizagem, destacando a importância de atividades interativas e contextualizadas. Essas práticas estão alinhadas ao Objetivo Específico "a" da pesquisa, que busca identificar os saberes docentes mobilizados na atuação dos professores, evidenciando a conexão entre as atividades propostas, o engajamento dos estudantes e os saberes pedagógicos fundamentais.

[3] As siglas PE_Q2_6 e PC_E1_2, respectivamente, são referências ao **P**articipante **E, Q**uestionário **2**, pergunta **6** e **P**articipante **C**, **E**ntrevista, pergunta **2**.

Os termos "tecnologia", "digital" e "falta" emergem na análise de similitude como representativos tanto da relevância quanto dos desafios associados ao uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no ensino de Matemática. Essas conexões refletem a mobilização do saber experiencial, que, conforme Tardif (2002), é construída no cotidiano e moldada pelas vivências práticas dos professores no contexto escolar, influenciando diretamente sua prática docente.

As falas dos participantes evidenciam essas dificuldades, como observado em PH_Q2_7: *"Falta de material e infraestrutura nas escolas"* e PG_Q2_7: *"Um desafio é a desigualdade no acesso às TICs. Outro desafio é a mudança de hábitos dos próprios alunos."* Tais depoimentos ilustram as barreiras estruturais e culturais enfrentadas pelos professores, ao mesmo tempo em que reforçam a necessidade de uma formação contínua que capacite os educadores a compreenderem tanto as possibilidades quanto as limitações das TDIC. Como apontado por Ponte, Oliveira e Varandas (2003), a formação docente deve preparar os professores para explorar essas ferramentas de forma crítica e eficaz. Essa análise conecta-se diretamente ao Objetivo Específico "b" da pesquisa, que busca analisar os saberes mobilizados durante um minicurso, evidenciando que, apesar das limitações, as TDIC possuem um grande potencial para transformar a prática pedagógica e enriquecer o ensino de Matemática.

A relação entre "atividade" e conceitos como "conteúdo" e "entender" destacados no gráfico reflete a mobilização do saber disciplinar, fundamental para a adaptação do conteúdo matemático às metodologias EMAE e AnM. Essa mobilização permite que os professores planejem atividades que contextualizem o conteúdo curricular, promovendo uma aprendizagem significativa e alinhada às necessidades dos estudantes.

As falas dos participantes reforçam essa conexão, como em PF_Q2_6: *"Engajamento dos estudantes. Melhor compreensão do objeto de estudo"* e PA_Q2_4: *"A utilização de recursos metodológicos faz a aula mais dinâmica, atrativa."* Tais declarações evidenciam o esforço dos professores em conectar o conteúdo matemático às realidades e interesses dos estudantes, contribuindo para o desenvolvimento de práticas inovadoras que dialogam com os objetivos centrais da pesquisa. Essa abordagem, ao articular teoria e prática, reflete o que Shulman (1986) descreve como o papel essencial do saber disciplinar no planejamento de atividades que integram conceitos e aplicações práticas.

Esse esforço dos docentes conecta-se diretamente ao Objetivo Geral da pesquisa, que busca compreender os saberes docentes mobilizados no desenvolvimento de ações pedagógicas que articulam AnM e TDIC. As atividades desenvolvidas no minicurso exemplificam como a mobilização do saber disciplinar podem enriquecer o processo de ensino-aprendizagem, ampliando as possibilidades para práticas pedagógicas contextualizadas e significativas no ensino de Matemática

O gráfico de similitude gerado pelo IRAMUTEQ reflete as interações entre os saberes docentes e os eixos estruturantes da pesquisa, evidenciando como os professores mobilizaram esses saberes durante o minicurso. As relações entre os termos centrais, como "aluno", "tecnologia" e "conteúdo", apontam para a articulação entre os saberes pedagógicos, experienciais, curriculares e disciplinares no desenvolvimento das práticas pedagógicas. Essas mobilizações demonstram uma conexão com o objetivo geral da pesquisa, que busca compreender como os saberes docentes são mobilizados na Educação Básica por meio das metodologias EMAE, AnM e TDIC.

A relação entre os conhecimentos identificados e os objetivos específicos também se manifesta no gráfico. Por exemplo, os termos relacionados à "atividade" e ao "conteúdo" mostram como os professores mobilizaram o saber disciplinar para contextualizar os conceitos matemáticos, alinhando-se ao objetivo de identificar os saberes docentes. Como ressaltado por Shulman (1986), o conhecimento do conteúdo matemático é essencial para conectar teoria e prática, permitindo que os professores planejem atividades significativas que integram as metodologias abordadas no minicurso. Nesse sentido, a fala de PF_Q2_6: *"Engajamento dos estudantes. Melhor compreensão do objeto de estudo"*, demonstra como o conteúdo matemático foi trabalhado para despertar o interesse e facilitar a aprendizagem dos estudantes.

Por outro lado, os termos como "tecnologia" e "falta" refletem o saber experiencial, principalmente ao evidenciar as dificuldades enfrentadas pelos professores no uso das TDIC. A fala de PH_Q2_7: *"Falta de material e infraestrutura nas escolas"*, destaca os desafios práticos que afetam diretamente a aplicação das metodologias no contexto escolar. Essa percepção é consistente com Tardif (2002), que aponta o saber experiencial como um elemento construído na prática cotidiana e influenciado pelas condições de trabalho. Ao mesmo tempo, os termos relacionados ao uso da tecnologia indicam um potencial de inovação, como evidenciado por PE_Q2_6: *"Permitir que o aluno crie e possa discutir os processos de criação"*, o que reforça o objetivo de analisar os saberes docentes mobilizados durante um minicurso.

A integração das metodologias EMAE e AnM também se manifesta no gráfico, evidenciando como os professores utilizaram o saber pedagógico para planejar e executar atividades que conectam o conteúdo à realidade dos estudantes. Isso pode ser observado na fala de PA_Q2_4: *"A utilização de recursos metodológicos faz a aula mais dinâmica, atrativa."* Essa perspectiva conecta-se à visão de Tardif e Pimenta sobre a necessidade de o professor articular seus saberes para adaptar as práticas ao contexto educacional, promovendo uma aprendizagem significativa.

Concluindo, a análise do gráfico de similitude evidencia como os professores mobilizaram seus saberes docentes para superar desafios e implementar metodologias inovadoras, respondendo aos objetivos da pesquisa. As conexões entre os termos centrais e os saberes pedagógicos, experienciais, curriculares e disciplinares revelam a relevância de uma formação contínua que integra teoria e prática, conforme defendido por Tardif (2002) e Pimenta (1999). Esses resultados oferecem uma base sólida para futuras investigações e apontam caminhos para fortalecer a formação de professores na Educação Básica, contribuindo para a construção de uma prática pedagógica crítica, reflexiva e inovadora.

6.2 Considerações

Em resposta à questão de pesquisa e fundamentada na tese de que a integração do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE), de elementos da Análise de Modelos (AnM) e das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) mobiliza saberes docentes específicos, este estudo proporcionou explicitar e categorizar os saberes pedagógicos e experienciais dos professores que participaram da pesquisa. Os dados analisados evidenciam que o uso de TDIC, em conjunto com elementos das metodologias EMAE e AnM, favorecem a criação de ambientes de aprendizagem dinâmicos, acessíveis e mais centrados nas necessidades dos estudantes. Esses resultados destacam a importância da flexibilidade e da criatividade na prática pedagógica, confirmando o papel das metodologias inovadoras na formação de uma educação matemática mais significativa.

A integração das TDIC, como o uso de simuladores e softwares de visualização, foi um ponto importante nos relatos dos professores, que destacam seu impacto no engajamento e compreensão dos estudantes, especialmente ao abordar conceitos tidos como abstratos de forma prática e interativa. Esse achado confirma o potencial transformador das tecnologias digitais no ensino de Matemática, como defendido por pesquisadores como Ponte (2014), e converge para o primeiro objetivo específico da pesquisa ao identificar os saberes docentes mobilizados com o uso dessas metodologias.

Outro ponto central desta pesquisa foi o minicurso ofertado, que fortaleceu a autonomia e flexibilidade dos professores ao implementar práticas inovadoras. Conforme Tardif (2002), a formação contínua desempenha um papel essencial no desenvolvimento dos saberes docentes, o que foi validado pelos depoimentos dos participantes, que dizem sentir-se mais confiantes em adaptar e incorporar metodologias experimentais e digitais em suas práticas. Os professores participantes também enfatizaram a necessidade de suporte institucional, destacando a educação contínua como vital para acompanhar as transformações tecnológicas e pedagógicas.

Além das contribuições teóricas e práticas para a Educação Matemática, a realização desta pesquisa trouxe reflexos importantes no crescimento pessoal, profissional e acadêmico do pesquisador. A oportunidade de dialogar com professores em formação contínua e compreender suas perspectivas sobre o ensino de Matemática permitiu um olhar mais humano e empático sobre os desafios cotidianos enfrentados na prática docente. Essa interação reforçou a importância de valorizar o protagonismo dos educadores e as singularidades de seus contextos de atuação, ampliando a sensibilidade deste pesquisador para questões sociais e educacionais.

