UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE CIÊNCIAS EXATAS
LICENCIATURA INTEGRADA EM MATEMÁTICA E FÍSICA

ALZENIRA DA SILVA LEÃO

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO: REGISTRO DE UMA EXPERIÊNCIA EM CLUBES DE MATEMÁTICA

SANTARÉM – PA

2019

ALZENIRA DA SILVA LEÃO

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO: REGISTRO DE UMA EXPERIÊNCIA EM CLUBES DE MATEMÁTICA

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Programa de Ciências Exatas, do Instituto de Ciências da Educação da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), como requisito parcial para a obtenção do título de licenciada em Matemática e Física.

Orientador: Prof. Me. Aroldo Eduardo Athias Rodrigues

SANTARÉM – PA

2019

ALZENIRA DA SILVA LEÃO

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO: REGISTRO DE UMA EXPERIÊNCIA EM CLUBES DE MATEMÁTICA

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Programa de Ciências Exatas, do Instituto de Ciências da Educação da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), como requisito parcial para a obtenção do título de licenciada em Matemática e Física.

Conceito:

Data de Aprovação: 27/12/2019

BANCA EXAMINADORA

Me. Aroldo Eduardo Athias Rodrigues – Orientador
Universidade Federal do Oeste do Pará

Dr. Hugo Alex Carneiro Diniz – Examinador
Universidade Federal do Oeste do Pará

Me. Hamilton Cunha de Carvalho – Examinador
Universidade Federal do Oeste do Pará

Ao meu amado filho Arthur Gabriel Leão pela compreensão, carinho e incentivo ao longo desses anos de estudo.

AGRADECIMENTOS

Gratidão a Deus pelo presente da vida, sem a Sua permissão nada somos.

Ao meu querido filho, Arthur por todos os recadinhos de incentivo na tela do computador.

Aos meus familiares, em especial à minha mãe Alzenir Soares e à minha irmã Mayra, por todo apoio no início do curso.

À minha segunda família, meus sogros e cunhados, em especial ao Diego Marques por todas as sessões de conversa que permitiram a descoberta da melhor versão de mim.

Ao meu “namorido” Dannylo Marques por todo amor e incentivo durante esses anos.

Aos professores da graduação que deixaram seus lares para compartilhar e produzir conhecimento.

Aos meus colegas de turma, por todas as dificuldades enfrentadas juntas.

Aos coordenadores que estiveram comigo no Projeto Clubes de Matemática e permitiram experiências únicas e reflexões quanto à prática docente nos anos que fui bolsista PIBID.

Aos meus colegas e amigos do Laboratório de Aplicações Matemática (Lapmat), por compartilhar e vivenciar momentos incríveis.

Ao meu orientador Professor Aroldo Rodrigues, pela paciência, amizade e, principalmente por dividir comigo seu conhecimento.

E a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para minha formação.

“Os números dominam o mundo.”
Platão

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo apresentar e sistematizar os registros da atividade intitulada Sistemas de Numeração desenvolvida nos anos de 2015 a 2018 por bolsistas PIBID junto ao Laboratório de Aplicações Matemáticas-Lapmat, na Universidade Federal do Oeste do Pará-Ufopa. Tendo como principais referências à dissertação de mestrado de RODRIGUES (2013) e o livro de Georges Ifrah (2005), na qual é feito uma contextualização histórica a respeito dos principais Sistemas de Numeração utilizados por grandes civilizações no passado. Também se discorre sobre as principais propriedades dos Sistemas Posicionais bem como as vantagens desse em relação aos demais sistemas. São abordadas ainda as experiências da autora e de outros bolsistas atuantes no projeto nos anos de 2015 a 2018 no que diz respeito à aplicação desta com alunos do 9º ano do ensino fundamental e 1ª série do ensino médio de escolas públicas da cidade de Santarém-PA, experiências estas registradas nos relatos dos bolsistas que atuaram na atividade durante os anos nos quais a mesma foi aplicada no âmbito do projeto Clubes de Matemática. Por fim, a autora destaca a importância do fomento de projetos que visem à prática docente desde os primeiros anos da academia.

Palavras-chave: Sistemas de Numeração. PIBID. Prática docente.

ABSTRACT

This paper aims to present and systematize the records of the activity entitled Numbering Systems developed in the years 2015 to 2018 by PIBID fellows at the Laboratory of Mathematical Applications-Lapmat, at the Federal University of Western Pará-Ufopa. Having as main references the master dissertation of RODRIGUES (2013) and the book by Georges Ifrah (2005), in which is made a historical contextualization about the main Numbering Systems used by great civilizations in the past. It also discusses the main properties of Positional Systems as well as its advantages over other systems. The experiences of the author and other fellows active in the project from 2015 to 2018 are also discussed regarding its application with students of 9th grade of elementary school and 1st grade of public schools in the city of Santarém-PA. These experiences were recorded in the reports of the fellows who worked in the activity during the years in which it was applied under the Mathematics Clubs project. Finally, the author highlights the importance of fostering projects aimed at teaching practice since the early years of the academy.

Keywords: Numbering Systems. PIBID. Teaching Practice.

LISTAS DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Dentre todas as invenções da humanidade, os números, sem dúvida, são uma das mais fantásticas. Eles servem para descrever muitas situações do cotidiano, situações essas, que vão das páginas de um livro até os endereços das casas de uma rua. Para aqueles que estudam e/ou pretendem ensinar Matemática é imprescindível conhecê-los e compreendê-los. Os entendimentos acerca dos números contribuem para a compreensão do mundo.

Conhecer alguns dos principais sistemas de numeração antigos, compreender os motivos de realizarmos os agrupamentos na base decimal e discutir sobre os sistemas de numeração posicionais e suas vantagens, faz com que tenhamos clareza sobre o modo como realizamos as operações básicas, e mais, que tenhamos em mente que não necessariamente deveria ser dessa forma, poderíamos realizar os agrupamentos em qualquer base que desejássemos e ainda operar com os números sem maiores complicações, desde que preservássemos a característica posicional.

Dentro dessa perspectiva, é importante conhecer o que diz a Base Nacional Comum Curricular – BNCC a respeito das competências específicas para a área de Matemática, principalmente, em relação ao conteúdo que foi abordado nesse trabalho. Ela propõe cinco unidades temáticas interligadas, a fim de dirigir e estruturar as habilidades que os educandos devem desenvolver ao longo do seu ensino fundamental. São elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. O conteúdo Sistemas de Numeração está dentro da unidade temática Números. Resumidamente, essa unidade temática propõe como finalidade que o educando, no processo de construção da noção de número, desenvolva as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem. Especificamente, no conteúdo de Sistemas de Numeração espera-se que os alunos tenham também desenvolvido habilidades quanto "à leitura, escrita e ordenação de números naturais e números racionais por meio da identificação e compreensão de características do sistema de numeração decimal, sobretudo o valor posicional dos algarismos." (BRASIL, p. 267, 2017).

Nas atividades desenvolvidas pelo projeto, notou-se, até um certo momento, uma grande limitação quanto a realização de registros das atividades desenvolvidas nos Clubes de Matemática e, em momento posterior, quando se avançou na organização destes registros, quanto a qualidade dos mesmos, os quais mostraram-se bastante descritivos, apontando muito pouco para quais foram as dificuldades ou pontos positivos encontrados durante a condução das atividades. Dessa maneira, existe por parte dos bolsistas que acabam de ingressar nos Clubes de Matemática, dificuldades para entender e conhecer como se deram as atividades nos anos anteriores. Assim, o objetivo desse trabalho consiste em apresentar e sistematizar o registro de uma dessas atividades, aquela intitulada Sistemas de Numeração, desenvolvida entre os anos de 2015 e 2018 por bolsistas PIBID junto ao Laboratório de Aplicações Matemáticas-Lapmat, na Universidade Federal do Oeste do Pará-Ufopa. Para fundamentar as discussões acerca do conteúdo abordado foram utilizados como principais referências a dissertação de mestrado de RODRIGUES (2013) e o livro de Georges Ifrah (2005).

O trabalho está estruturado em três capítulos. No capítulo 1 são destacados os conceitos pertinentes acerca do conteúdo da atividade, discutindo o que caracteriza um sistema de numeração, bem como a diferença entre sistemas posicionais e não posicionais, em seguida descreve-se brevemente o contexto histórico a respeito dos principais Sistemas de Numeração utilizados por grandes civilizações no passado, destacando suas principais características. No capítulo 2, discute-se sobre os Sistemas Posicionais bem como sobre as vantagens deste em relação aos demais sistemas, dando ênfase às mudanças de base, inicialmente com uma ideia intuitiva e em seguida apresentando a formalidade matemática. O capítulo se encerra com exemplificação da efetuação de operações de soma e multiplicação em alguns sistemas posicionais. O último capítulo consiste na apresentação do Lapmat, espaço onde são desenvolvidas algumas ações, entre elas o projeto Clubes de Matemática. Em seguida é feita a descrição da condução da atividade de Sistemas de Numeração, destacando à importância do fomento de projetos que visem a prática docente desde os primeiros anos da academia. Na descrição são adotadas as experiências da autora e de outros bolsistas atuantes no projeto nos anos de 2015 a 2018 com alunos do 9º ano do ensino fundamental e 1ª série do ensino médio de escolas públicas da cidade de Santarém-PA, experiências estas registradas nos relatos dos bolsistas.

Esperamos que este registro sistematizado de uma das atividades dos Clubes de Matemática venha a contribuir para a divulgação das atividades realizadas por esse laboratório, em especial a tratada aqui, sobre os sistemas de numeração. Nutrimos a esperança de que tais registros sejam úteis e possam orientar a prática de futuros acadêmicos que venham a atuar no laboratório ou de professores desejosos de conhecer a atividade e incorporá-la em suas aulas.

1. PANORAMA A RESPEITO DOS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Conhecer a respeito do desenvolvimento histórico dos inúmeros Sistemas de Numeração é importante, pois possibilita ao professor adotar como recurso a contextualização através da história para embasar e fortalecer os argumentos de suas aulas, criando juntamente com o educando um ambiente promissor para a produção do conhecimento, dessa maneira, permitindo que o aluno reflita a respeito do conteúdo e por meio da reflexão gere questionamentos que fortaleçam a aquisição do conhecimento construído coletivamente.

Neste capítulo faremos inicialmente a apresentação de conceitos pertinentes a respeito de sistemas de numeração, e em seguida, de modo resumido, uma abordagem sobre os sistemas de numeração adotados por povos antigos, descrevendo como estavam estruturados seus sistemas e a maneira como representavam os números. O capítulo encerra com o sistema usado hoje mundialmente, o sistema de numeração indiano para que o leitor tome conhecimento da abrangência desse tipo de sistema, além de entender como os outros sistemas antigos não posicionais foram à inspiração para que chegássemos ao sistema usual.

1.1. CONCEITOS PERTINENTES DE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Na matemática é chamado de sistema de numeração todo e qualquer sistema de representação dos números. Tais sistemas estão alicerçados sobre a ideia de agrupamento. Esta afirmação pode ser exemplificada através do sistema de numeração que usamos, pois nele uma dezena é o agrupamento de 10 unidades, uma centena é o agrupamento de 10 dezenas, e assim por diante, ou seja, os agrupamentos consistem na reunião de grupos com uma determinada quantidade de elementos. A quantidade que determina o número de elementos, isto é, o valor que permite realizar os agrupamentos, é denominado base do sistema de numeração.

Diante disso, é correto afirmar que o sistema que utilizamos é o sistema de numeração decimal, pois a base escolhida para realizar os agrupamentos é 10, isto é, realizamos agrupamentos de dez em dez. O motivo para a adoção da base 10, de acordo IFRAH (1997, p. 85), é por conta de que "tendo a humanidade aprendido a contar com seus dez dedos, essa preferência quase geral pelos agrupamentos de dez foi comandada por este 'acidente da natureza' que é a anatomia de nossas mãos".

Porém, os sistemas de numeração não se restringem somente a base 10, é possível utilizar outros números para realizar agrupamentos, ou seja, podemos escolher outras bases.

Para entender melhor essa possibilidade, vejamos o exemplo de como seria em um sistema duodecimal: ao invés da base 10 utilizaríamos a base 12 e no lugar de dezenas e centenas, teríamos dúzias e grosas, sendo essa última representada por uma dúzia de dúzias, ou seja, 12 vezes 12 unidades, o que corresponde a 144 unidades.

Os sistemas de numeração têm outra característica importante, eles podem ser classificados em não posicionais ou posicionais, neste último a ordem em que os algarismos estão dispostos no numeral altera o valor do número por ele representado. Por exemplo, no sistema de numeração que utilizamos 34 e 43 representam números diferentes, simplesmente porque os algarismos 3 e 4 estão dispostos em posições diferentes, porém, mais adiante, veremos que isso não acontece para todos os sistemas de numeração.

Alguns povos que utilizaram sistemas de numeração não posicionais foram egípcios, romanos, gregos e chineses. Estes sistemas possuem algumas limitações:

> Em primeiro lugar, eles não nos permitem representar números de qualquer ordem de grandeza, de modo que, para que possamos representar números cada vez mais elevados temos sempre a necessidade de criar novos símbolos, e em segundo lugar, o que é mais grave, eles não nos permitem efetuar com facilidade as operações aritméticas. (RODRIGUES, p. 26, 2013).

Alguns dos povos que chegaram a desenvolver sistemas de numeração posicionais foram: os babilônicos, os chineses, os maias e os hindus. Os sistemas ditos posicionais representam o estágio final do desenvolvimento dos sistemas de numeração e recebem esse nome por serem "caracterizados pelo *princípio de posição*, segundo o qual os algarismos assumem valores relativos à posição que ocupam no numeral" (RODRIGUES, p. 27, 2013).

A partir de agora, vamos apresentar, de modo resumido, como estavam estruturados alguns dos sistemas de numeração utilizados por grandes civilizações no passado, começando por sistemas não posicionais e em seguida os posicionais.

1.2. SISTEMA DE NUMERAÇÃO HIEROGLÍFICO EGÍPCIO

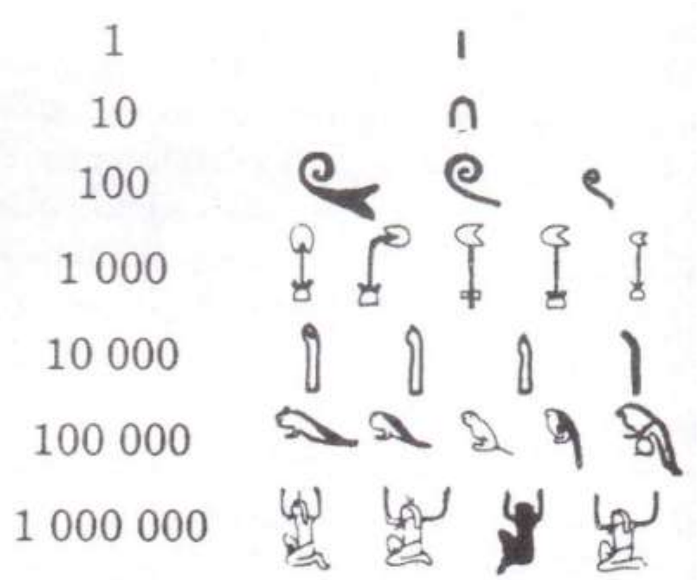
Esse sistema de numeração era decimal, os egípcios atribuíam símbolos, chamados de hieróglifos, para representar as potências de dez, que iam de um até um milhão. De acordo com IFRAH:

> O algarismo para a unidade é um pequeno traço vertical. O da dezena é um signo em forma de asa, parecido com uma ferradura, disposto como uma espécie de "U" maiúsculo invertido. A centena é representada por uma espiral

> mais ou menos enrolada, como a que podemos fazer com uma corda. O milhão é figurado por uma flor de lótus com seu caule, a dezena de um milhar, pelo desenho de um dedo erguido ligeiramente inclinado, a centena de milhar, por uma rã ou um girino de rabo bem caído, e o milhão, por um homem ajoelhado erguendo os braços para o céu. (2005, p. 154).

Para melhor compreendermos a citação de Georges Ifrah, vejamos a Figura 1. É importante destacar também que os hieróglifos egípcios eram quase todos retirados da fauna e da flora do Nilo.

Figura 1: Algarismos hieroglíficos egípcios.



Fonte: IFRAH, 2005. p 158.

No entanto, para representar outros números os egípcios faziam agrupamentos desses algarismos, limitando-se a repetirem o algarismo de cada classe decimal o número de vezes que fosse necessário, a partir do algarismo da mais alta potência de 10. Iniciavam com as unidades da maior ordem decimal, em seguida as de ordem inferior, e assim por diante até as unidades simples.

1.3. SISTEMA DE NUMERAÇÃO ROMANO

O sistema de numeração romano também é decimal, contudo, tem uma base auxiliar de valor igual a cinco, dessa maneira, diminui o exagero da repetição de símbolos e torna os numerais nele representados menores que no sistema anterior.

Os algarismos romanos, não permitiam efetuar operações aritméticas com facilidade, mas sim, fazer abreviações para anotar e reter os números. Tal fato fazia com que os contadores romanos sempre recorressem a ábacos de fichas para efetuar os cálculos.

A representação dos números nesse sistema faz uso de algumas letras do alfabeto latino, as letras I, V, X, L, C, D e M, as quais valem, respectivamente, 1, 5, 10, 50, 100, 500 e 1000.

Além das letras do alfabeto latino, os romanos utilizavam o princípio subtrativo, conforme:

> [...] segundo o qual dois algarismos colocados em ordem crescente de valor (lendo da esquerda para a direita) devem ser encarados como um único símbolo representando a diferença do maior pelo menor. Assim, na Roma antiga era possível encontrar, por exemplo, representações do tipo M**LXXXX**VIII ao lado de M**XC**VIII (1000 + **(100 – 10)** + 5 + 1 + 1 + 1) para representar o número 1098. (RODRIGUES, p. 25, 2013).

