



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ – UFOPA  
INSTITUTO DE ENGENHARIA E GEOCIÊNCIAS – IEG  
BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA**

**JOSÉ SILVAN BATISTA MOTA JUNIOR**

**TRANSFORMADA DE PARK PARA ANÁLISE DINÂMICA DE MÁQUINA DE  
INDUÇÃO**

SANTARÉM

2017

**JOSÉ SILVAN BATISTA MOTA JUNIOR**

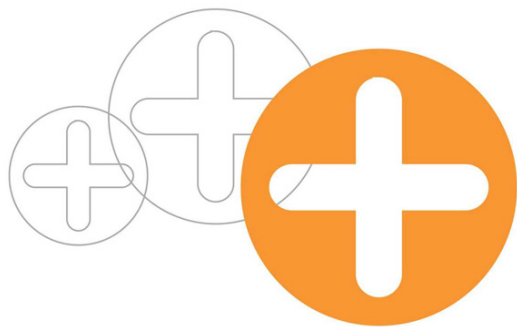
**TRANSFORMADA DE PARK PARA ANÁLISE DINÂMICA DE MÁQUINA DE  
INDUÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia para obtenção do grau de Bacharel em Ciência e Tecnologia na Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Engenharia e Geociências.

Orientador: Marcel Antonionni de Andrade Romano

SANTARÉM

2017



**XX ENMC**  
ENCONTRO NACIONAL DE  
MODELAGEM COMPUTACIONAL

---

**VIII ECTM**  
ENCONTRO DE CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DE MATERIAIS



16 a 19 de Outubro de 2017  
Instituto Politécnico - Universidade do Estado de Rio de Janeiro  
Nova Friburgo - RJ

## **SIMULAÇÃO DE PARK PARA ANÁLISE DINÂMICA DE MÁQUINA DE INDUÇÃO**

**José Silvan Batista Mota Junior**<sup>1</sup> - silvanmotajr@gmail.com

**Prof. Msc. Marcel Antonionni de Andrade Romano**<sup>2</sup> - antonionni@gmail.com

<sup>1</sup>Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Engenharia e Geociências - Santarém, PA, Brasil

<sup>2</sup>Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Engenharia e Geociências - Santarém, PA, Brasil

### **Resumo.**

*O motor de indução recebe em seu rotor um tensão induzida gerada no estator. Exercer o controle deste fluxo é essencial para definição de velocidade e torque do motor. Neste contexto, o presente trabalho abordou a transformação de Park como ferramenta para a análise dinâmica do motor a indução e simulou as equações resultantes demonstrando o que foi abordado matematicamente.*

**Keywords:** Transformada de Park, Motor de Indução, Simulação

## **1. INTRODUÇÃO**

O funcionamento do motor de indução assemelha-se ao funcionamento de um transformador, pois, o rotor recebe uma tensão induzida, gerada pelo campo girante do estator. O estator é alimentado por tensões trifásicas balanceadas, fazendo circular corrente trifásica equilibrada que produz um campo magnético (Fitzgerald et al, 2006). A principal razão para a análise dq em motores de indução é controlá-los usando os princípios do controle vetorial.

Na maioria dos livros essa análise é apresentada como a transformada de Park. Em Teixeira (2012) ditou que o objetivo da técnica de controle por orientação de campo é produzir um desacoplamento entre Conjugado e Fluxo de Campo, possibilitando controlar a máquina CA de forma semelhante ao controle de um motor CC.

Devido ao grande volume de processamento matemático inerente a essa técnica, o controle por orientação de campo só pode ser implementado na prática a partir de 1980, tornando-se economicamente viável, somente alguns anos depois, com o aumento da velocidade, aumento da capacidade de processamento matemático matricial e redução do custo de fabricação dos microprocessadores.

Este método de controle utiliza correntes para comandar o sistema e, sendo assim, faz-se necessário adicionar uma malha de realimentação para o controle da corrente do motor. O controle vetorial de máquinas de indução possui um grande campo de estudos e pesquisas científico-tecnológicas por tratar-se de sistemas bastante complexos, o qual exige intensa computação em tempo real e maior velocidade de processamento, quando comparado ao controle escalar.