No campo profissional, a pesquisa possibilitou o aprofundamento das competências relacionadas à elaboração e condução de formações contínuas, especialmente no uso de metodologias investigativas e no suporte à implementação de tecnologias digitais no ensino. A experiência acumulada fortaleceu a capacidade de articular teoria e prática, desenvolvendo estratégias pedagógicas que não apenas atendem às exigências curriculares, mas também promovem a autonomia dos professores e dos estudantes. Esse avanço contribui para a consolidação de uma prática formativa mais reflexiva e colaborativa, alinhada às demandas contemporâneas da Educação Matemática.

Academicamente, este estudo representou um marco significativo na construção de uma base sólida para futuras pesquisas. A proposta da Base de Estudos Educacionais em Matemática (BEEM) emerge como um produto teórico-metodológico que integra elementos do EMAE, da AnM e das TDIC, oferecendo um referencial inovador para a prática docente e a investigação acadêmica. Essa contribuição reforça nossa trajetória como pesquisador, consolidando o compromisso com uma Educação Matemática mais inclusiva e fundamentada.

Esta pesquisa aponta, ainda, para a estruturação da BEEM como um espaço teórico e colaborativo que promove práticas reflexivas e conectadas à realidade educacional. Ao integrar saberes docentes e metodologias investigativas, a BEEM apresenta-se como uma proposta transformadora para a formação de professores, contribuindo para o avanço da Educação Matemática em cenários diversos.

Concluindo, a análise do gráfico de similitude e dos dados coletados evidenciou como os professores mobilizaram saberes docentes para superar desafios e implementar metodologias inovadoras, respondendo aos objetivos da pesquisa. As conexões entre os termos centrais e os saberes pedagógicos, experienciais, curriculares e disciplinares revelam a relevância de uma formação contínua que integra teoria e prática, conforme defendido por Tardif (2002) e Pimenta (1999). Esses resultados oferecem uma base sólida para futuras investigações e apontam caminhos para fortalecer a formação de professores na Educação Básica, contribuindo para a construção de uma prática pedagógica crítica, reflexiva e inovadora.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas**: Teoria e Prática. Paco Editorial. Jundiaí. 2014.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; TORTOLA, Emerson; MERLI, Renato Francisco. Modelagem Matemática - Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? **Acta Scientiae**, vol. 14, no. 2, p. 215–239, 1 mai. 2012. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/230/226. Acesso em: 30 set. 2023.

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1st ed. São Paulo: Editora Contexto, 2022.

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de; VALENTE, José Armando. **POLÍTICAS DE TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO BRASILEIRA:** HISTÓRICO, LIÇÕES APRENDIDAS E RECOMENDAÇÕES. [*S. l.*: *s. n.*], 22 dez. 2016. Disponível em: https://cieb.net.br/wp-content/uploads/2019/04/CIEB-Estudos-4-Politicas-de-Tecnologia-na-Educacao-Brasileira-v.-22dez2016.pdf. Acesso em: 5 out. 2023.

ALZERI, Ailson Lopes; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Análise de Modelos Matemáticos: um olhar para a perspectiva crítica dos estudantes. **XIV Encontro Nacional de Educação Matemática**. [*S. l.*: *s. n.*], 2022. Disponível em: https://orcid.org/0000-0001-9840-3235. Acesso em: 30 set. 2023

BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content Knowledge for Teaching. **Journal of Teacher Education**, vol. 59, nº 5, p. 389–407, 1 nov. 2008. https://doi.org/10.1177/0022487108324554. Acesso em: 30 set. 2023

BARBOSA, Jonei Cerqueira. MODELAGEM MATEMÁTICA: O QUE É? POR QUE? COMO? **Veritati**, vol. 1, no. 4, p. 73–80, 2004. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf. Acesso em: 10 set. 2024

BASSANEZI, Rodney Carlos. **ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3 ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BENASSI, Marcos de Toledo; SOUZA, Yana Meira Rosa de; BASQUEIRA, Ana Paula; AZZI, Roberta Gurgel. ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL II: AS AVALIAÇÕES PADRONIZADAS E OS RESULTADOS BRASILEIROS. **Ensino da**

Matemática em debate, São Paulo, 2015. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/22334. Acesso em: 13 set. 2023.

BERNARDI, Maira; ZANK, Cláudia; MORESCO, Silvia. Competências digitais docentes no ensino híbrido. In: BEHAR, Patrícia A.; SILVA, Ketia K. A. (orgs**.). Competências digitais em educação**: do conceito à prática. São Paulo: Artesanato Educacional, 2022. p. 69-89.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

BIEMBENGUT, Maria Salett. MODELAGEM (MATEMÁTICA) & ETNOMATEMÁTICA: PONTOS (IN)COMUNS. **ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**: Pesquisas, Práticas e Reflexões. [*S. l.*]: Arco Editores, 2022. p. 11–26. Disponível em: https://doi.org/10.48209/978-65-995948-5-1. Acesso em: 30 set. 2023

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. 5 ed. São Paulo: Contexto, 2021.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org*.)*. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**: reflexões e práticas. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

BORBA, Marcelo De Carvalho; CANEDO JUNIOR, Neil Da Rocha. Modelagem Matemática com Produção de Vídeos Digitais: reflexões a partir de um estudo exploratório. **Com a Palavra, o Professor**, vol. 5, n 11, p. 171–198, 29 abr. 2020. Disponível em: http://revista.geem.mat.br/index.php/CPP/article/view/561. Acesso em: 30 set. 2023.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia R da; GADANIDIS, George. **FASES DA TECNOLOGIAS DIGITAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**: sala de aula e internet em movimento. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SOUTO, Daise Lago Pereira; CANEDO JUNIOR, Neil da Rocha. **VÍDEOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2022.

BORBA, Marcelo de Carvalho; VILLARREAL, Mônica Elena**. A matemática na era digital**: as TICs e a educação. *Belo Horizonte: Autêntica, 2005***.**

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília: [*s. n.*], 2018a.

BRASIL. **BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR**: ENSINO MÉDIO. Brasília: MEC, 2018b. Disponível em:

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf. Acesso em: 20 set. 2023.

BRASIL. **Enem 2021**. Brasília: [*s. n.*], 17 mar. 2022. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/resultados/2021/apresentacao_resultados_finais.pdf. Acesso em: 1 out. 2023.

BRASIL. **Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM**): DOCUMENTO BÁSICO. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 2002.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep)**, 2014

BRASIL. **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS**. Brasília: [*s. n.*], 1997.

BRASIL. **RELATÓRIO BRASIL NO PISA 2018**. Brasília: Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 10 abr. 2020. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/acervo-linha-editorial/publicacoes-institucionais/avaliacoes-e-exames-da-educacao-basica/relatorio-brasil-no-pisa-2018. Acesso em: 30 set. 2023.

BRASIL. **Relatório Nacional PISA 2012 Resultados brasileiros**. São Paulo: [*s. n.*], 2013. Disponível em: https://www.fundacaosantillana.org.br/publicacao/relatorio-nacional-pisa-2012-resultados-brasileiros/. Acesso em: 1 out. 2023.

CÁLCIZ, Alejandra Baro. Metodologías activas y aprendizaje por descubrimento. **Innovación y Experiencias Educativas**. n. 40, p.1-11, março de 2011, Granada.

COLARES, Anselmo Alencar. HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO NA AMAZÔNIA. Questões de Natureza Teórico-metodológicas: Críticas e Proposições. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, número especial, p. 187-202, out 2011. Disponível em: https://doi.org/10.20396/rho.v11i43e.8639960. Acesso em: 30 set. 2023

CRESWELL, John Ward. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3 ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

D`AMBROSIO, Ubiratan. Prefácio. *In*: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (orgs.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 6 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020. p. 11–22.

D´AMBROSIO, Ubiratan. **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**: da teoria à prática. 23 ed. Campinas: Papirus Editora, 2012.

FIORENTINI, Dario. (2020). Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: M. C. Borba. & J. L. Araujo. (Orgs.). **Pesquisa Quantitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica. p. 53-83.

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 6 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020. p. 53–83.

FOSSA, John Andrew. Características de Atividades para o Ensino de Matemática. In: George Pimentel Fernandes. (Org.). **Educação Básica**. Crato: Universidade Regional do Cariri, 2000, p. 45-50.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar: Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 12 ed. Rio de Janeiro: Editora Record, 2011.

HENNING, Georg J. **Metodologia do ensino de Ciências**. Porto Alegre: Mercado Aberto, 1986.

INTEF. **MARCO COMÚN DE COMPETENCIA DIGITAL DOCENTE**. Madrid: [*s. n.*], 2013.