1.4. SISTEMA DE NUMERAÇÃO GREGO

O sistema originado pelos gregos consiste em um sistema de numeração no qual os números poderiam ser escritos de forma bastante concisa. O sistema desenvolvido utilizava as 24 letras do alfabeto grego e outros três símbolos obsoletos ϛ (stigma), ϙ (koppa) e ϡ (sampi), atribuindo a cada um deles um valor, como mostra a Figura 2.

Figura 2: Representação dos numerais no alfabeto Grego.

α (alfa)	1	*ι* (iota)	10	*ρ* (rô)	100
β (beta)	2	*κ* (capa)	20	*σ* (sigma)	200
γ (gama)	3	*λ* (lambda)	30	*τ* (tau)	300
δ (delta)	4	*μ* (mi)	40	*υ* (ipsilon)	400
ε (epsílon)	5	*ν* (ni)	50	*ϕ* (fi)	500
ϛ **(stigma)**	6	*ξ* (csi)	60	*χ* (xi)	600
ζ (zeta)	7	*ο* (ômicron)	70	*ψ* (psi)	700
η (eta)	8	*π* (pi)	80	*ω* (ômega)	800
θ (teta)	9	ϙ **(koppa)**	90	ϡ **(sampi)**	900

Fonte: RODRIGUES, Aroldo Eduardo Athias. Sistemas de numeração: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino. – Santarém, 2013, p. 25.

Observando a Figura 2 notamos que as oito primeiras letras representam as unidades simples, entre elas foi intercalado o *stigma* para representar o número 6. A segunda classe, destaca as dezenas, com oito letras e mais o *koppa* associado ao valor 90. Por último, a classe das centenas, também com oito letras e mais o signo *sampi* para representar o número 900.

Para obter os números intermediários, os gregos usaram adição, fazendo justaposição das letras numerais das diferentes ordens de unidades.

Para os números de 21 a 29, por exemplo, foi usada a letra *capa* (κ) que representa o número 20, sendo colocadas à sua direita as letras representativas das unidades de 1 a 9:

$$\begin{array}{cc} \kappa\boldsymbol{\alpha} & \kappa\boldsymbol{\beta} \\ \mathbf{21} & \mathbf{22} \end{array}$$

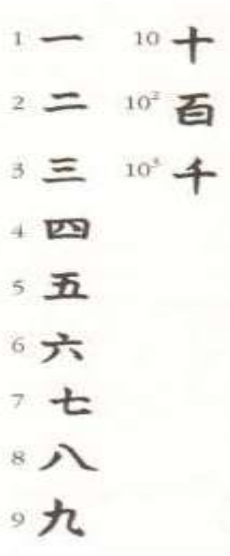
“Este sistema é denominado, por razões óbvias, sistema de numeração grego alfabético. Nele, um número como 704 poderia ser representado simplesmente por $\boldsymbol{\psi\delta}$, portanto, de maneira bastante compacta”. (RODRIGUES, 2013).

Todos os sistemas apresentados até esse momento utilizavam o princípio da adição, ou seja, os numerais eram obtidos a partir da soma dos valores atribuídos a cada um de seus algarismos, contudo, esse recurso era muito limitado tanto na escrita como na realização de operações aritméticas.

1.5. SISTEMA DE NUMERAÇÃO TRADICIONAL CHINÊS

Os chineses recorreram a uma regra numeral inteiramente diferente das apresentadas anteriormente, uma representação do tipo híbrida, isto é, a reunião de dois princípios o aditivo e o multiplicativo. Há mais de três mil anos eles forjaram uma numeração escrita que é utilizada até hoje e que compreende treze signos fundamentais, cujo grafismo, naturalmente, sofreu variações ao longo do tempo e cujo traçado mais simples e mais comum empregado atualmente é o apresentado na Figura 3:

Figura 3: Algarismos do sistema tradicional chinês.



Fonte: EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. São Paulo: Editora da Unicamp, 2004, p 34.

De acordo com RODRIGUES (2013), nesse tipo de sistema os algarismos representam um número de 1 a 9 e as potências que vão de 10 até dez mil. A escrita desse sistema acontecia em lâminas de bambu de modo vertical, isso se deve pela ausência de papel. Para evidenciar a última informação tomemos o número 3648, este é igual a $3\times 1000+ 6 \times 100+ 4 \times 10+ 8$, em seguida veja a Figura 4 do numeral de acordo com o sistema tradicional chinês.

Figura 4: Representação do número 3648.

Fonte: EVES, 2004, p 34 (Adaptado).

1.6. SISTEMA DE NUMERAÇÃO POSICIONAL CHINÊS

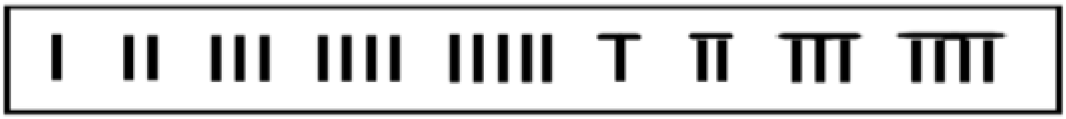
Nessa seção começaremos a descrever os sistemas de numeração posicionais, a começar pelo sistema de numeração posicional chinês.

O sistema de numeração posicional chinês era decimal, porém, atribuía uma representação ideográfica às nove unidades simples, ou seja, trazem a mente os números que representam. De acordo com IFRAH:

> As cinco primeiras unidades eram figuradas por uma quantidade correspondente de traços verticais justapostos, o número 6 por um traço horizontal com uma barra vertical superposta no meio e as três últimas unidades pondo-se ao lado desta última barra duas ou três barras verticais suplementares. (2005, p. 239).

Para entender o que Georges Ifrah afirma acima, vejamos a Figura 5, que representa a descrição das nove unidades simples do sistema de numeração posicional chinês, isto é, da esquerda para a direita temos os algarismos de 1 a 9.

Figura 5: Primeiro grupo de algarismos do sistema de numeração posicional chinês.



Fonte: Autora (2019).

Os números compostos de duas ou mais ordens eram representados segundo o princípio de posição, no entanto:

> A desvantagem desse tipo de representação dos algarismos reside no surgimento de possíveis ambiguidades. Observe, por exemplo, o numeral . O número representado por ele é 3, 12 ou 21? (RODRIGUES, p. 28, 2013).

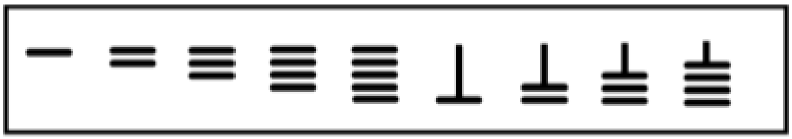
Pensando em como contornar as ambiguidades que a primeira notação podia originar, os chineses introduziram uma segunda notação para as unidades simples, porém agora com barras horizontais. Vejamos o que diz IFRAH:

> Assim, as cinco primeiras unidades passaram a ser figuradas pela mesma quantidade de barras horizontais superpostas, o número 6 por uma barra vertical em cima de uma barra horizontal, e as três últimas unidades colocando

> abaixo do traço vertical duas, três ou quatro barras horizontais. (2005, p. 240).

Vejamos na Figura 6 a segunda notação para o sistema de numeração posicional chinês, da esquerda para a direita, representa os algarismos de 1 a 9:

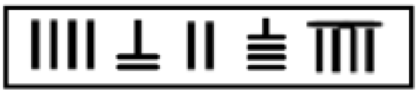
Figura 6: Segundo grupo de algarismos do sistema de numeração posicional chinês.



Fonte: Autora (2019).

Para diferenciar as diversas ordens de unidades, os chineses alternaram os algarismos da primeira notação com os da segunda. Assim, aqueles que ocupavam a casa das unidades de posições ímpares, ou seja, as unidades simples, centenas, dezenas de milhar, milhões etc., foram expressas por meio dos algarismos escritos na vertical (primeira notação) e as que ocupavam a casa das unidades de posições pares, nesse caso, as dezenas, milhares, centenas de milhar, dezenas de milhões etc. foram expressos com ajuda dos algarismos escritos na horizontal (segunda notação). Para exemplificar, tomemos como exemplo o numeral 47299, veja a representação na Figura 7:

Figura 7: Representação do numeral 47299.



Fonte: Autora (2019).

A união das duas notações possibilitou que nesse sistema de numeração não houvesse mais as problemáticas em relação à escrita e leitura dos numerais, no entanto, vale ressaltar que mesmo havendo duas notações, o zero ainda não havia sido incorporado nesse tipo de sistema, logo ambiguidades ainda poderiam existir.

1.7. SISTEMA DE NUMERAÇÃO MAIA

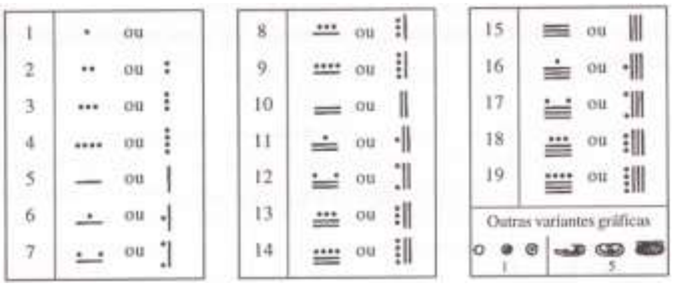
O sistema de numeração maia estava fundado na base vigesimal munido de um zero. Assim como o sistema de numeração posicional chinês, sua representação era por meio de ideogramas.

Sobretudo, é importante destacar que, o sistema de numeração maia era um sistema não posicional quinário (base cinco) na representação dos números de 1 a 19, passando a ser vigesimal e posicional a partir daí. Essa afirmação é mais bem detalhada por IFRAH, segundo ele:

> Até o número dezenove, as unidades de primeira ordem desta numeração vigesimal eram representadas por símbolos bem simples: pontos e traços. De um a quatro pontos para as quatro primeiras unidades, um traço horizontal ou vertical para o 5; um, dois, três ou quatro pontos ao lado ou acima do traço para os números de 6 a 9; dois traços para 10; e assim por diante. (2005, p. 245).

Na Figura 8 é possível observar as ilustrações de acordo com a descrição feita por Georges Ifrah em relação aos algarismos da civilização maia:

Figura 8: Algarismos da civilização maia.



Fonte: IFRAH, Georges. História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 1. p 639.

Como já citado, o sistema de numeração maia era munido do zero, contudo, o sistema apresentava muitas variações na representação deste número, a maioria delas similares a uma concha ou uma casinha de caracol. A Figura 9 mostra as variações do zero.

Figura 9: Diferentes formas sob as quais os maias representavam o glifo “zero”.

Fonte: IFRAH, Georges. Os números: a história de uma grande invenção. 11. ed. São Paulo: Globo, 2005. p 253.

É importante comentar o fato de que assim como no sistema posicional chinês, no sistema maia era possível também ocorrer ambiguidades quanto a escrita dos números, pois os algarismos eram ideogramas. No entanto, os maias pensaram em algo semelhante ao processo utilizado pelos chineses para contornar a situação, eles também alternaram os traços nas posições horizontais e verticais.

1.8. SISTEMA DE NUMERAÇÃO MESOPOTÂMICO

Os povos da região da Mesopotâmia tinham seu sistema posicional fundado na base sexagesimal, ou seja, os agrupamentos eram realizados de 60 em 60, o motivo de uma base de valor tão elevado, talvez nunca seja esclarecido.

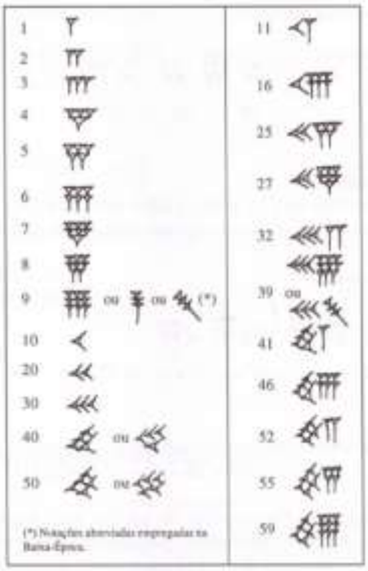
No entanto, sabendo das possíveis dificuldades que o homem teria, principalmente com a memorização da tabuada, isto devido seu agrupamento acontecer em uma base de valor alto os mesopotâmicos dispusera de um método para contornar essa situação. De acordo com IFRAH:

> Esta numeração utilizava propriamente dois algarismos: um “cravo” vertical representando a unidade e uma “asna” associada ao número 10 (signos cuja grafia é denominada “cuneiforme” em virtude de seu aspecto em forma de “cunhas” e de “cravos”).
> Os números de 1 a 59 eram representados de modo aditivo, repetindo cada um desses dois signos tantas vezes quantas fosse necessário. (2005, p. 232).

Assim como os chineses e os maias que encontraram uma solução para as ambiguidades que seus sistemas apresentavam, com os mesopotâmicos não foi diferente, eles encontraram também uma solução para resolver o problema quanto a memorização dos seus algarismos, como já observamos anteriormente. Nesse caso o sistema era decimal.

De acordo com Ifrah os símbolos eram um “cravo”  e uma “asna” , estes representavam respectivamente, unidade e dezena, e as suas escritas eram feitos por meio de marcas em tabletes de argila. A Figura 10 fornece as representações de alguns dos números de 1 a 59 no sistema mesopotâmico.

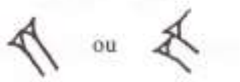
Figura 10: Representação de alguns números menores que 60 no sistema mesopotâmico.



Fonte: IFRAH, Georges. História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 1. p 297.

Assim, diante de um sistema de numeração com uma base tão elevada, é importante mencionar que o sistema mesopotâmico, a partir de 60, era posicional. Por volta do século III a.C., foram inseridos no sistema símbolos para representar o vazio, foi nesse momento que surgiu o primeiro zero da história. A Figura 11 representa os zeros utilizados pelos mesopotâmicos:

Figura 11: Representações do número zero utilizadas pelos sábios mesopotâmicos.



Fonte: IFRAH, Georges. História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 1. p 297.

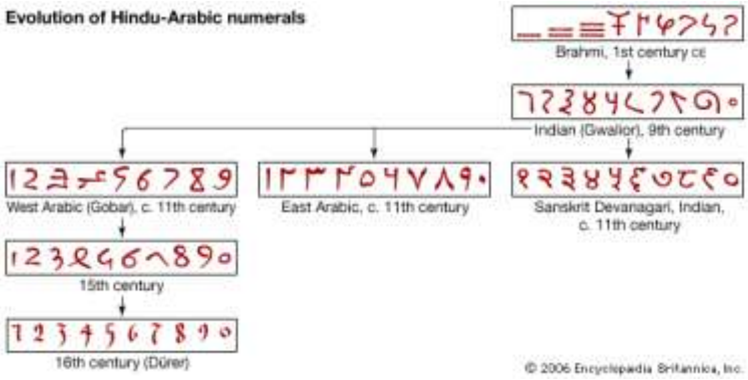
Embora nosso sistema seja decimal, e é evidente isso, principalmente nas operações que realizamos, utilizamos sem perceber o sistema mesopotâmico em nosso cotidiano em algumas situações, é possível encontrá-los, por exemplo, na contagem do tempo ou na medição de ângulos.

1.9. ORIGEM DOS NUMERAIS INDIANOS

Por volta do século V da era cristã, no norte da Índia, nascia o ancestral de nosso sistema moderno, sendo estabelecidas as bases do cálculo escrito tal como é praticado até hoje.

Os indianos, sem dúvida, nos presentearam com um belo sistema de numeração, decimal e posicional, contendo 10 algarismos, incluindo o zero, os quais conhecemos e usamos diariamente: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Esses algarismos, cujo formato sofreu variações com o tempo (veja a Figura 12), chegaram à Europa através dos árabes. Que percebendo as vantagens que o sistema apresentava, passaram a usá-los no final do século VIII.

Figura 12: Representação da evolução dos algarismos indo-arábicos.



Fonte: <http://www.britannica.com/EBchecked/media/85041/Evolution-of-Hindu-Arabic-numerals>.

Os europeus tomaram conhecimento do sistema de numeração desenvolvido pelos hindus através das relações comerciais que estabeleciam com os árabes. Assim, esse sistema de numeração passou a ser usado no continente europeu e teve seu uso difundido pelo restante do mundo.

Com esta breve descrição de como o sistema de numeração posicional decimal chegou até nós encerramos este capítulo, no qual procuramos apresentar de maneira rápida os principais sistemas de numeração antigos, cuja observação permite que nos aprofundemos na compreensão do SNPD, difundido por toda a parte do mundo contemporâneo e dotado de incríveis potencialidades na representação dos números e na realização dos cálculos.

2. SISTEMAS POSICIONAIS

Neste capítulo trataremos dos sistemas posicionais e das vantagens que estes têm em relação aos demais sistemas. Refletiremos sobre as características do SNPD que advém do fato de este ser decimal, variando o valor da base enquanto preservamos sua característica posicional.

Vamos abordar também como realizar as conversões da base decimal para outras bases e vice-versa, e mostrar como realizar as operações de soma e multiplicação em diferentes bases, para que o leitor tome conhecimento da dimensão do conteúdo que foi inspiração para realizar a atividade que descreveremos no próximo capítulo.

