



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
LICENCIATURA INTEGRADA EM MATEMÁTICA E FÍSICA**

JOCIANE DE VASCONCELOS PEREIRA

**USO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS DO EXCEL (OU LIBRE OFFICE) COMO
FERRAMENTAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA EM SALA DE AULA**

**SANTARÉM - PA
2025**

JOCIANE DE VASCONCELOS PEREIRA

**USO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS DO EXCEL (OU LIBRE OFFICE) COMO
FERRAMENTAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA EM SALA DE AULA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para obtenção do título de Licenciatura, pelo Curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física na Universidade Federal do Oeste do Pará – UFOPA.

Orientador: Prof^o Dr. Cassio André Sousa da Silva

**SANTARÉM - PA
2025**

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas (SIBI) da UFOPA
Catalogação de Publicação na Fonte. UFOPA - Biblioteca Unidade Rondon

Pereira, Jociane de Vasconcelos.

Uso de planilhas eletrônicas do Excel (ou Libre Office) como ferramentas de ensino de matemática em sala de aula / Jociane de Vasconcelos Pereira. - Santarém, 2025.

84fls.: il.

Trabalho de Conclusão de Curso(Monografia). Universidade Federal do Oeste do Pará. Instituto de Ciências da Educação- ICED. Licenciatura Integrada em Matemática e Física.

Orientação: Cassio André Sousa da Silva.

1. Planilhas Eletrônicas. 2. Matemática Financeira. 3. Estatística. 4. Funções Polinomiais. 5. Excel na Educação. I. Silva, Cassio André Sousa da. II. Título.

UFOPACampus Rondon

CDD 23.ed. 510.7



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE CIÊNCIAS EXATAS

ATA DE TCC

Ao (s) dezessete dias do mês de junho de dois mil e vinte e cinco, na cidade de Santarém do Estado do Pará, reuniu-se virtualmente pelo google meet, para a sessão pública de defesa do Trabalho de Conclusão de Curso desenvolvida por **JOCIANE DE VASCONCELOS PEREIRA** e intitulado: **USO DE PLANILHAS DO EXCEL (OU OPEN OFFICE) COMO FERRAMENTAS DE ENSINO EM SALA DE AULA**, sob orientação do docente Cassio André Sousa da Silva da UFOPA. A banca examinadora foi composta pelo (a) docente orientador citado e pelos docentes Rodolfo Maduro Almeida e Sérgio Silva de Sousa. Após a defesa e análise do TCC, considerando a qualidade deste trabalho enquanto produto de iniciação científica, a banca deferiu pela aprovação do TCC, resultando a nota **9,2**. Fica acordado que a nota está condicionada a entrega final do trabalho, no prazo máximo de **10 dias úteis** a partir desta data e o mesmo deverá contemplar as observações da banca examinadora. Proclamados os resultados pelo Coordenador da banca, foram encerrados os trabalhos e para constar, eu Cassio André Sousa da Silva lavrei a presente ata que será assinada pelo autor e membros da banca examinadora.

Autor: **JOCIANE DE VASCONCELOS PEREIRA** matrícula:

Orientador (a): Cassio André Sousa da Silva

Examinadores:

Rodolfo Maduro Almeida

Sérgio Silva de Sousa



ATA Nº 117/2025 - ICED (11.01.07)

(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado digitalmente em 26/06/2025 18:26)

CASSIO ANDRE SOUSA DA SILVA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
ICED (11.01.07)
Matricula: ###905#2

(Assinado digitalmente em 26/06/2025 20:10)

RODOLFO MADURO ALMEIDA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
ICED (11.01.07)
Matricula: ###355#3

(Assinado digitalmente em 26/06/2025 20:24)

SERGIO SILVA DE SOUSA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
ICED (11.01.07)
Matricula: ###809#0

(Assinado digitalmente em 26/06/2025 18:34)

JOCIANE DE VASCONCELOS PEREIRA
DISCENTE
Matricula: 2019#####1

Visualize o documento original em <https://sipac.ufopa.edu.br/documentos/> informando seu número: 117, ano: 2025, tipo: ATA, data de emissão: 26/06/2025 e o código de verificação: 62aba8a7f3

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, pois sei que está presente em minha vida em todos os momentos.

Agradeço ao meu esposo, meus pais e demais familiares pelo apoio, compreensão e por acreditarem que a conquista desse sonho seria possível.

Agradeço a minha amiga da universidade que durante essa jornada esteve ao meu lado nos momentos felizes e também nos difíceis.

Ao meu orientador professor Cassio André Silva pela paciência e dedicação durante o desenvolvimento desse trabalho, meu sincero agradecimento.

RESUMO

Este trabalho apresenta a aplicabilidade das planilhas eletrônicas em conteúdos de Matemática financeira, estatística e funções do 1º e 2º grau com a utilização do *Software Excel* de modo teórico e prático. O estudo foi desenvolvido primeiramente de forma teórica demonstrando os procedimentos das resoluções de problemas matemáticos com o auxílio do programa Excel, além disso, foi aplicado uma oficina em uma escola indígena localizada na zona rural de Santarém, tendo como foco principal o uso do software LibreOffice Calc na resolução de problemas relacionados à Matemática Financeira, estatística e Funções. A metodologia adotada inclui revisão bibliográfica, elaboração e aplicação de uma oficina com os alunos, acompanhada de formulários de avaliação antes e depois das atividades. Os resultados obtidos mostram que o uso de planilhas contribuiu significativamente para entendimento dos conteúdos, além disso, promoveu interesse e participação ativa dos alunos. Conclui-se que é importante inserir os recursos tecnológicos o qual é uma alternativa eficaz e acessível para contextos escolares diversos, desde que, sejam trabalhados pedagogicamente e com foco no entendimento dos conhecimentos matemáticos.

Palavras-chaves: Planilhas Eletrônicas; Matemática Financeira; Estatística; Funções Polinomiais; Excel na Educação.

ABSTRACT

This study presents the applicability of electronic spreadsheets to the teaching of financial mathematics, statistics, and first- and second-degree functions through both theoretical and practical use of Microsoft Excel. The research was initially conducted from a theoretical perspective, demonstrating the procedures for solving mathematical problems with the aid of Excel. Furthermore, a workshop was implemented at an Indigenous school located in the rural area of Santarém, with a primary focus on the use of LibreOffice Calc software to solve problems related to financial mathematics, statistics, and functions. The methodology adopted included a literature review, the design and implementation of a workshop with students, and the use of assessment forms administered before and after the activities. The results obtained indicate that the use of spreadsheets significantly contributed to students' understanding of the content, as well as fostering interest and active participation. It is concluded that the integration of technological tools constitutes an effective and accessible alternative for diverse educational contexts, provided that they are applied with pedagogical intent and focused on the comprehension of mathematical concepts.

Keywords: Electronic Spreadsheets; Financial Mathematics; Statistics; Polynomial Functions; Excel in Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Tela de inserção de fórmula no Microsoft Excel.	40
Figura 2- Exemplo de aplicação de função no Excel.	40
Figura 3- Interface da aba de Fórmulas no Excel.	41
Figura 4- Etapas para aplicar o formato de moeda no Microsoft Excel.	41
Figura 5- Comando “Mesclar e Centralizar” no Excel.	42
Figura 6- Fixação de célula utilizando referência absoluta no Excel.	42
Figura 7- Aplicação da fórmula de Juros Simples no Excel.	43
Figura 8- Aplicação da fórmula para calcular o Montante no Excel.	44
Figura 9- Cálculo do Montante.	45
Figura 10- Aplicação da fórmula VF do Excel para cálculo do Montante.	46
Figura 11- Cálculo dos Juros na operação.	46
Figura 12- Cálculo do Valor Atual utilizando a fórmula comum no Excel.	47
Figura 13- Fórmula VP no Excel para cálculo do Valor Atual.	48
Figura 14 - Gráfico comparativo de regimes de capitalização.	49
Figura 15- Estrutura da planilha no Excel.	50
Figura 16- Inserção da fórmula do desconto racional simples na célula do Excel.	50
Figura 17- Cálculo do Valor descontado racional.	51
Figura 18- Inserção da fórmula do desconto racional simples na célula do Excel.	51
Figura 19- Cálculo do Valor Descontado Comercial Simples.	52
Figura 20- Aplicação da fórmula do Desconto bancário no Excel.	53
Figura 21- Cálculo do Valor Descontado Bancário.	53
Figura 22- Aplicação da fórmula do Desconto Racional Composto no Excel.	54
Figura 23- Cálculo do Valor Descontado Racional Composto.	55
Figura 24 - Aplicação da fórmula do Desconto Comercial Composto no Excel.	55
Figura 25- Cálculo do Valor Descontado Comercial Composto.	56
Figura 26 - Estrutura de planilha para o Sistema de Amortização Constante (SAC).	57
Figura 27- Cálculo dos juros no Sistema de Amortização Constante (SAC).	57
Figura 28- Cálculo da amortização no Sistema de Amortização Constante (SAC).	57
Figura 29- Cálculo da prestação no Sistema de Amortização Constante (SAC).	58
Figura 30- Cálculo do saldo devedor no Sistema de Amortização Constante (SAC).	58
Figura 31- Aplicação da fixação de células no Excel.	59
Figura 32- Uso da alça de preenchimento no Excel.	59

Figura 33- Tabela preenchida do Sistema de Amortização Constante (SAC).....	59
Figura 34- Estrutura de planilha para o Sistema de Amortização Francês (Tabela Price)	60
Figura 35- Fórmula PGTO no Excel para cálculo da Prestação no Sistema Price.....	61
Figura 36- Cálculo do Juros no Sistema Price.....	61
Figura 37- Cálculo da Amortização no sistema Price	61
Figura 38 - Cálculo do saldo devedor no Sistema Price.....	62
Figura 39 - Aplicação da fixação de células no Excel.....	62
Figura 40 - Planilha completa do Sistema de Amortização Francês (Tabela Price).....	62
Figura 41 - Utilização da fórmula MÉDIA do Excel para calcular a média	64
Figura 42- Utilização da função MED do Excel para calcular a mediana	65
Figura 43 - Utilização da função MODO.MULT do Excel para calcular a Moda	65
Figura 44- Valores obtidos da Média, Mediana e da Moda.....	66
Figura 45- Cálculo da Amplitude Total	68
Figura 46 - Utilização da função VAR.A do Excel para calcular a Variância	68
Figura 47- Utilização da Função DESVPAD.A do Excel para calcular o Desvio-Padrão	69
Figura 48 - Resultados da Amplitude Total, Variância e Desvio padrão	69
Figura 49- Inserção de Gráfico no Excel.....	70
Figura 50- Gráfico de linhas dos dados.....	70
Figura 51- Etapas para inserção de barras de erro do desvio padrão no gráfico	71
Figura 52- Gráficos com adição de barras de erros de desvio-padrão	71
Figura 53- Atribuição de valores para x	72
Figura 54- Inserção da fórmula para calcular os valores de $f(x)$	72
Figura 55- Atribuição de valores para x e $f(x)$ da Função $f(x)=2x+1$	73
Figura 56- Gráfico da Função polinomial do 1º grau.....	73
Figura 57- Atribuição de valores para x na função.....	74
Figura 58- Inserção da fórmula para calcular os valores de $f(x)$ na função do 2º grau.....	74
Figura 59- Atribuição de valores para x e $f(x)$ da Função $f(x)=x^2-4x+3$	75
Figura 60- Gráfico da função polinomial do 2º grau.....	76
Figura 61- Gráfico da função polinomial do 2º grau.....	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Transformação de taxa percentual para unitária	17
Tabela 2- Evolução do montante no regime de juros Simples e Compostos.....	21
Tabela 3 - Cálculo do Montante a juros compostos obtidos pela fórmula $J = C \times i \times n$	22
Tabela 4- Dedução da fórmula para cálculo dos juros compostos	22
Tabela 5 - Cálculo da variância e desvio-padrão para o exemplo dos bifes de 200 gramas.....	36
Tabela 6 - Comparativo dos regimes de capitalização Simples e Compostos.....	48
Tabela 7 - Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), 2013	63
Tabela 8 – desempenho diário de vendas	66

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.2. Justificativa e Relevância do Trabalho.....	13
1.3. Objetivos	14
1.3.1. Objetivos Geral	14
1.3.2. Objetivos específicos.....	14
1.4. Procedimentos Metodológicos	15
1.5. Estrutura do Trabalho	15
2. TÓPICOS BÁSICOS.....	16
2.1. Matemática Financeira	16
2.1.1. Conceitos básicos: Juros e taxa de juros	16
2.1.2. Juros Simples	20
2.1.3 Juros Compostos	21
2.1.4. Desconto Simples.....	24
2.1.5. Desconto Composto	29
2.1.6. Sistemas De Amortização.....	30
2.2. Estatística	32
2.2.1. Medidas de Tendência Central	33
2.2.2. Medidas de Dispersão	35
2.3. Estudo das Funções	37
2.3.1. Função Polinomial do 1º Grau	37
2.3.2. Função Do Polinomial do 2º Grau	38
3. USO DO MICROSOFT EXCEL NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA, ESTATÍSTICA E FUNÇÕES.....	39
3.1. Noções Fundamentais do Excel.....	40
3.2. Resoluções de Problemas Matemáticos no Excel.....	42
4. PRÁTICA DE ENSINO COM PLANILHAS ELETRÔNICAS NO ENSINO MÉDIO	77

4.1. Contextualização da Escola	77
4.2. Objetivos da Oficina.....	78
4.3. Planejamento da Atividade.....	78
4.4. Desenvolvimento da Oficina.....	78
4.5. Resultados Observados	79
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	81
REFERÊNCIAS	82
APÊNDICE	84

1. INTRODUÇÃO

Diversas pesquisas e práticas feitas mostram a potencialidade da tecnologia informática para o ensino na escola, e tende não ser aproveitado se o professor não for instigado a agir nessa realidade de mudanças constantes (Penteado *et al.*, 2000). De acordo com Moran; Masetto e Behrens (2013), o professor na sua função docente precisa ser pesquisador, conhecer os recursos tecnológicos, usá-los, adaptar-se e aprender a manuseá-los em busca de inovar processo de aprendizagem, inserindo novas didáticas, tornando-o mais dinâmica e motivador para os alunos.

Para Kenshi (2012) as tecnologias trouxeram alterações positivas no ambiente educacional, mudando a realidade de aula tradicionais em espaços de ensino-aprendizagem mais dinâmico e participativo. Ainda assim, para que as TICs possam proporcionar transformações no processo educativo, contudo, elas precisam ser entendidas e aplicadas pedagogicamente, isto é, é necessário respeitar as especificidades do ensino e da tecnologia em si, assim, garantir que o seu uso, faça de fato diferença. Não basta usar os recursos tecnológicos, é fundamental fazer o uso da tecnologia escolhida de forma que facilite a aprendizagem, desenvolva habilidades nos alunos, corretamente.

Nesse contexto, a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), no capítulo Competências Gerais da Educação Básica, há uma menção sobre à importância do uso de ferramentas tecnológicas no processo de ensino-aprendizagem:

5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BNCC, 2018, p. 9).

Observa-se que o documento considera práticas pedagógicas que possam levar o aprendiz à (re)construção e à exploração de saberes onde eles possam ser protagonistas do seu próprio aprendizado, com o intuito de formar cidadãos críticos dentro da sociedade (Silva, 2023).

Diante deste cenário desafiador este trabalho se fez necessário em busca de mostrar o programa de computador Microsoft Excel, explorar suas funcionalidades e sua integração no ensino de matemática na educação básica, deste modo, inserindo em sala aula o uso de

ferramentas tecnológicas, neste caso, as planilhas eletrônicas, pode ampliar cada vez mais os horizontes das maneiras inovadoras de ensinar.

A manipulação de planilhas eletrônicas do tipo Libre Office e principalmente Excel, atualmente, são demandas sociais e, ao incluir esses recursos nas aulas, pode-se mostrar que eles são fundamentais para evitar perder tempo em operações demoradas e complexas. Vale salientar, que uso desse aplicativo precisa ser considerado, pois possibilita: inserção de fórmulas algébricas para cálculos, elaboração de tabelas, tratamento da informação, e coleta de dados, permitindo ao aluno progresso da capacidade de raciocínio lógico, aprimorando o aprendizado (Diniz, 2015).

Tendo em vista isso, explorar-se a tecnologia para trabalhar de modo dinâmico fazendo resoluções de problemas, construções de gráficos e tabelas, buscando compreender especificamente conteúdos de matemática financeira, estatística e funções polinomiais do 1º e 2º grau utilizando software Excel, para tal procedimento.

A escolha do software Excel se deu pela facilidade de acesso nos computadores, pois não precisa de rede de internet para que possa ser usado, além disso, pode ser utilizado em outros aparelhos como em smartphones. O programa possui uma série de funções que podem ser utilizadas para calcular, armazenar, criar de gráficos, tabelas, sendo eficaz para planejamento, facilita a análise de dados estatísticos e financeiros e manipulações numéricas em geral.

1.2. Justificativa e Relevância do Trabalho

A motivação para o presente estudo nasceu devido as experiências vivenciadas durante a formação acadêmica, que estimularam o desenvolvimento do trabalho com enfoque na utilização de recursos tecnológicos para o ensino de matemática em sala de aula. Dessa forma, tem-se “programas e recursos que podem ser utilizados de forma criativa e inovadora” (Moran; Masetto e Behrens, 2013, p. 49). Assim, após o acompanhamento de aulas durante os quatro estágios supervisionados na graduação no curso de licenciatura integrada em matemática e física, mostrou-se anseio em demonstrar a utilidade do Software Excel na resolução de problemas matemáticos, além disso, expor na prática em sala, a aplicabilidade usando o programa LibreOffice Calc, uma ferramenta gratuita e acessível que não necessita de acesso à internet, uma planilha eletrônica assim como o Excel.

Embora o uso das tecnologias digitais tem se intensificado nas últimas décadas, observou-se a carência de materiais que abordam a utilização de planilhas eletrônicas, voltados

para aplicação dessas ferramentas em conteúdos de matemática no ensino médio, mostrando que é possível usa-las mesmo em realidades limitadas. Diante deste cenário, o presente estudo objetiva contribuir expondo o potencial da ferramenta como recurso pedagógico, assim, incentivar professores a fazer uso das ferramentas que podem trazer resultados significativos no desenvolvimento dos estudantes.