JAVARONI, Sueli Liberatti; SOARES, Débora da Silva. Modelagem Matemática e Análise de Modelos Matemáticos na Educação Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, vol. 14, nº 2, p. 260–275, maio 2012. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/232. Acesso em: 13 set. 2023.

KENSKI, Vani Maria. **Educação e Tecnologias**: O novo ritmo da informação – 8 ed. – Campinas, SP: Papirus, 2012. – (Coleção Papirus Educação)

MALTEMPI, Marcus Vinicius. Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente Mathematics. **Acta Scientiae**, vol. 10, nº 1, p. 59–67, 2008. Disponível em: www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/WG4/WG4.html. Acesso em: 30 set. 2023

MENDES, Iran Abreu. **Ensino de Matemática por atividades**: uma aliança entre o construtivismo e a história da Matemática. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2001.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. **educação**, vol. 29, nº 2, p. 33–49, 2004. Disponível em: https://periodicos.ufsm.br/reveducacao/article/view/3838. Acesso em: 5 out. 2023.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino**: abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986. 119p.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. ANÁLISE TEXTUAL DISCURSIVA: PROCESSO RECONSTRUTIVO DE MÚLTIPLAS FACES. **Ciência & Educação**, vol. 12, nº 1, p. 117–128, 2006. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ciedu/a/wvLhSxkz3JRgv3mcXHBWSXB/?format=pdf. Acesso em: 25 set. 2023.

MORAN, José Manuel. **Mudando a educação com metodologias ativas**. São Paulo, 2015. Disponível em: https://moran.eca.usp.br/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf. Acesso em: 10 nov 2024.

NÓVOA, António. Os Professores e a sua Formação num Tempo de Metamorfose da Escola. **Educação & Realidade**, vol. 44, nº 3, 2019. Disponível em https://doi.org/10.1590/2175-623684910. Acesso em: 30 set. 2023

OCDE. **Definição e Seleção de Competências (DeSeCo)**. Paris: [*s. n.*], 2002.

PARÁ. **Conheça o SisPAE**. Belém: [*s. n.*], 2023. Disponível em: https://www.seduc.pa.gov.br/sispae/noticia/9530-conheca-o-sispae. Acesso em: 5 out. 2023.

PEREIRA, Cátia Maria Machado da Costa; MOREIRA, Geraldo Eustáquio. BRASIL NO PISA 2003 E 2012: OS ESTUDANTES E A MATEMÁTICA. **Cadernos de Pesquisa**, vol. 50, nº 176, p. 475–493, jun. 2020. Disponível em: https://doi.org/10.1590/198053146627. Acesso em: 5 out. 2023.

PERIN, Eloni dos Santos; FREITAS, Maria do Carmo Duarte; COELHO, Taiane Ritta. Modelo de Competência Docente Digital. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, v. 39, e35344, 2023. Disponível em: https://periodicos.ufmg.br/index.php/edrevista/article/view/35344. Acesso em: 10 nov. 2024.

PERRENOUD, Philippe. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: ArtMed. 1999.

PIMENTA, Selma Garrido. Formação de professores: Identidade e saberes da docência. **Saberes pedagógicos e atividade docente**. São Paulo: Cortez, 1999.

PIOVESAN, Armando; TEMPORINI, Edméa Rita. Pesquisa exploratória: procedimento metodológico para o estudo de fatores humanos no campo da saúde pública. **Revista de Saúde Pública**, vol. 29, nº 4, p. 318–325, ago. 1995. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S0034-89101995000400010. Acesso em: 30 set. 2023

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SÁ, Pedro Franco de. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC**, vol. 15, nº 35, p. 143–162, 5 dez. 2020. Disponível em:

https://doi.org/10.37084/rematec.1980-3141.2020.n15.p143-162.id290. Acesso em: 01 set. 2024.

SÁ, Pedro Franco de. **POSSIBILIDADES DO ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES**. 1 ed. Belém: SINEPEM, 2019. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/341386299. Acesso em: 01 set. 2024.

SÁ, Pedro Franco de. **Tópicos de Geometria Experimental**: técnica da redescoberta. Monografia (Especialização em Ensino de Ciências). UFPA. Belém. 1988.

SÁ, Pedro Franco de; MAFRA, José Ricardo e Souza; FOSSA, John Andrew. O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática. **Revista Cocar**, no. 14, p. 1–20, 2022. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar. Acesso em: 01 set. 2024.

SANTOS, Juliana Batista Pereira dos; TOLENTINO-NETO, Luiz Caldeira Brant de. O que os dados do SAEB nos dizem sobre o desempenho dos estudantes em Matemática? **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, nº 2, p. 309–333, 2015. Disponível em: http://www.estadao.com.br/noticias/geral,prova-brasil-avaliara-ciencias-a-partir-deste-.

SAVIANI, Demerval. EDUCAÇÃO ESCOLAR, CURRÍCULO E SOCIEDADE: o problema da Base Nacional Comum Curricular. **Movimento-revista de educação**, n. 4, 9 ago. 2016.

SEKI, Jeferson Takeo Padoan; MARTINS, Bianca de Oliveira; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. ANÁLISE DE MODELOS MATEMÁTICOS: UM OLHAR A PARTIR DAS COMPETÊNCIAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA. **Anais do XIV Encontro Nacional de Educação Matemática**. [*S. l.*: *s. n.*], 2022. Disponível em: https://even3.blob.core.windows.net/processos/51326893fd394835a537.pdf. Acesso em: 1 out. 2023.

SHULMAN, Lee S.. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. **Cadernos Cenpec |** Nova série, [S.l.], v. 4, n. 2, jun 2015. ISSN 2237-9983. Disponível em: https://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/293. Acesso em: 19 nov. 2024.

SILVA, Maria Juliana Farias; PAULA, Marlúbia Corrêa de. Perspectivas da inteligência artificial como ferramenta de apoio para análise textual discursiva. **Revista Pesquisa Qualitativa**, v. 12, n. 30, p. 01-26, 2024.Disponível em: https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/727. Acesso em 19 nov. 2024.

SOARES, Débora da Silva. **Uma Abordagem Pedagógica Baseada na Análise de Modelos para Alunos de Biologia**: qual o papel do software? 2012. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

SOARES, Débora da Silva; JAVARONI, Sueli. Liberatti. Análise de Modelos: possibilidades de trabalho com Modelos Matemáticos em sala de aula. **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. 1. São Paulo: Livraria da Física, 2013. p. 195–219.

SOUSA, Eli Conceição de Vasconcelos Tapajós; COLARES, Anselmo Alencar. Amazônia brasileira: educação e contexto. **Revista Amazônida: Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Amazonas**, vol. 7, nº 01, 23 ago. 2022. Disponível em: https://doi.org/10.29280/rappge.v7i01.10633. Acesso em: 01 set. 2024.

SOUSA, Emerson Silva de. Análise de modelos como um método de ensino de matemática na educação básica. **Práxis Educacional**, vol. 17, nº 45, p. 316–337, abr. 2021.

SOUSA, Emerson Silva de. **ANÁLISE DE MODELOS: UM MÉTODO DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**. 2019b. 396 f. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

SZPACENKOPF, Marta; FERREIRA, Paula. Enem 2015: Rio tem maior queda na nota de matemática em relação a 2011. **O GLOBO**, São Paulo, 6 out. 2016. Disponível em: https://oglobo.globo.com/brasil/educacao/enem-e-vestibular/enem-2015-rio-tem-maior-queda-na-nota-de-matematica-em-relacao-2011-20243780. Acesso em: 13 set. 2023.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

VIEIRA, Ednando Batista. **Qualidade e equidade da educação e crescimento econômico na Amazônia Brasileira**. 2019. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019. DOI 10.14393/ufu.te.2019.926. Disponível em: https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/25156.

VUNESP. **SisPAE 2018 -** Sistema Paraense de Avaliação Educacional. São Paulo: [*s. n.*], 2018. Disponível em: https://sispae.vunesp.com.br/Padroes.aspx. Acesso em: 5 out. 2023

ZARO, Milton e HILLEBRAND, Vicente. **Matemática Experimental**. São Paulo: Editora Ática S.A., 1990.

APÊNDICES

RELATOS E REGISTROS DE BORDO

“Todo navegador mantém um diário de **bordo,** ***onde registra os detalhes da viagem, as ferramentas utilizadas e os eventos vivenciados. Os apêndices e anexos são como esses registros: uma memória detalhada do que foi essencial para que essa travessia acontecesse com sucesso.”***

APÊNDICE A – TCLE

UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ - UFOPA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO NA AMAZÔNIA – PGEDA
ASSOCIAÇÃO PLENA EM REDE - EDUCANORTE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa: intitulada "**BASE DE ESTUDOS EDUCACIONAIS EM MATEMÁTICA: articulando pressupostos da Análise de Modelos e referenciais de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação fundamentados no Ensino de Matemática por Atividades Experimentais**". Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, no caso de aceitar fazer parte do estudo, este documento deverá ser assinado em duas vias, sendo a primeira de guarda e confidencialidade do Pesquisador responsável e a segunda ficará sob sua responsabilidade para quaisquer fins.