Para representar os números no que tange a escrita qualquer sistema de numeração utilizado seria útil, no entanto, o problema não consiste apenas em representação, com o desenvolvimento da humanidade e a necessidade cada vez maior de efetuar cálculos complexos, o homem precisou abandonar primeiro a dependência das mãos, estas sendo sua principal máquina de contagem, as circunstâncias levaram ainda o homem a recorrer ao uso de ferramentas mais eficientes, surge então, o ábaco. O ábaco passa a ser a ferramenta que vai melhorar o processo de contagem. Logo, quando havia a necessidade de contar valores grandes, o homem utilizava a seguinte técnica:

> [...] ia colocando pedras num pequeno monte e quando esse chegava até dez pedras, colocava-se uma pedra num segundo monte e tirava-se todas as pedras do primeiro monte. Quando o segundo chegava a dez, colocava-se uma pedra num terceiro monte e se retirava todas as pedras do segundo monte e assim por diante. (MIYASCHITA, p. 6, 2002).

A partir do mecanismo do ábaco podemos falar a respeito dos sistemas de numeração posicionais, que representaram uma grande evolução no processo de cálculos. No ábaco, cada conta em uma haste possui o valor de 10 (quando utilizamos o sistema decimal, mas no quinário o valor seria 5 e no duodecimal 12, por exemplo) contas da haste imediatamente ao lado (da direita ou da esquerda, dependendo da convenção adotada, ou ainda de baixo ou de cima, dependendo da forma como você estiver segurando o ábaco). Tomemos, por exemplo, o numeral 222. Nele, cada algarismo tem dez vezes o valor do que está a sua direita. Logo, da direita para a esquerda, o primeiro 2 vale dois, o segundo 2 vale vinte e o terceiro 2 vale duzentos. Temos, portanto, $222 = 200 + 20 + 2$. Assim funcionam os sistemas posicionais, ficando óbvio, neste exemplo, os motivos pelos quais esse tipo de sistema é dito posicional, pois um mesmo algarismo, assumiu vários valores apenas pela mudança na posição que ocupava.

No entanto, nem todos os sistemas possuem essa característica. Aqueles que não a possuem não são posicionais. Como exemplo, podemos pegar o sistema de numeração romano. Este era decimal, mas tinha a base 5 como auxiliar, para representar os números este sistema adotava duas regras: se um símbolo for escrito antes de um outro de maior valor, ele subtrai do valor do outro a quantidade que representa; no entanto, se for escrito depois de um símbolo que representa um valor maior ou igual, ele soma seu valor ao valor do outro. Tais regras constituem, respectivamente, os princípios subtrativo e aditivo.

2.1. MUDANÇA DE BASE

A partir de agora, vamos entender como podemos converter números expressos na base dez para outras bases e o contrário. Vimos que em um sistema posicional há variação no valor de um algarismo dependendo da posição ocupada por cada algarismo. No sistema de numeração decimal, o número 234, representa 4 unidades, 3 dezenas e 2 centenas, ou seja, 234 nada mais é do que uma abreviação da expressão $2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0$. Podemos assim dizer que, genericamente, o número da forma $a_n\, a_{n-1}\, a_{n-2} \ldots a_2 a_1 a_0$, no sistema de numeração decimal, representa o número:

$$a_n 10^n + a_{n-1}\, 10^{n-1} + a_{n-2} 10^{n-2} + \cdots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

Contudo, a base numérica não precisa necessariamente ser a 10, podemos tomar qualquer número inteiro maior do que 1 como base de um sistema de numeração. Para que possamos entender a respeito dos sistemas posicionais, vamos adotar o que chamamos de diagrama de estrelas.

Apenas observando a Figura 13 não é possível dizer a quantidade de estrelas, no entanto, ao fazer uma contagem simples podemos afirmar que há 48 estrelas, mas ainda assim, onde estão os algarismos 4 e 8? Como foi possível representar a quantidade por meio desses algarismos sem que haja vestígio algum da quantidade que eles representam?

Exemplo:

Figura 13: Diagramas de estrelas.

Fonte: Autora (2019).

A Figura 14 evidencia as respostas dos questionamentos, no entanto, para que os alunos tenham clareza da maneira como foi organizado as estrelas, recomendamos ao professor usar um material concreto, que permita a visualização dos grupos sendo formados, só então depois que tiver certeza que os alunos entenderam o procedimento, pode apresentar formalmente o recurso matemático que permite a organização dos grupos.

Figura 14: Diagrama de estrelas tomados de 10 em 10.

Fonte: Autora (2019).

Na Figura 14 há 48 estrelas, porém, organizadas de dez em dez, esse é o motivo de temos escolhido os algarismos 4 e 8, 4 para as dezenas, pois há quatro grupos de 10 estrelas e o número 8 para as unidades. Usamos aqui, uma maneira ilustrativa para mostrar como representamos os números na base 10, no entanto, formalmente $48 = 40 + 8 = 4 \times 10 + 8 \times 1 = 4 \times 10^1 + 8 \times 10^0$.

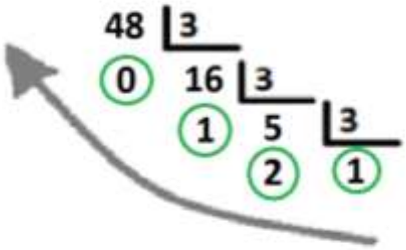
Vejamos mais um exemplo utilizando a Figura 13, das 48 estrelas, no entanto, sem fazer os agrupamentos como fizemos na Figura 14. Vamos utilizar um recurso prático que facilita o processo, chama-se método das sucessivas divisões que consiste em:

> [...] efetuar a divisão inteira do número dado na base dez pela base *b* do novo sistema de numeração; tomar o quociente da divisão e dividi-lo também por *b*, repetindo este processo até que o quociente obtido torne-se menor do que *b*; feito isto, tomam-se o último quociente e os restos obtidos em cada uma das divisões, escrevendo-os, da esquerda para a direita, na ordem inversa de seu aparecimento ao longo do processo. (RODRIGUES, p. 50, 2013).

Contudo, caso o leitor queira aprofunda-se no conteúdo e entender a justificativa de tal procedimento, recomendamos buscar nas referências bibliográficas por RODRIGUES (2013) e ler a seção 2.2.2 de sua tese de mestrado.

Queremos representar o número 48 na base 3, então vamos dividir esse o número sucessivas vezes por 3 até que o quociente se torne menor que a base escolhida. Em outras palavras, o método consiste em tomar o valor na base dez e dividir inúmeras vezes por uma base escolhida, até o quociente ser menor que a base utilizada, o numeral na nova base que representa o valor na base decimal, será, portanto, o último quociente mais os restos das divisões escritas de baixo para cima. Veja a Figura 15:

Figura 15: Representação da divisão sucessiva de 48 na base 3.



Fonte: Autora (2019).

Dessa maneira, concluímos por meio do método utilizado que o numeral 48 na base 3 é 1210. É importante afirmar que não lemos o numeral como aprendemos com a sua representação na base dez, isto é, "mil duzentos e dez", como o numeral está expresso em outra base, assim, apenas dizemos os numerais na ordem que aparecem "um dois um zero".

Para evidenciar a base utilizada na representação do número, devemos escrever o numeral obtido da seguinte maneira $48 = 1210_3$. Por outro lado, para termos certeza de que esse numeral é de fato 48 tomando de 3 em 3, expandimos ele em potências de 3, como já fizemos anteriormente com as potências de 10. Logo, 1210_3 é:

$$\begin{gathered} 1 \times 3^3 + 2 \times 3^2 + 1 \times 3^1 + 0 \times 3^0 \\ = 1 \times 27 + 2 \times 9 + 1 \times 3 + 0 \times 1 \\ = 27 + 18 + 3 + 0 \\ = 48 \end{gathered}$$

O procedimento adotado acima é a maneira de converter números expressos em outras bases para a base 10.

2.2. SOMA E MULTIPLICAÇÃO NAS DIFERENTES BASES NUMÉRICAS

A Figura 16 exibe uma mesma soma representada nos sistemas posicional decimal e romano. Realizar a operação de adição no sistema decimal é simples, agora observe e tente imaginar como realizar a mesma soma utilizando o sistema de numeração romano. O sistema posicional tem como uma de suas grandes vantagens sua adequação ao cálculo no papel. Se uma simples adição já causa grandes transtornos, tente imaginar-se efetuando uma multiplicação no sistema romano.

Figura 16: Adição de algarismos nos sistemas decimal e romano.

$$\begin{array}{r} 1432 \\ + \underline{2468} \\ 3900 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} \quad\mathrm{MCDXXXII} \\ + \underline{\mathrm{MMCDLXVIII}} \\ \quad\mathrm{MMMCM} \end{array}$$

Fonte: MIYASCHITA, 2002.

A partir de agora, vamos apresentar o funcionamento das operações de soma e multiplicação em alguns sistemas posicionais, a iniciar pelo sistema decimal. Contudo, não vamos abordar muitos exemplos de sistemas, devido esse não ser o foco do trabalho.

O sistema decimal realiza seus agrupamentos com a base numérica dez, tendo, portanto, dez dígitos distintos para representar os algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, todos em ordem crescente de valor, vejamos na Figura 17 como se ficam as tabuadas de adição e multiplicação nesse sistema:

Figura 17: Tabuadas de adição e multiplicação no sistema de numeração decimal.

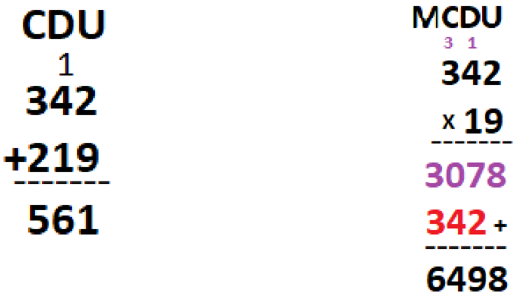
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Fonte: Autora (2019).

Vejamos os exemplos a seguir de como é efetuar as operações de soma e multiplicação nesse sistema:

Figura 18: Exemplos de operações no Sistema Decimal.



Fonte: Autora (2019).

Nesses exemplos, fica evidente o motivo de realizarmos as operações da direta para a esquerda, na soma de 342 + 219, primeiro somamos as unidades, 2 unidades mais 9 unidades é igual a 11 unidades, perceba que 11 unidades excede o valor da base, e mais 11 unidades = 1 dezena + 1 unidade, podemos, portanto, colocar a dezena excedente para a próxima casa a esquerda, isto é, na casa das dezenas, deixando apenas 1 unidade na casa das unidades. Sem perceber acabamos dando uma regra fundamental dos sistemas posicionais, um algarismo nunca pode exceder ou ter seu valor igual ao da base do sistema de numeração. (RODRIGUES, 2013).

Ao realizarmos os cálculos no sentido contrário da escrita economizamos papel e tempo, mas esse não é o motivo de realizarmos os cálculos ao contrário, segundo RODRIGUES (2013) se realizarmos as contas da esquerda para a direita, seguindo o sentido da escrita, não saberemos ainda se haverá ou não excedente nos cálculos que estão por vir.

O mesmo acontece na multiplicação, essa operação nada mais é do que a soma de uma parcela n vezes, usando o produto das unidades do exemplo dado, 9 x 2, isso é o mesmo que 9 + 9, contudo, é mais fácil memorizarmos a tabuada de multiplicação de 2 ou do 9, do que somar ele n vezes. Quando realizamos uma multiplicação com uma certa quantidade de algarismos, colocamos unidade embaixo de unidade, dezena em baixo de dezena, etc. Como já vimos, começamos da direta para a esquerda, primeiro fazemos o produto das unidades do segundo fator por todos os algarismos do primeiro fator, em seguida vamos para as dezenas, até concluir todos os algarismos do segundo fator, por fim, efetuamos a soma, como já foi citado anteriormente.

O sistema de numeração binário, é aquele que tem como base o número 2. Seus algarismos são 0 e 1, esse sistema é utilizado no ramo da informática e a linguagem dos computadores é expressa por meio dele, representando cada algarismo um bit.

Vejamos a Figura 18 que expressa as tabuadas de adição e multiplicação desse sistema.

Figura 19: Tabuadas de adição e multiplicação no sistema de numeração binária.

+	0	1
0	0	1
1	1	10

x	0	1
0	0	0
1	0	1

Fonte: Autora (2019).

As operações são semelhantes ao sistema decimal, o algarismo não pode exceder o valor da base ou ter seu valor igual a base do sistema de numeração, nesse caso não pode exceder 2 ou ser igual a 2. Vejamos um exemplo de adição e outro de multiplicação efetuadas no sistema binário:

Figura 20: Exemplos de operações no Sistema Binário.

```
 1111
10101110
 +110101
---------------
11100011
```

```
    110110
    x  101
  ---------------
   1
    110110
  1
   000000
 1
  110110   +
-------------------
100001110
```

Fonte: Autora (2019).

Nas operações representadas na Figura 20, o procedimento adotado é semelhante ao utilizado nas operações realizadas no sistema decimal. Vamos começar pela adição, realizando os cálculos da direita para a esquerda: 1ª ordem: 0 + 1 = 1; 2ª ordem: 1 + 0 = 1; 3ª ordem: 1 + 1 = 10 (fica 0, vai 1), o procedimento continua na 6ª ordem: 1 + 1 = 10 com 1 excedente ficamos com 10 + 1 = 11. É possível obter os numerais correspondentes no sistema binário, fazendo o método das divisões sucessivas, por exemplo, $3 = 11_2, 4 = 100_2, 5 = 101_2$.

Na multiplicação da mesma maneira, efetuamos o produto do valor de primeira ordem do segundo fator por todos os valores do primeiro fator, semelhante ao que é feito no sistema decimal, concluído todos os produtos, é feito a soma com o procedimento que já descrevemos anteriormente.

O último sistema que vamos exemplificar é o sistema ternário, que utiliza a base de valor 3, possuindo apenas três algarismos distintos para representação dos seus numerais, são eles: 0, 1, 2. Vejamos a seguir as tabuadas de soma e multiplicação desse sistema:

Figura 21: Tabuadas de adição e multiplicação no sistema de numeração ternário.

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	10
2	2	10	11

X	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	11

Fonte: Autora (2019).

A seguir vamos observar os exemplos contendo adição e multiplicação e fazer as considerações pertinentes, uma vez que o procedimento adotado é o mesmo que já vimos nos sistemas decimal e binário e qualquer outro que desejarmos inserir aqui.

Figura 22: Exemplos de operações no Sistema Ternário.

```
  1 1
  2 0 1 2 1
 + 2 2 0 1
 ---------
1 0 0 0 2 2
```

```
    1 1
   2 0 1 2
     x 1 2
  ---------
  1 1 1 0 1
   2 0 1 2 +
  ----------
 1 0 1 2 2 1
```

Fonte: Autora (2019).

No exemplo da operação de soma, operamos normalmente nas 1ª e 2ª ordem, no entanto, observe que na 3º ordem 1 + 3 = 10, houve excedentes, logo é necessário levar o 1 para a casa a esquerda, continuamos a soma, seguindo o mesmo procedimento, até finalizar o cálculo.

No exemplo do cálculo de multiplicação, perceba que na 1ª ordem 2 x 2 = 11, vai o 1 excedente para a casa a esquerda, continuamos operando com o valor de 1ª ordem do segundo fator, até finalizarmos a multiplicação por todos os algarismos do primeiro fator. Em seguida, é feito o mesmo procedimento com o algarismo de 2ª ordem do segundo fator, por fim é feito a operação de soma, como já descrito no exemplo anterior.

Na próxima seção, será feita a apresentação do projeto no âmbito do qual foram desenvolvidas as atividades cujo conteúdo acabamos de mostrar. Nela o leitor conhecerá a forma como foi conduzida a atividade intitulada Sistemas de Numeração.

3. REGISTRO DA EXPERIÊNCIA NOS CLUBES

A universidade é fundamental na sociedade, tendo a grande responsabilidade pela busca do saber e do conhecimento. De acordo com Paiva e Taffarel (2001), “este é o lugar privilegiado da produção e intervenção do saber sistematizado, do exercício da reflexão, do debate e da crítica, não se esquecendo de seu papel junto à sociedade”. Assim, as atividades desenvolvidas por ela devem promover a produção científica e, sobretudo, fortalecer o vínculo com a sociedade, fazendo com que a comunidade externa se sinta parte desse ambiente.

Foi justamente com o intuito de aproximar a universidade da realidade da escola que surgiu o projeto dos Clubes de Matemática, que constitui hoje uma das ações promovidas pelo Laboratório de Aplicações Matemáticas (Lapmat) da Universidade Federal do Oeste do Pará – Ufopa. Este capítulo discorrerá sobre este projeto, descrevendo uma atividade desenvolvida no âmbito do mesmo e que se debruça sobre o tema dos sistemas de numeração. Nele mostramos como se desenvolveu a atividade de Sistemas de Numeração, situando primeiro o leitor a respeito do contexto em torno do qual foi desenvolvida esta atividade.

A metodologia adotada para a descrição da atividade consiste em pesquisa documental com uma análise qualitativa e participativa, ancorada em um relatório avaliativo da atividade (anexo D), onde contém as experiências dos bolsistas atuantes no projeto nos anos de 2015 a 2017, no qual a autora fez parte. A autora também adota como registro os relatos individuais escritos por bolsistas que participaram da atividade no ano de 2018.

3.1. CONTEXTO DA ATIVIDADE

Inicialmente vamos falar do Lapmat, que tem como objetivos não só contribuir para a melhoria da qualidade do ensino de Matemática, dentro de uma perspectiva de ensino que procura ser dinâmica e atrativa para os alunos das escolas públicas da região, como também contribuir com a formação dos discentes do curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física, que têm a oportunidade de entrar em contato, não apenas de forma teórica, mas também por meio da prática, com metodologias de ensino que diferem das tradicionalmente utilizadas.

