



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE CIÊNCIAS EXATAS**

**JORGE CARLOS SILVA**

**ENSINO DO CENTRO DE MASSA POR MEIO DE CICLOS DE MODELAGEM  
DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS**

**SANTARÉM – PA  
2020**

**JORGE CARLOS SILVA**

**ENSINO DO CENTRO DE MASSA POR MEIO DE CICLOS DE MODELAGEM  
DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS**

Dissertação apresentada ao Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF-Polo 049) para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Física pela Universidade Federal do Oeste do Pará.

Orientador: Prof. Dr. Ednilson Sergio Ramalho de Souza

Coorientador: prof. Dr. Glauco Cohen Pantoja

**SANTARÉM – PA  
2020**

**JORGE CARLOS SILVA**

**ENSINO DO CENTRO DE MASSA POR MEIO DE CICLOS DE MODELAGEM  
DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS**

Dissertação apresentada ao Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF-Polo 049) para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Física pela Universidade Federal do Oeste do Pará.

Orientador: Prof. Dr. Ednilson Sergio Ramalho de Souza

Coorientador: Prof. Dr. Glauco Cohen Pantoja

Conceito:

Data de Aprovação \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

---

Prof. Dr. Ednilson Sergio Ramalho de Souza  
(Presidente)

---

Prof. Dr. Rodolfo Almeida Maduro  
(Examinador Interno)

---

Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra  
(Examinador Externo)

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas (SIBI) da UFOPA  
Catalogação de Publicação na Fonte. UFOPA - Biblioteca Unidade Rondon

Silva, Jorge Carlos.

Ensino do centro de massa por meios de ciclos de modelagem de atividades experimentais / Jorge Carlos Silva. - Santarém, 2020. 125f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências da Educação, Programa de Ciências Exatas.

Orientador: Ednilson Sergio Ramalho de Souza.

Coorientador: Glauco Cohen Pantoja.

1. Ensino de Física. 2. Atividades Experimentais. 3. Modelagem Matemática. I. Souza, Ednilson Sergio Ramalho de. II. Pantoja, Glauco Cohen. III. Título.

UFOPA/Sistema Integrado de Bibliotecas

CDD 23 ed. 530



Universidade Federal do Oeste do Pará

**MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA**

**ATANº 1**

Aos 31 dias do mês de outubro do ano de dois mil e vinte, às 09h00min, na sala virtual <http://meet.google.com/cui-agcp-gqj>, instalou-se a banca examinadora de dissertação de mestrado do acadêmico JORGE CARLOS SILVA. A banca examinadora foi composta pelos professores: Dr. JOSE RICARDO E SOUZA MAFRA, UFOPA, examinador externo; Dr. RODOLFO MADURO ALMEIDA, UFOPA, examinador interno e Dr. EDNILSON SERGIO RAMALHO DE SOUZA, UFOPA, orientador. Des-se início a abertura dos trabalhos por parte do professor EDNILSON SERGIO RAMALHO DE SOUZA que, após apresentar os membros da banca examinadora e esclarecer a tramitação da defesa, de imediato solicitou ao candidato que iniciasse a apresentação da dissertação intitulada ENSINO DE CENTRO DE MASSA POR MEIO DE CICLOS DE MODELAGEM DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS, marcando um tempo de 30 minutos para a apresentação. Concluída a exposição, o Prof. EDNILSON SERGIO RAMALHO DE SOUZA, presidente, passou a palavra ao examinador externo, prof. JOSE RICARDO E SOUZA MAFRA, para arguir o candidato; e, em seguida, ao examinador interno, prof. RODOLFO MADURO ALMEIDA para que fizesse o mesmo. Após responder satisfatoriamente a questionamentos da banca e esclarecer pontos relevantes do trabalho, o acadêmico foi considerado APROVADO pela banca examinadora, conforme as normas vigentes na Universidade Federal do Oeste do Pará. A versão final da dissertação deverá ser entregue ao MNPEF/UFOPA no prazo de até 30 dias contendo as modificações sugeridas pela banca examinadora e constante na folha de correção anexa.