Em caso de recusa, você não será penalizado (a) de forma alguma. Em caso de dúvida sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com o pesquisador responsável **Francisco Robson Alves da Silva** através do telefone: (93) 991430820 ou através do e-mail franciscorobson1970@gmail.com. Em caso de dúvida sobre a ética aplicada a pesquisa, você poderá entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Oeste do Pará (situado na Rua Vera Paz, s/nº, Unidade Tapajós, sala 05, CEP 68040-255, Santarém, Pará) pelo telefone: (93) 2101-4926 ou pelo email: cep@ufopa.edu.br.

1. **Justificativa, os objetivos e procedimentos**

A presente pesquisa é motivada pela incessante busca por melhorias no contexto educacional brasileiro, principalmente nos aspectos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica. Motivação essa que é reforçada com a apresentação dos baixos resultados obtidos por nossos estudantes em exames externos de larga escala (PISA, ENEM, SAEB, SisPAE, ...), que expõem a necessidade de mudanças estruturais nos processos de ensino e aprendizagem.

Nossa pesquisa se justifica por resgatar e articular métodos que podem alavancar uma proposta teórico-metodológica que auxilie, os professores em exercício, na estruturação de ambientes educacionais que favoreçam um ensino matemático de qualidade associado a um aprendizado significativo e contextualizado ao estudante.

O objetivo desse projeto é desenvolver uma Base de Estudos Educacionais, mobilizando saberes, com professores em exercício na Educação Básica, via Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, articulada aos pressupostos da Análise de Modelos e o Uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

Para a coleta de dados serão utilizados questionários (diagnóstico e final), entrevistas semiestruturadas, diário de campo e gravações audiovisuais.

As gravações audiovisuais, inicialmente consentidas em termo anexo, ocorrerão nos encontros presenciais e/ou virtuais de formação e nas entrevistas individuais previamente agendadas, por intermédio das plataformas Google Meet, WhatsApp Messenger e/ou demais equipamentos disponíveis que possibilitem o registro digital.

2. **Desconfortos, riscos e benefícios**

Por menores que sejam, a participação em projetos de pesquisa que envolvem seres humanos, sempre oferece riscos aos participantes. Partindo deste preceito, este estudo seguirá as orientações estabelecidas pelas resoluções 466/2012 e 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde, que abordam as pesquisas que envolvam seres humanos. E dentre os possíveis riscos que os participantes dessa pesquisa podem correr ao participar do minicurso e responder os instrumentos de coleta de dados, apontamos:

- cansaço, aborrecimento ou medo de não saber responder os questionários;
- desconforto ou alterações de comportamento durante gravações audiovisuais.

e na tentativa de minimizar esses riscos, o pesquisador estimulará um ambiente de respeito às falas e produções de todos os participantes, além de garantir que nenhum dos mesmos será obrigado a falar quando não se sentir à vontade.

Os benefícios oriundos de sua participação no projeto estão diretamente ou indiretamente atrelados a melhoria de qualidade do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, ao desenvolvimento e a geração de novos conhecimentos, entre os quais, subsídios teóricos e práticos que envolvem Análise de Modelos, Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação e o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais.

3. **Forma de acompanhamento e assistência**:

Aos participantes será assegurada a garantia de assistência integral em qualquer etapa do estudo. Você terá acesso aos profissionais responsáveis pela pesquisa para esclarecimento de eventuais dúvidas. Caso você apresente algum problema será encaminhado para tratamento adequado da seguinte maneira: Primeiramente, será acolhido pelo pesquisador e havendo necessidade, será encaminhado para a Diretoria de Saúde e Qualidade de vida da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), a qual promove ações e acompanhamento psicossocial.

4. **Garantia de esclarecimento, liberdade de recusa e garantia de sigilo**

Você será esclarecido(a) sobre a pesquisa em qualquer tempo e aspecto que desejar, através dos meios citados acima. Você é livre para recusar-se a participar, retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento, sendo sua participação voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade.

O pesquisador irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo e todos os dados coletados servirão apenas para fins de pesquisa. Seu nome ou o material que indique a sua participação não será liberado sem a sua permissão. Você não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo.

5. **Custos da participação, ressarcimento e indenização por eventuais danos**

Para participar deste estudo você não terá nenhum custo nem receberá qualquer vantagem financeira. Caso você, participante, sofra algum dano decorrente dessa pesquisa, os pesquisadores garantem indenizá-lo por todo e qualquer gasto ou prejuízo.

Ciente e de acordo com o que foi anteriormente exposto, eu ____ estou de acordo em participar da pesquisa intitulada “BASE DE ESTUDOS EDUCACIONAIS EM MATEMÁTICA: articulando pressupostos da Análise de Modelos e referenciais de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação fundamentados no Ensino de Matemática por Atividades Experimentais”, de forma livre e espontânea, podendo retirar a qualquer meu consentimento a qualquer momento.

Santarém-PA, ___de _____________ de 2023.

_____________________________ _____________________________

Assinatura do responsável pela pesquisa Assinatura do participante

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO 1

Questionário 1 (diagnóstico)

Caro (a) Professor (a),
Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, para tanto necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo, que visam fazer um levantamento das percepções que os professores de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio têm a respeito dos temas: Modelagem Matemática, Análise de Modelos, Aplicação de Modelos, Ensino Experimental e Uso de TDIC no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Desde já, assumimos o compromisso de não fazer uso de suas informações pessoais, além de garantirmos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

Data do preenchimento: ___ /___ /___ horário: ___h ___min

Nome: ____

Idade: __________ telefone para contato (WhatsApp): (___) ________________

e-mail: ____

1 Tipo de escola que trabalha?
( ) Pública Municipal
( ) Pública Estadual
( ) Pública Federal
( ) Privada

2 Você possui graduação em?
( ) Matemática
( ) Outros.

3 Qual sua Formação Acadêmica?
Graduação: ____
Ano de conclusão: ________ Instituição:_______
Graduação: ____
Ano de conclusão: ________ Instituição:_______

Especialização: ____
Ano de conclusão: ________ Instituição:________
Especialização: ____
Ano de conclusão: ________ Instituição:________

Mestrado: ____
Ano de conclusão: ________ Instituição:________

Doutorado: ____
Ano de conclusão: ________ Instituição:________

4 Tempo de serviço como professor de Matemática na Educação Básica (Fund. II e Ensino Médio)?

( ) Menos de um ano
( ) 1-5 anos
( ) 6-10 anos
( ) 11-15 anos
( ) 16-20 anos
( ) 21-25 anos
( ) 26-30 anos
( ) 31-35 anos
( ) mais de 35 anos

5 Quais os anos/séries que você está lecionando a disciplina de Matemática?
No ensino fundamental: ( )6º ( )7º ( )8º ( )9º
No ensino médio: ( )1º ( )2º ( )3º/4º
Na EJA ( )fundamental ( )médio

6 Durante sua formação inicial (graduação) você participou de disciplina que utilizasse alguma das opções, relacionadas a seguir, como alternativas metodológicas no ensino de Matemática?
( ) Não
( ) Sim, qual(is)?
( ) Modelagem Matemática
( ) Análise de Modelos Matemáticos
( ) Aplicação de Modelos Matemáticos
( ) Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no ensino
( ) Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE)

7 Você possui conhecimento sobre as alternativas metodológicas relacionadas a seguir?
( ) Não
( ) Sim, qual(is)?
( ) Modelagem Matemática
( ) Análise de Modelos
( ) Aplicação de Modelos
( ) Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no ensino
( ) Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE)

8 Em sua prática em sala de aula, você já utilizou alguma(s) das alternativas metodológicas citadas anteriormente? Se sim, qual(is)? Descreva as principais dificuldades e a importância de sua implementação.