O presente estudo visa demonstrar o uso da transformada de Park na análise do motores de indução, onde simulará a transformação do eixos  $abc$  do estator em dois eixos ortogonais,  $dq$ .

Serão usados vetores espaciais como intermediário da transformação de enrolamentos de fase  $abc$  no seu equivalente  $dq$ , o qual será usado para análise dinâmica em regime transitório. Os fluxos concatenados do estator e do rotor  $\vec{\lambda}_a^s(t)$  e  $\vec{\lambda}_a^r(t)$  dependem do ângulo do rotor  $\Theta_m$ , onde o sobrescrito “a” indica estator (Mohan, 2001).

Para análise de motores a indução em condições permanentes senoidais balanceadas, foram trocados os três enrolamentos por um enrolamento hipotético equivalente que produzia a mesma distribuição de  $fmm$  (Força magnetomotriz) no entreferro. Esse enrolamento único foi distribuído senoidalmente com o mesmo número de espiras  $N_s$ , com seu eixo magnético ao longo do vetor espacial corrente do estator e uma corrente  $\hat{I}_s$  (valor de pico de  $\hat{i}_s$ ) que flui através dele.

O vetor espacial corrente do estator  $\vec{i}_s(t)$ , na Figura 1a, representa as correntes de fase  $i_a(t)$ ,  $i_b(t)$  e  $i_c(t)$ , que estão defasadas em 120 graus entre si. Um vetor espacial colinear da  $fmm$   $\vec{F}_s(t)$  está relacionado com  $\vec{i}_s(t)$ , da Eq. (1), por um fator  $N_s/p$ .

$$\vec{i}_s^a(t) = i_a(t) + i_b(t)e^{j2\pi/3} + i_c(t)e^{j4\pi/3} \quad (1)$$

Em Boldea & Nasar (1992) são necessários dois enrolamentos ortogonais tais que o torque e o fluxo dentro da máquina possam ser controlados de forma independente. A distribuição da  $fmm$  no entreferro pelos três enrolamentos de fase podem também ser produzidas por dois enrolamentos ortogonais (em qualquer instante), ver Fig. 1b, cada um distribuído senoidalmente com  $\sqrt{\frac{3}{2}}N_s$  espiras: um enrolamento ao longo do eixo  $d$  e o outro ao longo o eixo  $q$ .

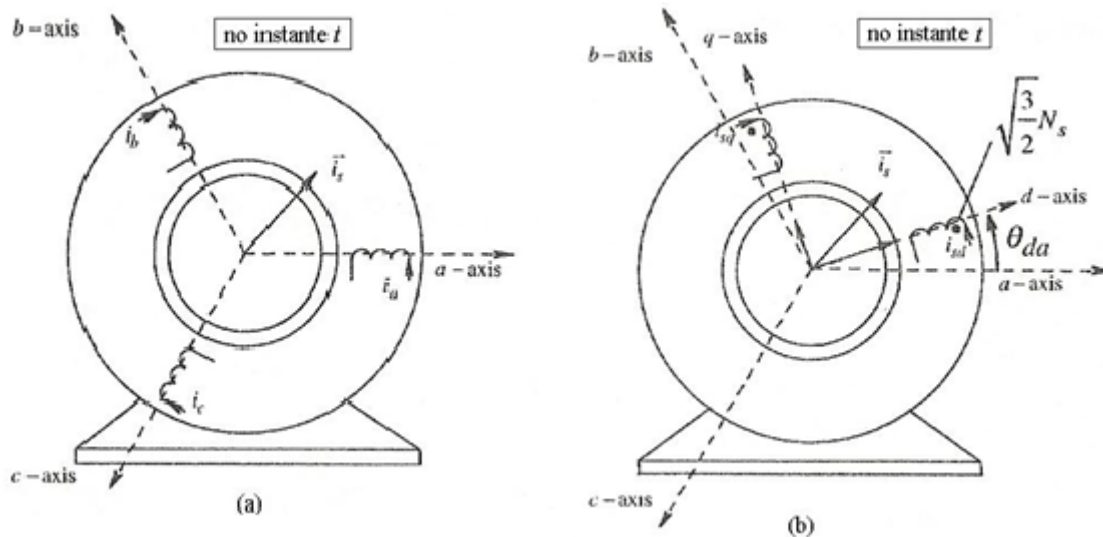


Figura 1- Representação da  $fmm$  do estator por enrolamentos  $dq$  equivalentes. Fonte: Mohan, 2001.