A relevância desse trabalho é voltada para contribuição da prática docente e aplicabilidade em esferas educacionais com recursos limitados, como é o caso da escola indígena localizada na comunidade/aldeia Lago da Praia próximo a cidade de Santarém, no estado do Pará, Brasil, onde será a aplicação da proposta. A escolha pela unidade educacional, se deu por razão por ser uma escola Indígena na zona rural que possui laboratório de informática e pela importância de mostrar que existe possibilidades de incorporar as tecnologias como instrumento de aprendizagem, embora não se localize na zona urbana. O Excel e LibreOffice Cal são ferramenta de fácil acesso, tornando-se uma alternativa mais viável para alunos e professores.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivos Geral

Este trabalho tem como objetivo explorar o software Excel e demonstrar a aplicabilidade da ferramenta no ensino de conteúdos de Matemática Financeira, Estatística e Funções Polinomiais do 1º e 2º grau na educação básica, evidenciando, na prática, seu uso como recurso pedagógico em sala de aula.

1.3.2. Objetivos específicos

- Demonstrar aplicações práticas do uso de planilhas eletrônicas no ensino de Matemática;
- Evidenciar a viabilidade da utilização de recursos digitais no ensino de Matemática em contextos escolares rurais;
- Incentivar o uso das tecnologias como recurso pedagógico em sala de aula;
- Promover a autonomia dos estudantes no uso de ferramentas digitais como apoio à resolução de problemas matemáticos;

1.4. Procedimentos Metodológicos

Para a construção deste trabalho, foi realizada considerando o objeto de estudo: software Excel e sua eficácia no ensino de matemática na educação básica. Assumiu-se caracterização de pesquisa como qualitativa, pois, “não possui modelos teóricos pré-definidos, mas costuma-se verificar um vaivém entre observação, reflexão e interpretação à medida que a análise progride” (Gil, 2002, p.90).

Na pesquisa bibliográfica, que “é elaborada com base em material já publicado” (Gil, 2010, p. 29), a qual foi realizada fazendo do levantamento em livros, revistas, dissertações, monografias sobre educação, tecnologia, programa Excel e LibreOffice Cal. A pesquisa também contou com o estudo de conteúdos em diversas plataformas e sites da internet.

Para atingir o objetivo deste trabalho, a pesquisa realizará um estudo aplicado com o Software Excel, onde será feito resoluções de problemas sobre conteúdos de matemática financeira, estatística e funções, dentro do software buscando explicar os procedimentos para conseguir tais resultados, além disso, optou-se por realizar uma atividade prática desenvolvida na Escola Indígena São Francisco, situada no interior do município de Santarém, estado do Pará. O objetivo da oficina foi trabalhar conteúdos de Estatística, Matemática financeira e funções polinomiais utilizando o programa livre LibreOffice Calc com turma de 3º do Ensino Médio.

Foram ainda utilizados como técnica de pesquisa para a coleta de dados, o formulário, que “é um dos instrumentos essenciais para a investigação social cujo sistema de coleta de dados consiste em obter informações diretamente do entrevistado” (Marconi; Lakatos, 2011, p.100). Os formulários foram aplicados antes e depois da oficina e foram utilizados para conhecer os conhecimentos prévios dos estudantes sobre a tecnologia e as expectativas, como também, avaliar a experiência, os aprendizados e sua percepção sobre o uso da tecnologia no ensino de matemática.

1.5. Estrutura do Trabalho

Este trabalho é constituído por cinco capítulos, iniciando por uma breve introdução que traz reflexões sobre o ensino da Matemática e as tecnologias na educação, com intuito de reforçar a importância da pesquisa. Além disso, este capítulo contempla os objetivos, a justificativa, a relevância do estudo e a metodologia adotada.

Com o intuito de tornar o trabalho mais completo para o leitor, o segundo capítulo apresenta conteúdos teóricos sobre Matemática financeira, estatística e funções polinomiais de 1º e 2º grau, os quais servem como base para as atividades desenvolvidas no terceiro capítulo.

Este por sua vez, tem como principal finalidade, demonstrar as aplicações do software Excel na resolução de exercícios.

O quarto capítulo descreve o desenvolvimento da atividade prática aplicada na Escola Indígena São Francisco com alunos do 3º ano do ensino médio. Essa atividade teve como objetivo demonstrar, na prática, como as planilhas eletrônicas podem contribuir para a aprendizagem dos estudantes nas aulas de Matemática, mostrando que, mesmo em contextos rurais e com recursos limitados, é possível integrar o uso da tecnologia. Por fim, o último capítulo expõe as considerações finais acerca da pesquisa.

2. TÓPICOS BÁSICOS

Neste Capítulo, será abordado tópicos de Matemática como Matemática Financeira, Estatística e Funções. O qual se concentra-se em abordar conceitos básicos sobre cada conteúdo, com finalidade de proporcionar o entendimento sólido da teoria e, posteriormente usar o Excel como recurso didático para apoio à aprendizagem e suporte eficiente na resolução de problemas e visualização de conceitos abstratos.

2.1. Matemática Financeira

A matemática financeira é um ramo que estuda os procedimentos utilizados em pagamentos de empréstimos e métodos de análise de investimentos em geral. Tem como objetivo, apresentar mecanismos próprios para fazer análises de como ocorre os investimentos em geral, assim, possibilitando a interpretação de vários fluxos de entrada e saída de dinheiro em um determinado período tempo.

Além disso, compreender a matemática financeira, é entender como funciona o mundo das finanças, de como funciona as operações que envolvem a aplicação de dinheiro. Com isso, sobre a área de Matemática Financeira será abordado Juros Simples e Composto, Desconto Simples e Composto e Sistemas de Amortização, o autor interessado em mais detalhes podem consultar Mathias; Gomes (1986), Francisco (1986), Bagatini (2010), Samanez (2010) e Sobrinho, (2013).

2.1.1. Conceitos básicos: Juros e taxa de juros

Juros

Juros pode ser entendido como uma compensação que o capital aplicado sofre pelo tempo. Em síntese, “é a remuneração recebida pela abdicação momentânea de usufruir do capital adquirido, ou ainda é o ônus pago pelo gozo antecipado de um capital a ser adquirido no futuro” (Alves, 2014, p. 22).

Taxa de juros

A taxa de juro, é um coeficiente que estabelece o valor do juro, isto é, corresponde à remuneração do capital empregado durante um período de tempo. As taxas de juros se referem nas seguintes unidades, mês, semestre, ano e etc. As quais são apresentadas de duas formas taxa percentual e unitária.

As transformações de percentual em unitária são dadas pela divisão da notação por 100 e, inversamente, se multiplica a taxa unitária por 100. Vale ressaltar, que se é mais utilizada a taxa percentual, embora os cálculos em matemática financeira usando as formulas são realizados na notação de taxa unitária.

Tabela 1- Transformação de taxa percentual para unitária

Taxa percentual	Taxa unitária
0,15%	0,0015
8%	0,08
17%	0,17
20%	0,2
31%	0,31

Fonte: Assaf Neto, (2012).

Taxa proporcional

O conceito de taxas proporcionais aplica-se exclusivamente à capitalização simples. Consideraremos duas taxas de juros, i_1 e i_2 , arbitrariamente escolhidas e correspondentes aos períodos n_1 e n_2 , respectivamente, ambas relacionadas a uma mesma unidade de tempo, logo, se houver uma proporção entre as taxas e seus respectivos períodos são ditas proporcionais, ou seja, se

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (1.1)$$

Temos que, em uma proporção o produto dos meios é igual ao produto dos extremos:

$$i_1 n_2 = i_2 n_1 \quad (1.2)$$

Dessa forma reescrevemos a formula (1.2) da seguinte forma:

$$\frac{i_1}{n_1} = \frac{i_2}{n_2} \quad (1.3)$$

Exemplo: Verificar se as taxas de 5% ao trimestre e de 20% ao ano são proporcionais.

Resolução:

Temos:

$$i_1 = 5\% \text{ a. t} = 0,05 \text{ a. t} \quad e \quad i_2 = 20\% \text{ a. a} = 0,20 \text{ a. a}$$

$$n_1 = 3 \text{ meses} \quad e \quad n_2 = 12 \text{ meses}$$

Como:

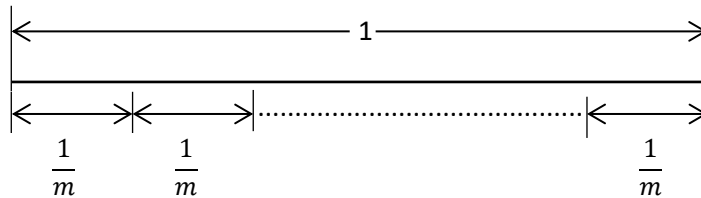
$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Substituindo temos:

$$\frac{0,05}{0,20} = \frac{3}{12}$$

Logo, são grandezas proporcionais, porque o produto dos meios ($0,20 \times 3$) é igual ao produto dos extremos ($0,05 \times 12$), então, são taxas ditas proporcionais.

Admitindo-se i como a taxa de juros correspondente a um período, é possível determinar a taxa proporcional i_m , que equivale à fração $\frac{1}{m}$ desse período, tem -se:



Temos então:

$$i_1 = i$$

$$n_1 = 1 \text{ período}$$

$$i_2 = i_m = ?$$

$$n_2 = \frac{1}{m} \text{ de período}$$

Como:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Logo tem-se:

$$\frac{i}{i_m} = \frac{1}{\frac{1}{m}}$$

Portanto:

$$i_m = \frac{i}{m} \quad (1.4)$$

De forma geral, se a taxa i se referisse a n períodos, dos quais se considerasse a fração $\frac{n}{m}$ para o cálculo da taxa proporcional i_m , temos:

$$\frac{i}{i_m} = \frac{n}{\frac{n}{m}} \quad \therefore \quad i_m = \frac{i}{m}$$

Exemplo 1: Sendo dada a taxa de 10% ao semestre, achar a taxa trimestral que lhe é proporcional.

Resolução:

$$i = 0,10 \text{ a. s}$$

$$m = 2 \text{ (um semestre tem 2 trimestre)}$$

Como:

$$i_m = \frac{i}{m} \quad \therefore \quad i_m = \frac{0,10}{2} = 0,05 \text{ a. t}$$

$$\text{Portanto, } i_m = i_2 = 5\% \text{ a. t.}$$

Taxa equivalente: “Duas taxas se dizem equivalente se, aplicado um mesmo capital as taxas e pelo mesmo intervalo de tempo, ambas produzirem o mesmo juro” (Mathias; Gomes, 1986).

Seja a taxa i , referente a 1 período e i_m referente à fração $\frac{1}{m}$, supostas equivalentes.

Pela definição temos:

$$J_i = C \times i \times 1 = C \times i$$

Por outro lado, temos:

$$J_{i_m} = C \times i_m \times m$$

Logo, se as taxas são equivalentes, ambas devem gerar o mesmo juro, isto é:

$$J_i = J_{i_m}$$

Conclui:

$$Ci = C \times i_m \times m$$

Dessa forma:

$$i_m = \frac{i}{m}$$

Conclui-se que, no regime de juros simples, as taxas de juros proporcionais são necessariamente equivalentes.

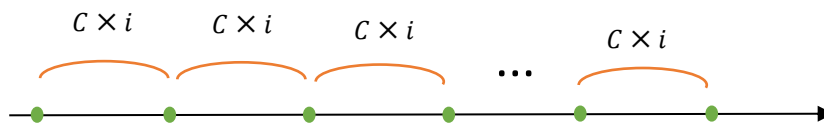
2.1.2. Juros Simples

No regime de juros simples, os juros de cada período são calculados sempre sobre o mesmo capital principal. comporta-se como se fosse uma progressão aritmética (PA), crescendo os juros de forma linear ao longo do tempo. Neste critério, tem aplicações práticas e limitadas, são geralmente encontradas em pagamentos de cobranças de contas e prestações em atraso, operações a curto prazo.

Cálculo Juros Simples

Quando o regime é juros simples, a remuneração sobre o capital inicial (ou principal) é proporcional ao valor aplicado e ao período da aplicação. O fator que determina essa proporcionalidade é a taxa de juros.

Considere o capital inicial C aplicado a juros simples de taxa i por período, durante n períodos. Teremos juros iguais em todos os períodos, conforme a ilustração abaixo:



Logo, o total de juros em todo o período é o somatório de todas as n parcelas.

$$J = \underbrace{C \times i + C \times i + C \times i + \dots + C \times i}_n$$

Teremos então,

$$J = C \cdot i \cdot n \quad (1.5)$$

Onde:

J = Valor dos juros expresso em unidades monetárias.

C = Capital. É o valor (em \$) representativo de determinado momento.

i = taxa de juros.

n = Prazo.

Montante

Temos por definição como montante de um capital, investido à taxa i e pela duração de n períodos, designado como a soma do juro mais o capital inicial.

Considerando C como o principal, empregado por n períodos e à taxa de juros i , temos o montante (M) sendo:

$$\begin{aligned} M &= C + J \\ M &= C + Ci \times n \\ M &= C(1 + i \times n) \end{aligned} \quad (1.6)$$

De forma análoga visto para juro, conhecido três valores da fórmula obteremos o quarto valor:

$$M = C(1 + i \times n)$$

$$\begin{aligned} 1) \quad C &= \frac{M}{1+in} \\ 2) \quad i &= \frac{\frac{M}{C}-1}{n} \\ 3) \quad n &= \frac{\frac{M}{C}-1}{i} \end{aligned}$$

2.1.3 Juros Compostos

Nos juros simples, vimos que o capital inicial permanece inalterado ao longo de toda a operação, sendo os juros calculados sempre sobre esse valor fixo.

Quando se trata de juros compostos, os juros gerados em cada período são somados ao capital inicial, formando um novo montante que serve como base para o cálculo dos juros no período seguinte. Dessa forma, ocorre a capitalização dos juros, o que resulta em um capital que varia ao longo do tempo, crescendo ao final de cada período com a adição dos juros acumulados de acordo com a taxa estipulada.

A diferença entre os dois regimes pode ser melhor compreendida por meio do exemplo a seguir:

Exemplo 1: Suponha que R\$ 1.000,00 são empregados a uma taxa de 10% a.a., por um período de 3 anos a juros compostos teremos:

A **Tabela 2**, mostra a evolução do montante em cada regime de capitalização ao final de cada ano.

Tabela 2- Evolução do montante no regime de juros Simples e Compostos

Anos	0	1	2	3
Montante a juros simples	1000,00	1100,00	1200,00	1300,00

Montante a juros compostos	1000,00	1100,00	1210,00	1331,00
----------------------------	---------	---------	---------	---------

Fonte: Elaborado pela autora.

Verifica-se que os juros compostos crescem em progressão geométrica, enquanto os juros simples são constantes e crescem numa progressão aritmética.

Cálculo do Montante

No problema anterior, calculou-se o montante do capital R\$1000,00 fazendo uso da fórmula $J = C \times i \times n$ dos juros simples, com $n = 1$, calculando os juros a cada ano a partir do montante adquirido no ano anterior, os resultados encontrados estão na Tabela 2 abaixo:

Tabela 3 - Cálculo do Montante a juros compostos obtidos pela fórmula $J = C \times i \times n$

Período	Capital	Taxa de juros	Juros	Valor Futuro/Montante
1º ano	R\$1000,00	0,10	0,10 x 1000	1000 + 0,10 x 1000 = 1100,00
2º ano	R\$1100,00	0,10	0,10 x 1100	1100 + 0,10 x 1100 = 1210,00
3º ano	R\$1210,00	0,10	0,10 x 1210	1210 + 0,10 x 1210 = 1331,00

Fonte: Elaborado pela autora.

A partir deste exemplo podemos definir a seguinte fórmula como mostra na Tabela 3, seja M o montante do capital C , à taxa i , no fim de cada n período. Resolvendo literalmente o problema anterior, obtemos:

Tabela 4- Dedução da fórmula para cálculo dos juros compostos

Período	Início	Juros	Valor Futuro/Montante
1º	C	iC	$C + iC = C(1 + i)$
2º	$C(1 + i)$	$iC(1 + i)$	$C(1 + i) + C(1 + i) = C(1 + i)(1 + i)$ $= C(1 + i)^2$
3º	$C(1 + i)^2$	$iC(1 + i)^2$	$C(1 + i)^2 + C(1 + i) = C(1 + i)^2(1 + i)$ $= C(1 + i)^3$

Fonte: Elaborado pela autora.

Finalmente, para n qualquer,

$$M = C(1 + i)^n \quad (1.7)$$

O cálculo do montante pode ser realizado de forma simples, seguindo um passo a passo, desde que, em cada período, seja utilizado o montante obtido no período anterior.

Cálculo do juro

Sabemos que o **montante** é igual à soma do Capital principal (C) aos juros que a aplicação rende, no prazo considerado e à taxa de juros estipulada.

Calculemos os juros, período a período, do exemplo 1 de juros compostos dado acima.

No primeiro período:

$$J_1 = M_1 - C$$

$$J_1 = 1100 - 1000 = 100$$

O valor dos juros devidos nos dois períodos iniciais é:

$$J_2 = M_2 - C$$

$$J_2 = 1210 - 1000 = 210$$

É fácil calcular os juros nos três períodos iniciais:

$$J_3 = M_3 - C$$

$$J_3 = 1331 - 1000 = 331$$

Para n períodos, podemos inferir que:

$$J = M - C \tag{1.8}$$

Substituindo a equação (15), temos que o juro é calculado:

$$J = C(1 + i)^n - C = C[(1 + i)^n - 1] \tag{1.9}$$

Valor Atual e Valor Nominal

Vimos que um capital aplicado na data zero, com taxa a juros compostos, depois de n períodos é dado pela equação (2.5)

$$M = C(1 + i)^n$$

O *valor atual* representa o valor de uma operação financeira na data presente.

Aplicando este conceito ao regime de juros compostos: Seja o montante dado (M), queremos saber o valor atual da operação na data zero.

Sejam: $V =$ *valor atual* na data zero (C)

$N =$ *valor nominal* na data n (M)

Tem-se:

$$N = V(1 + i)^n$$

Dividindo-se os dois membros por $(1 + i)^n$:

$$\frac{N}{(1 + i)^n} = \frac{V(1 + i)^n}{(1 + i)^n}$$

Temos que:

$$V = \frac{N}{(1+i)^n} \quad (2.0)$$

2.1.4. Desconto Simples

O conceito de desconto refere-se à redução de um valor monetário em situações específicas. Quando um título de crédito (duplicata, nota promissória, letra de câmbio) é resgatado antes do vencimento, ele sofre um abatimento, que é denominado desconto.

O desconto simples é aquele obtido em função de cálculos lineares. Neste tipo de capitalização existem três tipos de desconto: O desconto racional ou por fora, o desconto comercial ou por dentro, e o desconto bancário.