**Prof. Dr. JOSE RICARDO E SOUZA MAFRA, UFOPA**

Examinador Externo ao Programa

**Prof. Dr. RODOLFO MADURO ALMEIDA, UFOPA**

Examinador Interno

  
Prof. Ednilson Souza  
UFOPA - SANE 170764

**Prof. Dr. EDNILSON SERGIO RAMALHO DE SOUZA,  
UFOPA**

Presidente

**JORGE CARLOS SILVA**

Mestrando

## **AGRADECIMENTOS**

À Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Física, polo 49 UFOPA Santarém, na pessoa do coordenador Prof. Dr. Sérgio Farias, ao Prof. Dr. José Machado Freire e ao Prof. Dr. Ednilson Sérgio Ramalho de Souza, pela paciência, dedicação e empenho.

Ao Prof. Dr. Glauco Cohen Ferreira Pantoja pelas leituras sugeridas ao longo dessa orientação, pela paciência e dedicação.

À minha esposa Aurinivia Lopes Souto Maior pelo apoio na minha formação, sempre esteve comigo, dando-me força.

À equipe de professores do Mestrado da UFOPA Santarém.

Um agradecimento todo especial ao Prof. Licenciado Wilde Raniely Xavier Rebelo pelo apoio e paciência nesta caminhada tomando a frente no grupo de estudo e aos demais colegas, que contribuíram ao longo dos meses, por meio das ideias das disciplinas e debates.

“O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001”.

## RESUMO

O trabalho tem como objetivo apresentar o desenvolvimento de um produto educacional na forma de cartilha educativa sobre a aplicação de ciclos de modelagem em atividades experimentais como promotor da aprendizagem do conceito de centro de massa. Nesse sentido, apresentaram-se algumas concepções e ciclos de modelagem de autores como: Rodney Carlos Bassanezi, Dionísio Burak, Maria Salett Biembengut, Jonei Cerqueira Barbosa e Maria Werle de Almeida. A fundamentação teórica foi a Aprendizagem Significativa do psicólogo David P. Ausubel, o qual propõe explicações para o processo de aprendizagem, no qual os conhecimentos prévios dos alunos têm que ser valorizados para que estes construam estruturas mentais que possam permitir novas descobertas com outros conhecimentos, caracterizando, assim, uma aprendizagem sólida e dinâmica. O encaminhamento metodológico do produto educacional envolveu cinco momentos. No primeiro, caracterizou-se cinco ciclos de modelagem dos quais os estudantes deveriam escolher apenas um deles para ser efetivamente aplicado na compreensão dos experimentos. No segundo, exemplificou-se a aplicação do ciclo de modelagem aos estudantes por meio de um experimento deliberadamente escolhido pelo professor. No terceiro, aprofundou-se a compreensão do ciclo de modelagem por meio de experimentos livremente escolhidos pelos estudantes. No quarto momento, houve a socialização colaborativa de dúvidas sobre o conceito de centro de massa. Por fim, no quinto e último momento, houve a transferência do ciclo de modelagem a situações diferentes do centro de massa. Os resultados indicam que a aplicação do ciclo de modelagem na análise da atividade experimental promoveu compreensão sobre os conceitos envolvidos, uma vez que o ciclo potencializou a organização do pensamento dos estudantes para inter-relacionar os conceitos de equilíbrio, centro de gravidade e centro de massa em um modelo matemático. A pesquisa gerou uma cartilha educativa que pode ser utilizada por professores e por estudantes na aprendizagem do conceito centro de massa.

**Palavras-Chave:** Ensino de Física. Modelagem Matemática. Atividades Experimentais.

## ABSTRACT

In this work, we present some conceptions and the modeling cycles of authors such as: Rodney Carlos Bassanezi, Dionísio Burak, Maria Salete Biembengut, Jonei Cerqueira Barbosa, Werle de Almeida and Adilson Oliveira. The use of modeling combined with the teaching of Physics can streamline classes and enhance student learning. We also present the psychologist David P. Ausubel's theory of significant learning, which proposes theoretical explanations for the learning process, in which students' prior knowledge has to be valued so that they build mental structures that can allow new discoveries with other knowledge, thus characterizing solid and dynamic learning. The work aims to verify in what sense the applications of modeling cycles in experimental activities can promote the learning of the concept of center of mass, center of gravity, center of mass of a particle system. Therefore, the work is divided into moments: In the first, five modeling cycles were characterized, from which students should choose only one of them to be effectively applied in understanding the experiments. In the second, the application of the modeling cycle to students was exemplified through an experiment deliberately chosen by the teacher. In the third, the understanding of the modeling cycle was deepened through experiments freely chosen by students. Finally, in the fourth moment, there was a collaborative socialization of doubts about the concept of center of mass. The main emphasis of this work was in the deepening of the modeling cycle in experiments freely chosen by the students, giving an answer with their understanding of what was explained about modeling and each team in socialization making the best two presentations regarding the experimental activities. The theory of meaningful learning is of great importance, for the school context, as it takes into account the history that the student has learned and highlights the role of the teacher in the organization of situations that benefit learning.