Este laboratório foi criado no ano de 2011 e tem, desde então, desenvolvido inúmeras atividades como feiras de divulgação matemática, teatro de tangram com luz negra, ciclos de minicursos para acadêmicos do ensino superior, além de orientação em projetos de iniciação científica com alunos do Ensino Médio. Entretanto a principal ação desenvolvida pelo laboratório é o projeto dos Clubes de Matemática, o qual somente é possível graças à colaboração de vários acadêmicos da universidade. Embora alguns destes atuem como voluntários, que buscam o laboratório atrás da oportunidade de se desenvolverem academicamente, um maior e mais duradouro envolvimento destes acadêmicos com as atividades são viabilizado graças a bolsas para atuação no projeto.

A disponibilidade de bolsas é um incentivo para que os acadêmicos possam dedicar-se integralmente a sua formação. As atividades desenvolvidas contribuem para o enriquecimento do currículo e para a incorporação de práticas pedagógicas que posteriormente influenciarão estes indivíduos em sua atuação profissional. Essas atividades têm um grande potencial para a pesquisa em ensino e oportunizam pontos de ancoragem para que se iniciem algumas modificações, dentre elas, discussões acerca do desenho curricular dos cursos de licenciatura nos ambientes de graduação, já que as disciplinas teóricas, sozinhas, não são capazes de garantir que os alunos associem a teoria à prática, ensinando o graduando a ser professor, o que só ocorre por meio da prática, com as vivências na sala de aula. Segundo Nóvoa (1992), a mudança educacional depende dos professores e da sua formação, para que ocorra transformação das práticas pedagógicas na sala de aula.

Percebemos que nos cursos de graduação os acadêmicos estudam à teoria e quando fazem a disciplina de estágio colocam em “prática” o que aprenderam, no entanto, é notório o distanciamento entre as instituições de ensino superior e as escolas de educação básica, assim para que o aluno consiga ter domínio da prática faz necessário conhecer o ambiente e as dificuldades que precisam ser superadas, BACURY e MELO (2018) “salienta o fato de ter o conhecimento prévio da realidade nas escolas e das dificuldades de aprendizagem dos estudantes”. Por outro lado, os investimentos em políticas públicas que incentivam e possibilitam desde o início da formação acadêmica a atuação e o conhecimento do seu futuro local de trabalho pelos licenciandos, os quais passam a vislumbrar a pesquisa em ensino, ampliando as discussões dentro da universidade, catalisando, dessa maneira, modificações nos cursos para que estes se aproximem da realidade educacional vivenciada na escola.

Nos Clubes de Matemática, esse fomento é garantido hoje especialmente pelo Programa de Bolsas de Iniciação à Docência – Pibid, embora, em outros momentos, muitas bolsas tenham advindo de outras fontes, como, por exemplo, o Programa de Extensão Universitária – Proext e, em menor quantidade, de projetos de monitoria vinculados ao laboratório.

O Pibid é uma proposta que busca valorizar a formação inicial dos professores e tem como objetivos:

> [...] incentivar os jovens a reconhecerem a relevância social da carreira docente; promover a articulação teoria-prática e a integração entre escolas e instituições formadoras; e contribuir para elevar a qualidade dos cursos de formação de educadores e o desempenho das escolas nas avaliações nacionais e, consequentemente, seu IDEB (BRASIL, 2010).

O programa não só disponibiliza bolsas para os discentes e professores das universidades, mas também para os professores das escolas onde se dão as ações, denominados professores supervisores.

Com esse suporte, os professores supervisores nas escolas são inseridos dentro da articulação das atividades, estabelecendo uma parceria entre a instituição de educação superior e as escolas da educação básica.

Nesse contexto, Canário afirma que:

> [...] a prática profissional, no quadro da formação profissional inicial de professores, ganhará em ser entendida como uma tripla e interativa situação de formação que envolve, de forma simultânea, os alunos (futuros professores), os profissionais no terreno (professores cooperantes) e os professores da escola de formação (2001, p. 40).

Assim, podemos entender que a aprendizagem da docência é mais bem desenvolvida quando futuros professores têm a oportunidade de trabalhar com professores experientes, ganhando confiança para mediar os conteúdos da disciplina e assumir o controle da turma, nessa perspectiva, gerando um espaço de aprendizagem com os alunos envolvidos.

3.2 CLUBES DE MATEMÁTICA

Como já dito anteriormente o projeto Clubes de Matemática é uma das ações do Lapmat, este projeto foi primeiramente idealizado e coordenado pelos professores Hugo Alex Carneiro Diniz e Aldenize Ruela Xavier, incluindo desde sua criação até hoje a participação de professores da universidade (professores colaboradores), de professores das escolas públicas onde o projeto é desenvolvido (professores supervisores) e de acadêmicos da universidade (monitores), atendendo aos estudantes da educação básica (alunos).

A principal meta do projeto é a de criar um ambiente para o desenvolvimento de atividades educativas que constituam um espaço de aprendizagem, tanto para os alunos da educação básica, quanto para discentes da licenciatura e para aqueles que buscam um espaço propício para desenvolver-se academicamente. De acordo com os idealizadores do projeto este é um espaço que:

> [...] possibilita aos alunos a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino da Matemática, de forma dinâmica, participativa, criativa e atual, através do contato direto com os números dentro de um contexto social, político e econômico. (DINIZ e XAVIER, 2010 apud SANTOS e AGUIAR, 2014).

O projeto Clubes de Matemática já atuou em diversas escolas da rede pública em Santarém – PA. No início do projeto o público alvo eram alunos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental, divididos em níveis I (6º e 7º ano) e II (8º e 9º ano), e alunos da 1ª a 3ª série do ensino médio, nível III. As atividades eram desenvolvidas dentro de um contexto lúdico, a proposta era ensinar os alunos brincando, isto é, por meio de jogos como xadrez, dominós com operações aritméticas, jogos de raciocínio, entre outros. Sobre a utilização de jogos nas aulas de Matemática, Hiratsuka (2004, p. 183), afirma tratar-se de “um processo dinâmico no qual o aluno torna-se o agente dessa construção ao vivenciar situações, estabelecer conexões com o seu conhecimento prévio, perceber sentidos e construir significados”, facilitando assim a aprendizagem. Podemos dizer então que, inicialmente, entre os anos de 2011 a 2014, os Clubes de Matemática, tinham uma característica que chamaremos aqui de “modelo aberto”, na qual não haviam conteúdos preestabelecidos para serem trabalhados pelos monitores e nem uma turma fechada de alunos, já que estes eram convidados a participarem dos Clubes de Matemática e não obrigados a fazerem parte dele. O modelo aberto acabou sendo retomado mais recentemente, a partir do ano de 2019.

No período entre 2015 e 2018, os Clubes de Matemática migraram para um “modelo fechado”. Os coordenadores, juntamente com os bolsistas, começaram a idealizar um clube no qual as atividades fossem direcionadas para um público da mesma faixa etária. Os Clubes passaram a ser voltados inicialmente para alunos do 9º ano do ensino fundamental e depois também para alunos do 1º ano do ensino médio. Tal mudança ocorreu em função da necessidade de um melhor acompanhamento dos bolsistas no processo de articulação das atividades e pela suposição de que os alunos dessas séries já possuíam os pré-requisitos necessários para um trabalho envolvendo conteúdos mais avançados, o que se acreditava não ser possíveis com alunos do 6º ano, por exemplo. No modelo fechado às atividades dos Clubes de Matemática passaram então a ser sistematizadas, segundo as etapas seguintes: planejamento semanal, execução da atividade e socialização do encontro com os demais membros do projeto. O desenvolvimento das atividades é registrado por meio de relato das experiências vivenciadas nas escolas, o qual é produzido individualmente por cada bolsista. Esta prática foi mantida após a retomada do modelo aberto. No modelo fechado, em alguns casos, a participação dos alunos nas atividades era obrigatória. A atividade que será descrita na próxima seção se desenvolveu dentro do contexto do modelo fechado de Clubes de Matemática.

3.3. CONDUÇÃO DA ATIVIDADE

Como dito anteriormente, no modelo fechado de Clubes de Matemática, os temas a serem abordados eram predeterminados e poderiam se estender ao longo de vários encontros (que costumavam ser semanais e durar em torno de 1 hora e 30 minutos). Chamaremos de atividade a reunião de todos os encontros referentes a uma mesma temática. Uma das atividades que foi desenvolvida dentro do modelo fechado de Clubes de Matemática versava a respeito do tema dos sistemas de numeração e da representação dos números, tratado nos capítulos anteriores. Chamaremos esta atividade simplesmente de Atividade de Sistemas de Numeração. Ela é o foco deste trabalho e seu desenvolvimento será tratado ao longo desta seção.

A atividade de Sistemas de Numeração durante os anos de 2015 a 2017 seguiu o roteiro que consta no ANEXO A deste trabalho, tendo como auxílio a apresentação em *Power Point* cujos slides são exibidos no ANEXO B. No ano de 2018, a última vez que essa atividade aconteceu, ela estava estruturada em três momentos: um primeiro que, em linhas gerais, seguia o mesmo roteiro apresentado no ANEXO A e se servia da mesma apresentação do ANEXO B; um segundo, que apresentava os sistemas de numeração dentro de um contexto histórico, com o auxílio de uma apresentação cujos slides compõem o ANEXO C e um terceiro, no qual os alunos participavam de uma competição que consistia em fazer conversões da base decimal para outras bases e vice-versa.

Para a descrição do desenvolvimento da atividade de Sistemas de Numeração entre os anos de 2015 e 2017, utilizamos o relatório avaliativo geral (ANEXO D) produzido por uma monitora do Lapmat a partir dos relatos dos bolsistas que conduziram esta atividade. Quanto à descrição da atividade aplicada no ano de 2018, esta foi feita com base nos relatos individuais dos bolsistas, reunidos em uma turma virtual denominada Equipe Lapmat, criada no Google Sala de Aula que, segundo ARAUJO (2016, p. 34) trata-se de:

> [...] um objeto de aprendizagem que foi desenvolvido para auxiliar professores e escolas. Consiste num pacote gratuito com recursos como *Gmail*, *Google Drive* e *Documentos Google*. É uma ferramenta que permite a criação de grupos - turmas - para compartilhamento virtual de informações e documentos.

A atividade nos anos de 2015 a 2017 era estipulada para acontecer em dois encontros, cada encontro com dois tempos de aula (45 minutos cada), mais tarde, no ano de 2018 a atividade, como mencionado antes, passou a acontecer em três momentos, denominados: introdutório, intermediário e de fechamento. Cada um deles correspondente a um encontro com duração de 1 hora e 30 minutos.

Nos anos de 2015 a 2017 a atividade girava em torno dos seguintes objetivos, descritos no ANEXO A: diferenciar os conceitos de número, numeral e algarismo; perceber que existem outras possibilidades de representação dos numerais além do sistema decimal; ampliar a compreensão do sistema de numeração posicional decimal por meio da comparação entre o funcionamento deste e de outros sistemas posicionais; e, por último, compreender a maneira pela qual os números inteiros são representados em um sistema de numeração posicional. Os objetivos da atividade no ano de 2018 permaneceram os mesmos, porém houve o acréscimo de mais um que é o de: conhecer, por meio do processo histórico, como as civilizações antigas representavam seus números e efetuavam as operações básicas.

Nos Clubes de Matemática, entre os 2015 e 2017, antes do início da atividade principal prevista para o encontro, aplicava-se o "Cuca Legal" (ANEXO E), tratava-se de uma atividade impressa em onze edições:

> [...] dada a cada um dos alunos da escola básica com contas envolvendo as quatro operações, frações, radiciação e potenciação. Acompanha também problemas simples de desafios lógicos e dicas interessantes sobre alguns fatos e curiosidades matemáticas. O objetivo aqui é fazê-los (re)lembrar algoritmos, ferramentas e propriedades para se fazer cálculos aritméticos simples e tentar desvincular tais cálculos de mecanismos puramente memorizados como "decorar a tabuada". (RODRIGUES, CARVALHO E DINIZ, p. 94, 2016).

O tempo utilizado para a conclusão do Cuca Legal e em seguida para a correção no quadro durava, em média, de 10 a 15 minutos e, só após isso, adentrava-se na temática prevista para o encontro.

Detalharemos agora o desenvolvimento da atividade de Sistemas de Numeração enfatizando o ano de 2018, pois neste ano a atividade incorporou elementos que não estavam presentes nos anos anteriores sem deixar de contemplar os aspectos trabalhados de 2015 a 2017. Traremos considerações a respeito da condução da atividade, ressaltando o que foi observado nos relatos e discutir a fomentação de projetos que visam não só proporcionar a prática docente, mas, sobretudo, a reflexão sobre essa prática.

3.3.1. ENCONTRO INTRODUTÓRIO

A atividade de Sistemas de Numeração inicia-se com a apresentação da atividade de modo geral e dos objetivos que se desejam alcançar ao longo dos três encontros. Os alunos são instigados primeiramente a diferenciar os conceitos de número, numeral e algarismo. Um dos monitores do ano de 2018 fez a seguinte descrição em seu relato: "*Comecei indagando sobre o que seria: número, numeral e algarismo, apenas um aluno respondeu certo cada uma das perguntas*". Ainda dentro dessa temática, de acordo o relatório avaliativo geral nos anos de 2015 a 2017, os bolsistas afirmam em seus relatos, que os alunos arriscam em sua maioria os conceitos, porém sem muita segurança do que estão falando, eles entendem ser os três uma coisa só, quando na realidade eles estão interligados. Diante do que foi citado, percebemos o quanto os alunos fazem confusão com as três palavras. Parece inadmissível não saberem diferenciá-las, no entanto, é importante destacar que estamos trabalhando com jovens que possuem níveis diferentes de ensino, e para que a aprendizagem de fato aconteça, sugerimos que sejam trabalhados esses conceitos não de forma rigorosa, mas buscando aproveitar as noções intuitivas de cada aluno e a partir de exemplos construírem os conceitos, além disso, é necessário evidenciar com clareza que numerais representados com algarismos diferentes, ainda continuam sendo o mesmo número, como por exemplo, os numerais 10 e X.

Conhecidas as concepções dos alunos, os monitores começam a apresentar os conceitos (slide 4, ANEXO B), primeiro, número: a quantidade em si mesma, resultado de um processo de contagem ou de uma medição; numeral: a representação simbólica de um número, seja por meios sonoros, gráficos ou outra forma qualquer; e algarismo: cada um dos elementos constituintes da representação de um numeral grafado. Para reforçar esses conceitos, é utilizada a imagem (slide 5, ANEXO B) de um retângulo com a cor azul e a partir dele são estabelecidas relações com cada conceito apresentado anteriormente.

O retângulo com a cor azul representa o número, a ideia, o abstrato que surge na mente quando se ouve a palavra AZUL. A palavra AZUL representa o numeral, isto é, a representação simbólica da ideia e as letras espaçadas, os elementos constituintes que formam a palavra AZUL, que, nesta analogia, representam os algarismos.

A seguir era distribuído material concreto para os alunos (inicialmente palitos de picolé e ligas, mais tarde, em aplicações posteriores da atividade, as unidades do material dourado) e os monitores apresentavam a imagem de 49 maçãs dispersas (slide 5 do ANEXO B) e solicitado que os alunos identificassem onde estavam os algarismos 4 e 9. Os bolsistas dos anos de 2015 a 2017 afirmam em seus relatos que os alunos ficavam procurando na imagem projetada alguma relação com os numerais 4 e 9. Já no ano de 2018, os monitores descrevem em seus relatos que apenas um aluno chegou na resposta correta, "*no início os alunos não estavam muito atentos, até chegar no questionamento das maçãs, onde tinham 49 maçãs espalhadas no slide e foi perguntado onde estava o 4 e o 9. Depois de muito tempo só uma aluna soube responder*". A resposta esperada é a de que "há 4 dezenas e 9 unidades", em seguida é explicado aos alunos que tal resultado é obtido a partir da distribuição das maçãs em grupos com 10 unidades cada, totalizando assim 4 dezenas, ou seja, quatro grupos de dez maçãs e 9 unidades, as maçãs restantes que não formaram um grupo. Contudo, a resposta não é evidenciada imediatamente, mas somente na próxima imagem (slide 6, ANEXO B), após os alunos terem descoberto a resposta ou pensado a respeito da questão.

Não devemos deixar de observar as dificuldades que os alunos apresentam diante de questionamentos como o feito anteriormente, contudo destacamos que o interessante desse momento da atividade e que pode servir como objeto de estudo é que grande parte dos alunos não apresentam a resposta esperada logo de imediato, e isso não é algo ruim, no entanto, trazendo como reflexão para a prática docente. Devemos ter em mente que enquanto educadores é importante direcionar as linhas de raciocínio dos alunos, não desestimulados quando apresentarem uma resposta incorreta, mas usar os erros para caminharmos juntos até a resposta esperada ou para nos aproximarmos dela, dessa forma fazendo com que o aluno seja o protagonista da sua aprendizagem e não um mero receptor de informações. Por outro lado, é importante destacar que as turmas, principalmente as atendidas nos Clubes de Matemática, em sua maioria apresentam dificuldades, as problemáticas no ensino de matemática são de base, e isso é notado por meio de atividades como a que estamos apresentando aqui, deixando evidente que devemos cada vez mais trabalhar com os conteúdos de matemática numa abordagem conceitual e diferenciada.

Agora, explicitado o fato de que o numeral 49 é o resultado do agrupamento de 10 em 10, os alunos são questionados sobre os motivos que fazem com que agrupemos dessa maneira. A resposta esperada pelos monitores é a de que temos dez dedos nas mãos e esta escolha tem uma associação com a anatomia humana, tornando mais prático organizar as quantidades em dezenas. No entanto, vale ressaltar, essa pode não ser a única resposta correta, embora seja a melhor aceita nas literaturas. Segundo IFRAH:

> [...] a enumeração assim efetuada sem uma só palavra prova, consequentemente, que foram mesmo os dez dedos que impuseram ao homem a ideia de grupos por feixes de dez. É por esta razão que a base dez ocupa nas nossas numerações um lugar de certo modo inexpugnável. (2005, p. 54).