Desconto Racional ou Desconto “por dentro”

O cálculo deste desconto funciona análogo ao cálculo dos juros simples. Obtém-se o desconto subtraindo o *valor nominal* e o *valor atual* de um compromisso que seja saldado n períodos antes do seu vencimento.

Sendo:

N : Valor nominal (ou montante)

V_r : Valor atual (ou valor descontado racional)

n : Número de períodos antes do vencimento

i : Taxa de desconto

D_r : Valor desconto racional

De posse da conhecida expressão de juros simples, temos:

$$D_r = C \times i \times n$$

Introduzindo o conceito de *valor descontado* no lugar de capital no cálculo de desconto temos:

$$D_r = N - V_r \quad (2.1)$$

Como:

$$V_r = C = \frac{N}{1 + i \times n}$$

Tem-se:

$$D_r = N - \frac{N}{1 + i \times n} \quad \therefore \quad D_r = \frac{N(1 + i \times n) - N}{1 + i \times n}$$

$$D_r = \frac{N \times i \times n}{1 + i \times n} \quad (2.2)$$

A partir dessa fórmula obtém-se o *valor do desconto racional*, calculado para um dado valor nominal (N), a uma taxa de juros (i) e para um dado prazo de antecipação (n).

De acordo com a definição o *valor descontado* (ou valor atual) é dado por:

$$V_r = N - D_r \quad (2.3)$$

$$V_r = \frac{N(1 + i \times n) - N \times i \times n}{1 + i \times n}$$

$$V_r = \frac{N}{1 + i \times n} \quad (2.4)$$

Exemplo: Uma pessoa pretende saldar um título de R\$ 5.500,00, 3 meses antes de seu vencimento. Sabendo-se que a taxa de juros corrente é de 40% a.a, qual o desconto e quanto vai obter?

Resolução:

Temos:

$$N = 5.500,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

Calculando a taxa proporcional a 1 mês:

$$i_{12} = \frac{0,40}{12}$$

$$i_{12} = 0,03$$

a) Calculando o *desconto*:

$$D_r = \frac{N \times i \times n}{1 + i \times n}$$

$$D_r = \frac{5.500,00 \times 0,03 \times 3}{1 + 0,03 \times 3}$$

$$D_r = 500,00 \text{ reais}$$

b) O *valor descontado*:

$$V_r = N - D_r$$

$$V_r = 5.550,00 - 500,00$$

$$V_r = 5.000,00 \text{ reais}$$

Observe o exemplo dado, e analisaremos quando fazemos o “desconto racional”, a taxa de desconto deve ser capaz de reproduzir o montante quando aplicada sobre o valor descontado, no mesmo prazo.

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$J = 5.000,00 \times 0,03 \times 3$$

$$J = 500,00 \text{ reais}$$

O qual pode ser expresso:

$$D_r = J$$

$$D_r = C \times i \times n \quad (2.5)$$

No regime de *juros simples* o desconto racional aplicado ao *valor nominal* é igual o juro devido sobre o capital (valor descontado) desde que ambos sejam calculados à mesma taxa, garantindo que a taxa de juros da operação é a mesma taxa de desconto.

Desconto comercial ou Desconto “por fora”

É aquele que se obtém pelo cálculo do juro simples, e a taxa de desconto incide sempre sobre o *valor nominal* do compromisso, o qual será saldado em n períodos antes de seu vencimento.

O valor do desconto, chamado de “desconto por fora” (D_c), é determinado pelo produto do valor nominal do título (N), taxa de desconto (i) e pelo prazo de antecipação definido para o desconto (n).

Obtém-se o valor do *desconto comercial* pela definição:

$$D_c = N \times i \times n \quad (2.6)$$

O *Valor descontado comercial* (V_c), aplicando-se a definição temos:

$$V_c = N - D_c \quad (2.7)$$

$$V_c = N - N \times i \times n$$

$$V_c = N(1 - i \times n) \quad (2.8)$$

Exemplo: Tomemos como exemplo do item anterior, que em o título de R\$ 5.500,00 é descontado à taxa de 40% a.a., 3 meses antes do vencimento.

Resolução: De forma análoga, temos:

O *desconto comercial*:

$$D_c = N \times i \times n$$

$$D_c = 5.500,00 \times \frac{0,40}{12} \times 3$$

$$D_c = 550,00 \text{ reais}$$

O *Valor descontado comercial*:

$$V_c = N(1 - i \times n)$$

$$V_c = 5.500,00 \left(1 - \frac{0,40}{12} \times 3\right)$$

$$V_c = 5.500,00 \times 0,9$$

$$V_c = 4.950,00 \text{ reais}$$

ou

$$V_c = N - D_c$$

$$V_c = 5.550,00 - 550,00$$

$$V_c = 4.950,00 \text{ reais}$$

Nesse caso a pessoa vai receber R\$ 4.950,00, que é menos que os R\$ 5.000,00 que receberia se o desconto fosse racional. Além disso, podemos concluir que, no desconto comercial, a taxa de desconto aplicada não é a mesma que a taxa de juros simples capaz de gerar o montante.

Ao analisar, temos que o banco ganha 500,00 sobre o valor de 4.950,00 no período de 3 meses, a taxa da operação é:

$$i' = \frac{550,00}{4.950,00} = 0,11 \text{ a. t}$$

ou

$$i' \cong 0,44 \text{ a. a}$$

Vale ressaltar, que o desconto comercial, é preciso distinguir entre a taxa de desconto e a taxa implícita utilizada na operação que é cobrada de fato.

Desconto Bancário

É desconto comercial acrescido de uma taxa de administração, que é previamente fixada e aplicada sobre o valor nominal do título. O desconto bancário pode ser compreendido como uma extensão do desconto comercial.

Denominaremos aqui por **Taxa Bancária** ou **Taxa Administrativa**, sendo:

N : Valor nominal (ou montante)

V_r : Valor atual (ou valor descontado racional)

n : Número de períodos antes do vencimento

i : Taxa de desconto

D_b : Desconto bancário

V_b : Valor descontado bancário ou valor atual

T_b : Taxa bancária ou taxa administrativa

Tem-se o valor do *desconto bancário*:

$$\begin{aligned} D_b &= D_c + N \cdot T_b \\ D_b &= N \cdot i \cdot n + N \cdot T_b \\ D_b &= N(i \cdot n + T_b) \end{aligned} \quad (2.9)$$

E o *valor descontado bancário*:

$$\begin{aligned} V_b &= N - D_b \\ V_b &= N - N(i \cdot n + T_b) \\ V_b &= N[1 - (i \times n + T_b)] \end{aligned} \quad (3.1)$$

Exemplo: Um título de \$ 5.500,00 foi descontado no Banco X, que cobra 2% como despesa administrativa. Sabendo-se que o título foi descontado 3 meses antes de seu vencimento e que a taxa corrente em desconto comercial é de 40% a.a., qual o desconto bancário? Quanto recebeu o proprietário do título?

Resolução:

Fazendo de modo análogo ao anterior temos:

a) *Desconto bancário*:

$$\begin{aligned} D_b &= N (i \times n + T_b) \\ D_b &= 5.500,00 \times (0,03 \times 3 + 0,02) \\ D_b &= 5.500,00 \times (0,12) \\ D_b &= 660,00 \text{ reais} \end{aligned}$$

b) *Valor descontado bancário*:

$$\begin{aligned} V_b &= N[1 - (i \times n + T_b)] \\ V_b &= 5.500,00[1 - (0,03 \times 3 + 0,02)] \\ V_b &= 5.500,00[1 - (0,09 + 0,02)] \\ V_b &= 5.500,00[1 - (0,11)] \\ V_b &= 5.500,00 \times 0,89 \\ V_b &= 4.895,00 \text{ reais} \end{aligned}$$

De acordo com o exemplo, nos três tipos de desconto simples, pode-se perceber que o valor recebido no *desconto racional* (R\$5.000,00) e via *desconto comercial* (R\$4.950,00). Com isso, fica evidente que mais uma vez a taxa de desconto não coincide com a taxa implícita na operação.

$$i' = \frac{660,00}{4.895,00} = 0,13 \text{ a. t}$$

Ou

$$i' \cong 0,53 \text{ a. a}$$

Portanto, quando se tratar de desconto comercial e bancário é necessário calcular a taxa que é cobrada na operação.

2.1.5. Desconto Composto

A definição de desconto em juros compostos é similar ao visto no regime de juros simples, é um abatimento que se faz quando um título de crédito é resgatado antes de seu vencimento. É diferença é devida apenas ao regime de juros, sendo o raciocínio financeiro o mesmo.

Desconto racional composto ou “por dentro”

O desconto racional composto é concedido sobre o valor atual (V), então as expressões do desconto racional composto coincidem com as expressões da capitalização composta. Portanto, tem-se a seguinte equivalência:

$$N = V_r \times (1 + i)^n \quad \Leftrightarrow \quad M = C \times (1 + i)^n$$

Sendo:

N : Valor nominal (ou montante) em sua data de vencimento.

n : Número de períodos entre a data de desconto e a data de vencimento;

i : Taxa de desconto;

D_r : Desconto racional composto;

V_r : Valor descontado racional composto na data de desconto, calculado à taxa de desconto;

O desconto é obtido fazendo a diferença entre valor atual e valor nominal:

$$D_r = N - V_r \tag{3.2}$$

$$D_r = N - \frac{N}{(1 + i)^n}$$

$$D_r = N - \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad (3.3)$$

Desconto comercial composto ou “por fora”

O desconto comercial é concedido sobre o valor nominal N . Então, o valor atual de um título descontado n períodos antes do seu vencimento é dado por:

$$V_c = N \times (1 - i)^n \quad (3.3)$$

Sendo:

N : Valor nominal (ou montante) em sua data de vencimento.

n : Número de períodos entre a data de desconto e a data de vencimento;

i : Taxa de desconto;

D_c : Desconto racional composto;

V_c : Valor descontado comercial composto, na data de desconto e calculado à taxa de desconto comercial;

O desconto comercial composto pode ser expresso como:

$$D_c = N - V_c \quad (3.4)$$

$$D_c = N - N \times (1 - i)^n$$

$$D_c = N[1 - (1 - i)^n] \quad (3.5)$$

O desconto “por fora” ou comercial é raramente empregado no Brasil, não apresentando uso prático.

2.1.6. Sistemas De Amortização

Os sistemas de amortização são mais utilizados em operações financeiras como, empréstimos, o qual envolve pagamento por meio de prestações. Nesses métodos as diferenças mais consideráveis dizem respeito à explicitação do sistema para reembolso do principal, cálculo e pagamento dos encargos financeiros. A fundamental característica dos sistemas de amortização a serem apresentados é a utilização exclusiva do regime de juros compostos (Bagatini, 2010).

Sistema de Amortização Constante

Pelo sistema de amortização constante (SAC), as prestações decrescem periodicamente, pois a parcela de amortização é constante em todas elas e os juros diminuem em função do saldo devedor, que reduz a cada pagamento feito.

Este sistema é muito empregado pelo Sistema Financeiro de Habitação (SFH), no Programa Minha Casa Minha Vida. Também pelos bancos comerciais em seus financiamentos imobiliários e em diversas operações do BNDES.

Por este sistema é exigido a devolução do capital em n parcelas iguais, incidindo os juros sobre o saldo devedor.

Sendo:

P : Valor da prestação;

C : Valor do Capital;

M : Valor do Montante;

i : Taxa de juros;

n : Prazo;

SD : Saldo devedor;

A : Amortização;

Assim, a primeira prestação é igual a parcela de amortização mais os juros do capital emprestado, onde:

$$A = \frac{C}{n} \quad e \quad J_1 = Ci \quad (3.6)$$

Assim temos que a prestação é dada por:

$$P = A + J \quad (3.7)$$

Sistema de Amortização Francês – Tabela Price

A denominação sistema de amortização francês origina-se do fato de esse sistema ser sido usado primeiramente na França, no século XIX. É um método cuja principal característica é apresentar prestações (ou parcelas) iguais, diferente do que visto no sistema SAC. Como os juros incidem sobre o saldo devedor que, por sua vez, diminuem à medida que são pagas as prestações, eles são decrescentes e, assim, as amortizações do principal são crescentes (Samanez, 2010).

A Tabela Price é um caso particular do Sistema de Amortização Francês, em que a taxa de juros contratada é dada em termos nominais (na prática, é dada em termos anuais) e as prestações têm período menor do que aquele que se refere a taxa (em geral, as amortizações são

pagas em base mensal). Nesse sistema, o cálculo das prestações é feito usando-se a taxa proporcional ao período a que se refere a prestação, calculada a partir da taxa nominal (Mathias; Gomes, 1986).

Este financiamento é indicado para pagamento de veículos e crediário em geral, pois o prazo é curto e a prestação é fixa, mas, não é recomendado para financiamentos a longo prazo.

Sendo:

P : Valor da prestação;

C : Valor do Capital;

i : Taxa de juros;

n : número de prestações;

SD : Saldo devedor;

A : Amortização;

i) Cálculo da prestação do n -ésimo período:

$$P = C \times \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1} \quad (3.8)$$

ii) Cálculo dos juros do n -ésimo período:

$$J_n = SD_{n-1} \times i \quad (3.9)$$

iii) Cálculo da amortização do n -ésimo período:

$$A_n = P_n - J_n \quad (4.0)$$

iv) Cálculo do saldo devedor do n -ésimo período:

$$SD_n = SD_{n-1} - A_n \quad (4.1)$$

2.2. Estatística

Estatística é um campo da ciência que apresenta processos próprios para coletar, apresentar e analisar adequadamente conjuntos de dados, sejam eles numéricos ou não. A coleta de dados estatísticos tem crescido muito nos últimos anos em todas as áreas de pesquisa, especialmente com o advento dos computadores e surgimento de softwares cada vez mais sofisticados.

A Estatística subdivide-se em três áreas: descritiva, probabilística e inferencial. A estatística descritiva, como o próprio nome já diz, se preocupa em descrever os dados e, nesta seção iremos abordar especificamente alguns dos diversos tópicos da estatística descritiva. O

leitor interessado em mais detalhes pode consultar Guedes *Et Al.* (2005), Freund (2006), Reis; Reis (2002) e Bastos; Duquia (2007).

2.2.1. Medidas de Tendência Central

As medidas de tendência central são assim denominadas por indicarem um ponto em torno do qual se concentram os dados. Este ponto tende a ser o centro da distribuição dos dados. Se essas medidas, são calculadas por meio de dados populacionais, são denominados parâmetros e se calculadas a partir de dados amostrais são chamadas estimadores ou estatísticas (Guedes *et al.*, 2005).

População: É um conjunto de elementos que contém todas as observações possíveis (ou hipoteticamente) de um dado fenômeno, é designado como população.

Amostras: É um conjunto de elementos que consiste em apenas uma parte de uma dada população, designamos que é uma amostra.

A seguir, são definidas as principais medidas de tendência central: média, mediana e moda.

Média Aritmética

A medida de tendência central mais popular é a que o leigo chama de “média” e o Estatístico chama de *média aritmética*, ou simplesmente média. A média aritmética (\bar{X}) é a soma de todos os valores observados da variável dividida pelo número total de observações.

Seja (x_1, \dots, x_n) um conjunto de dados. Temos que a média é dado por:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{x}_i}{N} \quad \text{ou} \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n} \quad (4.2)$$

Para dados populacionais ou amostrais respectivamente.

Exemplo: Treze alunos do curso de Matemática da UFOPA que foram numa excursão ao zoológico têm 18, 18, 19, 20, 21, 23, 23, 24, 25, 25, 25, 29, 30 anos de idade. Qual é a idade média das treze pessoas na excursão?

Solução:

Substituindo os dados na fórmula de \bar{X} , obtemos:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{18 + 18 + 19 + 20 + 21 + 23 + 23 + 24 + 25 + 25 + 25 + 29 + 30}{12}$$

$$\bar{X} = 22,9 \text{ anos}$$

Assim, a idade média dos alunos é 22,9 anos.

Moda

A moda (M_o) é utilizada para descrever o meio ou o centro da variável em observação. Para o caso de valores individuais, a moda pode ser definida imediatamente observando-se o rol ou a frequência absoluta dos dados. Uma das vantagens principais da moda é que não é necessário nenhum cálculo, apenas contagem.

Exemplo: A moda da idade dos alunos do curso de matemática da UFOPA, determinada pontualmente, é $M_o = 25$ anos. Isto significa, que a idade mais frequente entre os alunos é de 25 anos.

Mediana

A mediana (M_d) é o valor que ocupa a posição central da série de observações de uma variável, em rol, dividindo o conjunto em duas partes iguais, ou seja, deixando metade dos valores acima dela e metade dos valores abaixo dela. A mediana é o valor do elemento do meio se n é ímpar, e a média dos dois valores do meio se n é par.

Exemplo: Considere o número de filhos, por família, para um grupo de 8 famílias: 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4. A mediana é determinada como seguir.

Solução

Neste caso temos de $n = 8$, logo.

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
Valor observado	0	1	1	2	2	2	3	4

Assim temos que existem dois “valores do meio”. A mediana é média aritmética simples deles. Os valores do meio são, x_4 e x_5 , assim, $M_d = \frac{x_4 + x_5}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2$.

Quando se acrescenta ao grupo uma outra família com 10 filhos o tamanho da amostra passa ser $n = 9$. Neste caso, a mediana é:

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
Valor observado	0	1	1	2	2	2	3	4	10

Assim temos apenas um “valor do meio”, que é a mediana. O valor do meio é 2. A mediana é o valor $M_d = x_5 = 2$

2.2.2. Medidas de Dispersão

As medidas de tendência central (média, mediana, moda) conseguem resumir em um único número, o valor que é “típico” no conjunto de dados. Desse modo, além de uma medida que nos diga qual é o valor “típico” do conjunto de dados, precisamos de uma medida do grau de dispersão (variabilidade) dos dados em torno do valor típico.

Para melhor entendimento vejamos o exemplo, quando pesamos algo em uma balança, esperamos que ela nos dê o verdadeiro peso daquilo que estamos pesando. No entanto, se realizarmos várias medições do peso de um mesmo objeto em uma mesma balança, obteremos diferentes valores para o peso deste objeto.

O objetivo das medidas de dispersão é quantificar esse grau de dispersão. Nesta seção, apresentaremos três dessas medidas (amplitude total, variância, desvio-padrão),

Amplitude Total

“A amplitude total de um conjunto de dados é a diferença entre o maior e o menor valor. A medida de dispersão não leva em consideração os valores intermediários perdendo a informação de como os dados estão distribuídos e/ou concentrados” (GUEDES et al, 2005, p. 38).

$$At = x_{max} - x_{min} \quad (4.3)$$

Exemplo: Medições do peso de uma esfera de 1000 g em duas balanças (A e B).