**Keywords:** Teaching Physics. Mathematical Modeling. Experimental activities.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Dionísio Burak .....	15
Figura 2 - Ciclo de modelagem de Burak .....	16
Figura 3 - Werle de Almeida .....	18
Figura 4 - Ciclo de modelagem de Almeida .....	19
Figura 5 - Rodney Bassanezi .....	21
Figura 6 - Ciclo de modelagem de Bassanezi .....	22
Figura 7 - Jonei Barbosa .....	24
Figura 8 - Ciclo de modelagem de Barbosa .....	25
Figura 9 - Salett Biembengut .....	26
Figura 10 - Ciclo de modelagem de Biembengut.....	27
Figura 11 - Movimento do centro de massa .....	45
Figura 12 - Movimento do centro de massa .....	47
Figura 13 - Centro de massa de uma placa.....	47
Figura 13 a) – Centro de massa de uma placa .....	48
Figura 14 - Centro de massa de duas partículas.....	49
Figura 15 - Centro de massa de um sistema de partículas no espaço.....	50
Figura 16 - Sujeitos participantes da pesquisa .....	54
Figura 17 - Exemplo de unitarização do modelo matemático: os círculos em vermelho especificam as unidades de contexto e os retângulos em verde especificam as unidades de significado dentro das unidades de contexto.....	56
Figura 18 - Cone antigravidade .....	60
Figura 19 - Pesquisador exemplificando aos sujeitos da pesquisa o ciclo de Biembengut no experimento do cone antigravidade .....	61
Figura 20 - Estudantes da Equipe 1 apresentando o experimento sobre o cone antigravidade feito com materiais recicláveis .....	63
Figura 21 - Modelo matemático elaborado pela Equipe 1 para analisar o experimento sobre o cone antigravidade construído com materiais recicláveis.....	63
Figura 22 - Testando o centro de gravidade com pregos .....	66
Figura 23 - Estudantes da Equipe 2 apresentando o experimento sobre o equilíbrio de 10 pregos.....	67

Figura 24 - Modelo matemático elaborado pela Equipe 2 para estudar o experimento sobre o equilíbrio de 10 pregos .....	68
Figura 25 - Ponte de Da Vinci.....	70
Figura 26 - Estudantes da Equipe 3 apresentando o experimento sobre o equilíbrio da ponte de Da Vinci.....	71
Figura 27 - Modelo matemático elaborado pela Equipe 3 para analisar o experimento sobre o equilíbrio da ponte de Da Vinci .....	71
Figura 28 - Representante da Equipe 1 fazendo a explicação do modelo matemático da velocidade média .....	75
Figura 29 - Equipe 2 fazendo a explicação do modelo matemático da velocidade média .....	76
Figura 30 - Representante da Equipe 3 fazendo a explicação do modelo matemático da velocidade.....	77

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 – Etapas de Dionísio Burak .....	29
Quadro 2 – Etapas de Werle de Almeida .....	30
Quadro 3 – Etapas de Rodney Bassanezi .....	30
Quadro 4 – Etapas de Joney Barbosa .....	31
Quadro 5 – Etapas de salett Biembengut.....	31
Quadro 6 – Estrutura epistemológica de um modelo matemático .....	33
Quadro 7 – Procedimentos realizados para a produção de dados.....	58
Gráfico 1 – Notas dos alunos por bimestre .....	81