Por outro lado, não necessariamente precisaria ser assim, se a anatomia humana fosse a de seis dedos para cada mão, a maioria das numerações teria se fundamentado na base doze. Ou então, digamos que em cada mão o homem tivesse apenas quatro dedos, seria a base oito. Esses tipos de colocações, são feitas depois do questionamento de ser a base dez.

Retomando a descrição da atividade, os alunos começam a visualizar a representação dos números em outras bases, dessa vez utilizado o material concreto disponibilizado quando formaram os trios. É solicitado então que agrupem os 49 palitos de 8 em 8 (slide 8, ANEXO B), e em seguida perguntado que numeral a nova forma de agrupá-los sugere para representar o número 49. Espera-se que os alunos encontrem 6 grupos de 8 e fique sobrando 1 palito, gerando a resposta 61. Devemos evidenciar que a forma de ler o numeral encontrado não é “sessenta e um” e sim “seis um”, pois não estamos fazendo os agrupamentos na base decimal, a regra vale para todas as demais representações. Além disso, o primeiro agrupamento é simples, sem muita complexidade. Depois de entendido o agrupamento de 10 em 10, no primeiro momento da atividade, os alunos não costumam ter dificuldades para encontrar o numeral na representação tomada de 8 em 8.

É então solicitado que os alunos agrupem os 49 palitos agora de 5 em 5 (slide 9, ANEXO B), e em seguida, perguntado qual numeral a nova forma de agrupar sugere para representação do número 49. A resposta desejada é 144. Por outro lado, respostas como 94 provavelmente aparecerão. Este tipo de resposta está de acordo com o comando dado que é o de realizar argumentos de 5 em 5 e, portanto, não deve ser considerada incorreta. Conhecidas as respostas que apareceram, é o momento de introduzir o conceito de base de um sistema de numeração, este como sendo o número escolhido para efetuar os agrupamentos.

Para que a atividade não seja somente os monitores falando, nesse agrupamento a recomendação feita é a de que caso algum aluno encontre a resposta 144, esse aluno seja convidado a mostrar aos colegas como chegou até esse resultado. Caso nenhum aluno se manifeste, para mostrar o método utilizado para chegar na resposta correta, os próprios mediadores estabelecem com os alunos uma nova regra, sendo ela a de que “os algarismos do numeral procurado para representar 49 devem ser todos menores que a base escolhida inicialmente”. Ou seja, para respeitar esta regra é necessário realizar reagrupamentos dos grupos já formados. Nessa etapa da atividade é prudente comentar a relação dos grupos que surgem com as centenas no sistema decimal.

Sobre o reagrupamento, vejamos um trecho do livro “Os Números: a história de uma grande invenção” de IFRAH:

> Em certas regiões da África ocidental, há relativamente pouco tempo, os pastores tinham um costume bastante prático para avaliar um rebanho. Eles faziam os animais passarem em fila, um a um. Após a passagem do primeiro enfiavam uma concha num fio de lã branca, após o segundo uma outra concha, e assim por diante até dez. Nesse momento desmanchava-se o colar e se introduzia uma concha numa lã azul, associada às dezenas. E se recomeçava a enfiar conchas na lã branca até à passagem do vigésimo animal, quando se introduzia uma segunda concha no fio azul. Quando este tinha, por sua vez, dez conchas, e cem animais haviam sido contados, desfazia-se o colar das

> dezenas e enfiava-se uma concha numa lã vermelha, reservada desta vez para as centenas. E assim por diante até o término da contagem dos animais. Para duzentos e cinquenta e oito animais, por exemplo, haveria oito conchas de lã branca, cinco azuis e duas vermelhas. (2005, p. 48).

Uma vez conhecidos o conceito de base e a regra do reagrupamento, os alunos devem realizar o agrupamento dos 49 palitos de 4 em 4 (slide 11, ANEXO B). A resposta desejada é 301. No entanto, respostas como 31 ou 121 também podem surgir durante o processo. A primeira mostra que o aluno não percebeu a necessidade de utilizar o algarismo 0 para marcar a ausência de unidades de certa ordem de grandeza, já a segunda indica que o aluno não compreendeu plenamente a ideia de reagrupar grupos, uma vez que este caso é análogo ao descrito no agrupamento com base 5.

Observe que apesar de todos os algarismos de 121 serem menores que 4, na verdade, o que provavelmente desejava-se expressar era o numeral (12)1, isto é, doze quartetos e uma unidade. Vendo sob esta perspectiva, a regra do reagrupamento não foi obedecida, já que 12 é maior do que 4. O objetivo nessa etapa da atividade é trabalhar a presença do zero, mostrar aos alunos que nos agrupamentos realizados, sempre que houver ausência de unidades de uma certa ordem de grandeza, para marcar essa ausência, utilizamos o algarismo 0.

Na próxima etapa, é trabalhada a representação do número 49 quando o valor da base escolhida fornece o quadrado deste número. É solicitado aos alunos que representem 49 na base 7 (slide 12, ANEXO B). Espera-se como resposta 100. Aqui é importante ficar atento, pois podem surgir diversas respostas, e os mediadores devem procurar entender o raciocínio utilizado pelos alunos. Depois de fornecido o tempo necessário para as reflexões, questiona-se a respeito do por que da representação 100 para o número 49 na base 7. Buscando explicitar o surgimento de um padrão, os mediadores podem solicitar aos alunos que representem 4 na base 2, 9 na base 3, 16 na base 4, 25 na base 5, etc; dessa maneira fazendo-os perceber que para todos a representação é a mesma quando o número fornecido for o quadrado da base, sendo sua representação sempre igual a 100.

Pode-se aproveitar a oportunidade para discutir também que 10 sempre é a representação da base em sistemas posicionais. Isso reforça a explicação dada antes, de que a razão para escolha da base dez para o nosso sistema de numeração é antes anatômica que uma propriedade particular do número dez. Na verdade, essa escolha está fundada em três fatores principais: a quantidade de dedos em nossas mãos, a adequação da tabuada desta base aos limites da memória humana e a extensão dos numerais representados nela (pouco extensos para números não muito elevados). Assim, o objetivo desta etapa da atividade é o de deixar claro que a base dez não produz numerais melhores que qualquer outra base, não sendo esta a razão pela qual a utilizamos.

O último agrupamento do número 49 planejado para a atividade é feito na base 13 (slide 13, ANEXO B). Consiste em um desafio para que os alunos percebam que para representar os números em bases maiores que a 10 pode ser necessário inventar novos algarismos. Uma alternativa pode ser a de utilizar a sequência das letras do alfabeto e fazer A = 10, B = 11, C = 12, etc. Assim, são obtidos três grupos de 13 e restam 10 unidades, como foi definido anteriormente que A representa o número 10, então a representação para o número 49 agrupado na base 13 é, desta forma, 3A.

A atividade sistemas de numeração encerrava no primeiro encontro com a proposta de resolução de alguns exercícios que consistem em representar alguns números em diferentes bases. Tal exercício é dado por meio de uma tabela (slide 14, ANEXO B). Nessa atividade final, segundo os monitores, os alunos encontram mais dificuldades nas representações com a base 2, por conta dos excessivos reagrupamentos. Assim, uma sugestão, fruto desta experiência dos monitores, é começar com as bases maiores, por exemplo, base 12.

Uma vez cobertas as principais ideias que envolvem as representações dos números em sistemas posicionais, o professor pode ensinar o método de divisões sucessivas, como já vimos no capítulo 2.

A partir das descrições referentes a condução da atividade no encontro introdutório, faremos algumas contribuições tendo como base o relatório avaliativo geral do ano de 2015 a 2017 que tem informações relevantes especialmente quanto ao uso de recursos e conceitos matemáticos.

O relatório (ANEXO D) descreve sobre os recursos utilizados pelos monitores na atividade. Foram utilizados como recursos palitos de picolé que eram agrupados por meio de ligas e colocados dentro de caixas de sapato divididas em compartimentos que representavam as diferentes ordens de grandeza. De acordo com os relatos, o recurso material "*foi muito bem utilizado no decorrer da aplicação das atividades propostas*", o professor supervisor em sua avaliação ainda reforça que "*é importante e ajuda em um melhor desempenho da atividade*". Observa-se assim a importância que tem o material concreto, que possibilitou, por exemplo, uma imagem concreta de situações como a presença do algarismo zero.

Quando perguntado sobre melhorias no roteiro o professor supervisor acrescentou que "*o trabalho com as ligas torna a atividade mais lenta, sugiro a utilização de um material que possibilite maior rapidez na realização da atividade*". Tal sugestão, foi pertinente e resultou na substituição dos palitos de picolé pelos pequenos cubos de madeira que representam as unidades no material dourado, sendo os agrupamentos formados pela simples reunião destes cubinhos por aproximação, reduzindo assim o tempo desperdiçado na manipulação das ligas.

Entendemos que a participação de um professor supervisor na sala de aula durante a execução da atividade é fundamental, pois este propõe melhorias na atividade e essas contribuições fazem com que o monitor repense as abordagens utilizadas e amplie seu conhecimento, buscando estratégias diferenciadas para atingir os objetivos propostos para a atividade.

Quanto aos conceitos e conteúdos matemáticos, os monitores afirmam em seus relatos que os alunos não sabiam a diferença entre número, numeral e algarismo. A grande maioria fornecia apenas uma reposta para o significado de número, contudo, durante a aplicação da atividade, os bolsistas afirmam que os alunos ficaram familiarizados com os conceitos.

Vale ressaltar que, nos encontros dos clubes, os monitores faziam a retomada dos pontos que consideravam relevantes na atividade, o que ajudou na compreensão e melhor condução da atividade por parte dos alunos. Em relação aos agrupamentos, os mediadores afirmam que os alunos não tiveram muitas dificuldades, no entanto, o professor supervisor na escola notou, e comentou posteriormente, que ainda existiam alunos apresentando dificuldades na abstração dos resultados e no registro em papel.

Em casos assim, a equipe deve estar preparada para pensar em um método que permita extinguir as dúvidas que persistem, dessa maneira chamando a atenção dos alunos para a importância da atividade.

3.3.2. ENCONTRO INTERMEDIARIO

A segunda etapa da atividade, chamada de encontro intermediário, apresenta brevemente, o funcionamento dos sistemas de numeração de alguns povos da antiguidade. Para a condução desse encontro foi utilizada a apresentação em slides do ANEXO C.

A exposição desse contexto histórico aborda os sistemas usados por diversas civilizações, desde os egípcios até os hindus, dos quais herdamos nossa atual representação numérica. No entanto, é importante ressaltar que essa narrativa não consiste apenas em contar a história, são apresentadas curiosidades acerca dos sistemas de numeração utilizados pelos diferentes povos e, sobretudo, as principais características de cada um destes sistemas, quais as desvantagens e vantagens deles, como seria a representação de número para cada povo, entre outras coisas.

De um modo geral, o encontro acaba sendo uma roda de conversa com a temática voltada para os sistemas de numeração antigos, de acordo com o que apresentamos no capítulo 1, no início desse trabalho. Os alunos têm a oportunidade de se expressar, ficando à vontade para fazer perguntas sobre o conteúdo. É nesse tipo de atividade que eles percebem que para realizarmos hoje cálculos com relativa facilidade as civilizações caminharam muito, isto é, nada aconteceu de um dia para o outro, assim temos que os números são uma das maiores invenções do homem.

Vejamos a seguir a descrição do desenvolvimento da atividade Sistemas de Numeração baseada nos relatos individuais dos bolsistas no ano de 2018.

De acordo com os relatos dos monitores, no encontro intermediário aparece um pouco de resistência da parte dos alunos, estes começam sem muito interesse, porém, conforme avançavam na atividade, percebem que há uma boa aceitação e os alunos que apresentam dificuldades no começo da atividade, ao final já não possuem tantas, segundo os monitores, os alunos conseguem falar com segurança sobre o que foi apresentado, mostrando certo domínio do conteúdo.

Durante o encontro, os monitores responsáveis têm o cuidado de apresentar os diversos sistemas de numeração antigos um a um, explicitando as diferenças entre sistema de numeração posicional e não posicional e citando as características de cada sistema.

Para saber se realmente a aprendizagem está acontecendo de acordo com os objetivos traçados, é solicitado aos alunos no final desse encontro que representem diferentes quantidades em diversas bases e que confiram os resultados revertendo às conversões realizadas.

Os monitores relataram ainda que o encontro trouxe grande ensinamento para eles também, pois reforçou e acabou esclarecendo conceitos que eles próprios já tinham ouvido falar, mas que não lembravam mais, deixando evidente que quem ensina também aprende.

3.3.3. ENCONTRO DE FECHAMENTO

O encontro de fechamento é a conclusão das atividades, o objetivo principal é verificar o que os alunos participantes dos Clubes de Matemática conseguiram aprender em relação ao conteúdo trabalhado em cada etapa da atividade. Nesse último momento é desenvolvida uma atividade dinâmica e lúdica através da qual o aluno precise usar o que aprendeu durante o processo.

A atividade de encerramento consiste em uma disputa com os alunos, na qual eram formadas equipes e esclarecidas as regras da disputa. Dois dados seriam lançados, um destinado ao sorteio dos algarismos que iam compor o numeral a ser transformado, os quais eram sorteados um a um, o outro dado era destinado ao sorteio do valor da base. Conhecidos o numeral que deveria ser convertido e o valor da base, os alunos passavam a dispor de 2 minutos para realizar a transformação. Conforme as respostas eram obtidas, os grupos as informavam em segredo para um monitor auditor. Quando todos concluíam, as respostas eram colocadas na lousa e a transformação do número era feita por um monitor. Dentre os grupos que acertaram, o que primeiro a entregava a resposta para o auditor, pontuava.

Conforme aconteciam as rodadas os grupos eram eliminados, até que restassem apenas dois grupos para a rodada final. O grupo que passasse nessa fase ganharia um prêmio fornecido pelos colaboradores e bolsistas do clube.

Vejamos a seguir a descrição do encontro de fechamento baseado nos relatos dos bolsistas.

O encontro começa com a explicação dos objetivos e do funcionamento da dinâmica. Inicialmente uma transformação simples foi realizada como forma de revisão. Como exemplo, foi escolhida a transformação do numeral 231, expresso no sistema decimal para sua representação na base 7. Os alunos precisavam encontrar o numeral 450 e, como esperado, eles conseguiram chegar nesta resposta.

De acordo com os monitores, os alunos estavam envolvidos com atividade, alguns pedindo que a competição não terminasse. Para atender aos pedidos foi feita uma rodada extra, em um nível considerado difícil pelos monitores e os alunos aceitaram o desafio, fornecendo a resposta. Concluímos que embora houvesse uma premiação para instigá-los a participar da atividade, ela foi insignificante mediante o envolvimento e o interesse em competir por parte dos alunos.

Para encerrar o encontro, os alunos foram ensinados a fazer cálculos envolvendo outras bases. Segundo os mediadores, na turma, existiam alunos que dominaram o conteúdo fazendo com agilidade e corretamente as transformações, no entanto, havia também alunos que apresentavam muitas dificuldades, e demonstravam não estar interessados em aprender, mas devido a empolgação e o envolvimento dos demais alunos, acabaram sentindo-se instigados a querer compreender a atividade.

De acordo com os relatos, chamou a atenção o caso de um dos alunos que não sabia como usar o algoritmo da divisão. Este apresentava dificuldades, principalmente ligadas a tabuada de multiplicação. Porém, de acordo com os bolsistas, ele se esforçou tanto que conseguiu realizar todas as conversões. No torneio, este aluno não conseguia concluir no tempo estipulado, mas o fato de ter aprendido a dividir corretamente fez com ele ficasse bastante entusiasmado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho buscou apresentar a importância dos Sistemas de Numeração para entendimentos de temáticas básicas dentro do campo da Matemática como, por exemplo, as operações fundamentais. Além disso, tratou da relevância de projetos como o PIBID e os Clubes de Matemática dentro das escolas de educação básica, a fim de dar aos alunos a oportunidade de buscar e querer aprender mais sobre o universo dos números. E mais, mostrou também a importância de colocar os acadêmicos ainda no início de seus cursos na universidade em contato com a sala de aula, dessa maneira incentivando-os ainda na academia a desenvolverem atividades que contribuam para a sua formação profissional, proporcionando experiências muito antes dos estágios obrigatórios.

Entendemos também que o trabalho alcançou o objetivo inicial, que era o de apresentar e registrar a atividade Sistemas de Numeração, conduzida nas escolas públicas de Santarém – PA entre os anos de 2015 e 2018. Além disso, os registros disponibilizados pelos bolsistas atuantes, bem como a contribuição de todos aqueles que conduziram a atividade em algum momento nos anos citados, foram de extrema importância para a melhor descrição da mesma. Dessa maneira, mostramos ao leitor a relevância do projeto Clubes de Matemática dentro e fora da universidade, e mais, a importância do fomento em programas que visem a formação de futuros professores.

Para a autora o projeto contribuiu de forma positiva em sua formação, pois possibilitou que a mesma tivesse contato com a sala de aula antes mesmo dos estágios obrigatórios exigidos na academia. Além disso, adquiri subsídios para elaboração e condução de atividades diferenciadas que visem à participação dos alunos na construção do conhecimento, refletindo a própria prática docente.

Para encerrar, queremos ressaltar que o trabalho é um registro sistematizado de uma das atividades desenvolvida pelo projeto, e este ficará disponível para todos aqueles que desejarem conhecer e, sobretudo, desenvolver outras propostas a partir da estrutura apresentada. No mais, espera-se que tudo o que foi apresentado até aqui, tenha continuidade com discussões que visem melhorias, deixando evidente que esta não é a melhor maneira, porém, uma possibilidade para ampliar outras que poderão surgir.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

AGUIAR, T. e SANTOS, L. **Formação de professores no projeto Clubes de Matemática.** Trabalho de Conclusão de Curso. Santarém: UFOPA, 2014.