Balança A: $Min = 945 \text{ g}$

Balança B: $Min = 895 \text{ g}$

$Max = 1040 \text{ g}$

$Max = 1095 \text{ g}$

$At = 1040 - 945 = 95 \text{ g}$

$At = 1095 - 895 = 200 \text{ g}$

Variância

A variância consiste em uma medida de dispersão que leva em conta todos os valores do conjunto de dados para seu cálculo. Ela é estimada a partir do somatório do quadrado da distância de cada valor em relação à média, dividido pelo total de observações menos um, tal como na fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}{N} \quad \text{ou} \quad s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{(n-1)} \quad (4.4)$$

se os dados são populacionais ou amostrais, respectivamente.

Desvio-Padrão

O desvio-padrão é geralmente utilizado na literatura científica como medida de dispersão dos dados. Ele estima o quanto, em média, cada valor de um conjunto de dados se distancia da própria média aritmética, com a vantagem de manter a unidade de medida original das observações, algo que não ocorre com a variância. Para calculá-lo, basta extrair a raiz quadrada da fórmula da variância:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}{N}} \quad \text{ou} \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{(n-1)}} \quad (4.5)$$

se os dados são populacionais ou amostrais

Exemplo: Os agentes de fiscalização de certo município realizam, periodicamente, uma vistoria nos bares e restaurantes para apurar possíveis irregularidades na venda de seus produtos. A seguir, são apresentados dados de uma vistoria sobre os pesos (em gramas) de uma amostra de 10 bifés, constantes de um cardápio de um restaurante como “bife de 200 gramas”.

170 175 180 185 190 195 200 200 200 205

Como podemos notar, nem todos os “bifes de 200 gramas” pesam realmente 200 gramas.

Esta variação é natural e é devida ao processo de produção dos bifés. No entanto, esses bifés deveriam pesar cerca de 200 gramas e com pouca variação em torno desse valor. Com o auxílio da **Tabela 5**, calcularemos a média, a variância e o desvio-padrão.

Tabela 5 - Cálculo da variância e desvio-padrão para o exemplo dos bifés de 200 gramas

i	x_i	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$
1	170	170 - 190 = -20	400
2	175	175 - 190 = -15	225
3	180	180 - 190 = -10	100
4	185	185 - 190 = -5	25
5	190	190 - 190 = 0	0
6	195	195 - 190 = 5	25
7	200	200 - 190 = 10	100
8	200	200 - 190 = 10	100
9	200	200 - 190 = 10	100
10	205	205 - 190 = 15	225

Fonte: Reis; Reis (2002)

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n} = \frac{1900}{100} = 190$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{(n-1)} = \frac{400 + 225 + 100 + 25 + 0 + 25 + 100 + 100 + 100 + 225}{9}$$

$$= 144,4$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{(n-1)}} = \sqrt{144,4} = 12$$

Logo temos que a média é $\bar{X} = 190$, a variância $s^2 = 144,4$, e o desvio-padrão $S = 12$.

2.3. Estudo das Funções

Nesta seção, será feito um estudo dos principais conceitos sobre as funções polinomiais do 1º e 2º grau. Para mais detalhes consultar o autor (Iezzi; Murakami, 2013).

2.3.1. Função Polinomial do 1º Grau

Denominamos função polinomial do 1º grau ou função afim, uma aplicação de $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e $a \neq 0$.

$$f(x) = ax + b \quad (4.6)$$

o número a é chamado de coeficiente angular e o número b é chamado de coeficiente linear.

Veja alguns exemplos de funções do 1º grau:

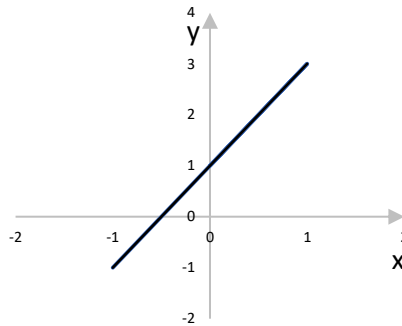
- i) $f(x) = 3x + 2$ em que $a = 3$ e $b = 2$
- ii) $f(x) = -2x + 1$ em que $a = -2$ e $b = 1$
- iii) $f(x) = x - 3$ em que $a = 1$ e $b = -3$

Gráfico da função polinomial do 1º grau

Gráfico cartesiano da função $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) é uma reta. Pra ilustrar, construir o gráfico da função $f(x) = 2x - 1$.

Vamos atribuir a x dois valores distintos e calcular os correspondentes valores de y .

x	$f(x) = 2x + 1$
0	1
1	3



Fazendo o gráfico da função $f(x) = 2x + 1$, podemos notar que a reta intercepta o eixo do x . Zero de uma função é todo número x cuja imagem é nula, isto é, $f(x) = 0$. Assim, para determinarmos o zero da função, basta resolver a equação de 1º grau:

$$ax + b = 0 \quad (4.7)$$

Resolvendo $ax + b = 0$, $a \neq 0$, temos

$$\begin{aligned} ax + b = 0 &\Leftrightarrow ax = -b \\ x &= -\frac{b}{a} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Logo, para a função $f(x) = 2x + 1$ podemos notar que a reta intercepta o eixo do x em $x = \frac{1}{2}$, isto é, no ponto $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

2.3.2. Função Do Polinomial do 2º Grau

Definição: Uma aplicação $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se o nome de função quadrática ou do 2º grau dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a , b e c são números reais dados e $a \neq 0$.

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (4.9)$$

Veja alguns exemplos de funções do 2º grau:

- i) $f(x) = x^2 + 3x + 2$ em que $a = 1$, $b = -3$, e $c = 2$
- ii) $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$ em que $a = 2$, $b = 4$, e $c = -3$
- iii) $f(x) = x^2 - 4$ em que $a = 1$, $b = 0$ e $c = -4$
- iv) $f(x) = -2x^2 + 5x$ em que $a = -2$, $b = 5$ e $c = 0$
- v) $f(x) = -3x^2$ em que $a = -3$, $b = 0$ e $c = 0$

Raízes da função polinomial do 2º grau

Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são os valores de x reais tais que $f(x) = 0$ e, portanto, as soluções da equação do segundo grau:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (5.0)$$

Assim, temos três casos a considerar:

1º) $\Delta > 0$, a equação apresentará duas raízes distintas, que são:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad (5.1)$$

2º) $\Delta = 0$, a equação apresentará duas raízes iguais, que são:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} \quad (5.2)$$

3º) $\Delta < 0$, sabendo que nesse caso $\sqrt{\Delta} \notin \mathbb{R}$, diremos que a equação não representa raízes reais.

Na equação define o valor de Δ .

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \quad (5.3)$$

Gráfico da função polinomial do 2º grau

O gráfico da função quadrática é uma parábola. A parábola representativa da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ter a concavidade voltada para “cima” ou voltada para “baixo”.

Se $a > 0$, a concavidade da parábola está voltada para cima.

Se $a < 0$, a concavidade da parábola está voltada para baixo.

3. USO DO MICROSOFT EXCEL NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA, ESTATÍSTICA E FUNÇÕES

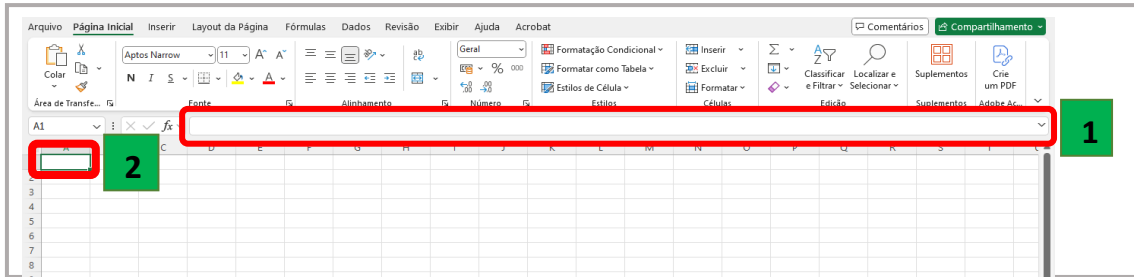
Neste Capítulo, apresenta-se procedimentos práticos para resoluções de exercícios utilizando o software Microsoft Excel. Foram empregadas funções do próprio programa, bem como fórmulas previamente discutidas no capítulo anterior. Todas as resoluções estão estruturadas em etapas sequenciais, com intuito demonstrar, de forma clara e detalhada, o uso de cada função do Excel. Inicialmente, são abordadas noções introdutórias sobre o software, necessárias para realização dos cálculos nas atividades posteriores.

3.1. Noções Fundamentais do Excel

Inserindo Funções no Excel

Para inserir uma fórmula no EXCEL é necessário usar o símbolo de igual (=), ou na barra de fórmulas descrita (1) na figura 1 ou diretamente na célula (2), digitando no teclado do computador.

Figura 1- Tela de inserção de fórmula no Microsoft Excel.



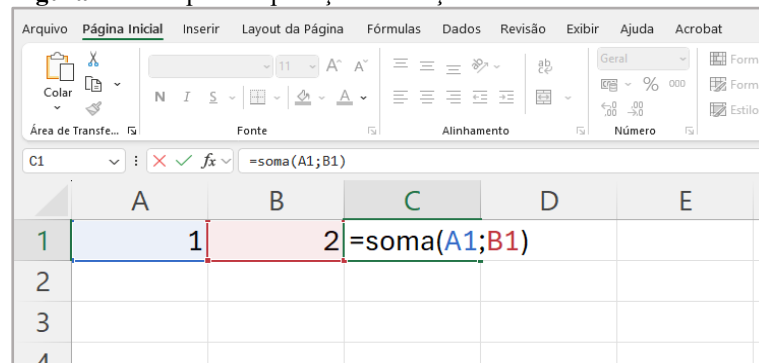
Fonte: Elaborado pela autora.

A razão pela qual as funções e fórmulas no Excel precisam começar com o sinal de igual (=) é bem simples: esse sinal é a forma que o Excel usa para identificar que o que está sendo digitado em uma célula é uma fórmula e não um texto comum ou um número fixo.

Por que o sinal de igual é necessário?

Quando digita “= A1 + B1”, por exemplo, o Excel entende que é para fazer um cálculo: somar o valor da célula **A1** com o valor da célula **B1**, veja a Figura 2. Se digitar apenas **A1 + B1**, sem o sinal de igual, o Excel interpretaria isso como um texto qualquer, e não como uma operação.

Figura 2- Exemplo de aplicação de função no Excel.

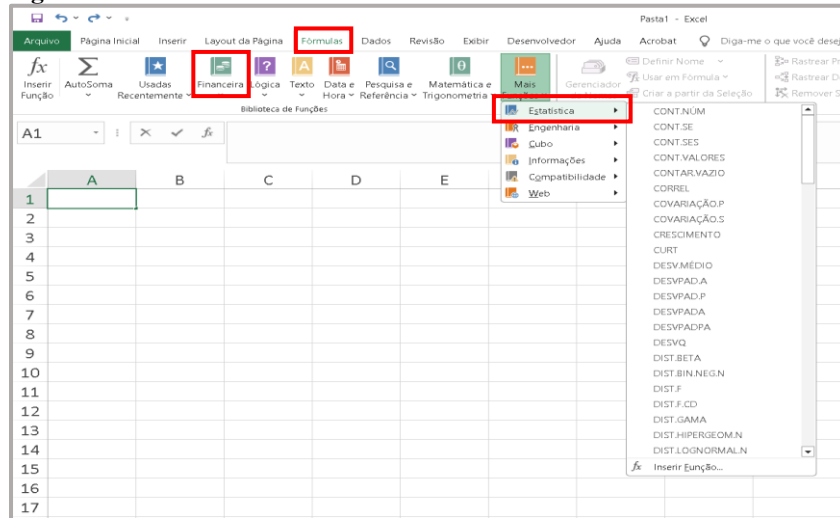


Fonte: Elaborado pela autora.

No Excel são encontradas diversas funções que já faz o cálculo automaticamente, basta preencher os argumentos. Para encontrar, basta ir na aba **Fórmulas**, e será mostrado todos os tipos de fórmulas. Em **estatística**, por exemplo, ao clicar, será exibido algumas fórmulas

como mostra na Figura 3. Neste trabalho será explorado algumas funções de Matemática Financeira e Estatística.

Figura 3- Interface da aba de Fórmulas no Excel.

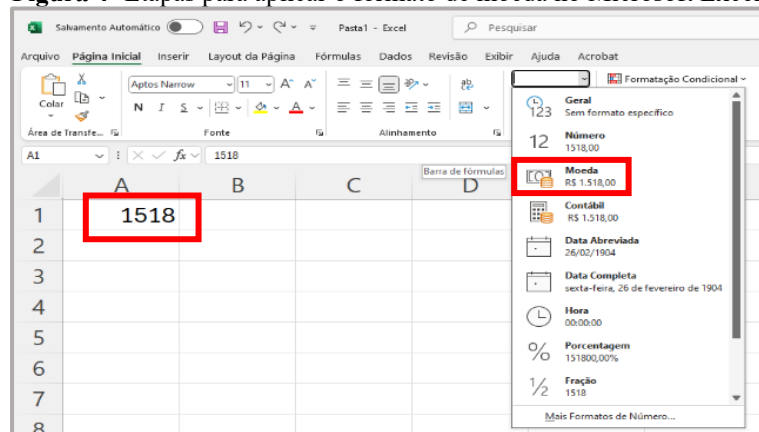


Fonte: Elaborado pela autora.

Como converter um número fixo em uma célula em formato de moeda.

Têm-se o número fixo de **1518** na célula **A1**, para converter este número em **formato de moeda** primeiro selecione a célula **A1** e então na sessão número, usualmente todos os conteúdos das células são do formato “Geral” como na Figura 4, escolha a opção “**Moeda**”, o Excel aplicará automaticamente.

Figura 4- Etapas para aplicar o formato de moeda no Microsoft Excel.

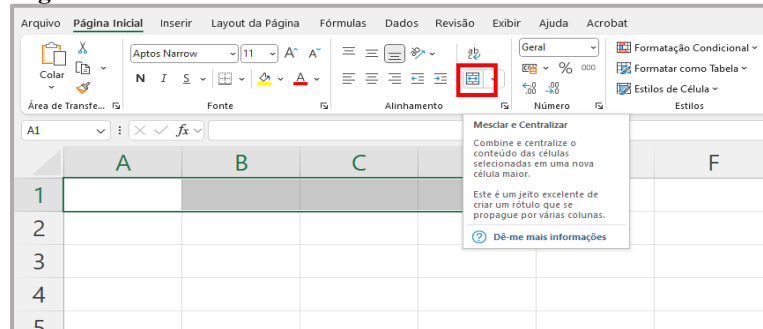


Fonte: Elaborado pela autora.

Como mesclar duas ou mais células

Na Figura 5, mostra como mesclar células, ou seja, juntar duas ou mais células é simples, primeiro selecione o número de células para mesclar, no caso, foi selecionado as células **A1** até **C4**, então com o botão esquerdo do Mouse, selecione a opção “**Mesclar e Centralizar**” na sessão “**Alinhamento**”.

Figura 5- Comando “Mesclar e Centralizar” no Excel.



Fonte: Elaborado pela autora.

Como fixar uma célula

1. Selecione a célula com a fórmula.
2. Clique sobre a referência que deseja fixar (ex: **B1**).
3. Pressione **F4** no teclado para adicionar os símbolos \$, transformando em “**\$B\$1**”.
4. Pressione **Enter**.

Figura 6-Fixação de célula utilizando referência absoluta no Excel

	A	B	C
1	2	5	=A1+\$B\$1
2			
3			

Fonte: Elaborada pela autora.

3.2. Resoluções de Problemas Matemáticos no Excel

JUROS SIMPLES

- 1) Um capital de R\$8.000 é aplicado a juros simples, à taxa de 2% a.m., durante 5 meses. Quanto, de juros, é auferido da aplicação?

O Excel não possui fórmula própria para calcular juros simples, portanto, foi utilizado a fórmula comum.

I) Estruturando a Planilha

1. Abra o Excel e, na célula **A1**, escreva “Juros Simples”.

1. Mescle as células **A1** e **B2** para destacar o título.
2. Insira os seguintes rótulos nas células:
 1. **A2** : “Capital”
 2. **A3** : “Taxa de Juros”
 3. **A4** : “Período(meses)”
3. Insira os valores conforme dado no problema:
 1. **B2** : 8000
 2. **B3** : 0,02 (taxa na forma unitária)
 3. **B4** : 3

II) Cálculo dos Juros

4. Em **D2**, escreva “Juros”.

Como a taxa e o tempo estão na mesma unidade (meses) podemos aplicar diretamente a fórmula (1.5)

5. Assim como mostra na Figura 7, em **E2** digite a fórmula “ = **B2** * **B3** * **B4** ”.

Figura 7- Aplicação da fórmula de Juros Simples no Excel

	A	B	C	D	E
1	Juros Simples				
2	Capital	R\$ 8.000,00		Juros	=B2*B3*B4
3	Taxa de juros	0,02			
4	Período (meses)	5			
5					

Fonte: Elaborada pela autora.

Ao pressionar **Enter** obterá o resultado de R\$ 800,00 de juros na operação.

- 2) Qual o montante obtido a partir da aplicação de um capital de R\$5.000,00 durante 10 meses a uma taxa de 4% a.m.?

I) Estruturando a Planilha

1. Fez se uso da mesma estrutura do exercício (1).
2. Insira os seguintes rótulos nas células:
 1. **A2** : “Capital”
 2. **A3** : “Taxa de Juros”

3. **A4** : “Período (meses)”

3. Insira os valores conforme dado no problema:

1. **B2** : 5000
2. **B3** : 0,04 (taxa na forma unitária)
3. **B4** : 10

II) Cálculo do Montante

4. Em **D3**, escreva “Montante”. Para o cálculo usa-se a fórmula (1.6).

5. Em **E3**, digite a fórmula para calcular o Montante “ = **B2** * (1 + **B3** * **B4**) ”.

Figura 8- Aplicação da fórmula para calcular o Montante no Excel

	A	B	C	D	E
1	Juros Simples				
2	Capital	R\$ 5.000,00			
3	Taxa de juros	0,04		Montante	=B2*(1+B3*B4)
4	Período (meses)	10			
5					

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado. Assim, obtém-se que o Montante após 10 meses é de R\$ 7.000.