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>CICLOS DE MODELAGEM.....</b>	<b>15</b>
2.1	O Ciclo de Dionísio Burak.....	16
2.2	O Ciclo de Werle de Almeida .....	19
2.3	O Ciclo de Rodney Bassanezi.....	21
2.4	O Ciclo de Jonei Barbosa.....	25
2.5	O Ciclo de Salett Biembengut.....	27
<b>3</b>	<b>MODELO MATEMÁTICO .....</b>	<b>33</b>
<b>4</b>	<b>A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA .....</b>	<b>38</b>
4.1	O Conhecimento Prévio .....	40
4.2	Diferenciação Progressiva & Reconciliação Integrativa .....	42
4.3	A Teoria no Contexto Escolar .....	43
<b>5</b>	<b>CENTRO DE MASSA.....</b>	<b>46</b>
5.1	O Conceito de Centro De Massa.....	47
5.2	Centro de Massa e Centro de Gravidade .....	48
5.3	Centro de Massa de um Sistema de Partículas .....	50
<b>6</b>	<b>O DESENVOLVIMENTO DO PRODUTO .....</b>	<b>54</b>
6.1	O Contexto da Pesquisa de Campo.....	54
6.2	Caracterização do Ciclo de Modelagem a ser Aplicado nas Atividades Experimentais .....	58
6.3	Exemplificação do Ciclo de Modelagem em Experimentos Deliberadamente Escolhidos pelo Professor .....	60
6.4	Aprofundamento do Ciclo de Modelagem em Experimentos Livremente Escolhidos pelos Estudantes .....	63
6.5	Socialização Colaborativa de Dúvidas.....	74
6.6	Transferência do Ciclo de Modelagem a Situações de outras Classes .....	75
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>79</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>83</b>
	<b>APÊNDICES .....</b>	<b>86</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho pretende relatar o desenvolvimento de um produto educacional elaborado na forma de cartilha educativa para o ensino de centro de massa por meio da aplicação da modelagem matemática em atividades experimentais.

Supõem-se que um ciclo de modelagem aplicado na compreensão de um experimento antes mesmo da explicação formal do professor pode tornar a aula de Física mais participativa, porque o ciclo de modelagem pode levar os alunos a compartilharem seus pensamentos de maneira oral e escrita e, ao ouvirem as falas dos outros colegas, os estudantes vão lapidando e organizando seus discursos, desinibindo-se para um argumento apropriado a determinado tema.

Muitos professores, especialmente na área da Física, perguntam-se: como vou ensinar esse assunto para que haja interesse e entendimento por parte do aluno? Perguntas retóricas desse tipo são importantes porque revelam que ensinar Física de maneira expositiva, ou seja, só aplicando fórmulas para resolução de listas de exercícios, sem considerar o contexto no qual o conteúdo é aprendido, sem levar em conta a motivação dos estudantes, sem manipular ou manusear a parte da experimentação, pode levar a um grau exagerado de abstração e dificultar a aprendizagem de conceitos e procedimentos.

O que ocorre é que os professores, na sua grande maioria, fazem uso somente da troca de informações entre professor e aluno e isto, precisa ser revisto ao considerar que o conteúdo ensinado conduz ao aluno a fazer com que interliguem o conteúdo a ser aprendido ao mundo real, como exemplo: ao falar do assunto de óptica o professor deve falar dos fenômenos ópticos, como as miragens, da ilusão de óptica, dos espelhos, da formação do arco-íris, como outros assuntos que leve o alunos a fazer ligações com este mundo em que vive.

Como consequência disso, o professor pode promover a motivação e a inspiração para a aprendizagem. Por sua vez, o estudante precisa envolver-se na aprendizagem, este deve ser levado a questionar cientificamente sobre o mundo em que vive. Enfim, professores e estudantes precisam sair de suas zonas de conforto, isto é, o aluno sendo o centro do processo de ensino, requer do professor um tratamento diferenciado para que ambos estejam comprometidos em um caminho de um ensino e aprendizagem ativo e significativo.

Durante muitos anos como professor de Física, o autor deste não realizava experimentação para o ensino de Física, a não ser quando tinha que escolher algum assunto para a feira de ciências. Preocupou-se somente em completar o conteúdo programático da disciplina. Ao perceber a importância dos experimentos para o ensino diferenciado diante da fragmentação entre teoria e o dia a dia dos alunos, neste trabalho, pretende-se aproximar os conceitos científicos e a realidade que eles vivenciam aplicando um ciclo de modelagem.

Por meio da aplicação de um ciclo de modelagem no entendimento de uma atividade experimental, busca-se promover uma melhor compreensão dos fenômenos físicos. Nesse sentido, reflete-se que a prática experimental aliada ao ciclo de modelagem tem um papel facilitador da aprendizagem, pois pode desenvolver nos alunos maior interesse pela Física, além de despertar habilidades dificilmente desenvolvidas em aulas meramente expositivas, por exemplo, a capacidade para justificar fundamentado em evidências científicas, tal como propõe a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018). Assim, busca-se pesquisar a importância de um ciclo de modelagem para promover a compreensão de atividades experimentais na aprendizagem do conceito de centro de massa.