ARAUJO, Helenice Maria Costa. **O uso das ferramentas do aplicativo “Google Sala de Aula” no ensino de Matemática.** Catalão. 2016.

ASSIS, R. M de; BONIFÁCIO, N. A. **A formação docente na universidade: Ensino, pesquisa e extensão**. Goiás. 2011.

BACURY, G.R.; MELO, E.A.P de. **A prática do estágio supervisionado na formação de futuros professores de Matemática.** Belém. 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

CANÁRIO, Rui. A prática profissional na formação de professores. In: CAMPOS, Bártolo Paiva (Org.). **Formação profissional de professores no ensino superior.** Porto, Portugal: Porto, 2001. p. 31-45.

___________. Decreto nº 7.219, de 24 de junho de 2010. Dispõe sobre o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID e dá outras providências. **Diário Oficial da União**. Brasília: Casa Civil da Presidência da República, 2010.

EVES, Howard. **Introdução a História da Matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

HIRATSUKA, Paulo Isamo. **A mudança da prática do professor e a construção do conhecimento matemático**. p. 182-189, 2004. Disponível em: <http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2004/artigos/eixo3/amudancadapraticadoprofessor.pdf> Acesso em 13 dez. 2018.

IFRAH, Georges. **Os números: a história de uma grande invenção**. 11. ed. São Paulo: Globo, 2005.

MIYASCHITA, W. Y**. Sistemas de Numeração como funcionam e como são estruturados os números.** Bauru. 2002.

NÓVOA, Antônio. **Formação de Professores e Profissão Docente. In: Os professores e a sua formação**. Lisboa: Publicações Dom Quixote/IIE, 1992.

PAIVA, A. C. de; TAFFAREL, C. N. Z. **Profissionais da educação física e esportes: for mação e prática – uma análise da produção acadêmica de 1996 a 2011.** In: Anais do XII Congresso Brasileiro de Ciências do Esporte. Caxambu, 2001.

RODRIGUES, Aroldo Eduardo Athias; CARVALHO, Hamilton Cunha de; DINIZ, Hugo Alex Carneiro. Clubes de Matemática como Espaço para Formação Docente. **Educação Matemática em Revista – SBEM**, São Paulo, 49, 2016. 90-97.

RODRIGUES, Aroldo Eduardo Athias. **Sistemas de numeração: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino.** Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, Mestrado Profissional em Matemática. Santarém, 2013.

ANEXO A – Roteiro da Atividade Sistemas de Numeração

Roteiro da Atividade 2

Representação dos Números – Bases Numéricas

OBJETIVOS

1. Diferenciar os conceitos de número, numeral e algarismo;

2. Perceber que existem outras possibilidades de representação dos numerais além do sistema decimal;

3. Ampliar a compreensão do sistema de numeração posicional decimal por meio da comparação entre o funcionamento deste e de outros sistemas posicionais;

4. Compreender a maneira pela qual os números inteiros são representados em um sistema de numeração posicional.

ATIVIDADES

1. CUCA LEGAL (15 min)

1.1. Distribuir uma cópia do Cuca Legal a cada um dos alunos;

1.2. Após 5 minutos, consultar os alunos sobre as respostas da seção PARA COMEÇAR, efetuando assim a correção;

1.3. Na aula seguinte, perguntar para os alunos se conseguiram encontrar a resposta da seção SAI DESSA, fornecendo a resposta, caso esta não tenha sido encontrada.

OBS: Nos primeiros números do Cuca Legal é aceitável exceder um pouco o tempo previsto para essa atividade. Mas nas próximas edições, conforme eles forem se acostumando com o ritmo e as características da atividade, procurar fazê-la dentro do tempo estimado.

2. REPRESENTAÇÃO DOS NÚMEROS – BASES NUMÉRICAS (02 encontros)

Esta atividade será conduzida com base na sequência de slides do arquivo do tipo Power Point denominado “Representação dos números”.

SLIDE 1 e 2 (Slide de espera)

SLIDE 3 e 4

A) Dialogar a respeito da concepção que os alunos têm de número, construindo com eles esse conceito e explicar a diferença entre os conceitos de número, numeral e algarismo:

(i) Número é a quantidade em si, resultado de um processo de contagem ou de uma medição;

(ii) Numeral é a representação simbólica de um número, seja por meios sonoros, gráficos ou outra forma qualquer;

(iii) Algarismo é cada um dos elementos constituintes da representação de um numeral grafado;

B) Pedir que os alunos formem duplas;

C) Entregar para cada dupla 49 palitos de picolé.

SLIDE 5

Perguntar para os alunos o porquê de a representação da quantidade de maçãs no slide 5 ser 49, já que não se podem identificar as quantidades 4 ou 9 na figura;

SLIDE 6

A resposta esperada é "porque há 4 dezenas e 9 unidades" e é evidenciada no slide 6, que só deve ser revelado após os alunos terem descoberto a resposta ou pensado a respeito da questão;

SLIDE 7

Questionar quais os motivos para que agrupemos de 10 em 10. A resposta esperada é a de que temos dez dedos e, portanto, é mais prático associar as quantidades aos dedos das mãos.

SLIDE 8

Pedir para os alunos agruparem os 49 palitos de 8 em 8 e perguntar para eles que numeral a nova forma de agrupá-los sugere para representar o número 49. A resposta esperada é 61.

SLIDE 9

A) Pedir para os alunos agruparem os 49 palitos de 5 em 5 e perguntar para eles que numeral a nova forma de agrupá-los sugere para representar o número 49;

B) A resposta desejada é 144. Contudo, respostas como 94 provavelmente aparecerão. Este tipo de resposta está de acordo com o comando dado e, portanto, não deve ser considerada incorreta;

C) Introduzir o conceito de base de um sistema de numeração como sendo o número escolhido para efetuar os agrupamentos;

D) Caso algum aluno encontre a resposta 144, esse aluno deve ser convidado a mostrar aos colegas como chegou até ela, caso contrário deve-se acordar com os alunos uma nova regra "os algarismos do numeral procurado para representar 49 devem ser todos menores que a base" e dizer que uma forma de respeitar esta regra é agrupar novamente, segundo a base (neste caso de 5 em 5), os grupos já formados;

E) Comentar a relação deste novo grupo com as centenas no sistema decimal.

SLIDE 10

Reforçar a explicação sobre o que é base de um sistema de numeração.

SLIDE 11

A) Pedir que os alunos agrupem os 49 palitos de 4 em 4. Aqui a resposta desejada é 301;

B) Repostas como 31 ou 121 também podem surgir, a primeira resposta indica que o aluno não percebeu a necessidade de utilizar o algarismo 0 para marcar a ausência de unidades de certa ordem de grandeza, já a segunda indica que o aluno não compreendeu plenamente a ideia de reagrupar grupos, uma vez que este caso é análogo ao descrito no item B do slide 9. Observe que se, por um lado, a regra entre aspas no item D do slide 9 não foi desobedecida, pois todos os algarismos de 121 são menores que 4, por outro, o que provavelmente desejava-se expressar era o numeral (12)1, isto é, doze quartetos e uma unidade, o que vai de encontro a regra, já que 12 é maior do que 4.

SLIDE 12

A) Pedir que os alunos representem 49 na base 7. Aqui a resposta desejada é 100;

B) Aqui diversas respostas podem surgir, devendo o professor estar atento a lógica utilizada pelos alunos ao fornecer cada uma delas;

C) Questionar os alunos a respeito do porquê dessa representação para o número 49 na base 7, sendo a resposta desejada “porque 49 é o quadrado de 7”;

D) Discutir que 100 sempre é a representação do quadrado da base do sistema de numeração e que 10 sempre é a representação da base em sistemas posicionais;

E) Explicar que a escolha da base dez para nosso sistema de numeração deve-se, principalmente, a três fatores: à quantidade de dedos em nossas mãos, à perfeita adequação da tabuada desta base aos limites da memória humana e à extensão dos numerais representados nela (pouco extensos para números não muito elevados). Assim, a base dez não produz numerais melhores que qualquer outra base, não sendo esta a razão pela qual a utilizamos;

SLIDE 13

A) Pedir que os alunos representem 49 na base 13. Aqui se espera que o aluno perceba que para representar os números em bases maiores que a dez pode ser necessário inventar novos algarismos. Uma alternativa é utilizar a sequência das letras do alfabeto e fazer A = 10, B = 11, C = 12, etc. Desta forma o número 49 seria representado por 3A. Pode-se também mostrar para o aluno que a quantidade de algarismos necessários é igual à base do sistema de numeração.

SLIDE 14

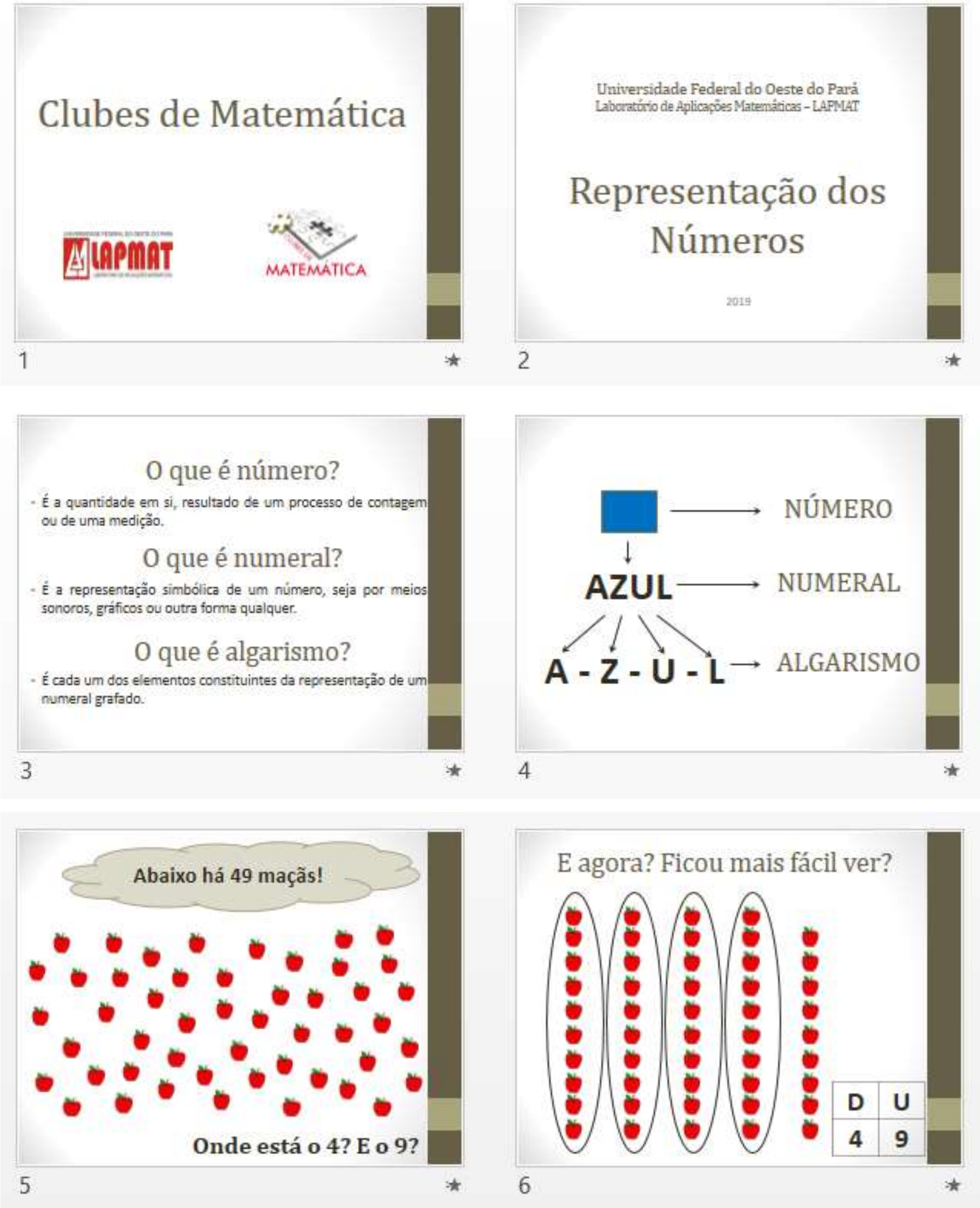
Pedir aos alunos que preencham a tabela dada representando os números da coluna nas respectivas bases sugeridas.

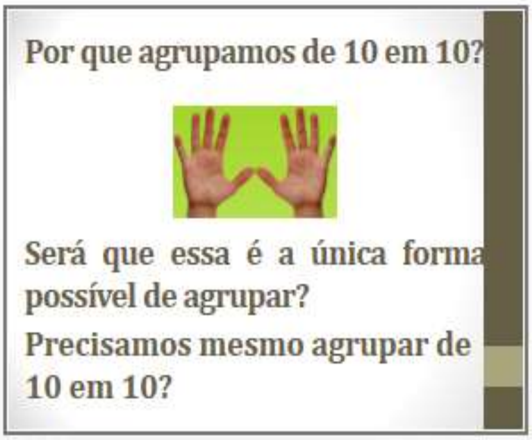
	Base 2	Base 5	Base 9	Base 12
12	1100	22	13	10
15	1111	30	16	13
25	11001	100	27	21

RECURSOS

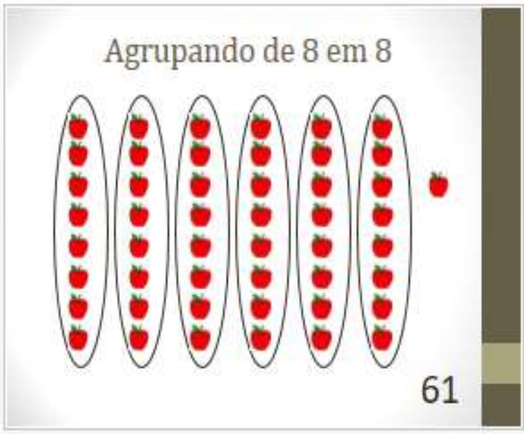
1. Datashow;
2. Notebook;
3. Arquivo da atividade em Power Point;
4. Cópias do Cuca Legal (um para cada aluno);
5. Cartolina (uma para cada trio);
6. Palitos de picolé;
7. Liga de borracha.

ANEXO B – Apresentação em Power Point da Atividade

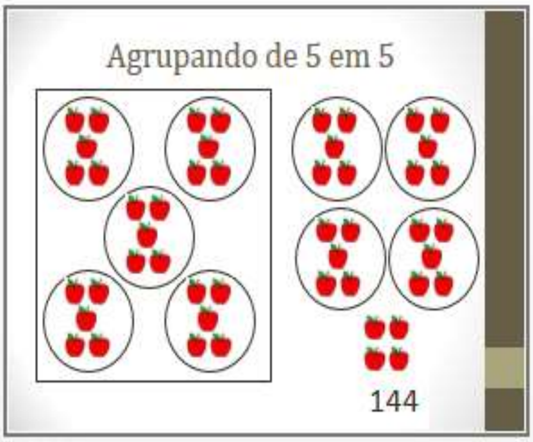



Por que agrupamos de 10 em 10?
Será que essa é a única forma possível de agrupar?
Precisamos mesmo agrupar de 10 em 10?

7


Agrupando de 8 em 8
61

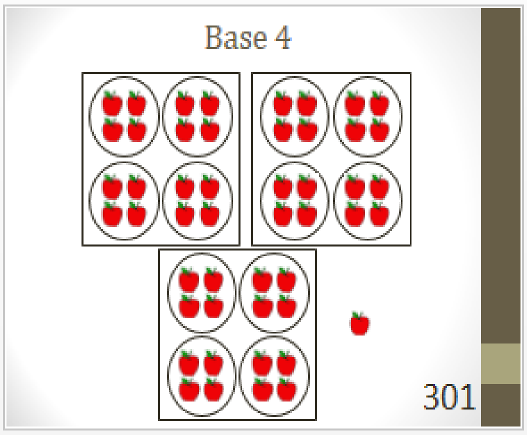
8


Agrupando de 5 em 5
144

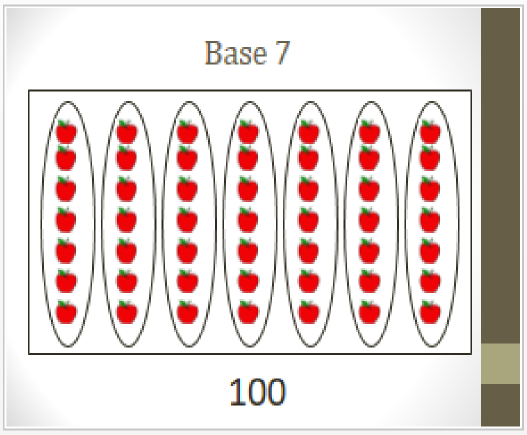
9


Base é o número escolhido para realizar os agrupamentos.

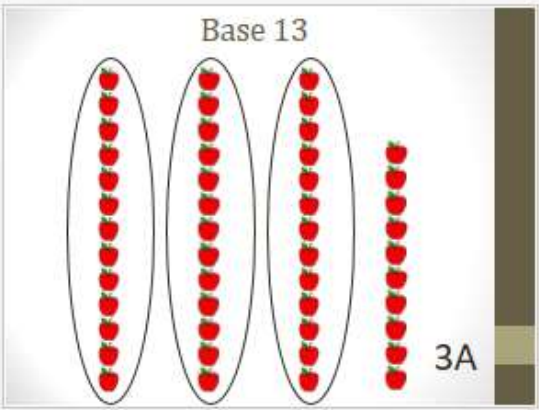
10


Base 4
301

11


Base 7
100

12



13

Vamos exercitar!