JUROS COMPOSTOS

3) Um capital de R\$ 6.000 foi aplicado a juros compostos com taxa de 2% a.m. durante 3 meses.

a) Qual o montante? b) Qual o total de juros auferidos?

a) Qual o montante?

O Montante pode ser calculado de duas formas no Excel, procedeu-se da seguinte forma:

1ª forma: Usando a Fórmula Direta

I) Estruturando a Planilha

1. Abra o Excel e, na célula **A1**, escreva “Juros Compostos”.

1. Mescle as células **A1** e **B2** para destacar o título.

2. Insira os seguintes rótulos nas células:

1. **A2**: “Capital Aplicado”
2. **A3**: “Taxa de Juros”
3. **A4**: “Período(meses)”

3. Insira os valores conforme dado no problema:

1. **B2:** 6000
2. **B3:** 0,02 (forma unitária)
3. **B4:** 3

II) Cálculo do Montante

4. Em **D2**, escreva “Montante”. Pela fórmula (1.7) calcula-se o montante.

5. Em **E2**, digite a fórmula “**= B2 * (1 + B3)^B4**”. Conforme mostra a Figura 9.

Figura 9- Cálculo do Montante.

	A	B	C	D	E
1	Juros Compostos				
2	Capital aplicado	R\$ 6.000,00		Montante	=B2*(1+B3)^B4
3	Taxa de juros	0,02			
4	Período (meses)	3			
5					

Fonte: Elaborada pela autora.

Portanto, ao pressionar **Enter** é obtido o resultado do Montante igual a R\$ 6.367,25.

2ª forma: Cálculo do Montante usando a Função **VF** no Excel

A função **VF** do Excel retorna o valor futuro de um investimento, embora sua sintaxe seja um pouco diferente:

1. Vamos usar a fórmula do Excel **VF** com os mesmos valores.

1. Em **D3**, escreva " Montante (com VF)
2. Clique em **E3**, digite “**=VF**”.
3. Selecione a função **VF** sugerida pelo Excel.

3. Preencher os argumentos da Função, onde cada argumento representa:

A função tem a seguinte estrutura “**=VF(taxa; nper; pgto; [vp]; [tipo])**”.

1. **taxa:** **B3** (taxa de juros na forma unitária).
2. **nper:** **B4** O número de períodos (meses).
3. **pgto:** **0** (não há pagamentos periódicos)
4. **[vp]:** **-B2** (capital inicial negativo, pois é uma saída).
5. **[tipo]:** Indica o tipo de pagamento (0 para pagamento no final do período).

4. Como demonstrado na Figura 10, a fórmula completa será “**= VF(B3; B4; 0; -B2)**”.

Figura 10- Aplicação da fórmula VF do Excel para cálculo do Montante.

	A	B	C	D	E
1	Juros Compostos				
2	Capital aplicado	R\$ 6.000,00			
3	Taxa de juros	0,02		Montante (comVF)	=VF(B3;B4;0;-B2)
4	Período (meses)	3			

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado e como esperado o Montante é igual a R\$ 6.367,25.

b) Qual o total de juros auferidos?

1. Em **D4**, escreva “Juros”. Calcula-se pela fórmula (1.8).
2. Na célula **E4**, de acordo como mostra na Figura 11, escreva a fórmula “= E2 – B2 ”.

Figura 11- Cálculo dos Juros na operação

	A	B	C	D	E
1	Juros Compostos				
2	Capital aplicado	R\$ 6.000,00		Montante	R\$ 6.367,25
3	Taxa de juros	0,02		Montante (comVF)	R\$ 6.367,25
4	Período (meses)	3		Juros	=E2-B2
5					

Fonte: Elaborada pela autora.

Portanto, pressione **Enter** para obter valor R\$ 367,25 de juros.

4) Qual o capital que, aplicado a juros compostos com taxa de 2,5% a.m. produz um montante de \$3.500 após um ano?

Existem duas maneiras de calcular o Valor Atual (Capital) no Excel:

1ª forma: Usando a Fórmula Direta:

I) Estruturando a Planilha

1. Usando a mesma estrutura do exercício 3, insira os seguintes rótulos nas células:

1. **A2**: “Montante”
2. **A3**: “Taxa de Juros (na forma unitária)”
3. **A4**: “Período(meses)”

2. Insira os valores conforme dado no problema:

1. **B2**: 3500

2. **B3**: 2,5%, na forma unitária 0,025
3. **B4**: 12

II) Cálculo do Valor Atual ou Valor Presente

3. Em **A6**, escreva “Valor Atual”. Usa-se a fórmula (2.0).
4. Em **B6**, digite a fórmula para calcular o Valor Atual “**=B2/(1+B3)^B4**”.

Figura 12- Cálculo do Valor Atual utilizando a fórmula comum no Excel.

	A	B	C	D	E
1	Juros Compostos				
2	Montante	R\$ 3.500,00	Valor Atual	=B2/(1+B3)^B4	
3	Taxa de juros	0,025			
4	Período (meses)	12			

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado, logo foi obtido que o Valor Atual (capital) necessário é de R\$2.602,45.

2ª forma: Cálculo do Valor Atual usando a Função **VP** no Excel.

A função **VF** do Excel retorna o Valor Atual que deve ser aplicado para obter um dado montante.

1. Vamos usar a fórmula do Excel **VP** com os mesmos valores.

1. Em **D3**, escreva “Valor Atual (com VP)”.
2. Clique em **E3**, digite “**=VP**”.
3. Selecione a função **VP** sugerida pelo Excel.

2. Preencher os argumentos da Função, onde cada argumento representa:

A função tem a seguinte estrutura “ **= VF(taxa; nper; pgto; [vf]; [tipo])**”.

1. **taxa**: **B3** (taxa de juros na forma unitária).
2. **nper**: **B4** (número de períodos).
3. **pgto**: **0** (não há pagamentos periódicos).
4. **[vf]**: **-B2** (montante, valor nominal ou valor futuro) o sinal negativo é para obter um valor positivo.
5. **[tipo]**: **0** (pagamento no final do período).

3. Como mostra na Figura 13, a fórmula completa será “**= VF(B3; B4; 0; -B2; 0)**”.

Figura 13- Fórmula VP no Excel para cálculo do Valor Atual.

	A	B	C	D	E
1	Juros Compostos				
2	Montante	R\$ 3.500,00		Valor Atual	R\$ 2.602,45
3	Taxa de juros	0,025		Valor Atual (com VP)	=VP(B3;B4;0;-B2;0)
4	Período (meses)	12			

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado. Assim, como esperado, o Valor Atual (capital) é R\$ 2.602,45.

Comparativo de Capitalização Simples e Composta

5) Um investidor aplicou R\$1.000 em renda fixa com taxa de 10%a.m. durante 12 meses. Qual os juros e o montante ao final da aplicação? Mostre o crescimento dos juros graficamente.

Através do Excel construiu-se a **Tabela 6**, na qual mostra os valores nas duas modalidades de capitalizações, simples e composta.

Tabela 6 - Comparativo dos regimes de capitalização Simples e Compostos

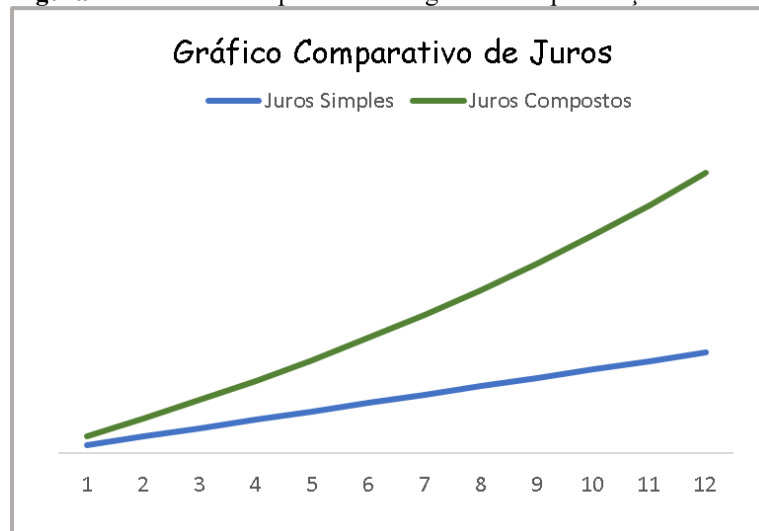
Período	Capital	Taxa	Juros Simples	Juros Compostos	Montante Simples	Montante Compostos
1	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 100,00	R\$ 100,00	R\$ 1.100,00	R\$ 1.100,00
2	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 200,00	R\$ 210,00	R\$ 1.200,00	R\$ 1.210,00
3	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 300,00	R\$ 331,00	R\$ 1.300,00	R\$ 1.331,00
4	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 400,00	R\$ 464,10	R\$ 1.400,00	R\$ 1.464,10
5	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 500,00	R\$ 610,51	R\$ 1.500,00	R\$ 1.610,51
6	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 600,00	R\$ 771,56	R\$ 1.600,00	R\$ 1.771,56
7	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 700,00	R\$ 948,72	R\$ 1.700,00	R\$ 1.948,72
8	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 800,00	R\$ 1.143,59	R\$ 1.800,00	R\$ 2.143,59
9	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 900,00	R\$ 1.357,95	R\$ 1.900,00	R\$ 2.357,95
10	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 1.000,00	R\$ 1.593,74	R\$ 2.000,00	R\$ 2.593,74
11	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 1.100,00	R\$ 1.853,12	R\$ 2.100,00	R\$ 2.853,12
12	R\$ 1.000,00	0,10	R\$ 1.200,00	R\$ 2.138,43	R\$ 2.200,00	R\$ 3.138,43

Fonte: Elaborado pela autora

Para melhor ilustrar, elaborou-se o gráfico do crescimento dos juros ao longo do tempo, mostrando um comparativo dos regimes de capitalização. Assim, na figura 13 é notável a discrepância entre o Juros Simples e Composto, com isso, verifica-se que o comportamento do

gráfico de Juros Compostos tem um crescimento exponencial e o Juros Simples o gráfico é uma reta, ou seja, evolui de forma linear.

Figura 14 - Gráfico comparativo de regimes de capitalização.



Fonte: Elaborada pela autora.

DESCONTO SIMPLES

Desconto Racional Simples

6) Uma pessoa pretende saldar um título de R\$ 5.500,00, 3 meses antes de seu vencimento. Sabendo-se que a taxa de juros corrente é de 40% a.a..Qual o desconto e quanto vai obter?

Resolução:

I) Estruturando a Planilha

1. Abra o Excel e, de acordo com a Figura 15 faça os seguintes procedimentos.

1. Escreva na célula **A1**, escreva “Desconto Racional Simples”.
2. Mescle as células **A1** e **B2** para destacar o título.

2. Insira os seguintes rótulos nas células:

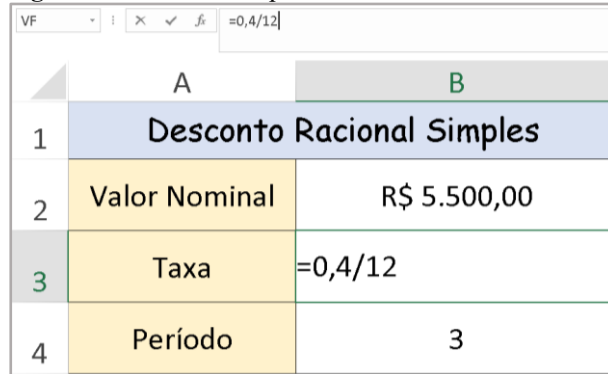
1. **A2**: “Valor Nominal”
2. **A3**: “Taxa”
3. **A4**: “Período”

3. Insira os valores conforme dado no problema:

1. **B2**: 5500

2. **B3**: 40% a.a. (para obter a taxa proporcional ao mês divide pelo período “= **0,40/12**”, logo, 0,40 a.a. é proporcional a 0,40/12 a.m.
3. **B4**: 3

Figura 15- Estrutura da planilha no Excel.



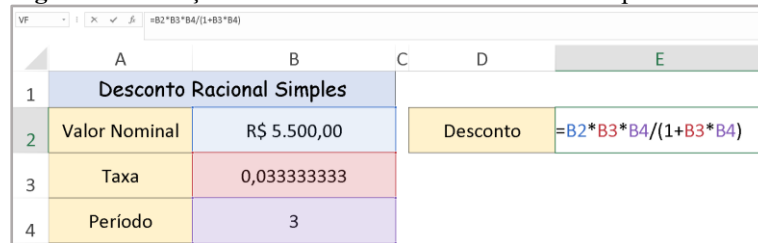
	A	B
1	Desconto Racional Simples	
2	Valor Nominal	R\$ 5.500,00
3	Taxa	=0,4/12
4	Período	3

Fonte: Elaborada pela autora.

II) Cálculo do Desconto Racional Simples

4. Em **D2**, escreva “Desconto”. Usa-se a fórmula (2.2) para calcular
5. Em **E2**, conforme a Figura 16 digite a fórmula para calcular o Desconto “= **B2 * B3 * B4 / (1 + B3 * B4)**”.

Figura 16- Inserção da fórmula do desconto racional simples na célula do Excel.



	A	B	C	D	E
1	Desconto Racional Simples				
2	Valor Nominal	R\$ 5.500,00		Desconto	=B2*B3*B4/(1+B3*B4)
3	Taxa	0,033333333			
4	Período	3			

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado. Assim, obtém-se que $D_r = R\$ 500,00$.

III) Calculando o Valor descontado:

1. Em **D3**, escreva “Valor descontado”, é calculado pela fórmula (2.3).
2. Na célula **E3**, de acordo com a Figura 17 escreva a fórmula para calcular o Valor descontado “= **B2 - E2**”.

Figura 17- Cálculo do Valor descontado racional

	A	B	C	D	E
1	Desconto Racional Simples				
2	Valor Nominal	R\$ 5.500,00	Desconto		R\$ 500,00
3	Taxa	0,033333333	Valor descontado	=B2-E2	
4	Período	3			

Fonte: Elaborada pela autora.

Portanto, pressione **Enter** e o valor descontado é $V_r = R\$5.000,00$.

Desconto Comercial Simples

7) Tomemos como exemplo do item anterior, que em o título de R\$ 5.500,00 é descontado à taxa de 40% a.a., 3 meses antes do vencimento.

Resolução:

De forma análoga ao que foi feito no desconto racional simples temos:

I) Estruturando a Planilha

1. Dado que é o mesmo exemplo, usa-se a mesma estrutura e valores da planilha de desconto racional simples.

1. Em **A1**, renomeia para “Desconto Comercial Simples”.

II) Cálculo do Desconto comercial

2. Em **D2**, escreva “Desconto comercial”. Usa-se a fórmula (2.6).

3. Na Figura 18, mostra como deve ser digitada a fórmula em **E2** para calcular o Desconto Comercial Simples “= **B2 * B3 * B4**”.

Figura 18- Inserção da fórmula do desconto racional simples na célula do Excel.

	A	B	C	D	E
1	Desconto Comercial Simples				
2	Valor Nominal	R\$ 5.500,00	Desconto Comercial		=B2*B3*B4
3	Taxa	0,033333333			
4	Período	3			

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado, assim, o Desconto Comercial Simples será $D_c = R\$ 550,00$.

II) Cálculo o Valor descontado:

1. Em **D3**, insira “Valor descontado”, calculado pela fórmula (2.7).
2. Na célula **E3**, escreva a fórmula para calcular o Valor descontado “= **B2** – **E2**”. De acordo com a Figura 19.

Figura 19- Cálculo do Valor Descontado Comercial Simples

	A	B	C	D	E
1	Desconto Comercial Simples				
2	Valor Nominal	R\$ 5.500,00		Desconto Comercial	R\$ 550,00
3	Taxa	0,033333333		Valor descontado	=B2-E2
4	Período	3			

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado de $V_c = R\$4.950,00$

Desconto Bancário

8) Um título de \$ 5.500,00 foi descontado no Banco X, que cobra 2% como despesa administrativa. Sabendo-se que o título foi descontado 3 meses antes de seu vencimento e que a taxa corrente em desconto comercial é de 40% a.a., qual o desconto bancário? Quanto recebeu o proprietário do título?

Resolução:

Fazendo de modo análogo ao anterior temos:

I) Estruturando a Planilha

1. Dado que é o mesmo exemplo, é usado a mesma estrutura e valores da planilha de desconto racional simples.

1. Em **A1**, renomeia para “Desconto Bancário”.

2. Acrescente o seguinte rótulo na célula:

1. **A5**: “Taxa bancária”.

3. Insira o valor conforme dado no problema:

1. **B5**: 0,02 (2% na forma unitária).

II) Cálculo do Desconto bancário

4. Em **D2**, escreva “Desconto bancário”. Foi utilizado a fórmula (2.9) para calcular.

5. Em **E2**, digite a fórmula para calcular o Desconto “ $= B2 * (B3 * B4 + B5)$ ”. Como ilustra a Figura 20.

Figura 20- Aplicação da fórmula do Desconto bancário no Excel.

	A	B	C	D	E
1	Desconto Bancário Simples				
2	Valor Nominal	R\$ 5.500,00		Desconto bancário	=B2*(B3*B4+B5)
3	Taxa	0,033333333			
4	Período	3			
5	Taxa bancária	0,02			

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado $D_b = R\$660,00$.

III) Valor descontado bancário

7. Em **D3**, insira “Valor descontado”, calculado pela fórmula (3.1).

8. Na célula **E3**, como demonstrado na Figura 21, escreva a fórmula para calcular o Valor descontado “ $= B2 * (1 - (B3 * B4 + B5))$ ”.

Figura 21- Cálculo do Valor Descontado Bancário.

	A	B	C	D	E
1	Desconto Bancário Simples				
2	Valor Nominal	R\$ 5.500,00		Desconto bancário	R\$ 660,00
3	Taxa	0,033333333		Valor descontado bancário	=B2*(1-(B3*B4+B5))
4	Período	3			
5	Taxa bancária	0,02			

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado $V_b = 4.895,00$ reais.

DESCONTO COMPOSTO

Desconto Racional Composto

9) Um título no valor de R\$ 100.000,00 foi descontado 2 meses antes do seu vencimento, a uma taxa de desconto comercial composto de 10% ao mês. Calcule o desconto comercial e valor recebido pelo título.