No cenário da sala de aula, um ciclo de modelagem pode ser útil para promover a interdisciplinaridade no ensino de física, partindo como foco exemplo o consumo de energia que engloba vários aspectos e teorias sobre energia, e que não pode ficar somente com representação de equações e fórmulas. Os alunos querem participar de forma direta e não apenas ouvindo e assimilando o que o professor fala e faz, isto é, exige que o aluno seja interativo, enquanto que a transversalidade só tem significado dentro de uma compreensão interdisciplinar do conhecimento, sendo uma proposta didática, diz respeito a possibilidade de se instituir, na prática educativa, de aprender sobre e considerar o seu fundamento conceitual.

Para Carvalho (2010), apesar de as atividades experimentais estarem há mais de dois séculos nos currículos escolares e apresentarem uma ampla variação nos planejamentos, nem por isso os professores têm familiaridades com esses tipos de atividades. A elaboração e execução de experimentos associados à interpretação dos resultados, à construção e à aplicação de conceitos constituem, portanto, uma opção metodológica desafiadora para uma educação do século XXI.

Considerando esse contexto é que esta pesquisa pretende responder: como a aplicação de ciclos de modelagem em atividades experimentais pode

promover a aprendizagem do conceito de centro de massa para estudantes do 1º Ano do Ensino Médio de uma escola pública na cidade de Santarém-PA?

A partir desse problema de pesquisa, apresenta-se os objetivos geral e específicos a seguir.

O objetivo geral da pesquisa consiste em analisar de que forma a aplicação de ciclos de modelagem na interpretação de atividades experimentais pode promover a aprendizagem do conceito de centro de massa.

Enquanto objetivos específicos, citam-se os seguintes: i) caracterizar aos alunos o ciclo de modelagem a ser utilizado no estudo das atividades experimentais; ii) exemplificar o ciclo de modelagem em experimentos pedagógicos escolhidos pelo professor; iii) aprofundar a compreensão do ciclo de modelagem em experimentos selecionados pelos estudantes; iv) socializar dúvidas, perguntas e respostas sobre centro de massa de maneira colaborativa; v) especificar potencialidades e desafios para a aprendizagem do conceito de centro de massa por meio da modelagem matemática.

O lócus da pesquisa de campo foi uma escola estadual de ensino médio localizada no bairro da Interventora, Santarém, Pará. Escolheu-se uma turma de 25 alunos do 1º Ano do Ensino Médio, turno vespertino.

O produto educacional gerado foi desenvolvido em quatro momentos gerais. No primeiro momento, caracterizou-se quatro ciclos de modelagem dos quais os estudantes deveriam escolher apenas um deles para ser efetivamente aplicado na compreensão dos experimentos. No segundo momento, exemplificou-se a aplicação do ciclo de modelagem aos estudantes por meio de um experimento deliberadamente escolhido pelo professor. No terceiro momento, aprofundou-se a compreensão do ciclo de modelagem por meio de experimentos livremente escolhidos pelos estudantes. Por fim, no quarto momento, houve a socialização colaborativa de dúvidas sobre o conceito de centro de massa.

Assim, no capítulo que segue, com base em Dionísio Burak, Werle de Almeida, Rodney Bassanezi, Jonei Barbosa e Salett Biembengut, será feita uma abordagem geral sobre os ciclos de modelagem comumente utilizados na literatura brasileira e sobre a ideia da realidade das questões da cotidiano e mostrar ao aluno como a Física pode ser útil em sua vida fora do ambiente escolar e como ela interage com as demais ciências (BIEMBENGUT, 2009). Desse modo, considera-se que um ciclo de modelagem pode ser aplicado na interpretação de experimentos e promover

compreensão do conteúdo de ensino. Acredita-se que um ciclo de modelagem pode estimular a curiosidade do aluno e o questionamento científico. É a partir do experimento modelado que o aluno pode pontuar as suas dúvidas e tentar minimizá-las em um processo experimental e investigativo.

As atividades experimentais no ensino têm sido bastante discutidas entre os pesquisadores da área de educação, especialmente em relação às suas finalidades e tipos de abordagens, em destaque abordagens que incentive o aluno a pesquisar o experimento de modelo matemático enquanto um sistema constituído de múltiplas ferramentas de representação.