	Base 2	Base 5	Base 9	Base 12
12	1100	22	13	10
15	1111	30	16	13
25	11001	100	27	21

14

ANEXO C – Apresentação em Power Point da Atividade (CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA)

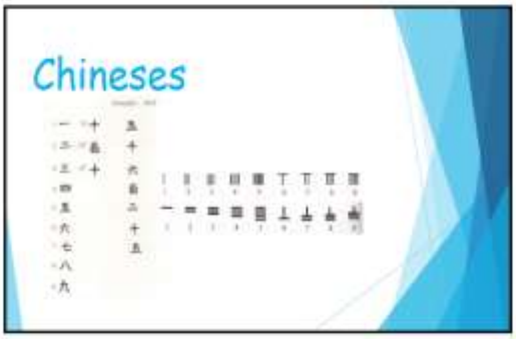
Slide 1

Slide 2

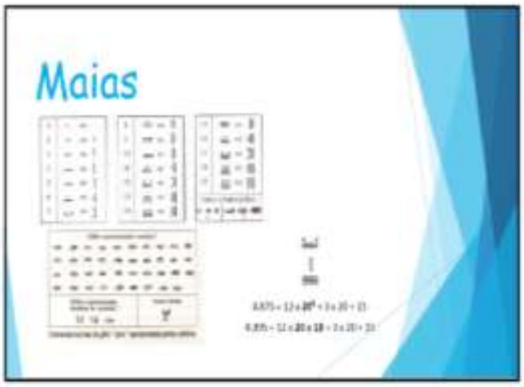
Slide 3

Slide 4

Slide 5

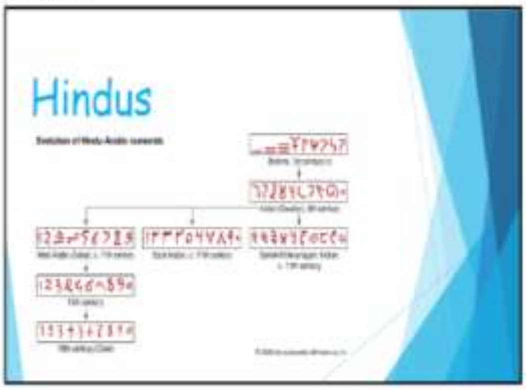


Slide 6



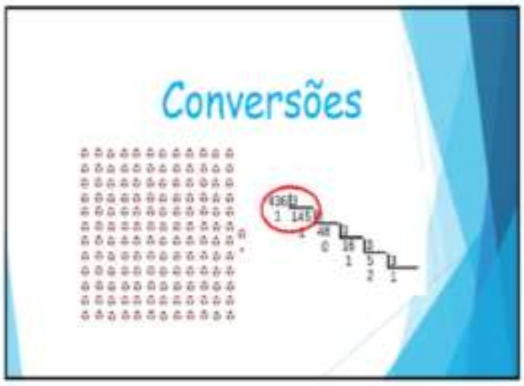
Slide 7

Slide 8

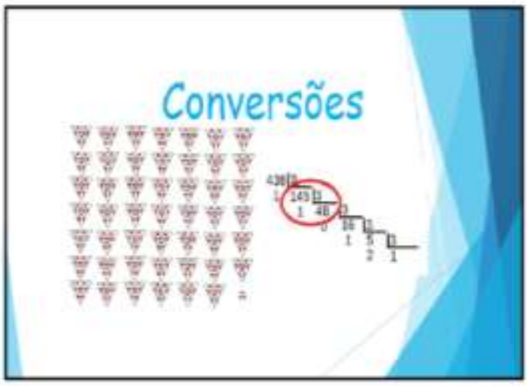


Slide 9

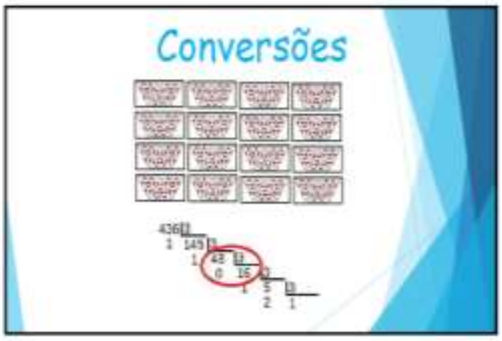
Slide 10



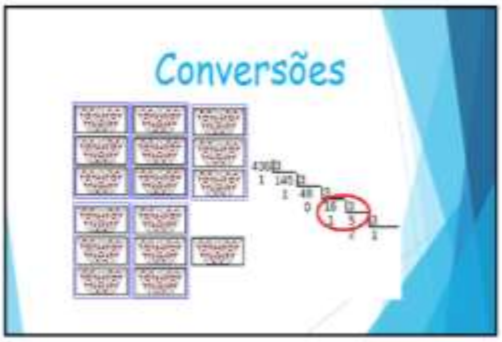
Slide 11



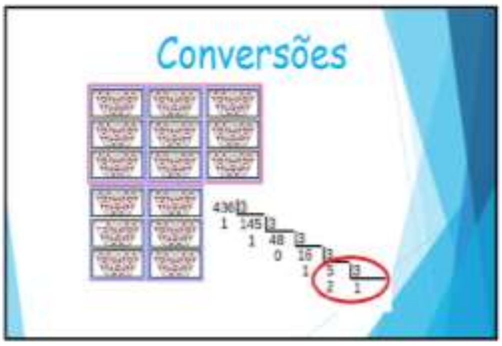
Slide 12



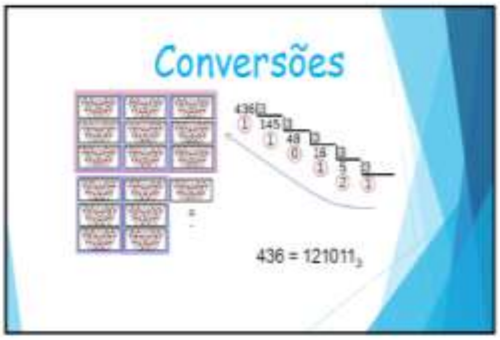
Slide 13



Slide 14



Slide 15



Slide 16

Slide 17

Slide 18

ANEXO D – Relatório Geral da Atividade dos anos de 2015 a 2017

Avaliação Geral do Roteiro 2 – Bases Numéricas

Uso dos Recursos:

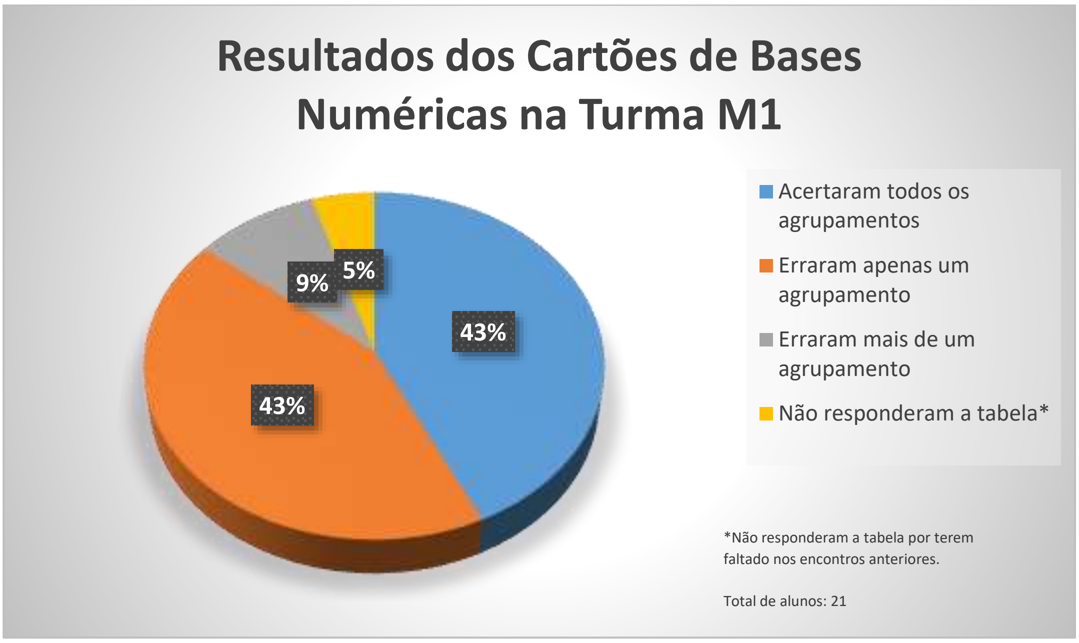
O material concreto foi muito bem utilizado no decorrer da aplicação das atividades propostas. O professor Supervisor comentou que a manipulação do material concreto, pelo mediador é importante e ajudaria em um melhor desempenho da atividade. Comentou também que o trabalho com as ligas torna a atividade mais lenta, sugerindo a utilização de um material que possibilitasse maior rapidez na realização da atividade. Na realização dos agrupamentos o material concreto foi de muita ajuda, as dificuldades enfrentadas eram inatas da atividade e não do recurso em si.

Conceitos/Conteúdos Matemáticos:

Os alunos não sabiam a diferença entre número, numeral e algarismo. Alguns forneceram apenas uma resposta para o significado de número. Porém no decorrer da atividade os alunos ficaram mais familiarizados com esses conceitos, a equipe da tarde fez algumas perguntas específicas e os alunos respondiam de forma satisfatória. A equipe M1, sempre no encontro seguinte fazia o resgate dos conceitos, o que ajudou na assimilação por parte dos alunos. Na equipe M2 os alunos não enfrentaram muitas dificuldades associadas aos agrupamentos. A abordagem dos conceitos explorados gerou reflexão por parte dos alunos e a atividade motivou os alunos da turma da tarde. Porém o professor supervisor comentou que os alunos ainda apresentaram dificuldades na abstração dos resultados e no registro em papel. Nas demais turmas, houve uma falta de estímulo por parte dos alunos em relação à atividade, em comparação ao roteiro anterior.

Aplicação da Atividade:

Em todas as turmas os alunos enfrentaram dificuldades com a base 10, na etapa de agrupamento das 49 maçãs em 4 dezenas e 9 unidades, os alunos apresentaram muitas dificuldades, na turma da tarde inicialmente os alunos procuraram o numeral 4 e o numeral 9. Porém no decorrer da atividade, eles passaram a entender o significado dos agrupamentos e tiveram mais facilidade. No agrupamento de 5 em 5, a primeira resposta dos alunos da turma da tarde foi o numeral 94, depois de apresentarem a regra de reagrupamento, eles chegaram ao numeral 144 sem muitas dificuldades. Além disso os alunos apresentaram dificuldades ao trabalhar principalmente com a base 7, ao agrupar os 49 palitos, devido as casas vazias. A equipe da tarde ao enfrentar dificuldades na base 7, orientou os alunos que agrupassem 16 palitos na base 4, depois 25 palitos na base 5 e eles percebiam que gerava o mesmo numeral (100), e três alunos conseguiram explicar porque isso ocorria e essa dinâmica facilitou os agrupamentos nas bases seguintes. Outra dificuldade enfrentada foi na base 2 devido aos vários agrupamentos. Contudo a maioria dos alunos conseguiram preencher a tabela, na turma M1, os alunos obtiveram um desempenho satisfatório no preenchimento das tabelas, conforme o gráfico a seguir.

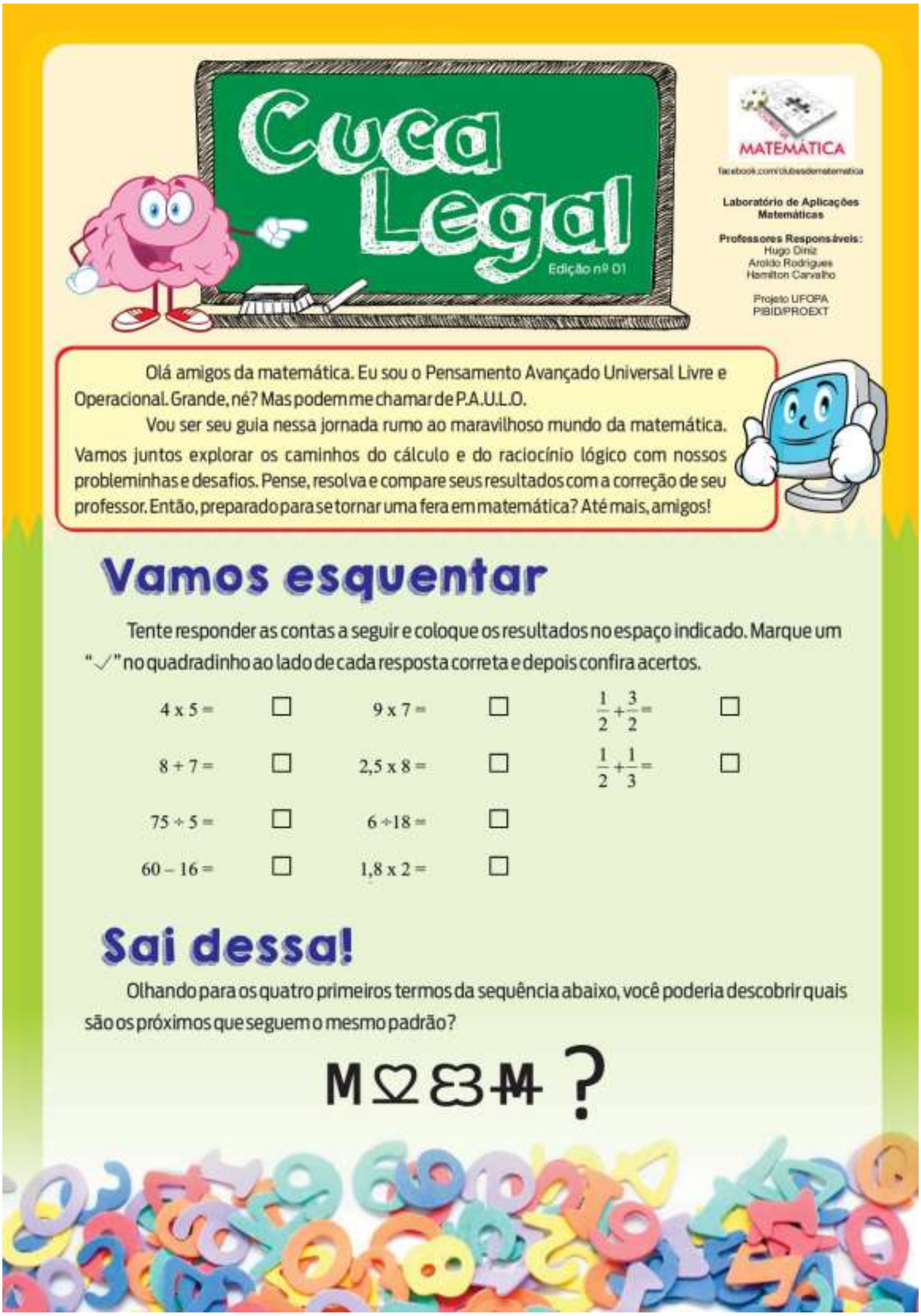


Observações Importantes:

Em relação ao Cuca Legal, em todas as turmas os alunos apresentaram dificuldades com as operações entre frações. A equipe da tarde, a pedido dos alunos, apresentou uma forma de operar com frações, usando a ideia de equivalência entre frações, depois de anteriormente ter trabalhado com o algoritmo. Na turma M1, os alunos estão alcançando resultados melhores e inclusive alguns se manifestam para resolver o Cuca Legal no quadro.

ENCONTROS ROTEIRO 2		
TURMA	**DATA**	**Nº DE ALUNOS**
M1	14 de agosto	21
	17 de agosto	21
	24 de agosto	24
	31 de agosto	25
M2	14 de agosto	-
	17 de agosto	-
	24 de agosto	-
	31 de agosto	-
T	14 de agosto	32
	21 de agosto	29
	28 de agosto	-

ANEXO E – Cuca Legal



Cuca Legal

Edição nº 01

MATEMÁTICA

facebook.com/clubesdematematica

Laboratório de Aplicações Matemáticas

Professores Responsáveis:
Hugo Diniz
Aroldo Rodrigues
Hamilton Carvalho

Projeto UFOPA
PIBID/PROEXT

Olá amigos da matemática. Eu sou o Pensamento Avançado Universal Livre e Operacional. Grande, né? Mas podem me chamar de P.A.U.L.O.

Vou ser seu guia nessa jornada rumo ao maravilhoso mundo da matemática. Vamos juntos explorar os caminhos do cálculo e do raciocínio lógico com nossos probleminhas e desafios. Pense, resolva e compare seus resultados com a correção de seu professor. Então, preparado para se tornar uma fera em matemática? Até mais, amigos!

Vamos esquentar

Tente responder as contas a seguir e coloque os resultados no espaço indicado. Marque um "✓" no quadradinho ao lado de cada resposta correta e depois confira acertos.

$4 \times 5 =$	☐	$9 \times 7 =$	☐	$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} =$	☐
$8 + 7 =$	☐	$2{,}5 \times 8 =$	☐	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$	☐
$75 \div 5 =$	☐	$6 \div 18 =$	☐		
$60 - 16 =$	☐	$1{,}8 \times 2 =$	☐		

Sai dessa!

Olhando para os quatro primeiros termos da sequência abaixo, você poderia descobrir quais são os próximos que seguem o mesmo padrão?

?

Cuca Legal

Edição nº 02

MATEMÁTICA

facebook.com/clubesdematematica

Laboratório de Aplicações Matemáticas

Professores Responsáveis:
Hugo Diniz
Aroldo Rodrigues
Hamilton Carvalho

Projeto UFOPA
PIBID/PROEXT

Vamos esquentar

Tente responder as contas a seguir e coloque os resultados no espaço indicado. Marque um "✓" no quadradinho ao lado de cada resposta correta. Confira seus acertos com o professor.