Resolução:

I) Estruturando a Planilha

1. Abra o Excel e, na célula **A1**, escreva “Desconto Racional Composto”.

1. Mescle as células **A1** e **B2** para destacar o título.

2. Insira os seguintes rótulos nas células:

1. **A2**: “Valor Nominal”

2. **A3**: “Taxa”

3. **A4**: “Período”

3. Insira os valores conforme dado no problema:

1. **B2**: 100.000

2. **B3**: 0,10 (forma unitária)

3. **B4**: 2

II) Cálculo do Desconto Racional Composto

4. Em **D2**, escreva “Desconto composto”. O calcula-se pela fórmula (3.3).

5. Em **E2**, digite a fórmula para calcular o montante “ $= B2 * (1 - (1/(1 + B3)^{B4}))$ ”.

Conforme a Figura 22.

Figura 22- Aplicação da fórmula do Desconto Racional Composto no Excel.

	A	B	C	D	E
1	Desconto Racional Composto				
2	Valor Nominal	R\$ 100.000,00		Desconto racional composto	=B2*(1-(1/(1+B3)^B4))
3	Taxa	0,10			
4	Período	2			
5					

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado $D_r = R\$ 17.355,37$.

III) Valor descontado Racional Composto

7. Em **D3**, insira “Valor descontado”, calculado pela fórmula (3.2).

8. Na célula **E3**, escreva a “ $= B2 - E2$ ”. Assim como mostra a Figura 23.

Figura 23- Cálculo do Valor Descontado Racional Composto.

	A	B	C	D	E
1	Desconto Racional Composto				
2	Valor Nominal	R\$ 100.000,00		Desconto racional composto	R\$ 17.355,37
3	Taxa	0,10		Valor descontado	=B2-E2
4	Período	2			

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado. O valor recebido por esse título foi $V_r = R\$ 82.644,63$.

Desconto Comercial Composto

10) Um título no valor de R\$ 100.000,00 foi descontado 2 meses antes do seu vencimento, a uma taxa de desconto comercial composto de 10% ao mês. Calcule o desconto comercial e valor recebido pelo título.

Resolução:

De modo análogo ao exercício 9, sobre desconto racional composto temos:

I) Estruturando a Planilha

1. Dado que é o mesmo exemplo, usa-se a mesma estrutura e valores da planilha de desconto racional composto.

1. Em **A1**, renomeia para “Desconto Comercial Composto”.

II) Cálculo do Desconto Comercial

2. Em **D2**, escreva “Desconto comercial composto”. Usa-se a fórmula (3.5) para calcular.

3. Conforme a Figura 24, em **E2**, digite a fórmula para calcular o Desconto “ = **B2** * (1 - (1 - **B3**)^{**B4**}) ”.

Figura 24 - Aplicação da fórmula do Desconto Comercial Composto no Excel.

	A	B	C	D	E
1	Desconto Comercial Composto				
2	Valor Nominal	R\$ 100.000,00		Desconto comercial composto	=B2*(1-(1-B3)^B4)
3	Taxa	0,10			
4	Período	2			

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado $D_c = R\$ 19.000,00$.

III) Valor Descontado Comercial

5. Em **D3**, insira “Valor descontado”, calculado pela fórmula (3.4).

6. Na célula **E3**, escreva a fórmula para calcular o Valor descontado “= B2 – E2”. De acordo com a Figura 25.

Figura 25- Cálculo do Valor Descontado Comercial Composto.

	A	B	C	D	E
1	Desconto Comercial Composto				
2	Valor Nominal	R\$ 100.000,00		Desconto comercial composto	R\$ 19.000,00
3	Taxa	0,10		Valor descontado	=B2-E2
4	Período	2			

Fonte: Elaborada pela autora.

Pressione **Enter** para obter o resultado $V_c = R\$ 81.000,00$ valor recebido por esse título.

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE

11) O valor de R\$ 10.000,00 foi financiado a uma taxa de juros de 1% ao mês sobre o saldo devedor, em 5 meses. Construa uma tabela que descreva a amortização da dívida pelo sistema de amortização constante.

Resolução:

Siga o passo a passo abaixo para construir a tabela no Excel da Figura 26.

I) Criar a estrutura da tabela

1. Digite o título “Sistema de Amortização Constante (SAC)” na célula **B1**.

2. Insira os seguintes rótulos nas células:

1. **A2**: “Parcela”.
2. **B2**: “Juros”.
3. **C2**: “Amortização”.
4. **D2**: “Prestação”.
5. **E2**: “Saldo devedor”.

3. Inserir os dados iniciais

1. Na coluna **A**, de **A3:A8** liste as parcelas, começando de 0 até 5.
2. Em **B10**, escreva “Valor financiado” e insira o valor do empréstimo (R\$ 10.000,00) em **C10**.

- Em **D10**, escreva "Taxa de juros" e insira a taxa de juros (0,01) na forma unitária em **E10**.

Figura 26 - Estrutura de planilha para o Sistema de Amortização Constante (SAC).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Sistema de Amortização Constante (SAC)							
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor			
3	0					Valor financiado	R\$ 10.000,00	
4	1					Taxa de juros	0,01	
5	2							
6	3							
7	4							
8	5							

Fonte: Elaborada pela autora.

II) Cálculo dos dados

3. Preencher a tabela com as fórmulas

- Saldo devedor inicial (E3)**: insira o valor financiado (**=C10**).
- Juros (B4)**: Pela fórmula (3.6), multiplique a taxa de juros(**H4**) pelo saldo devedor (**E3**), conforme a Figura 27. O resultado dessa multiplicação fornece o valor dos juros incidentes sobre a primeira parcela do financiamento.

Figura 27- Cálculo dos juros no Sistema de Amortização Constante (SAC)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Sistema de Amortização Constante (SAC)							
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor			
3	0				R\$ 10.000,00	Valor financiado	R\$ 10.000,00	
4	1	=E3*H4				Taxa de juros	0,01	
5	2							

Fonte: Elaborada pela autora.

- Amortização (C4)**: A Figura 28 apresenta o cálculo da amortização no SAC, qual é constante ao longo de todo período. Pela fórmula (3.6) é calculada dividindo o valor financiado (**H3**) pelo número de parcelas (**12**).

Figura 28- Cálculo da amortização no Sistema de Amortização Constante (SAC)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Sistema de Amortização Constante (SAC)							
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor			
3	0				R\$ 10.000,00	Valor financiado	R\$ 10.000,00	
4	1	R\$ 100,00	=H3/5			Taxa de juros	0,01	
5	2							

Fonte: Elaborada pela autora.

2. **Prestação (D4):** A figura 29 demonstra o cálculo da prestação. Pela fórmula (3.7) resulta da soma entre a amortização constante (B4) e os juros (C4) incidentes sobre o saldo devedor do período.

Figura 29- Cálculo da prestação no Sistema de Amortização Constante (SAC)

C4					
=B4+C4					
	A	B	C	D	E
1	Sistema de Amortização Constante (SAC)				
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
3	0				R\$ 10.000,00
4	1	R\$ 100,00	R\$ 2.000,00	=B4+C4	
5	2				

Fonte: Elaborada pela autora.

5. **Saldo devedor (E4):** A figura apresenta o cálculo do saldo devedor após o pagamento de cada parcela no SAC. Esse valor é obtido subtraindo-se a amortização (B4) do saldo anterior (C4).

Figura 30- Cálculo do saldo devedor no Sistema de Amortização Constante (SAC)

C4					
=E3-C4					
	A	B	C	D	E
1	Sistema de Amortização Constante (SAC)				
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
3	0				R\$ 10.000,00
4	1	R\$ 100,00	R\$ 2.000,00	R\$ 2.100,00	=E3-C4
5	2				

Fonte: Elaborada pela autora.

3. Fixar as células de referência absoluta

1. Selecione uma célula e pressione **F4** para aplicar a fixação automaticamente, todas devem ficar igualmente como mostra a Figura 31.

A Figura 31 exemplifica o uso da fixação de células no Excel. A fixação é empregada para manter determinadas referências constantes ao longo da planilha, quando as fórmulas são copiadas para outras linhas.

Figura 31- Aplicação da fixação de células no Excel

	A	B	C	D	E	F
1	Sistema de Amortização Constante (SAC)					
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor	
3	0					
4	1	=E3*\$H\$4	=\$H\$3/5	=B4+\$C\$4	=E3-\$C\$4	

Fonte: Elaborada pela autora.

4. Arrastar as fórmulas para as demais linhas

1. A Figura 32 demonstra como replicar as fórmulas da primeira linha da planilha para as demais parcelas no Excel. Selecione o intervalo **B4:E4**. Em seguida, passe o cursor no canto inferior direito da seleção. Quando o cursor se transformar em uma cruz fina (+), pressione e arraste para baixo até a linha da última parcela.

Figura 32- Uso da alça de preenchimento no Excel

	A	B	C	D	E	F
1	Sistema de Amortização Constante (SAC)					
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor	
3	0				R\$ 10.000,00	
4	1	R\$ 100,00	R\$ 2.000,00	R\$ 2.100,00	R\$ 8.000,00	
5	2					

Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 33 ilustra a planilha finalizada com os cálculos do SAC. Destacando a amortização constante, a redução progressiva dos juros e das prestações, além do saldo devedor decrescente até atingir zero na última parcela.

Figura 33- Tabela preenchida do Sistema de Amortização Constante (SAC)

	A	B	C	D	E
1	Sistema de Amortização Constante (SAC)				
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
3	0				R\$ 10.000,00
4	1	R\$ 100,00	R\$ 2.000,00	R\$ 2.100,00	R\$ 8.000,00
5	2	R\$ 80,00	R\$ 2.000,00	R\$ 2.080,00	R\$ 6.000,00
6	3	R\$ 60,00	R\$ 2.000,00	R\$ 2.060,00	R\$ 4.000,00
7	4	R\$ 40,00	R\$ 2.000,00	R\$ 2.040,00	R\$ 2.000,00
8	5	R\$ 20,00	R\$ 2.000,00	R\$ 2.020,00	R\$ 0,00

Fonte: Elaborada pela autora.

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO FRANCÊS - TABELA PRICE

12) A empresa Felicidade pede emprestados R\$ 100.000,00 ao Banco Boa Praça, que entrega o capital no ato e sem carência. Sabendo-se que os juros serão pagos mensalmente, a taxa de juros é de 4,5% a.m., e o principal será amortizado em dez parcelas mensais, construir a planilha do empréstimo pelo sistema de amortização francês (Tabela Price).

Resolução:

Siga o passo a passo abaixo para construir a planilha no Excel da Figura 34.

1. Criar a estrutura da tabela

1. Remeie a planilha anterior para “Sistema de Amortização Francês (Tabela Price)”.

2. Inserir os dados iniciais

1. Na coluna **A**, de **A3:A13** liste as parcelas, começando de 0 até 10.
2. Em **B10**, escreva “Valor financiado” e insira o valor do empréstimo (R\$ 100.000,00) em **C10**.
3. Em **D10**, escreva "Taxa de juros" e insira a taxa de juros (0,045) na forma unitária em **E10**.

Figura 34- Estrutura de planilha para o Sistema de Amortização Francês (Tabela Price)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Sistema de Amortização Francês (Tabela Price)							
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor			
3	0							
4	1						Valor financiado	R\$ 100.000,00
5	2						Taxa de juros	0,045
6	3							
7	4							
8	5							
9	6							
10	7							
11	8							
12	9							
13	10							
14	TOTAL							

Fonte: Elaborada pela autora.

3. Preencher a tabela com as fórmulas

1. **Cálculo do Saldo Devedor Inicial:** Em **E3**, insira a fórmula: “= **C10**”.
2. **Cálculo da Prestação:** Em **D4**, utilizou-se a função **PGTO** do Excel para calcular a prestação fixa:

Explicação dos argumentos:

- **H4** → Taxa de juros por período.
- **10** → Número total de parcelas.
- **-E3** → Valor do empréstimo (negativo para indicar saída de caixa).

- Os dois últimos argumentos (VF e Tipo) são opcionais e podem ser omitidos.

Figura 35- Fórmula PGTO no Excel para cálculo da Prestação no Sistema Price

Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0				R\$ 100.000,00
1			R\$ 12.637,88	

Fonte: Elaborada pela autora.

- Cálculo dos Juros:** A Figura 36 apresenta os cálculos de acordo com a fórmula (3.9), os juros de cada parcela são obtidos multiplicando-se o saldo devedor do período anterior pela taxa de juros. No Excel, esse cálculo é representado na célula B4 pela fórmula “= E3 * H4”.

Figura 36- Cálculo do Juros no Sistema Price

Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0				R\$ 100.000,00
1	R\$ 4.500,00		R\$ 12.637,88	

Fonte: Elaborada pela autora.

- Amortização:** Ilustra-se na Figura 37 o cálculo conforme a fórmula (4.0), a amortização é obtida pela diferença entre a prestação e os juros. No Excel C4 a operação é escrita “= D4 – B4”.

Figura 37- Cálculo da Amortização no sistema Price

Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0				R\$ 100.000,00
1	R\$ 4.500,00	R\$ 4.500,00	R\$ 12.637,88	

Fonte: Elaborada pela autora.

- Saldo devedor:** Pela fórmula (4.1), o saldo devedor é atualizado subtraindo a amortização do saldo anterior. De acordo com a Figura 38 em E4 escreva “= E3 – C4”.

Figura 38 - Cálculo do saldo devedor no Sistema Price

VF					=E3-C4
	A	B	C	D	E
1	Sistema de Amortização Francês (Tabela Price)				
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
3	0				
4	1	R\$ 4.500,00	R\$ 8.137,88	R\$ 12.637,88	=E3-C4
5	2				

Fonte: Elaborada pela autora.

4. Fixar as células de referência absoluta

1. Selecione uma célula e pressione **F4** para aplicar a fixação, todas devem ficar igualmente como mostra a Figura 39.

Figura 39 - Aplicação da fixação de células no Excel

	A	B	C	D	E
1	Sistema de Amortização Francês (Tabela Price)				
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
3	0				R\$ 100.000,00
4	1	=E3*\$H\$4	=D\$4-B4	=PGTO(\$H\$4;10;-\$E\$3;;)	=E\$3-C4

Fonte: Elaborada pela autora.

5. Arrastar as fórmulas para as demais linhas

1. Selecione a linha 4 no intervalo **B4:E4** e arraste as fórmulas para baixo até preencher todas as parcelas. Siga o procedimento feito [na página 46](#).

A Figura 40 mostra a estrutura final da Tabela Price no Excel, com os cálculos de juros decrescentes, amortizações crescentes e prestações constantes ao longo das parcelas. O saldo devedor é reduzido progressivamente até ser quitado na última parcela.

Figura 40 - Planilha completa do Sistema de Amortização Francês (Tabela Price)

	A	B	C	D	E
1	Sistema de Amortização Francês (Tabela Price)				
2	Parcela	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
3	0				R\$ 100.000,00
4	1	R\$ 4.500,00	R\$ 8.137,88	R\$ 12.637,88	R\$ 91.862,12
5	2	R\$ 4.133,80	R\$ 8.504,09	R\$ 12.637,88	R\$ 83.358,03
6	3	R\$ 3.751,11	R\$ 8.886,77	R\$ 12.637,88	R\$ 74.471,26
7	4	R\$ 3.351,21	R\$ 9.286,68	R\$ 12.637,88	R\$ 65.184,58
8	5	R\$ 2.933,31	R\$ 9.704,58	R\$ 12.637,88	R\$ 55.480,01
9	6	R\$ 2.496,60	R\$ 10.141,28	R\$ 12.637,88	R\$ 45.338,73
10	7	R\$ 2.040,24	R\$ 10.597,64	R\$ 12.637,88	R\$ 34.741,09
11	8	R\$ 1.563,35	R\$ 11.074,53	R\$ 12.637,88	R\$ 23.666,55
12	9	R\$ 1.064,99	R\$ 11.572,89	R\$ 12.637,88	R\$ 12.093,67
13	10	R\$ 544,22	R\$ 12.093,67	R\$ 12.637,88	R\$ 0,00
14	TOTAL	R\$ 26.378,82	R\$ 100.000,00	R\$ 126.378,82	

Fonte: Elaborada pela autora.

ESTÁTISTICA

MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL: Média, Mediana e Moda

Exemplo: O índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida resumida do progresso a longo prazo em três dimensões básicas do desenvolvimento humano: renda, educação e saúde. O quadro, abaixo mostra Estados Brasileiros, classificados segundo o IDHM divulgado em 2013, no Atlas de Desenvolvimento Humano.

Tabela 7 - Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), 2013

Ranking IDHM 2010	Unidade federativa	IDHM 2010
1º	Distrito Federal	0,82
2º	São Paulo	0,78
3º	Santa Catarina	0,77
4º	Rio de Janeiro	0,76
5º	Paraná	0,75
6º	Rio Grande do Sul	0,75
7º	Espírito Santo	0,74
8º	Goiás	0,74
9º	Minas Gerais	0,73
10º	Mato Grosso do Sul	0,73

Fonte: Atlas de Desenvolvimento Humano, (2013).

Determine as medidas de tendência central usando o Excel:

a) Média, Mediana e a Moda.

Resolução:

Para construir a planilha da Figura 41, segue as etapas:

I) Criar a Estrutura da Tabela

1. Abra um novo documento no **Excel**.
2. Digite os seguintes cabeçalhos nas células:
 - **A1** : “Ranking IDHM 2010”
 - **B1** : “Unidade federativa”
 - **C1** : “IDHM 2010”.
3. Formate os cabeçalhos com negrito e fundo cinza para destacar.

II) Inserir os Dados

4. Na coluna **A**, no intervalo (**A2: A11**), insira os rankings de 1° a 10°.
5. Na coluna **B**, no intervalo (**B2: B11**), insira os nomes das unidades federativas.
6. Na coluna **C**, no intervalo (**C2: C11**), insira os valores do IDHM 2010 correspondentes.

III) Calcular a Média dos Valores

7. Na célula **E2**, digita-se o rótulo “MÉDIA”. Em seguida, na célula **F2**, insere-se a fórmula “=MÉDIA”, selecionando a função sugerida pelo Excel. Após isso, seleciona-se o intervalo de valores de **C2 a C11** e fecha-se o parêntese, finalizando a fórmula conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 41 - Utilização da fórmula MÉDIA do Excel para calcular a média

	A	B	C	D	E	F
	Ranking IDHM 2010	Unidade federativa	IDHM 2010			
1						
2	1°	Distrito Federal	0,82			MÉDIA =MÉDIA(C2:C11)
3	2°	São Paulo	0,78			
4	3°	Santa Catarina	0,77			
5	4°	Rio de Janeiro	0,76			
6	5°	Paraná	0,75			
7	6°	Rio Grande do Sul	0,75			
8	7°	Espirito Santo	0,74			
9	8°	Goiás	0,74			
10	9°	Minas Gerais	0,73			
11	10°	Mato Grosso do Sul	0,73			

Fonte: Elaborada pela autora.