No terceiro capítulo, discutir-se-á sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa enquanto referencial teórico a ser utilizado na análise dos dados. No quarto capítulo, será feita uma discussão sobre o conceito de centro de massa e sobre como calcular o centro de massa de sistemas de partículas e de corpos rígidos. No quinto capítulo, apresenta-se o desenvolvimento do produto educacional, a saber, uma cartilha educacional para professores e estudantes sobre o ensino de centro de massa por meio de ciclos de modelagem de atividades experimentais. Por fim, no sexto capítulo, apresentam-se as considerações finais do estudo.

## 2 CICLOS DE MODELAGEM

Neste capítulo, pretende-se descrever ciclos de modelagem existentes na literatura brasileira com base em autores de renome na área, tais como: Dionísio Burak, Werle de Almeida, Jonei Barbosa, Rodney Bassanezi, Salett Biembengut e Adilson Oliveira. Para isso, serão analisadas as concepções sobre modelagem matemática e as fases ou etapas para o desenvolvimento em sala de aula propostos por esses autores. Finaliza-se o capítulo ao discutir, com base em Souza (2018), sobre a ideia de modelo matemático para além de uma fórmula matemática.

Tomando por base pesquisas publicadas na última década no Brasil, dentre as quais citam-se Biembengut (2016), Bassanezi (2015), Burak e Aragão (2012), Almeida, Silva e Vertuan (2012), Barbosa (2001), Souza (2018) é possível inferir que a modelagem matemática tem produzido resultados esperançosos, tanto na educação matemática quanto na educação científica. Contudo, essa mesma literatura revela diferentes estilos de pensamento que acabam resultando em diferentes ciclos de modelagem para organizar as atividades didáticas em sala de aula.

Um ciclo de modelagem pode iniciar em sala de aula a partir da apresentação de um problema da realidade do estudante. Segue-se então uma sequência de pensamentos lógicos para motivar a resolução do problema. As discussões geradas podem melhorar a capacidade de interpretação dos estudantes à medida que eles assumam uma posição crítica ao tentar resolver o problema real e perceber que pode haver mais de uma solução e vários caminhos para chegar à resolução. O ciclo de modelagem é essencial para analisar situações que são vividas por todos nós diariamente. Ele pode promover a formação de cidadãos cientificamente letrados que, ao se depararem com seus problemas no trabalho, no comércio, ou em quaisquer outras situações diárias, consigam resolvê-los com base nos aportes processuais da ciência. (SOUZA, 2018).

Quando inseridos em um ciclo de modelagem, os estudantes ocupam lugar central no cenário de aprendizagem, pois eles discutem e exemplificam várias perspectivas para resolver um mesmo problema real. Atividades desse tipo podem ser bem-vindas para sanar as dificuldades que envolvem o ensino das diversas disciplinas, particularmente, o ensino de Física. As propostas que têm sido formuladas para o enfrentamento dessas dificuldades e possíveis soluções sinalizam para o desenvolvimento de uma educação voltada para a participação plena dos alunos, isto

é, um ensinamento voltado para a experimentação, para o manuseio de materiais, para a formação de um educando consciente e responsável diante de suas possibilidades de interferência no mundo em que vivem. (THOMAZ, 2000).

Desse modo, na educação brasileira, existem diferentes autores que propõem diferentes maneiras de organizar as ações didáticas para o desenvolvimento dos ciclos de modelagem no “chão da sala de aula”. A seguir, apresentam-se autores de renome na área, contudo, destaca-se que existem outros autores que não serão apresentados, mas que desenvolvem trabalhos igualmente importantes.

## 2.1 O Ciclo de Dionísio Burak

Este autor assume a concepção de modelagem matemática a partir de uma compreensão social da matemática ao considerar que “todo conhecimento científico natural é conhecimento social”. (BURAK, 2012, p. 85).

Figura 1 - Dionísio Burak



Fonte: UNIVATES (2020).

Assume ainda a modelagem como uma metodologia de ensino ao pressupor premissas com origem na filosofia. Nessa perspectiva, para o autor,

A Modelagem Matemática constitui-se um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões e que, ainda, parte de duas premissas: 1) o interesse do grupo de pessoas envolvidas; 2) os dados são coletados onde se dá o interesse do grupo de pessoas envolvidas. (BURAK, 2012, p. 88, grifos do autor).