$41 - 17 =$	☐	$4 \times 8 =$	☐	$\frac{5}{3} - \frac{1}{3} =$	☐
$6 \times 5 =$	☐	$1{,}7 \times 3 =$	☐	$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} =$	☐
$81 \div 9 =$	☐	$4 \div 24 =$	☐		
$15 + 16 =$	☐	$18^2 =$	☐		

Sai dessa!

Você consegue formar quatro triângulos equiláteros utilizando apenas os seis palitos fornecidos ao lado?

P.A.U.L.O diz:

Não odeie a matemática. Ponha uma coisa em sua cabeça: se você ficar repetindo que odeia determinada matéria, criará barreiras mentais para seu aprendizado, afinal de contas, ninguém lida de boa com algo que não gosta. Faça exata-mente o contrário, encontre um jeito de gostar de matemática. Tudo bem, se não der para aprender a gostar da matéria, pelo menos não desgoste dela. Isso facilitará o aprendizado e tornará o estudo da matéria menos penoso. Até mais amigos!

Cuca Legal

Edição nº 03

MATEMÁTICA

facebook.com/clubedematematica

Laboratório de Aplicações Matemáticas

Professores Responsáveis:
Hugo Diniz
Aroldo Rodrigues
Hamilton Carvalho

Projeto UFOPA
PIBID/PROEXT

Vamos esquentar

Tente responder as contas a seguir e coloque os resultados no espaço indicado. Marque um "✓" no quadradinho ao lado de cada resposta correta. Confira seus acertos com o professor.

$24 + 29 =$	☐	$3 \times 9 =$	☐	$\frac{6}{3} + \frac{4}{3} =$	☐
$48 \div 6 =$	☐	$4{,}7 \times 3 =$	☐	$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} =$	☐
$7 \times 4 =$	☐	$5 \div 25 =$	☐		
$51 - 22 =$	☐	$\sqrt{121} =$	☐		

Sai dessa!

Você seria capaz de atravessar todos os nove corações apaixonados ao lado utilizando apenas quatro flechas de modo que uma esteja seguida da da outra?

P.A.U.L.O diz:

O amor é o produto de um homem com uma mulher. Chamando eu (o homem) de a e você (a mulher) de b, temos:

$$\text{amor} = a \cdot b$$

Agora, se somarmos a segunda potência do homem com a segunda potência da mulher e o amor de cada um formaremos o trinômio quadrado perfeito:

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Porém, se extrairmos a raiz quadrada dessa equação irá sobrar apenas eu e você, ou seja, irá sobrar a+b, pois:

$$(a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Cadê o amor? Será que ele não existe? Sim, o amor existe sim, mas não podemos vê-lo porque está em nossos corações. Mesmo que você não perceba, não quer dizer que este amor não exista.

MATEMÁTICA

facebook.com/clubesdematematica

Laboratório de Aplicações Matemáticas

Professores Responsáveis:
Hugo Diniz
Aroldo Rodrigues
Hamilton Carvalho

Projeto UFOPA
PIBID/PROEXT

Vamos esquentar

Tente responder as contas a seguir e coloque os resultados no espaço indicado. Marque um "✓" no quadradinho ao lado de cada resposta correta. Confira seus acertos com o professor.

$8 \times 5 =$	☐	$7 \times 10 =$	☐	$\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=$	☐
$32 - 16 =$	☐	$2{,}4 \times 5 =$	☐	$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=$	☐
$81 \div 3 =$	☐	$4 \div 28 =$	☐		
$45 + 12 =$	☐	$25^2 \quad =$	☐		

Sai dessa!

Existe uma lógica que define a sucessão: segurança, terrena, quase, quintuplicou, sexagenário, sábio e X. De acordo com essa lógica, qual das palavras abaixo poderia ser colocada no lugar de X?

Japonês, chinês, italiano, dominicano, brasileiro.

P.A.U.L.O diz:

Você já reparou que existem pessoas que têm um número preferido? Eu gosto tanto do número dois que separei alguns provérbios onde ele aparece. Qual é o seu preferido? "Mais vale um pássaro na mão do que **dois** voando". "Homem avisado vale por **dois**". "Matar **dois** coelhos numa cajadada". "Mais vale um toma do que **dois** te darei". "**Dois** proveitos não cabem num saco só."Entre os **dois** venha o diabo e escolha". "Criados e bois, um ano até **dois**". "Custa mais sustentar um vício do que educar **dois** filhos". "**Duas** mudanças equivalem a um incêndio". "Mais vale um hoje do que **dois** amanhã". "Mais vale um pé do que **duas** muletas". "Mais valem **duas** pernas do que três andas"."Não há **dois** altos sem um baixo no meio". **"Dois** pilotos fazem um barco ir ao fundo". **"Dois** sacos vazios não se põe em pé". **"Dois** sobre um asno, sinal de bom amigo".

Cuca Legal

Edição nº 05

MATEMÁTICA
facebook.com/clubesdematematica

Laboratório de Aplicações Matemáticas

Professores Responsáveis:
Hugo Diniz
Aroldo Rodrigues
Hamilton Carvalho

Projeto UFOPA
PIBID/PROEXT

Vamos esquentar

Tente responder as contas a seguir e coloque os resultados no espaço indicado. Marque um "✓" no quadradinho ao lado de cada resposta correta. Confira seus acertos com o professor.

$3 \times 5 =$	☐	$12 \times 7 =$	☐	$\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=$	☐
$28 + 14 =$	☐	$5{,}2 \times 4 =$	☐	$\frac{6}{5}+\frac{1}{3}=$	☐
$84 - 45 =$	☐	$2 \div 18 =$	☐		
$95 \div 3 =$	☐	$\sqrt{729} =$	☐		

Sai dessa!

Uma calculadora tem duas teclas: D, que duplica o número, e T, que apaga o algarismo das unidades. Se uma pessoa escrever 1999 e apertar em sequência D, T, D e T, o resultado será qual número?

P.A.U.L.O diz:

Você conhece os Palíndromos? Podem ser palavras ou frases que são iguais quando lidas de frente para trás e de trás para frente. Alguns exercícios de matemática bem legais envolvem palíndromos. Aqui, só por curiosidade, mostro alguns dos meus prediletos.

AME O POEMA
A CERA CAUSA SUA CARECA
A DIVA EM ARGEL ALEGRA-ME A VIDA
OI RATO OTÁRIO
A DROGA DA GORDA
O GALO AMA O LAGO
ÓDIO DO DOIDO
MORRAM APÓS A SOPA MARROM
SAIRAM O TIO E OITO MARIAS
SECO DE RAIVA COLOCO NO COLO
CAVIAR E DOCES

Cuca Legal

Edição nº 06

MATEMÁTICA

facebook.com/clubedematematica

Laboratório de Aplicações Matemáticas

Professores Responsáveis:
Hugo Diniz
Aroldo Rodrigues
Hamilton Carvalho

Projeto UFOPA
PIBID/PROEXT

Vamos esquentar

Tente responder as contas a seguir e coloque os resultados no espaço indicado. Marque um "✓" no quadradinho ao lado de cada resposta correta. Confira seus acertos com o professor.

$7 \times 9 =$	☐	$24 \times 5 =$	☐	$\frac{4}{7}+\frac{10}{7}=$	☐
$96 \div 4 =$	☐	$16 \div 128 =$	☐	$\frac{7}{4}+\frac{2}{7}=$	☐
$63 - 17 =$	☐	$23^2=$	☐		
$16 + 54 =$	☐				

Sai dessa!

De um conjunto de fichas numeradas de 1 a 9, pretende-se escolher cinco delas de tal forma que a seguinte igualdade seja verdadeira:

$$\frac{A + B + C}{D} = E$$

Sabendo que a soma dos números indicados nas fichas escolhidas é igual a 23, você poderia nos dizer quais são os valores das fichas A, B, C, D e E?

P.A.U.L.O diz:

Muitas vezes não entendemos os motivos de se estudar matemática e, por isso, nos questionamos: onde a matemática é realmente aplicada? Inúmeros são os exemplos e situações onde podemos ver o emprego da matemática. Desde o momento em que acordamos até a hora de dormir, estamos sempre fazendo o uso dessa ciência. Quando, ao levantar pela manhã para ir à escola ou fazer qualquer atividade, dizemos "só mais cinco minutinhos", intuitivamente estamos realizando cálculos matemáticos para averiguar se esses preciosos minutos de sono não ocasionarão um atraso. Do mais simples ato até a mais sofisticada empregabilidade, a matemática está sempre presente em nosso cotidiano, basta que analisemos as situações que vivenciamos. Até mais, amiguinhos!

Cuca Legal

Edição nº 07

MATEMÁTICA
facebook.com/clubesdematematica

Laboratório de Aplicações Matemáticas

Professores Responsáveis:
Hugo Diniz
Aroldo Rodrigues
Hamilton Carvalho

Projeto UFOPA
PIBID/PROEXT

Vamos esquentar

Tente responder as contas a seguir e coloque os resultados no espaço indicado. Marque um "✓" no quadradinho ao lado de cada resposta correta. Confira seus acertos com o professor.

$4 \times 6 =$ ☐

$75 \div 15 =$ ☐

$88 - 54 =$ ☐

$120 + 5{,}4 =$ ☐

$14 \times 6 =$ ☐

$9 \div 243 =$ ☐

$\frac{5}{6} + \frac{11}{6} =$ ☐

$\frac{7}{3} + \frac{5}{8} =$ ☐

$500 - 3{,}08 =$ ☐

Sai dessa!

Você dispõe de duas ampulhetas: uma que se esvazia em 6 minutos e outra que se esvazia em 7 minutos. Como você deve proceder para contar exatos 3 minutos?

P.A.U.L.O diz:

Muitas pessoas têm certa aversão quando o assunto é matemática. Eu não estou incluído nessa. Muito pelo contrário, gosto tanto dela que consigo até dar boas gargalhadas com as piadas que o meu grupo de estudos conta em nossas horas livres. Vejam algumas delas:

O que o livro de Matemática disse para o livro de Português? Não me venha com essas historinhas que eu já estou cheio de problemas.

Qual é o cúmulo da matemática? Pedir um X salada e calcular o valor do X.

A professora tenta ensinar matemática para Joãozinho.

- Se eu te der quatro chocolates hoje e mais três amanha, você vai ficar com...com... com...? e o garoto:

- CONTENTE!!!

MATEMÁTICA
facebook.com/clubedematematica

Laboratório de Aplicações Matemáticas

Professores Responsáveis:
Hugo Diniz
Aroldo Rodrigues
Hamilton Carvalho

Projeto UFOPA
PIBID/PROEXT

Vamos esquentar

Tente responder as contas a seguir e coloque os resultados no espaço indicado. Marque um "✓" no quadradinho ao lado de cada resposta correta. Confira seus acertos com o professor.

$500 + 0{,}21 =$	☐	$11 \times 9 =$	☐	$\frac{20}{3} + \frac{4}{3} =$	☐
$24 \div 72 =$	☐	$4{,}7 \times 3 =$	☐	$\frac{5}{4} + \frac{2}{3} =$	☐
$12 \times 4 =$	☐	$125 \div 25 =$	☐	$\sqrt{576} =$	☐

Sai dessa!

Se eu leio 5 páginas por dia de um livro, eu termino de ler 16 dias antes do que se eu estivesse lendo 3 páginas por dia. Quantas páginas têm o livro?

P.A.U.L.O diz:

Quer ficar rico rapidinho? Use a matemática. Um bom começo é juntar o que você tem de dinheiro disponível e ir poupando ou então ganhar na loteria. Bem, vamos pensar numa maneira de você ficar rico em 30 dias. Isso mesmo! Em um mês você ficará rico se seguir as dicas da matemática! O segredo é você guardar 1 centavo no 1º dia, 2 centavos no 2º dia, 4 centavos no 3º dia, 8 centavos no 4º dia, 16 centavos no 5º dia e assim sucessivamente, sempre dobrando a quantidade do dia anterior. Se você continuar fazendo isso durante um mês, ao final dos 30 dias você terá incríveis R$ 10.737.418,00! Mais de dez milhões! Uma quantia bem maior que muitos prêmios de loteria. Que tal usar esse método? A matemática garante que é infalível.

Cuca Legal

Edição nº 09

MATEMÁTICA
facebook.com/clubesdematematica

Laboratório de Aplicações Matemáticas

Professores Responsáveis:
Hugo Diniz
Aroldo Rodrigues
Hamilton Carvalho

Projeto UFOPA
PIBID/PROEXT

Vamos esquentar

Tente responder as contas a seguir e coloque os resultados no espaço indicado. Marque um "✓" no quadradinho ao lado de cada resposta correta. Confira seus acertos com o professor.

$432 + 1{,}45 =$ ☐

$77 \div 7 =$ ☐

$36 - 71 =$ ☐

$61 + 45 =$ ☐

$13 \times 4 =$ ☐

$15 \div 75 =$ ☐

$\frac{4}{7} + 2 =$ ☐

$\frac{3}{5} + \frac{6}{15} =$ ☐

$14^2 =$ ☐

P.A.U.L.O diz:

Olá. Vejam só as frases engraçadas que ouvi durante esse ano dos meus amigos. Você já falou alguma delas? Até mais!

- Se está difícil pra você, imagina pra quem está tentando achar o X da matemática.

- Gata, você não é matemática, mas me deixa louco.

- A solução para os meus problemas financeiros resume-se em uma simples operação matemática: Bastaria que o meu saldo bancário fosse multiplicado por (-1).

- Às vezes minha vida parece mais um livro de matemática... recheado de problemas.

Sai dessa!

João deseja pagar Pedro e Marcus que durante uma viagem repartiram com ele 8 pães, sendo que Pedro tinha 5 pães a Marcus tinha 3. Se a divisão foi feita de modo uniforme e cada pão custa 1 moeda. Quantas moedas Pedro e Marcus devem receber?

Cuca Legal

Edição nº 10

MATEMÁTICA
facebook.com/clubesdematematica

Laboratório de Aplicações Matemáticas

Professores Responsáveis:
Hugo Diniz
Aroldo Rodrigues
Hamilton Carvalho

Projeto UFOPA
PIBID/PROEXT

Vamos esquentar

Tente responder as contas a seguir e coloque os resultados no espaço indicado. Marque um "✓" no quadradinho ao lado de cada resposta correta. Confira seus acertos com o professor.

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=$ ☐

$\frac{1}{4}+\frac{2}{8}=$ ☐

$\frac{7}{6}+\frac{11}{6}=$ ☐

$\frac{5}{6}+\frac{11}{6}=$ ☐

$\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=$ ☐

$\frac{1}{2}\div\frac{1}{4}=$ ☐

$\frac{7}{12}\times\frac{6}{5}=$ ☐

Sai dessa!

Um sapo cai num poço de 30m, com seu instinto de sobrevivência ele sobe 3m por dia, porém escorrega 2m à noite. Quantos dias o sapo levará para sair do poço?

P.A.U.L.O diz:

Você conhece o Paradoxo do Barbeiro de Sevilha?

Na cidade de Sevilha, há apenas um salão de barbearia. Nem todos os homens da cidade vão ao barbeiro. Assim, a população masculina da cidade pode ser dividida em dois grupos: os que se barbeiam sozinhos e os que vão ao barbeiro.

Logo, assumimos que o barbeiro faz a barba de todos os homens que não barbeiam a si mesmos, e somente destes. Porém, o barbeiro faz ou não faz a sua própria barba? Se não fizer, ele (como "consumidor") deve fazer a própria barba, ou seja, ele faz a sua barba!

Mas se ele faz a própria barba, sua pessoa (como consumidor) entra no grupo dos que não fazem a própria barba (por isso vão ao barbeiro). Assim, se ele faz a própria barba, ele não faz a própria barba!"

Cuca Legal

Edição nº 11

MATEMÁTICA

facebook.com/clubesdematematica

Laboratório de Aplicações Matemáticas

Professores Responsáveis:
Hugo Diniz
Aroldo Rodrigues
Hamilton Carvalho

Projeto UFOPA
PIBID/PROEXT

Vamos esquentar

Tente responder as contas a seguir e coloque os resultados no espaço indicado. Marque um "✓" no quadradinho ao lado de cada resposta correta. Confira seus acertos com o professor.

$\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=$ ☐

$\frac{11}{5}-\frac{1}{5}=$ ☐

$\frac{4}{7}+\frac{1}{3}=$ ☐

$\frac{2}{3}+2=$ ☐

$\frac{4}{3}\cdot 2=$ ☐

$\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{4}=$ ☐

$\frac{12}{5}:\frac{2}{15}=$ ☐

$\frac{2}{5}:2=$ ☐

$\frac{7}{2}:\frac{5}{3}=$ ☐

$\frac{4}{5}+\frac{2}{7}=$ ☐

P.A.U.L.O diz:

Olá amiguinhos. Você já imaginou um livro que faz a matemática parecer brincadeira? Sim, ele existe!

Escrito pelo brasileiro Júlio César de Melo e Sousa, sob o pseudônimo Malba Tahan, o livro "O Homem que Calculava" traz, entre outras teorias, a dos "quatro quatros". Segundo ela, é possível formar qualquer número inteiro de 0 a 100 utilizando quatro numerais 4 e sinais de operações matemáticas, como soma, divisão, exponenciação ou fatorial. Deseja obter um "3"? É só fazer a seguinte operação: (4+4+4)/4. Fãs de Tahan já afirmam conseguir obter qualquer número até a casa dos 100.000. Será que você consegue? Tchau, amiguinhos!

Sai dessa!

Corte uma torta em 8 pedaços, fazendo apenas 3 movimentos (3 cortes).