IV) Calcular a Mediana dos Valores

8. Em **E3**, digite “MEDIANA”.
9. Insira em **F3**, “=MED” e a função **MED** sugerida pelo Excel.
10. Em **F3**, após o selecionar a função, selecione-se o intervalo **C2:C11**, fecha o parêntese, conforme mostra a Figura 42.

Figura 42- Utilização da função MED do Excel para calcular a mediana

	A	B	C	D	E	F
	Ranking IDHM 2010	Unidade federativa	IDHM 2010			
1						
2	1°	Distrito Federal	0,82			
3	2°	São Paulo	0,78			
4	3°	Santa Catarina	0,77			
5	4°	Rio de Janeiro	0,76			
6	5°	Paraná	0,75			
7	6°	Rio Grande do Sul	0,75			
8	7°	Espírito Santo	0,74			
9	8°	Goiás	0,74			
10	9°	Minas Gerais	0,73			
11	10°	Mato Grosso do Sul	0,73			

MÉDIA	
MEDIANA	=MED(C2:C11)

Fonte: Elaborada pela autora.

Observação: Sabemos que, na Mediana, ordenamos os dados antes de calcular. Mas no Excel não é necessário organizar, pois o programa faz automaticamente antes de calcular.

V) Calcular a Moda dos Valores

11. Em E4, digite “MODA”.

12. De acordo com a Figura 43, em F4, insira “=MODO” e selecione a função **MODO.MULT** sugerida pelo Excel para obter todas as modas do problema.

13. Em F4, após o selecionar a função, selecione-se o intervalo C2:C11, fecha o parêntese.

Figura 43 - Utilização da função MODO.MULT do Excel para calcular a Moda

	A	B	C	D	E	F	G
	Ranking IDHM 2010	Unidade federativa	IDHM 2010				
1							
2	1°	Distrito Federal	0,82				
3	2°	São Paulo	0,78				
4	3°	Santa Catarina	0,77				
5	4°	Rio de Janeiro	0,76				
6	5°	Paraná	0,75				
7	6°	Rio Grande do Sul	0,75				
8	7°	Espírito Santo	0,74				
9	8°	Goiás	0,74				
10	9°	Minas Gerais	0,73				
11	10°	Mato Grosso do Sul	0,73				

MÉDIA	0,76
MEDIANA	
MODA	=MODO.MULT(C2:C11)

Fonte: Elaborada pela autora.

14. Pressione-se **Enter** para obter os valores da Figura 44.

Figura 44- Valores obtidos da Média, Mediana e da Moda

	A	B	C	D	E	F
1	Ranking IDHM 2010	Unidade federativa	IDHM 2010			
2	1°	Distrito Federal	0,82		MÉDIA	0,76
3	2°	São Paulo	0,78		MEDIANA	0,75
4	3°	Santa Catarina	0,77		MODA	0,75
5	4°	Rio de Janeiro	0,76			0,74
6	5°	Paraná	0,75			0,73
7	6°	Distrito Federal	0,75			

Fonte: Elaborada pela autora.

Portanto, temos que a Média é 0,76, a Mediana 0,75 e a Moda temos três pois, são os números que mais se repetem 0,75, 0,74 e 0,73.

MEDIDAS DE DISPERSÃO: Amplitude Total, Variância e Desvio-padrão

A seguir, mostra-se como é realizado os cálculos dessas medidas usando Excel e utilizando algumas fórmulas que se encontram dentro do conjunto de fórmulas de Estatísticas do programa.

Exemplo: Imagine um cenário em que, como analista de dados, tenha que analisar o desempenho das vendas de uma pequena loja de varejo. O proprietário da loja quer entender a variabilidade das vendas diárias no último mês para gerenciar melhor o estoque e os níveis de pessoal. Coletou os dados de vendas diárias durante 10 dias.

Tabela 8 – desempenho diário de vendas

Dias	Vendas (\$)
1	1350
2	600
3	800
4	250
5	1400
6	1600
7	750
8	1700
9	300
10	1650

Fonte: Elaborado pela autora.

Determine as seguintes medidas de dispersão para quantificar essa variabilidade.

- a) Amplitude;
- b) A variância;
- c) O desvio padrão amostral;

Resolução:

Pra construir a tabela da Figura 45, siga as etapas abaixo:

I) Criar a Estrutura da Tabela

1. Abra o Excel, digite os seguintes cabeçalhos nas células:
 - **A1** : “Dias”
 - **B1** : “Vendas \$”
2. Formate os cabeçalhos com o fundo cinza para destacar.

II) Inserir os Dados

4. Na coluna **A**, no intervalo (**A2: A11**), insira os dias de 1 a 10.
5. Na coluna **B**, no intervalo (**B2: B11**), insira os valores de vendas correspondentes a cada dia.

III) Calcular a Amplitude Total

6. Conforme a Figura 45, digite os seguintes cabeçalhos nas células:
 - **D2** : “Valor Máx”
 - **D3** : “Valor Mín”
 - **D4** : “AMPLITUDE”
7. Em **E2** insira 1700 e, em **E3** 250.
8. Pela fórmula (4.3), calcula-se a Amplitude. Insira em **E4** “= **E2** – **E3**” de acordo a Figura 45.

Figura 45- Cálculo da Amplitude Total

	A	B	C	D	E
1	Dias	Vendas (\$)			
2	1	1350		Valor Máx	1700
3	2	600		Valor Mín	250
4	3	800		AMPLITUDE	=E2-E3
5	4	250			
6	5	1400			
7	6	1600			
8	7	750			
9	8	1700			
10	9	300			
11	10	1650			

Fonte: Elaborada pela autora.

IV) Calcular a Variância

9. Como ilustra a Figura 16, em **D6**, digite “VARIÂNCIA”. Usou-se a fórmula de variância do próprio Excel.
10. Em **E6**, insira “=VAR” e selecione a função **VAR.A** sugerida pelo Excel.
11. Em **E6**, após o selecionar a função, selecione-se o intervalo **B2: B11**, fecha o parêntese.

Figura 46 - Utilização da função VAR.A do Excel para calcular a Variância

	A	B	C	D	E
1	Dias	Vendas (\$)			
2	1	1350		Valor Máx	1700
3	2	600		Valor Mín	250
4	3	800		AMPLITUDE	1450
5	4	250			
6	5	1400		VARIÂNCIA	=VAR.A(B2:B11)
7	6	1600			
8	7	750			
9	8	1700			
10	9	300			
11	10	1650			

Fonte: Elaborada pela autora.

V) Calcular o Desvio-Padrão

12. Em **D8**, digite “DESVIO-PADRÃO”. Calcula-se pela função do próprio Excel.
13. Em **E8**, insira “=DESV” e selecione a função **DESVPAD.A** sugerida pelo Excel.
14. Em **E8**, após o selecionar a função, selecione-se o intervalo **B2: B11**, fecha o parêntese.

Figura 47- Utilização da Função DESVPAD.A do Excel para calcular o Desvio-Padrão

	A	B	C	D	E
1	Dias	Vendas (\$)			
2	1	1350		Valor Máx	1700
3	2	600		Valor Mín	250
4	3	800		AMPLITUDE	1450
5	4	250			
6	5	1400		VARIÂNCIA	317111,1111
7	6	1600			
8	7	750		DESV =DESVPAD.A(B2:B11)	
9	8	1700			
10	9	300			
11	10	1650			

Fonte: Elaborada pela autora.

Após cada fórmula pressione-se **Enter** para obter os resultados destacado na Figura 48.

Figura 48 - Resultados da Amplitude Total, Variância e Desvio padrão

	A	B	C	D	E
1	Dias	Vendas (\$)			
2	1	1350		Valor Máx	1700
3	2	600		Valor Mín	250
4	3	800		AMPLITUDE	1450
5	4	250			
6	5	1400		VARIÂNCIA	317111,1111
7	6	1600			
8	7	750		DESVIO PADRÃO	563,1261947
9	8	1700			

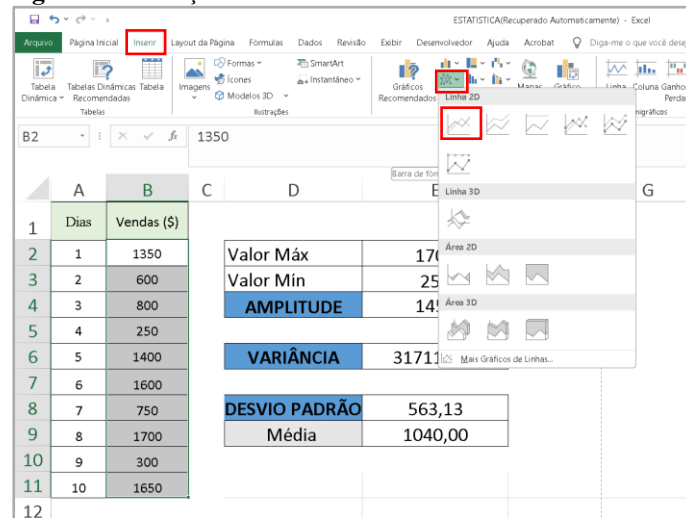
Fonte: Elaborada pela autora.

Portanto, temos que a Amplitude é 1450, Variância 317.111,11, e Desvio-padrão 563,12.

Para representar a variabilidade dos dados graficamente, faça os seguintes passos.

1. Selecione o intervalo de dados, **B2:B11**.
2. Vá para a janela **inserir**. Escolha o tipo de gráfico que você deseja, conforme mostrado na Figura 49 (por exemplo, gráfico de linhas) e insira o gráfico.

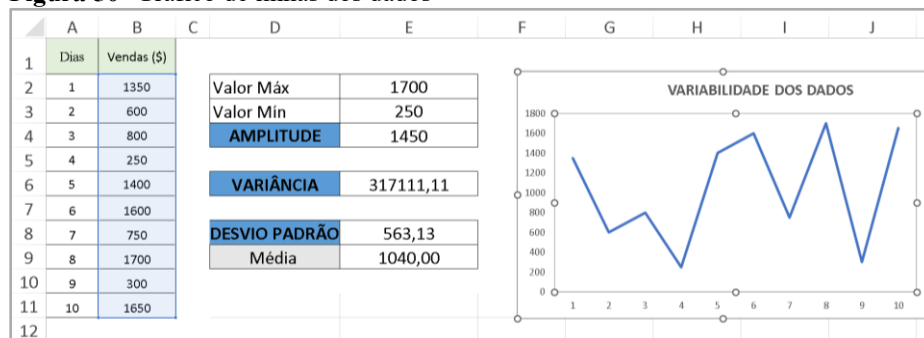
Figura 49- Inserção de Gráfico no Excel



Fonte: Elaborada pela autora.

Na Figura 50, mostra o gráfico de linhas simples.

Figura 50- Gráfico de linhas dos dados

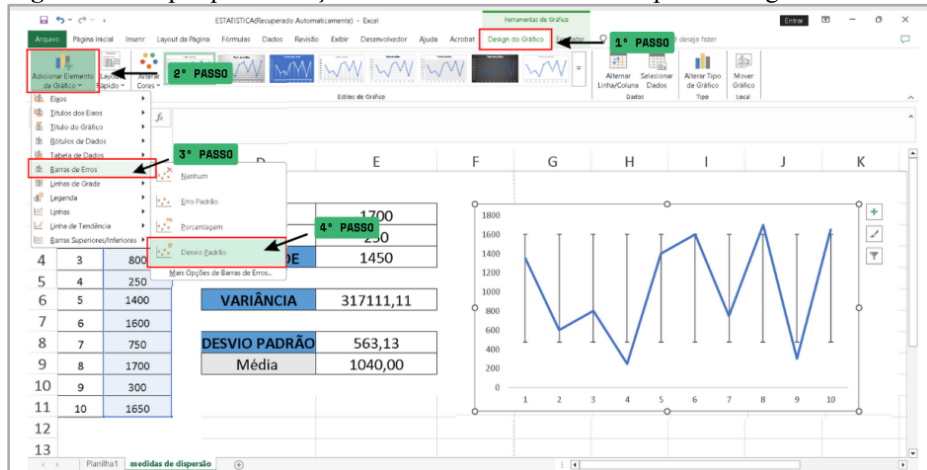


Fonte: Elaborada pela autora.

Essa etapa é necessária para que você adicione barras de erro à série de dados selecionada.

1. Vá para o **Gráfico Design** que aparece quando você seleciona o gráfico.
2. Clique em **Adicionar Elemento de Gráfico**.
3. Em seguida, passe o mouse sobre **Barras de Erros** e selecione **Desvio padrão** para adicionar as barras de desvio padrão ao gráfico de linhas.

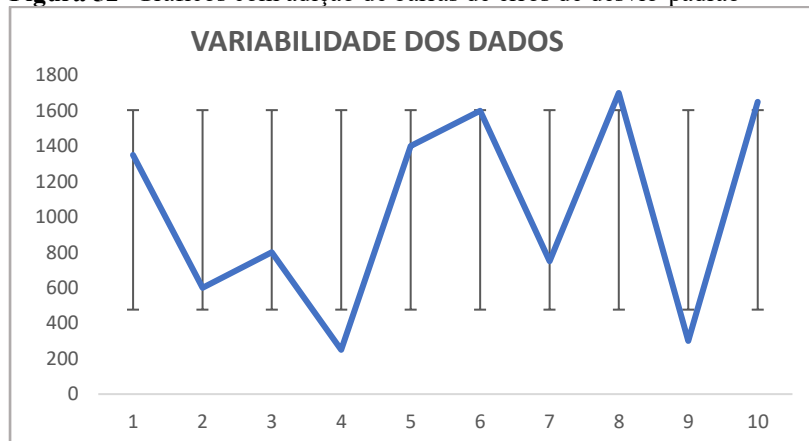
Figura 51- Etapas para inserção de barras de erro do desvio padrão no gráfico



Fonte: Elaborada pela autora.

A adição de barras de desvio-padrão aos nossos gráficos no Excel fornece uma representação visual clara da variabilidade nos dados como mostra na Figura 52.

Figura 52- Gráficos com adição de barras de erros de desvio-padrão



Fonte: Elaborada pela autora.

Assim, sabe-se que o desvio-padrão estima o quanto, em média, cada valor de um conjunto de dados se distancia da própria média aritmética, que foi calculada e é 1040,00.

ESTUDO DAS FUNÇÕES

Função Polinomial do 1º grau

Exemplo: Construir o gráfico da função $f(x) = 2x + 1$

Considerando que o gráfico da função do 1º grau é uma reta, vamos atribuir a x dois valores distintos e calcular os correspondentes valores de $f(x)$.

Pra construir o gráfico as siga as etapas abaixo:

I) Criar a Estrutura da Tabela

1. Abra o Excel, digite os seguintes cabeçalhos nas células:
 - **A1** : “ x ”
 - **B1** : “ $f(x) = 2x + 1$ ”

II) Inserir os Dados

2. Na coluna **A**, no intervalo (**A2: A4**), insira os valores de x conforme a Figura 53.

Figura 53- Atribuição de valores para x

	A	B
1	x	$f(x) = 2x + 1$
2	-1	
3	0	
4	1	

Fonte: Elaborada pela autora.

III) Calcular os valores de $f(x)$

3. Na célula **B2**, digite “ $= 2 * A2 + 1$ ” para obter o valor de $f(x)$ para x igual a -1 como mostra a figura 54.

Figura 54- Inserção da fórmula para calcular os valores de $f(x)$

	A	B
1	x	
2	-1	$=2*A2+1$
3	0	
4	1	

Fonte: Elaborada pela autora.

4. Para calcular os outros valores que aparece na Figura 55, clique na célula **B2**. Em seguida, passe o cursor no canto inferior direito da seleção. Quando o cursor se

transformar em uma cruz fina (+), pressione e arraste para baixo até a linha da última parcela como mostra a Figura 32.

Figura 55-Atribuição de valores para x e $f(x)$ da Função $f(x)=2x+1$

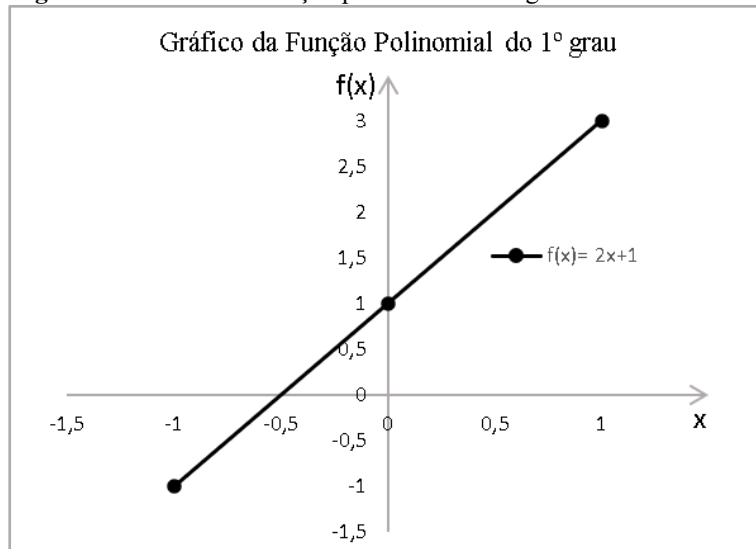
	A	B
1	x	$f(x)= 2x+1$
2	-1	-1
3	0	1
4	1	3

Fonte: Elaborada pela autora.

IV) Gráfico da função

- Para fazer o gráfico da função ilustrado na Figura 56. Selecione a tabela completa da Figura 55 e siga os procedimentos mostrados na Figura 49.

Figura 56- Gráfico da Função polinomial do 1º grau



Fonte: Captura de tela elaborada pela autora.

Verificou-se que o gráfico da função polinomial do 1º grau $f(x) = ax + b$ é uma reta. O coeficiente de x , a , é chamado coeficiente angular da reta. O termo constante b , é chamado coeficiente linear da reta.

Função Polinomial do 2º grau

Exemplo: Construindo o gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Pra construir o gráfico da função as siga as etapas abaixo:

I) Criar a Estrutura da Tabela

2. Abra o Excel, digite os seguintes cabeçalhos nas células:

- **A1** : “x”
- **B1** : “ $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ”

II) Inserir os Dados

2. Na coluna **A**, no intervalo (**A2:A9**), insira os valores de x conforme a Figura 57.

Figura 57- Atribuição de valores para x na função

	A	B
1	x	$f(x) = x^2 - 4x + 3$
2	-1	
3	0	
4	1	
5	2	
6	3	
7	4	
8	5	

Fonte: Elaborada pela autora.