Para ele, o processo de modelagem em sala de aula pode ser realizado em cinco etapas: i) escolha do tema; ii) pesquisa exploratória, iii) levantamento de

problemas; iv) resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e v) análise crítica da solução de problemas.

Figura 2 - Ciclo de modelagem de Burak



Fonte: Autor (2020).

A escolha do tema, frisa o autor, parte do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes envolvidos. Inicialmente, os temas são colocados pelos discentes, segundo seus interesses, curiosidades ou para resolver algum problema.

Uma vez escolhido o tema, faz-se uma pesquisa exploratória para aprofundar conhecimentos sobre ele. Para isso, os estudantes devem se organizar, saber enunciar questões que produzam respostas satisfatórias. “A pesquisa exploratória tem o propósito de inserir os estudantes em atividades que formam e desenvolvem atitudes e posturas de um investigador [...]. (BURAK, 2012, p. 93).

Os dados coletados durante a exploração de pesquisas suportam o levantamento de problemas pelos estudantes. Nessa etapa, o desenvolvimento da autonomia do estudante perpassa pelas escolhas para fazer conjecturas, construir hipóteses, analisar situações e tomar decisões. A capacidade de articular dados e formular questões com origem na situação investigada tem valor formativo e atitudinal e grande significado educativo. Constitui-se um passo importante para a formação cidadã, visando traduzir e transformar situações do mundo-vida em problemas matemáticos.

Para resolver os problemas formulados, os discentes devem fazer uso de ferramental matemático. Isso pode favorecer significação aos conteúdos matemáticos.

O professor pode apresentar conteúdos novos ou reforçar um conteúdo já estudado e que seja necessário para resolver o problema. Os modelos matemáticos são construídos quando se deseja elaborar uma expressão matemática para resolver o problema.

Após a resolução do problema faz-se discussões críticas das soluções encontradas pelos estudantes. Essa etapa “possibilita tanto o aprofundamento de aspectos matemáticos como dos aspectos não matemáticos, como os ambientais, sociais, culturais e antropológicos, envolvidos no tema”. (BURAK, 2012, p. 100).

D. Burak assume um estilo de pensamento em modelagem a partir de uma compreensão social da matemática ao considerarem que o conhecimento matemático é social por natureza. Nesse sentido, concebe a modelagem como uma metodologia de ensino em que se constitui em um conjunto de procedimentos que visa a construir um paralelo para explicar os fenômenos presentes no cotidiano das pessoas por meio da matemática, auxiliando-as a fazer previsões e a tomar decisões. Para isso, este autor propõe duas diretrizes básicas: a primeira é que deve ser levado em consideração o interesse do grupo de estudantes e a segunda é que os dados devem ser coletados onde se dá o interesse do grupo de pessoas envolvidas no processo de modelagem.

Desse modo, no ciclo de modelagem de Burak, o tema deve ser escolhido “sempre” pelos grupos de estudantes a partir de seus interesses e do contexto em que ocorrerá a pesquisa. Após a escolha do tema, faz-se um levantamento científico para conhecer um pouco mais sobre o tema e levantar alguns problemas iniciais.

A resolução desses problemas ocorre com o desenvolvimento do conteúdo relacionado ao tema e o ciclo finaliza com as discussões críticas em grupos de estudantes. Concebe-se, dessa maneira, a modelagem matemática como um conjunto de procedimentos ou de métodos cujo propósito é obter um paralelo (modelo matemático) que permita elaborar explicações matemáticas para os fenômenos que o ser humano encontra no cotidiano, levando-o a fazer previsões e a tomar decisões. Embora esse conjunto de procedimentos vise à elaboração de um modelo matemático, esse autor reflete que a produção de um modelo pode não ocorrer efetivamente no ciclo de modelagem, nesse caso, o processo per si passa a ser importante para favorecer visão crítica e tomada de decisão.

## 2.2 O Ciclo de Werle de Almeida

Na visão da autora, uma atividade de modelagem matemática pode ser compreendida em termos de uma situação inicial, de uma situação final desejada e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final.

Figura 3 - Werle de Almeida



Fonte: sbmparana.com.br (2020).