Esses enrolamentos  $dq$  podem estar em qualquer ângulo arbitrário  $\Theta_{da}$  relacionados com o eixo da fase  $a$ . Entretanto, as correntes  $i_{sd}$  e  $i_{sq}$  nesses dois enrolamentos podem ter valores específicos, os quais podem ser obtidos pelo equacionamento da  $fmm$  produzida nos enrolamentos  $dq$  em relação à  $fmm$  produzida pelo enrolamento trifásico, e representados por um único

enrolamento com  $N_s$  espiras da Equação (2).

$$\frac{\sqrt{\frac{3}{2}}N_s}{p} (i_{sd} + j i_{sq}) = \frac{N_s}{p} \vec{i}_s^d(t) \quad (2)$$

Onde  $p$  é o momento linear da rotação do eixo. Portanto, no caso de fases equilibradas temos que  $i_{rd}$  e  $i_{rq}$  são a projeções  $\vec{i}_s^d(t)$  sobre o eixo d e q, respectivamente.

## 2. Transformação $abc-dq0$

A transformada de Park é uma transformação linear que simplifica modelos simétricos trifásicos. Ela transforma uma máquina simétrica trifásica em uma máquina simétrica bifásica, mantendo constante potência, torque e número de polos.

É importante frisar que os vetores espaciais em um instante de tempo  $t$  desta figura são expressos sem o sobrescrito “a” ou “A”. A razão é que o eixo de referência é necessário somente para expressá-los matematicamente por meio de números complexos. Em outras palavras, esses vetores espaciais poderiam estar na mesma posição, independentemente da escolha do eixo de referência para expressá-los. Seja um sistema trifásico definidos pelos três fasores da Fig. 2, no tempo  $t$  o eixo d é dependente de  $\theta_{da}$  em relação ao eixo  $a$  do estator, como na Equação (3):

$$\vec{i}_s(t) = \vec{i}_s^a(t) e^{-j\Theta_{da}(t)} \quad (3)$$

Substituindo (3) em (1), temos:

$$\vec{i}_s(t) = i_a(t) e^{-j\Theta_{da}(t)} + i_b(t) e^{-j(\Theta_{da}(t) - 2\pi/3)} + i_c(t) e^{-j(\Theta_{da}(t) - 4\pi/3)} \quad (4)$$

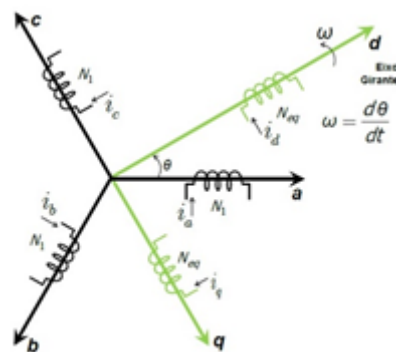


Figura 2- Fasores de um Sistema Trifásico

Equacionando os componentes da parte real com imaginária e separando  $i_{sd}$  e  $i_{sq}$  à direita temos a transformação dos três eixos nos eixos  $dq$ .

$$\begin{bmatrix} i_{sd}(t) \\ i_{sq}(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{da}) & \cos(\theta_{da} - 2\pi/3) & \cos(\theta_{da} - 4\pi/3) \\ -\sin(\theta_{da}) & -\sin(\theta_{da} - 2\pi/3) & -\sin(\theta_{da} - 4\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

No caso isolado, onde a soma das correntes das três fases é sempre igual a zero, as variáveis nos enrolamentos de fase abc podem ser calculadas em termos de variáveis de enrolamentos dq. Na Eq. (5), pode-se adicionar uma linha ao fundo para representar a condição de que a soma das três correntes de fase é igual a zero ( $i_0$ ). Invertendo a matriz resultante e descartando a última coluna cuja contribuição é zero, obtém-se a relação desejada na Eq. (6).