9 Após a conclusão de sua graduação, você participou de eventos ou treinamentos que envolveram as alternativas metodológicas relacionadas a baixo?
( ) Não
( ) Sim, qual(is)?
( ) Modelagem Matemática
( ) Análise de Modelos
( ) Aplicação de Modelos
( ) Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no ensino
( ) Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE)

10 Você tem interesse em participar de um curso de Extensão (30 horas) que aborda as alternativas metodológicas descritas anteriormente?
( ) Não
( ) Sim. Qual sua disponibilidade de tempo (dia/horário)?

	segunda-feira	terça-feira	quarta-feira	quinta-feira	sexta-feira	sábado
horário						

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO 2

Questionário 2 (final)

Caro (a) Professor (a),

Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, para tanto necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo, que visam fazer um levantamento das percepções que os professores de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio têm a respeito dos temas: Modelagem Matemática, Análise de Modelos, Aplicação de Modelos, Ensino Experimental e Uso de TDIC no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Desde já, assumimos o compromisso de não fazer uso de suas informações pessoais, além de garantirmos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

Data do preenchimento: ___ /___ /___ horário: ___h ___min

Nome: ____

Telefone para contato (WhatsApp): (___) ___________________

e-mail: ____

1 Como você qualifica a possibilidade de utilizar as alternativas metodológicas, apresentadas no minicurso, em sua sala de aula?
( ) Ruim
( ) Regular
( ) Boa
( ) Muito Boa
( ) Excelente

2 Enquanto professor(a), você utilizou os conhecimentos do minicurso em sua sala de aula?
( ) Não
( ) Sim.

3 Caso a resposta da questão 2 seja positiva (Sim), como você qualifica a experiência de utilizar a alternativas metodológicas apresentadas no minicurso em sua sala de aula? Justifique sua resposta.
( ) Ruim
( ) Regular
( ) Boa
( ) Muito Boa
( ) Excelente

4 Você acredita que o método apresentado no minicurso é VIÁVEL no processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica? Justifique sua resposta.
( ) Não
( ) Sim

5 Você adotaria, com certa frequência, o método apresentado no minicurso em suas aulas? Justifique sua resposta.

( ) Não
( ) Sim

6 Cite pelo menos dois pontos positivos que você acredita que contribuirão para o aprendizado dos estudantes na execução de atividades que envolvam o método alternativo apresentado no minicurso.

7 Cite duas dificuldades que você sentiu na execução de atividades que envolveram o método alternativo apresentado no minicurso. Como você superou/superaria as mesmas?

8 Com relação as atividades propostas e desenvolvidas pelos participantes do minicurso, você acredita que as mesmas podem ser utilizadas com facilidade em outras escolas? Justifique sua resposta.

( ) Não
( ) Sim

APÊNDICE D –ROTEIRO DE ENTREVISTA

Roteiro da Entrevista individual

1. Apresentação da pesquisa e sua importância para o contexto educacional;
2. Reforço dos termos apresentados no TCLE;
3. Alinhamento de expectativas, do pesquisador e do(a) entrevistado(a), quanto as perguntas e possíveis respostas na entrevista;
4. Identificação do(a) entrevistado(a);
5. Execução da entrevista;
6. Oferta de espaço para o candidato registrar seu posicionamento quanto a entrevista, apontando pontos positivos e negativos.

Data da entrevista: ___/___/___ horário: ___h ___min ( ) presencial( ) virtual

Nome: ____

WhatsApp: (___) ________________e-mail:__________________________________

As perguntas a seguir pressupõem o retorno de respostas que representem a opinião do(a) professor(a) participante, enquanto profissional da educação.

P1) Em poucas palavras e no seu ponto de vista, qual a importância da Matemática no currículo escolar?

P2) Enquanto professor(a), qual sua meta principal durante o processo de ensino e aprendizagem de Matemática?

P3) Em sua opinião, do que depende a aprendizagem de Matemática dos estudantes?

P4) Para você, como reconhecer que a meta principal foi atingida no processo de ensino de Matemática?

P5) Após desenvolver suas aulas e de acordo com a escala a seguir, como você acredita que seus alunos se encontram quanto ao aprendizado do conteúdo de Matemática proposto? Justifique.

( ) ruim ( ) razoável ( ) bom ( ) muito bom ( ) excelente

P6) Quais métodos de ensino diferenciados do tradicional você já implementou em suas aulas?

APÊNDICE E –ATIVIDADE 1

ATIVIDADE 1

Título: Volume do Cilindro Reto
Objetivo: Conceituar volume de Cilindro Reto, Noção de função.
Material: folhas de papel sulfite, régua, cola ou fita adesiva ou grampeador

Procedimentos:

Com as folhas de papel sulfite, construa dois cilindros, como nas figuras e responda as perguntas:

1. Observando que foram construídos com folhas de papel de mesmas dimensões, os cilindros C1 e C2 possuem a mesma capacidade de armazenamento interno? Justifique.
2. Qual o produto resultante de 4 * 3,14?
3. Qual o produto resultante de 6 * 3,14?
4. Qual o produto resultante de 8 * 3,14?
5. Qual o produto resultante de 10 * 3,14?
6. Qual o produto resultante de 12 * 3,14?
7. Qual o produto resultante de 2*2 * 3,14?
8. Qual o produto resultante de 3 * 3 * 3,14?
9. Qual o produto resultante de 4 * 4 * 3,14?

Matematicamente, calculamos:
✓ o comprimento (C) de uma circunferência multiplicando a medida do diâmetro (d) pelo valor de π, ou multiplicando o dobro de π pela medida do raio (r), ou seja, ($C = d*\pi$) ou ($C = 2*\pi*r$).
✓ a área do círculo multiplicando o quadrado da medida do raio do círculo pelo valor de π, ou seja, ($A_c = \pi * r^2$).

10. Complete a tabela a seguir, considerando o valor aproximado para $\pi = 3,14$:

CILINDRO				
Raio da base	**Altura**	**Comprimento da circunferência**	**Área da base**	**Volume**
2	3			
3	3			
4	3			
	3	31,4		
	4	31,4		
	5		78,5	392,5
5	6		78,5	471
		31,4		549,5
		37,68		904,32
6				1130,4

11. Quais os respectivos raios, alturas e volumes dos cilindros (C1 e C2) construídos no início da atividade?
12. Implemente uma tabela eletrônica que a partir da inserção das medidas do raio e da altura, sejam gerados automaticamente a área da base e o volume de um cilindro.
13. Com base nas tarefas realizadas nesta atividade quais suas observações em relação ao volume de um cilindro?

APÊNDICE F –ATIVIDADE 2

ATIVIDADE 2

Título: Termo Geral de uma Progressão Aritmética
Objetivo: Conceituar o Termo Geral de uma Progressão Aritmética
Material: calculadora, caneta ou lápis.

Contextualização: Embora não sejam observadas pela maioria das pessoas as sequências numéricas estão presentes no cotidiano. Como exemplo podemos citar a sequência de números triangulares (1, 3, 6, 10, 15, ...), presentes na organização de alguns objetos (toalhas, toras de madeira, bolas de bilhar, ...).



Procedimentos:

1. De posse de quinze tampas de garrafas PET, organize a sequência de números triangulares possíveis e responda as perguntas seguintes:
   a. Qual será o total de tampas necessárias para formar o próximo número triangular?
   b. Considerando **1** o primeiro termo da sequência, **3** o segundo termo, **6** o terceiro termo, qual será o **oitavo termo**? E o **19º** termo?
2. Dadas as sequências de números inteiros, na tabela a seguir, complete os quadros em branco com os termos que estão faltando.

	TERMO									
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	...	11º	...	20º
SEQUÊNCIA	**1**	**3**	**5**	**7**	**9**					
	5	**11**	**17**	**23**						
	-8	**-5**	**-2**		**4**					
	-9		**-7**		**-5**			**1**		
	7				**19**	**22**				

Em uma sequência numérica, a partir do segundo, a diferença entre um termo e seu antecessor recebe o nome de razão!

3. Dados alguns termos de sequências numéricas (a_1, a_2, ..., a_8, ..., a_{15}) e a respectiva razão (r), quais são os termos que estão faltando na tabela a seguir?

	a_1	r	a_2	...	a_7	a_8	...	a_{11}	...	a_{15}
SEQUÊNCIA	**3**	**2**								
	7	**3**								
	2	**5**								
	-4	**3**								
		4				**33**		**45**		
	5		**8**							

4. Qual seria uma maneira mais prática de encontrar um termo da sequência, dados o primeiro termo e a razão?

Observações:

Conclusão:

APÊNDICE G –ATIVIDADE 3

ATIVIDADE 3

Título: Triângulo deslizante
Objetivo: Conceituar função, analisar a aplicação dos modelos matemáticos do Teorema de Pitágoras e da Área de um triângulo isósceles.
Material: smartphone, roteiro, caneta ou lápis, régua, folha de papel sulfite, planilha eletrônica, GeoGebra.

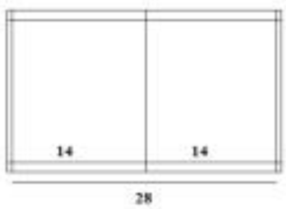
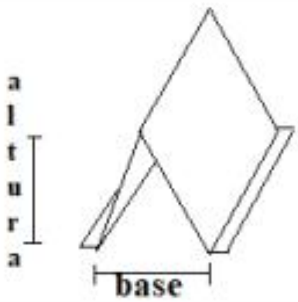
Contextualização: Muitos são os objetos que têm o formato triangular ou que possuem triângulos em sua estrutura. Quando se faz necessário quantificar a área desses objetos, utilizamos a relação matemática que é dada pelo **produto de metade** do comprimento da medida **da base pela** medida da **altura**. ($A_t = (b/2)*h$).