III) Calcular os valores de $f(x)$

5. Na célula **B2**, digite “ $= (A2)^2 - 4 * A2 + 3$ ” e clique **enter** para obter o valor de $f(x)$ para x igual a -1 como mostra a figura 58.

Figura 58- Inserção da fórmula para calcular os valores de $f(x)$ na função do 2º grau

	A	B	C
1	x	$f(x) = x^2 - 4x + 3$	
2	-1	$= (A2)^2 - 4 * A2 + 3$	
3	0		

Fonte: Elaborada pela autora.

6. Para calcular os outros valores que aparece na Figura 59, clique na célula **B2**. Em seguida, passe o cursor no canto inferior direito da seleção. Quando o cursor se transformar em uma cruz fina (+), pressione e arraste para baixo até a linha da última parcela como mostra a Figura 32.

Figura 59- Atribuição de valores para x e f(x) da Função $f(x) = x^2 - 4x + 3$

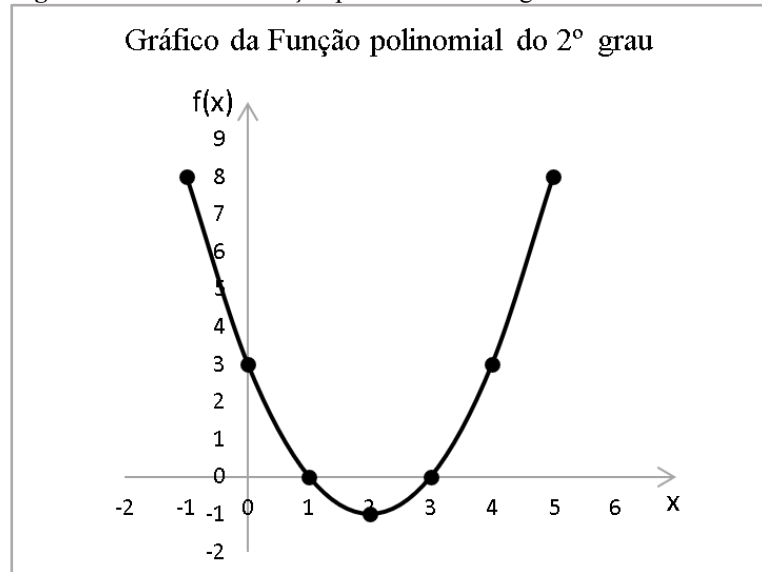
	A	B	C
1	x	$f(x) = x^2 - 4x + 3$	
2	-1	8	
3	0	3	
4	1	0	
5	2	-1	
6	3	0	
7	4	3	
8	5	8	

Fonte: Elaborada pela autora.

IV) Gráfico da função

6. Para fazer o gráfico da função ilustrado na Figura 60. Selecione a tabela completa da Figura 59 e siga os procedimentos mostrados na Figura 49.

Figura 60- Gráfico da função polinomial do 2º grau



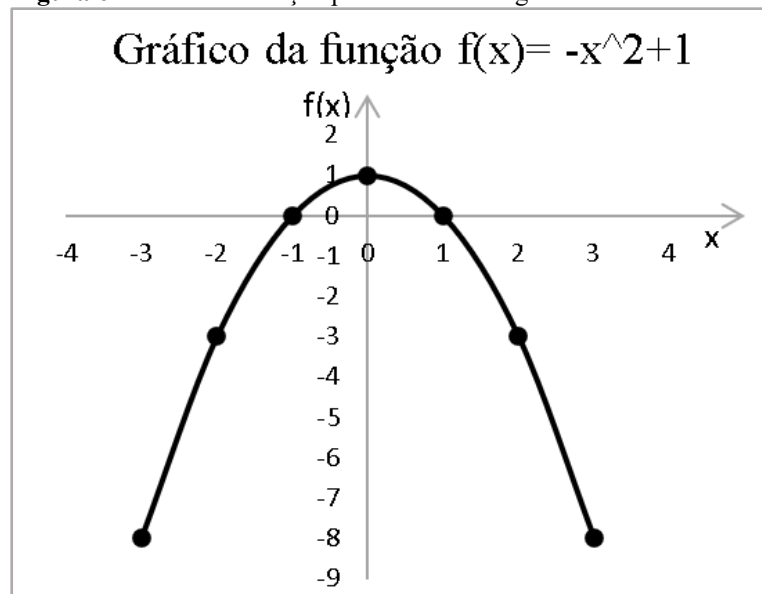
Fonte: Elaborada pela autora.

Interpretando geometricamente, dizemos que os zeros da função quadrática são as abscissas dos pontos onde a parábola corta o eixo dos x , podemos notar que a parábola corta o eixo dos x nos pontos de abscissas 1 e 3, que são as raízes da equação $x^2 - 4x + 3 = 0$. Como $a > 0$, a concavidade da parábola é voltada para cima.

Para a construção do gráfico da função de $f(x) = -x^2 + 1$, segue os meus procedimentos feitos, anteriormente, para função do segundo grau.

Nesta função, obtém-se o gráfico ilustrado na Figura 61.

Figura 61-Gráfico da função polinomial do 2º grau



Fonte:Elaborada pela autora.

Verificou-se que o gráfico da função polinomial do 2º grau, $f(x) = -x^2 + 1$, podemos notar que a parábola corta o eixo dos x nos pontos de abscissas -1 e 1, que são as raízes da equação $-x^2 + 1 = 0$. Ao contrário do que já visto, $a < 0$, logo, a concavidade da parábola é voltada para baixo.

4. PRÁTICA DE ENSINO COM PLANILHAS ELETRÔNICAS NO ENSINO MÉDIO

4.1. Contextualização da Escola

A Escola Indígena Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental São Francisco, localiza-se na Aldeia Lago da Praia, na Terra Indígena Cobra- Grande à margem esquerda do Rio Arapiuns, Município de Santarém, estado do Pará. No ano de 1961 foi planejada e organizada por 05 (cinco) famílias que ali residiam, essa escola funcionava em fundo de quintal, tendo como público 12 (doze) crianças.

Atualmente a escola funciona com os três níveis de ensino: Educação Infantil (Pré I e II), Ensino Fundamental (1º ao 9º ano) e Ensino Médio. Destaca-se que o Ensino Médio somente no início de 2025 passou a ser regular, pois ocorria em módulos. A escola possui uma boa infraestrutura, com salas de aulas equipadas, biblioteca, laboratório de informática dentre outros espaços educativos.

Perfil dos Alunos participantes

A oficina foi aplicada com uma turma do 3º ano do ensino médio da Escola Indígena São Francisco. Os alunos participantes tinham, em sua maioria, entre 16 e 18 anos de idade e a escola possui apenas uma turma com 12 alunos.

No que diz respeito ao uso de tecnologias, observou-se que grande parte dos alunos possui contato limitado com recursos digitais, especialmente planilhas eletrônicas. Muitos relataram que nunca ouviram ou utilizaram planilhas eletrônicas do tipo Excel e libre office, porém, demonstraram interesse e curiosidade durante a oficina participando ativamente das atividades propostas. Alguns estudantes se destacaram por sua facilidade em compreender o uso básico das ferramentas, ajudando inclusive seus colegas.

4.2. Objetivos da Oficina

- Aplicar o uso de planilhas eletrônicas como ferramenta didática no ensino de matemática com alunos do 3º ano do ensino médio;
- Promover uma aula diferenciada usando a tecnologia no ensino de matemática;
- Estimular e facilitar o entendimento de conteúdos matemáticos por meio da tecnologia;
- Identificar as principais dificuldades dos alunos em utilizar ferramentas digitais;
- Mostrar a aplicabilidade das planilhas eletrônicas no ensino de matemática;
- Evidenciar a viabilidade do uso de recursos digitais no ensino de matemática em contextos escolares rurais;

4.3. Planejamento da Atividade

A proposta de aplicar este trabalho na prática foi pela necessidade de demonstrar que não funciona somente na teoria, que é possível usar a tecnologia como recurso didático e principalmente mostrar que não depende de onde a escola está situada, se a escola dispõe de recursos tecnológicos.

Para a realização da oficina na escola Indígena São Francisco, foi desenvolvido slides com conteúdo teórico, pois primeiramente abordou-se a teoria e em seguida a prática. Como preparação para a atividade prática visitou-se o laboratório informática com objetivo de verificar os equipamentos, instalar o programa LibreOffice e organizar o espaço para receber os alunos. O laboratório contava com 6 computadores em funcionamento, alguns ficaram duplas, de modo a possibilitar que todos os alunos pudessem participar ativamente das atividades propostas.

Participaram da oficina 9 alunos do 3º ano do ensino médio, com idades entre 16 e 18 anos. Para avaliar os estudantes com relação aos conhecimentos prévios de matemática e informática foi elaborado formulários diagnósticos. Os formulários foram aplicados antes e depois da oficina, sendo composto por duas seções e totalizando nove questões cada, os quais apresentavam perguntas objetivas e subjetivas.

4.4. Desenvolvimento da Oficina

A oficina foi realizada no dia 24 de abril de 2025, na Escola Indígena São Francisco, localizada na zona rural do município de Santarém. A atividade foi conduzida no laboratório de informática da escola e contou com a participação de 9 alunos do 3º ano do ensino médio. Foram necessários dois encontros, que ocorreu no mesmo dia pela manhã e à tarde, totalizando aproximadamente 8 horas, para a execução completa da oficina.

A condução da oficina seguiu uma sequência previamente determinada. Inicialmente, foi realizada a apresentação de todos os participantes, em seguida, houve também as falas da gestora, pedagoga e o cacique que estavam presentes.

Posteriormente, dando início a oficina foi realizada uma exposição teórica com auxílio de slides abordando conceitos teóricos necessários para a atividade prática. A oficina foi voltada para conteúdo relacionado a área da matemática financeira, como juros simples e compostos e estudo de funções polinomiais do 1º e 2º grau.

A execução da atividade se deu fazendo uma abordagem conceitual da teoria, em seguida, para resolver os problemas propostos referente ao conteúdo, utilizou-se a planilha eletrônica LibreOffice Calc. As atividades práticas incluíam a criação de tabelas simples, inserção de fórmulas básicas de matemática financeira, e geração automática de gráficos, com base em situações do cotidiano dos alunos.

Os alunos demonstraram grande interesse durante a oficina. Apesar de muitos relataram não ter familiaridade com o uso de planilhas eletrônicas, mesmo assim, foram participativos e se empenharam para desenvolver todas as atividades. Percebeu-se que alguns alunos tiveram mais facilidade para compreender o funcionamento do programa, e, com o apoio uns dos outros conseguiram realizar todas as tarefas propostas. A oficina revelou-se uma experiência enriquecedora, tanto para os alunos, quando para o aplicador, pois segundo os relatos dos estudantes nunca vivenciaram uma aula usando a tecnologia e poder mostrar que independentemente da localização onde a escola está inserida é possível utilizar as tecnologias como mecanismo de aprendizagem. As imagens da aplicação da oficina encontram-se no Apêndice A.

4.5. Resultados Observados

Esta atividade aplicada em formato de oficina tinha como objetivo central promover o uso da tecnologia em uma realidade escolar diferenciada, como forma de inclusão e demonstrar as possibilidades e eficácia dessa ferramenta no processo de ensino-aprendizagem.

A proposta buscou mostrar que, mesmo em contextos rurais e indígenas, é possível integrar recursos tecnológicos ao ensino da matemática de maneira significativa.

A análise dos formulários aplicados antes e depois da oficina revelou percepções importantes. A maioria dos estudantes afirmou ter acesso a internet e celular, contudo, relataram nunca ter utilizado nenhum tipo de planilhas eletrônicas. Além disso, grande parte deles alegou nunca ter estudado matemática com o apoio de recurso tecnológico, exceto por meio de vídeo, geralmente acessados de forma independente.

Os alunos relataram que a experiência com o uso do LibreOffice Calc facilitou a compreensão dos conteúdos abordados, despertou interesse e curiosidade e promoveu participação mais ativa durante as atividades. Em contra partida, houve dificuldades e desafios para realização da oficina como, quantidade de computadores, dificuldades de manuseio do computador parte dos alunos, a energia que é fornecida por meio de gerador somente algumas horas, dependendo ativamente de combustível, assim, tornando o processo mais lento.

Portanto, o uso da tecnologia em sala de aula ainda se representa um desafio para muitos professores, seja pela dúvida quanto à sua real eficácia no processo de ensino-aprendizagem, pela falta de recurso nas escolas ou por falta de domínio no uso das tecnologias por parte dos professores. No entanto, a partir da análise de dados obtidos nesta oficina por mais desafiador que seja, é fundamental que os recursos tecnológicos sejam incorporados às práticas pedagógicas, visto que essas ferramentas podem contribuir consideravelmente na melhoria da aprendizagem, assim, potencializar o processo educativo. Além disso, os resultados observados ao longo da aplicação da oficina reforçam a proposta central deste trabalho, que é demonstrar o potencial das planilhas eletrônicas como recurso didático no ensino de matemática.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como principal objetivo demonstrar e investigar o uso de planilhas eletrônicas no ensino de Matemática, especificamente nas temáticas de matemática financeira, estatística e funções, com aplicação prática em uma escola indígena localizada no interior do município de Santarém no estado do Pará, Brasil.

Com base na experiência descrita, nota-se que as planilhas eletrônicas são ferramentas que podem ser adotadas como recurso pedagógico no contexto educacional atual, considerando que os alunos estão cada vez mais imersos no mundo digital. Além disso, agregar novas metodologias de ensino é uma forma de transformar o cenário da educação tradicional.

Os objetivos propostos neste trabalho foram amplamente atingidos, conforme observado na oficina onde os estudantes demonstraram interesse, a participação ativa e atenção que geralmente não é observada em aulas com metodologias tradicionais, estimulando os estudantes a serem protagonistas do seu próprio aprendizado, assim, incentivando a utilização da tecnologia em sala de aula.

Desenvolver a oficina em um contexto educacional longe dos centros urbanos tem seus desafios, ainda assim, a oficina demonstrou que, mesmo com limitações, as ferramentas puderam ser aplicadas com êxito. A escolha da escola indígena se deu principalmente como forma de incentivar a inclusão tecnológica mesmo com suas limitações, pois percebe-se que o uso das tecnologias pode tornar o ensino mais dinâmico e significativo.

Todavia, para a realização da oficina na escola indígena teve as limitações como, a falta de quantidade suficiente de computadores para os alunos, o desempenho lento dos equipamentos, o cronograma curto dificultou o aprofundamento das atividades, a familiaridade dos alunos com o manuseio do computador, além disso, os alunos nunca tinham usado o LibreOffice Calc ou Excel, o que exigiu um momento para explicação da ferramenta. No entanto, como estamos na era onde a tecnologia faz parte do cotidiano a maioria dos alunos conseguiram compreender o funcionamento da ferramenta.

Recomenda-se que trabalhos futuros explorem o uso de planilhas eletrônicas em outras áreas da Matemática e até mesmo em outras áreas de conhecimento e avaliem o impacto em longo prazo na aprendizagem dos alunos, englobando outras realidades educacionais, como também, formação de professores propondo oficinas de capacitação de docentes no uso das planilhas eletrônicas como recurso pedagógico.

REFERÊNCIAS

- ALVES, Vilmar dos Santos. **Matemática financeira**. Cuiabá: UFMT, 182 p. 2014.
Disponível em: <http://proedu.rnp.br/handle/123456789/1547>. Acesso em: 24 de março, 2025.
- ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática financeira e suas aplicações**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2012. 287 p.
- BAGATINI, A. F. **Sistemas de Amortização de Empréstimos**. 2010. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Erechim, 2010.
- BASTOS, J. L. D.; DUQUIA, R. P. Medidas de dispersão: os valores estão próximos entre si ou variam muito?. **Scientia Medica**, Porto Alegre, v. 17, n. 1, p. 40-44, jan./mar. 2007.
Disponível em: <https://revistaseletronicas.pucrs.br/scientiamedica/article/view/1650>. Acesso em: 14 jan. 2025.
- BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 20 fevereiro 2025.
- DINIZ, J. B. C. **Utilização do aplicativo Excel no ensino da matemática no ensino médio**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática no Ensino Médio) – Universidade do Estado do Amazonas, Manaus, 2015.
- FRANCISCO, W De. **Matemática Financeira**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 1986. 319 p.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas. 2002.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas. 2010.
- IEZZI, Gelson.; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática elementar, 1: conjuntos e funções**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. 410 p.
- KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação**. 8. ed. Campinas: Papirus. 2012. 144 p.
- MARCONI, M. A.; LAKATOS, E.M. **Técnicas de pesquisa: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisa, elaboração, análise e interpretação de dados**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2011.
- MATHIAS, W. F.; GOMES, J. M. **Matemática financeira**. 1. ed. São Paulo: Atlas, 1986. 486 p.
- MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21. ed. Campinas: Papirus, 2013. 176 p.
- PENTEADO, M. *et al.* **A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho d' Água. 2000. 80 p.
- SAMANEZ, C. P. **Matemática Financeira**. 5. ed. São Paulo: Pearson, 2010. 286 p.

VIEIRA, J. D. S. **Matemática Financeira**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2013. 411 p.

GUEDES, T. A. *et al.* **Estatística descritiva**. Projeto de ensino aprender fazendo estatística, v. 1, p. 1-49, 2005.

FREUND, J. E. **Estatística aplicada: economia, administração e contabilidade**. 11. ed. Porto Alegre: Bookman 2006. 536 p.

REIS, E. A.; REIS, I. A. **Análise descritiva de dados**. Relatório Técnico do Departamento de Estatística da UFMG. Minas Gerais, 2002. Disponível em: www.est.ufmg.br

SILVA, L. A. Tecnologia, Bncc e Ensino Médio: o uso de ferramentas tecnológicas no ensino de literatura. **Revista Carioca de Ciência, Tecnologia e Educação**, [S. l.], v. 8, n. 1, p. 74–85, 2023. DOI:10.29327/2283237.8.1-5. Disponível em:

<https://recite.unicarioca.edu.br/rccte/index.php/rccte/article/view/246>. Acesso em: 28 janeiro. 2025.

APÊNDICE

Apêndice A – Registros Fotográficos da Aplicação da Oficina

Foto 1 - Fachada da escola onde foi realizada a oficina



FONTE: Gestora da escola

Foto 2 - Escola São Francisco



FONTE: Gestora da escola

Foto 3- Momento de explicação dos da atividade prática



FONTE: Acervo pessoal do autor

Foto 4 - Interação entre os alunos durante a atividade



FONTE: Acervo pessoal do autor

Foto 5 - Registro dos alunos participantes



FONTE: Acervo pessoal do autor