$$\begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{da}) & -\sin(\theta_{da}) \\ \cos(\theta_{da} - 4\pi/3) & -\sin(\theta_{da} - 4\pi/3) \\ \cos(\theta_{da} - 2\pi/3) & -\sin(\theta_{da} - 2\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}(t) \\ i_{sq}(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

### 3. Resultados

A simulação demonstra a transformação dos eixos de tensão abc em dois eixos ortogonais dq. Assim, é possível vislumbrar os três sinais de corrente do estator e seu comportamento após a transformação. Está fora do escopo do deste trabalho aprofundar o controle de fluxo dos motores de indução. Com os polos abc alinhados simetricamente em  $120^\circ$  e amplitude máxima de 127V e frequência 60Hz, a tensão de cada polo apresentaram o comportamento mostrado da Figura 1.13 e as tensões dq0 apresentam o comportamento da Figura 1.14.

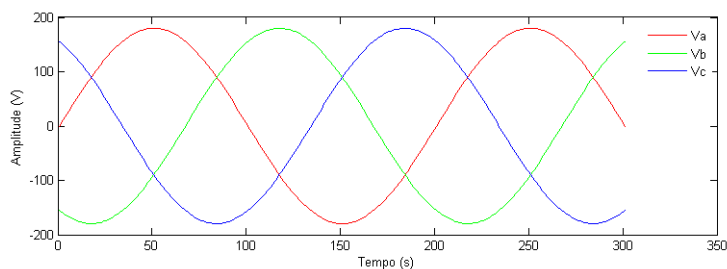


Figura 3- Tensão das fases a (em vermelho), b (em verde) e c (em azul)

É perceptível que as tensões são variantes senoidalmente com mesma amplitude  $120^\circ$ , demonstrando assim, fases simétricas e equilibradas. Tal normalidade refletiu na transformação de Park em sinais contínuos para d e q e ortogonais.

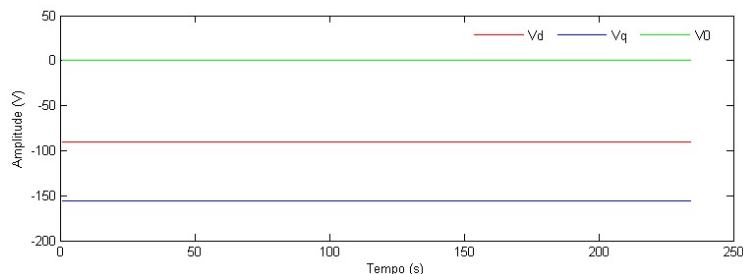
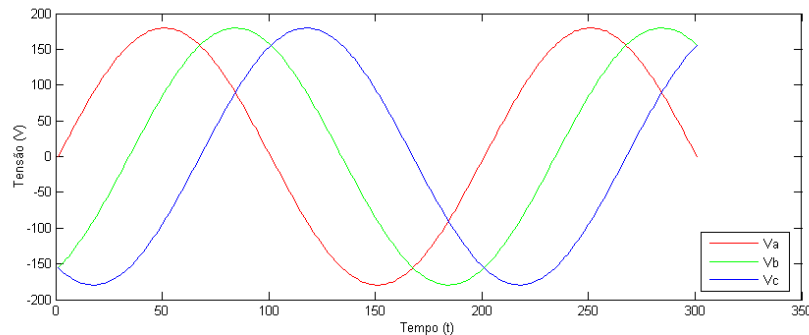
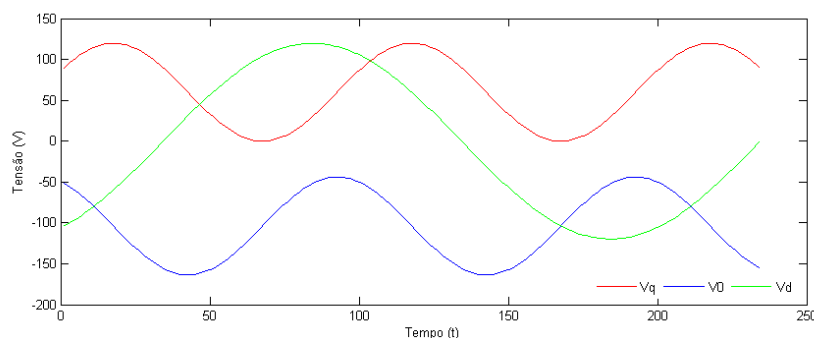