Imagens: Google

Procedimentos:

1. De posse da folha de papel sulfite, dobrar conforme as instruções:

a. Dobrar nas marcações na folha	b. Montar a estrutura
	

2. Apoie a estrutura de papel em uma base formando um triângulo, meça as respectivas bases e alturas, registrando na tabela:

Grandezas	Medidas										
Base (b)	0	2	4	6	8	...	18	20	22	24	26	28
Altura (h)												
Área (A_t)												

3. O que acontece com a grandeza "medida da altura" quando aumenta a grandeza "medida da base"?
4. Como relacionar matematicamente a grandeza "medida da base" com a grandeza "altura do triângulo"?

5. O que acontece com a grandeza “medida da área” quando aumenta a grandeza “medida da base”?

6. Como relacionar matematicamente a grandeza “medida da base” com a grandeza “área do triângulo”?

7. Como relacionar a grandeza altura do triângulo com a grandeza área do triângulo?

8. Utilizando a “barra de fórmulas” implemente a tabela do item 2 em uma planilha eletrônica e compare os resultados obtidos.

9. Utilizando os recursos do Geogebra construa o gráfico que relaciona a altura com a área do triângulo descrito na atividade.

10. Ao relacionar as medidas da altura e da base do triângulo estudado na atividade, qual a área máxima obtida?

Observações:

Conclusão:

APÊNDICE H – ATIVIDADE 4

ATIVIDADE 4

Título: Dieta equilibrada em Santarém
Objetivo: Solucionar problemas que envolvem sistemas lineares com três variáveis.
Material: smartphone, roteiro, caneta ou lápis, régua, folha de papel quadriculado, planilha eletrônica, GeoGebra.

Contextualização: Assim como praticar atividades físicas, manter uma alimentação equilibrada é essencial para garantir a qualidade de vida. Uma dieta dita balanceada é aquela que fornece os nutrientes necessários para abastecer a energia do corpo sem prejudicar sua saúde. Em Santarém-PA, assim como no restante do País, nem todas as pessoas possuem condições financeiras para diversificar sua alimentação. Tendo como parâmetro de alimentação adequada um consumo de 2000 calorias diárias e a tabela a seguir, **no momento adequado**, responda ao que se pede:

Tabela Nutricional	Arroz (50g)	Feijão (30g)	Frango (80g)	Açaí puro (200ml)	Tucunaré (100g)	Ovo (unidade)	Curimatã (100g)	Tambaqui (110g)	Farinha (50g)	VDR
Energia (kcal)	190	100	150	524	102	120	235	135	182,5	2000
Carboidratos (g)	37	16	8	114	0	2,6	3,16	0	44,6	300
Proteínas (g)	3	7	13	7,2	20,4	7,8	16,1	19	0,6	75
Gorduras totais (g)	0	0	6	4	2,3	9,3	17,6	6,8	0,15	55

Procedimentos:

1. De posse das seguintes equações, encontre combinações possíveis com valores inteiros que validem as mesmas:

	a) $2x + y = 7$		b) $x + y = 5$		c) $- x + y = 1$		d) $2x + 3y = 8$		e) $2x + y = 4$	
Valores para x e y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y

2. Com auxílio de recurso computacional represente graficamente, dentre as equações do item 1, duas a duas, as que possuem pontos (x, y) em comum.
3. Com base na tabela nutricional apresentada anteriormente, uma dieta alimentar com 2000 kcal de energia e 300g de carboidratos, baseada em porções de arroz (a) e de frango (f), pode ser representada por $190a + 150f = 2000$ ou por $37a + 8f = 300$. Usando os passos dos itens 1 e 2, qual a quantidade aproximada de porções diárias de arroz e frango que satisfaçam as necessidades de energia e carboidratos? E o "peso"?
4. Quais seriam as quantidades de porções e respectivos "pesos", caso os ingredientes da alimentação fosse curimatã e farinha, relacionados a proteínas e gorduras totais?
5. E se tiver que quantificar os valores aproximados (porções) para uma alimentação diária incluindo açaí, peixe e farinha, tendo como referências energia e proteínas?
6. E se tiver na alimentação açaí, peixe e farinha tendo como referência energia, proteínas e gorduras totais?

Observações:
Conclusões:

APÊNDICE I – ATIVIDADE 5

ATIVIDADE 5

Título: "Corrente da Sorte" e a "Torre de Hanói"
Objetivo: Conceituar função exponencial.
Material: smartphone, roteiro, caneta ou lápis, régua, Torre de Hanói, planilha eletrônica, GeoGebra.

a. **Organização:** propor a divisão da turma em grupos com no máximo quatro membros cada;
b. **Apresentação:** contextualizar a atividade e apresentar as regras do jogo "Torre de Hanói" e seu objetivo;

Contextualização: Você já ouviu falar em Pirâmide Financeira e/ou Corrente? O WhatsApp e o SMS, são exemplos de algumas das ferramentas preferidas de quem gosta de compartilhar correntes – aquelas mensagens encaminhadas repetidas vezes, de uma pessoa para outra, muitas vezes chegando a milhões de aparelhos.
Imagine a seguinte situação: alguém resolve enviar uma mensagem para dois de seus contatos: "VOCÊ ACABA DE SER PREMIADO. NO MÁXIMO EM UM MINUTO, ENVIE ESSA MENSAGEM PARA DUAS OUTRAS PESSOAS CONHECIDAS E RECEBERÁ R$20,00 EM BÔNUS NO SEU APARELHO!".
Supondo que cada pessoa que recebeu a mensagem a retransmita para duas outras pessoas no tempo estipulado. Você sabe informar aproximadamente quantas pessoas irão receber essa mensagem em dez minutos?

E o que isso tem a ver com a Torre de Hanói?

As regras do jogo "Torre de Hanói" e seu objetivo

c. **Execução:** experimentação do material, manipulação e contagem de movimentos;
d. **Registro:**

Número de peças	Quantidade mínima de movimentos realizados				
	Tentativa 1	Tentativa 2	Tentativa 3	Tentativa 4	Tentativa 5
1					
2					
3					
4					
5					

e. **Análise:**
Observações verificadas no decorrer do jogo
1. .
2. .
3. .

Existe alguma relação entre o número de peças e a quantidade mínima de movimentos para finalizar o jogo? Qual?

f. Institucionalização (registro de movimentos realizados por grupo)

Número de peças	Quantidade mínima de movimentos realizados				
	G1	**G2**	**G3**	**G4**	**G5**
1					
2					
3					
4					
5					
6					

Conclusão:

Generalizando: (apresentação do conhecimento institucionalizado sobre o tema, uso de TDIC: planilha, GeoGebra, ...)

1. Apresentação resumida sobre o tema.
2. Construa com auxílio de uma planilha eletrônica uma fórmula que encontre o número mínimo de movimentos necessários para finalizar o jogo.
3. Utilizando o aplicativo GeoGebra construa o gráfico que representa a função encontrada.

APÊNDICE J – ATIVIDADE 1 DESENVOLVIDA PELO PROFESSOR P1

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

Título: Qual o valor da Mega-Sena?
Objetivo: Calcular os valores a pagar por um jogo da Mega-Sena usando Combinação Simples
Material: smartphone, calculadora científica, Combination Calculator App, caneta ou lápis, papel para rascunho, notebook, planilha do Excel.

Contextualização: A Mega-Sena é um jogo bastante conhecido quando se fala de apostas em casas lotéricas. Particularmente, a Mega-Sena é um jogo muito simples. Você pode escolher uma quantidade de números que variam de 1 a 20 dentre 60 números dispostos em linhas e colunas. Se acertar os seis números sorteados, parabéns, o prêmio é seu! O mínimo de marcações que podem ser feitas são 6. No entanto, cada vez que você escolhe mais números para marcar, o valor a ser pago aumenta significativamente. Que cálculo você pode fazer para descobrir o valor exato a ser pago por um jogo da Mega-Sena?

Quantidade nº jogados	Valor Aposta (R$)
6	R$ 4,50
7	R$ 31,50
8	R$ 126,00
9	R$ 378,00
10	R$ 945,00
11	R$ 2.079,00
12	R$ 4.158,00
13	R$ 7.722,00
14	R$ 13.513,50
15	R$ 22.522,50
16	R$ 36.036,00
17	R$ 55.692,00
18	R$ 83.538,00
19	R$ 122.094,00
20	R$ 174.420,00

Procedimentos:
1. Baixe o aplicativo Combination Calculator no seu smartphone ou use uma calculadora científica para calcular as Combinações Simples que aparecem nos itens abaixo.
   a) Sabendo que num jogo simples marcamos 6 números, quantos jogos de 6 números equivale uma cartela onde se marca 7 números?
   b) E se marcarmos 8 números, isso equivale a quantos jogos de 6 números?
   c) Faça cálculos supondo que marcou 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20.

2. Preencha a tabela abaixo de acordo com os resultados obtidos na questão 1.

Nº de marcações	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C_n^6														

3. Sabendo que o novo valor para um jogo simples de 6 números da Mega-Sena é R$5,00, com base na tabela da questão 2, preencha a tabela abaixo para descobrir o valor final pago para cada jogo.

Nº de marcações (n)	7	8	9	10	11	12	13	14
Jogo de 6 números (C_n^6)		28				924		
Valor (R$)	35,00			1050,00				15015,00

Nº de marcações (n)	15	16	17	18	19	20
Jogo de 6 números (C_n^6)	5005				27132	
Valor (R$) $5 \times C_n^6$			61880,00			
$5{,}00 \times C_n^6$						

4. Utilizando uma tabela eletrônica do Excel, monte uma tabela final que represente os valores encontrados durante a atividade. Use as fórmulas disponibilizadas pelo Excel para alcançar os resultados de cada célula.

5. Qual dos procedimentos você achou mais prático: usando o aplicativo Combination Calculator ou a planilha eletrônica do Excel?

6. Você acha que os dois procedimentos são complementares, ou seja, o primeiro procedimento ajudou na compreensão do segundo? Ou poderiam ser trabalhados separadamente sem comprometer o entendimento da atividade proposta?

APÊNDICE K– ATIVIDADE 1 DESENVOLVIDA PELO PROFESSOR P2

Atividade 1

Título: Critérios de divisibilidade

Objetivo: Compreender e aplicar os critérios de divisibilidade por 2,por 3, por 6 , por 5 e por 10.

Material: Caixa de papelão, tesoura, cola, tampas de garrafas, lápis, papel, pincel atômico, calculadora

Procedimentos:

recortar a caixa de papelão no formato de canoa, utilizar as tampinhas como se fossem os turistas e o catraieiro

1 - Um grupo de turistas que visitavam a Vila de Alter do Chão, e desejam conhecer a Ilha do Amor, para ter acesso é necessário uma travessia por meio de uma canoa(conhecida por catraia movida a remo) conduzida por um catraieiro, a lotação máxima permitida de 4 turistas por viagem, pagando R$10 por viagem.

2- Havendo um um grupo de 5 turistas, supondo que houvesse apenas uma canoa disponível, seriam necessárias quantas viagens com lotação máxima, para levá-los a Ilha do amor e sobraria algum turista? E se fossem 10? E se fossem 12? E se fossem 30?

3 - Complete a tabela com o número de passageiros nas embarcações e os valores das respectivas viagens

Nº turistas	**Quantidade de viagens de canoa (lotação máxima)**	**Quantidade de viagens de canoa (abaixo lotação máxima)**	**turistas restantes**	**Valor a ser pago**
1	1	0	0	R$10
2	1	0	0	R$10
4	1	0		R$10
5			1	
6		1		
8				
10	3		3	
12				R$30
15	4		4	
20				
24				
30				

APÊNDICE L – ATIVIDADE 2 DESENVOLVIDA PELO PROFESSOR P1

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

Título: Application drive "Motorista de aplicativo"
Objetivo: Calcular os valores recebidos diariamente por um motorista de aplicativo utilizando função afim
Material: smartphone, Geogebra, caneta ou lápis, papel para rascunho, notebook, planilha do Excel.

Contextualização: O trabalho realizado pelos motoristas de aplicativo vem ganhando espaço a cada dia não somente no Brasil, mas segundo a CEBRAP (Centro Brasileiro de Análise e Planejamento), no mundo todo. Dentre as atividades que utilizam aplicativos de smartphones, os Application drive são os que mais crescem atualmente. Vamos imaginar que durante um dia, um motorista de aplicativo tenha que cumprir cerca de 8h para realizar suas atividades profissionais.

Sabendo que o valor cobrado para cada 100 metros é de R$1,20 e levando-se em conta que cada motorista paga uma taxa de 10% para cada corrida que realiza e deve guardar 20% para gastos com o combustível. Complete a tabela abaixo de acordo com as informações abaixo:

Distância percorrida (metros)	Valor a pagar (R$)	10% (taxa) (R$)	20% (combustível) (R$)	Lucro (R$)
100	1,20	0,12	0,24	0,84
200		0,24		1,68
300	3,60		0,72	
400	4,80			3,36

500	6,00	0,60		
600	7,20		1,44	5,04
700				5,88
800	9,60			
900	10,80		2,16	7,56

Procedimentos:

Após preencher a tabela acima, responda:

1. Qual é o valor pago por um usuário de aplicativo que percorre 300 metros para chegar ao seu objetivo? E o valor que o motorista de aplicativo lucrou nessa corrida?
2. Qual é o valor pago por um usuário de aplicativo que percorre 600 metros para chegar ao seu objetivo? E o valor que o motorista de aplicativo lucrou nessa corrida?
3. Se o motorista de aplicativo lucrou R$5,88, quantos metros foi a distância percorrida?
4. Se o motorista de aplicativo lucrou R$7,56, quantos metros foi a distância percorrida?
5. Se a taxa referente ao combustível é igual a R$1,92, quanto foi o valor pago pelo usuário por essa corrida? Quantos metros o motorista de aplicativo percorreu?
6. Calcule o lucro do motorista de aplicativo para um usuário que percorreu 1,2km? E se percorrer 2,5km?
7. Seria possível modelar uma fórmula que forneça o lucro obtido pelo motorista de aplicativo em função da distância percorrida? Com os resultados da tabela acima, represente no plano cartesiano os pontos com as coordenadas do eixo x referentes às distâncias percorridas e do eixo y referentes aos lucros obtidos. Em seguida, descubra qual função afim gerou o gráfico.

Observação: para realizar esta atividade, o aluno pode utilizar uma tabela eletrônica do Excel e usar os recursos encontrados nesse programa.

APÊNDICE M – PROJETO DO MINICURSO

PROJETO DE MINICURSO DE FORMAÇÃO CONTÍNUA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Título do Projeto: ANÁLISE DE MODELOS MATEMÁTICOS NA FORMAÇÃO CONTÍNUA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

- Introdução

Este projeto propõe a realização de um minicurso de formação continuada para professores de Matemática da Educação Básica, com o intuito de aprimorar suas práticas pedagógicas e fortalecer o conhecimento em metodologias inovadoras, especialmente no uso de tecnologias digitais, modelagem matemática e ensino por atividades experimentais. O minicurso oferece uma abordagem prática e teórica, incluindo oficinas voltadas ao uso de ferramentas tecnológicas e metodologias aplicadas ao ensino de Matemática.

- Justificativa

A formação contínua dos professores de Matemática é essencial para acompanharem as evoluções metodológicas e tecnológicas que podem enriquecer o processo de ensino-aprendizagem. Esse minicurso responde à necessidade de capacitação em práticas pedagógicas dinâmicas e interativas, como o uso de softwares potencialmente educacionais (Kahoot, PhET Colorado, planilhas eletrônicas), o GeoGebra, e metodologias de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) e Modelagem Matemática. Esses recursos e métodos incentivam um ensino que valoriza a aplicação prática e contextualizada dos conceitos matemáticos, tornando as aulas mais significativas para os estudantes.

- Objetivo Geral

Capacitar professores de Matemática da Educação Básica em metodologias inovadoras que integrem o uso de ferramentas digitais e práticas experimentais, com o objetivo de promover um ensino mais engajador e aplicado para os estudantes.

- Objetivos Específicos

Apresentar aos professores as metodologias de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) e Modelagem Matemática (AnM).

Capacitar os professores no uso de softwares e aplicativos potencialmente educacionais, incluindo GeoGebra, Kahoot, PhET Colorado e planilhas eletrônicas (Excel, Calc).

Desenvolver atividades práticas para que os professores experimentem e planejem o uso dessas metodologias em sala de aula.

Fomentar a reflexão sobre as práticas pedagógicas e o desenvolvimento dos saberes docentes, integrando conhecimentos disciplinares e tecnológicos.

Criar um espaço de troca de experiências, onde os professores possam discutir desafios e soluções para implementar essas práticas em suas escolas.

- Metodologia

O minicurso será organizado em quatro módulos, mesclando atividades teóricas e práticas:

Módulo 1: Fundamentos e Princípios Metodológicos

Apresentação das metodologias de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) e Modelagem Matemática (AnM).

Discussão sobre a importância do uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática e o impacto na aprendizagem dos estudantes.

Módulo 2: Oficina de Ferramentas Digitais

GeoGebra em dispositivos móveis: introdução ao uso do GeoGebra em smartphones para explorar conceitos matemáticos.

Kahoot e PhET Colorado: capacitação para a criação de quizzes e simulações interativas com o Kahoot e o uso do PhET Colorado para experimentos virtuais.

Planilhas Eletrônicas: uso de planilhas para a modelagem de dados e exploração de conceitos matemáticos.

Módulo 3: Aplicação de Modelagem Matemática e Atividades Experimentais

Modelagem Matemática: desenvolvimento de atividades que integram modelagem de situações reais para aplicar conceitos matemáticos.

Atividades Experimentais: planejamento e desenvolvimento de atividades experimentais que envolvam o uso de materiais práticos para investigar conceitos matemáticos.