Figura 4- Tensão das fases d (em vermelho), 0 (em verde) e q (em azul)

Vejam agora a simulação para uma situação de parâmetros assimétricos e desequilibrados. Foi simulada a situação em que um das fases está em assimetria, ou seja, em que uma das correntes está em posição angular inadequada. No caso a fase  $V_b$  está alterada em  $90^\circ$  e amplitude de  $V_a$ , como ilustrado na Fig.5.



(a) Tensões abc



(b) Transformação dq com sistema em desequilíbrio e assimetria.

Figura 5- Sistema em desequilíbrio e assimetria.

Observou-se que as modificação do sistema interferiu grandemente nos sinais, inclusive no sinal  $V_0$  que devido a soma das tensões serem diferente de 0, não permitindo assim, a ortogonalidade dos vetores  $q$  e  $d$ .

## Considerações Finais

O principal propósito para a análise de motores de indução por meio da transformada de Park é controlá-los utilizando os princípios do controle de campo. O presente trabalho simulou computacionalmente o comportamento dos sinais de tensão do estator trifásico, realizando assim, a transformada de Park.

Na simulação foi percebido claramente o efeito da transformação  $abc - dq$  no sinais de tensão do eixo do estator, confirmando assim, que quando o sistema encontra-se em equilíbrio e assimetria é possível obter dois vetores ortogonais entre si. No entanto, quando o sistema encontra-se em assimetria a transformação entra em colapso.

## REFERÊNCIAS

- Fitzgerald, A.E.; Junior, C.K.; Umas, S.D. (2006), “*Máquinas Elétricas com Introdução à Eletrônica de Potência*”, 6º ed., Bookman, Porto Alegre.
- Boldea, I.; NASAR, S.A. (1995), “*Vector Control of AC Drives*”, 1º ed., CRC Press LLC, Boca Raton.
- Mohan, N. (2001), “*Advanced Electric Drives: Analysis, Control and Modeling using Simulink®*”, 1º ed., MNPERE, Minneapolis.
- Teixeira, D.C. N (2012), “*Controle Vetorial do Motor de Indução Operando na Região de Enfraquecimento de Campo*”, Monografia, UFV, Viçosa.

## APPENDIX A

```
%Simulação abc-dq0
clear, clc, clf;
% Vm e Ve são as amplitudes; T é o período e w a frequência.
Vm=127*sqrt(2);
Ve=127*sqrt(2);
w=2*pi*50;
T=1/50;
dt=0.0001;
k=0;
for t=0:dt:1.5*T
k=k+1;
tt(k)=t;
% Va, Vb e Vc são as tensões das fases abc, respectivamente
Va(k)=Vm*sin(w*t);
Vb(k)=Ve*sin(w*t-(4*pi/3));
Vc(k)=Vm*sin(w*t+(4*pi/3));
end;
figure(1)
grid on;
plot(Va, 'r');
hold on;
plot(Vb, 'g');
hold on;
plot(Vc)
k=0;
for t=(2*pi/(3*w)):dt:1.5*T
k=k+1;
% Transformação de Park
Vd(k)=(2/3)*(Va(k)*sin(w*t)+Vb(k)*sin(w*t-2*pi/3)+Vc(k)*sin(w*t+(2*pi/3)))
Vq(k)=(2/3)*(Va(k)*cos(w*t)+Vb(k)*cos(w*t-2*pi/3)+Vc(k)*cos(w*t+(2*pi/3)));
Vo(k)=(1/3)*(Va(k)+Vb(k)+Vc(k));
end
figure(2)
grid on;
plot(Vd, 'r');
hold on;
```



```
plot (Vq, 'b' );  
hold on;  
plot (Vo, 'g' )
```

---