Módulo 4: Desenvolvimento de Atividades e Reflexão Pedagógica

Planejamento colaborativo de atividades que podem ser implementadas em sala de aula, com feedback dos facilitadores e dos colegas.

Reflexão sobre os saberes docentes mobilizados e desafios enfrentados durante o minicurso.

Discussão sobre estratégias para a aplicação contínua dessas metodologias nas práticas pedagógicas.

- Público-alvo

Professores de Matemática da Educação Básica interessados em aprimorar suas práticas pedagógicas e adotar metodologias inovadoras no ensino de Matemática.

- Duração

O minicurso terá duração total de 30 horas, distribuídas ao longo de cinco encontros presenciais de 6 horas cada.

- Recursos Necessários

Espaço Físico: Sala equipada com mesas, cadeiras, projetor multimídia e acesso à internet.

Materiais: Computadores ou tablets, smartphones para os participantes, materiais para atividades experimentais, e acesso a softwares como GeoGebra, Kahoot, e PhET Colorado.

Pessoal de Apoio: Quatro facilitadores com experiência nas metodologias de ensino de Matemática e no uso de tecnologias digitais.

- Avaliação

Autoavaliação: Ao final de cada módulo, os professores farão uma autoavaliação sobre seu desenvolvimento e compreensão das metodologias apresentadas.

Feedback dos Facilitadores: Feedback contínuo sobre a participação dos professores nas atividades e discussões.

Avaliação Final: Ao término do curso, os professores responderão a um questionário sobre a aplicabilidade das metodologias e o impacto das atividades realizadas no minicurso.

- Resultados Esperados

Ampliação das práticas pedagógicas inovadoras no ensino de Matemática.

Fortalecimento do uso de ferramentas digitais e de atividades experimentais nas aulas.

Criação de uma rede de professores capacitados para implementar essas metodologias em suas escolas.

Incentivo à troca de experiências e ao desenvolvimento de práticas colaborativas entre os professores participantes.

- Cronograma

CH	DATA	TEMA	METODOLOGIA	FORMATO
04	01/06/23	Apresentação do curso	Apresentação do curso, dos ambientes e equipamentos; preenchimento de questionário e formulários	Presencial
04	03/06/23	Análise de Modelos, TDIC e Softwares Livres	Aulas expositivas, leitura e debate de textos, atividade prática, formação de equipes	Presencial
04	08/06/23	Desenvolvimento de atividades práticas	Encontro por equipes	Virtual
04	10/06/23	Desenvolvimento de atividades práticas	Encontro por equipes	Híbrido
04	17/06/23	Apresentação de Atividades	Apresentação e análise das atividades desenvolvidas pelas equipes	Presencial
04	24/06/23	Desenvolvimento de atividades práticas	Desenvolvimento individual de atividades	Híbrido
03	30/06/23 manhã	Apresentação de Atividades	Apresentação e análise das atividades desenvolvidas individualmente	Presencial
03	30/06/23 tarde	Apresentação de Atividades, Encerramento do curso	Apresentação e análise das atividades desenvolvidas individualmente; avaliação do curso	Presencial

- Considerações Finais

Este minicurso pretende contribuir para a formação continuada de professores de Matemática, oferecendo-lhes recursos e metodologias que incentivam práticas pedagógicas dinâmicas e aplicadas. Espera-se que os participantes se sintam capacitados e motivados para implementar esses métodos em suas aulas, promovendo uma experiência de ensino-aprendizagem mais significativa e contextualizada para seus estudantes.

ANEXO A – PARECER CEP-UFOPA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ - CEP - UFOPA

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: .BASE DE ESTUDOS EDUCACIONAIS EM MATEMÁTICA: articulando pressupostos da Análise de Modelos e referenciais de TDIC fundamentados no Ensino de Matemática por Atividades Experimentais

Pesquisador: Francisco Robson Alves da Silva

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 68820723.4.0000.0171

Instituição Proponente: Universidade Federal do Oeste do Pará

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 6.076.588

Apresentação do Projeto:

Trata-se de um projeto voltado para a educação matemática, utilizando as tecnologias digitais de informação e comunicação e do ensino de matemática mediante atividades experimentais na educação básica.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Delinear uma Base de Estudos Educacionais, que mobilize saberes, com professores em exercício na Educação Básica, ao articular pressupostos

da Análise de Modelos, do Uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação e do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais.

Objetivo Secundário:

1. Investigar e estabelecer conjecturas fundamentadas sobre a Análise de Modelos e as interfaces possíveis com as TDIC no processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica;

2. Desenvolver fundamentos teóricos e metodológicos, por meio da configuração de uma base

de estudos educacionais, envolvendo a Análise de Modelos, as TDIC e o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais;

3. Estabelecer discussões e reflexões, em ambientes de formação contínua, viabilizados pela

Endereço: Rua Vera Paz s/n - Prédio da Reitoria, Sala nº 53
Bairro: Sale **CEP:** 68.040-255
UF: PA **Município:** SANTAREM
Telefone: (93)2101-4966 **E-mail:** cep@ufopa.edu.br

produção e mobilização de saberes docentes, contemplados pela perspectiva de validação e implementação da proposta.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Os riscos apresentados pelo pesquisador são:

Cansaço, aborrecimento ou medo de não saber responder os questionários; desconforto, constrangimento ou alterações de comportamento durante gravações de áudio e vídeo. Para minimizar os riscos, o pesquisador se compromete a seguir todos os termos estabelecidos no TCLE, garantindo total liberdade aos participantes de desistirem da pesquisa a qualquer momento e sem nenhum ônus, além do acompanhamento e assistência caso o participante apresente qualquer problema decorrente de sua participação na pesquisa.

Os benefícios apresentados referem-se ao ganho do processo formativo que poderá contribuir para o desenvolvimento profissional dos participantes quanto aos subsídios teóricos e práticos que envolvem Análise de Modelos, Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação e o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, além favorecer a melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem que decorram da pesquisa.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa segue os parâmetros éticos e científicos.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

São apresentados os principais termos de apresentação obrigatória.

Recomendações:

Recomenda-se aprovação, uma vez que as recomendações do parecer anterior foram adotadas e sanadas as pendências.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Sem lista de pendências e inadequações.

Considerações Finais a critério do CEP:

UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ - CEP - UFOPA

Plataforma Brasil

Continuação do Parecer: 6.076.586

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2123863.pdf	17/05/2023 08:05:03		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_e_Anexos.pdf	17/05/2023 08:04:16	Francisco Robson Alves da Silva	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_Robson_UFOPA_assinado.pdf	17/05/2023 07:58:19	Francisco Robson Alves da Silva	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Termo_de_AnuenciaRobson2_assinado_assinado_assinado.pdf	14/04/2023 19:23:41	Francisco Robson Alves da Silva	Aceito
Declaração de Pesquisadores	Declaracao_CEP_assinado.pdf	14/04/2023 19:22:30	Francisco Robson Alves da Silva	Aceito
Folha de Rosto	folhaDeRosto_Robson_assinado_assinado.pdf	14/04/2023 19:17:08	Francisco Robson Alves da Silva	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

SANTAREM, 24 de Maio de 2023

Assinado por:
Flavia Garcez da Silva
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Vera Paz s/n - Prédio da Reitoria, Sala nº 53
Bairro: Salé **CEP:** 68.040-255
UF: PA **Município:** SANTAREM
Telefone: (93)2101-4966 **E-mail:** cep@ufopa.edu.br

ANEXO B – PARECER DE APROVAÇÃO DE MINICURSO

Portal do Docente

UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ
SISTEMA INTEGRADO DE GESTÃO DE ATIVIDADES ACADÊMICAS

EMITIDO EM 02/10/2023 16:27

ctic

VISUALIZAÇÃO DA AVALIAÇÃO

DADOS DA AVALIAÇÃO

Código:	CR008-2023
Título:	ANÁLISE DE MODELOS MATEMÁTICOS NA FORMAÇÃO CONTÍNUA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
Ano:	2023
Financiamento:	AÇÃO AUTO-FINANCIADA
Tipo de Ação:	CURSO
Tipo da Avaliação:	COMISSÃO DE EXTENSÃO
Situação:	REALIZADA
Data da Avaliação:	02/05/2023 19:13:28
Parecer:	APROVADO
Nota:	1.0

ITENS DE AVALIAÇÃO

Descrição do Item Avaliado	Nota	Máximo	Peso
(OBRIGATÓRIO) É possível visualizar impactos diretos para a comunidade que será atendida com a ação? (NÃO=0 / SIM=1))	1,00	1,00	1,00
(OBRIGATÓRIO) Há a participação ativa de estudantes de graduação da Ufopa na realização da ação? (NÃO=0 /SIM=1)	1,00	1,00	1,00
(OBRIGATÓRIO) O público-alvo da ação é predominantemente externo à Ufopa? (NÃO=0 / SIM=1)	1,00	1,00	1,00