Nesse prisma, relações entre realidade (origem da situação inicial) e matemática (área em que os conceitos e procedimentos estão ancorados), sevem de apoio para que conhecimentos matemáticos ou de outras áreas sejam movimentados e integrados. Desse modo,

[...] uma atividade de modelagem matemática tem em uma situação problemática a sua origem e tem como característica essencial a possibilidade de abarcar a cotidianidade e a relação com aspectos externos à matemática, caracterizando-se como um conjunto de procedimentos mediante o qual se definem estratégias de ação do sujeito em relação a um problema (ALMEIDA, 2012, p. 15).

Para a autora, uma atividade de modelagem pode ser agendada em cinco fases: i) inteiração ; ii) matematização; iii) resolução; iv) interpretação de resultados e v) validação.

Figura 4 - Ciclo de modelagem de Almeida



Fonte: Autor (2020).

A inteiração representa o primeiro contato com uma situação-problema que se deseja enfrentar. Implica levantar informações sobre essa situação por meio de coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante ação direta ou indireta. A inteiração leva à formulação de problemas e à definição de metas para resolvê-los. “Assim, a escolha de um tema e a busca de informações a seu respeito constituem o foco central nessa fase”. (ALMEIDA, 2012, p. 16).

Geralmente, a situação-problema apresenta-se em linguagem natural e não aparece diretamente associada à linguagem matemática. É necessário, portanto, transformar a representação em linguagem natural para a linguagem matemática, momento em que se evidencia o problema matemático a ser resolvido. “A busca e elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características”. (ALMEIDA, 2012, p. 16). A matemáticação é realizada a partir de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações.

A fase de resolução consiste na construção de um modelo matemático. O objetivo do modelo é descrever a situação, permitir que o modelador analise aspectos importantes da situação-problema, viabilizar previsões para o problema em investigação.

O modelo matemático indica resultados que devem ser interpretados e validados.

A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação

matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto à adequação da representação para a situação. (ALMEIDA, 2012, p. 16).

Dessa maneira, W. Almeida assume um estilo de pensamento em que a modelagem matemática pode ser compreendida como uma alternativa pedagógica que relaciona uma situação inicial a uma situação final desejada por meio de um conjunto de procedimentos e de conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final. Nesse prisma, relações entre realidade (origem da situação inicial) e matemática (área em que os conceitos e os procedimentos estão ancorados) servem de apoio para que conhecimentos matemáticos ou de outras áreas sejam movimentados e integrados. Para a autora, a modelagem orienta a transformação entre duas situações de naturezas distintas por meio de uma sequência de procedimentos para definir ação e tomada de decisão.

No ciclo de modelagem de Almeida, a fase de inteiração (do verbo inteirar, tomar conhecimento de) representa o primeiro contato com uma situação-problema que se deseja enfrentar. Implica levantar informações sobre essa situação por meio de coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante ação direta ou indireta. A inteiração leva à formulação de problemas e à definição de metas para resolvê-los. A situação-problema apresenta-se em linguagem natural e dificilmente surge diretamente associada à linguagem matemática.

É necessário, portanto, transformá-la da linguagem natural para a linguagem matemática, momento em que se evidencia o problema matemático a ser resolvido. Desse modo, a matematização é realizada a partir de formulação de hipóteses, da seleção de variáveis e de simplificações que originam o modelo matemático. O objetivo do modelo é descrever a situação, permitindo ao modelador analisar aspectos importantes do problema, viabilizar previsões, indicar resultados que devem ser interpretados e validados.

### **2.3 O Ciclo de Rodney Bassanezi**

Para este autor, modelagem é um processo que visa criar modelos. Nesse processo estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre sua realidade, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador. “A modelagem matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos

alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais”. (BASSANEZI, 2015, p. 15).

Figura 5 - Rodney Bassanezi



Fonte: furb.br (2020).

Ressalta o autor que no processo de reflexão sobre a porção da realidade, argumentos considerados essenciais são selecionados para que se possa obter uma formalização artificial, ou seja, o modelo matemático. Para isso, o primeiro passo é encontrar dados experimentais ou inferências de especialistas sobre o tema investigado.

O processo se inicia com a escolha do tema de estudo (nesse momento, ainda não se tem ideia do conteúdo matemático que será utilizado para resolver as questões colocadas por ele). A partir daí, dizemos aos iniciantes: quando tiver ideia do que fazer para lidar com o tema, comece “contando” ou “medindo”, pois, com esse procedimento, é fatal surgir uma tabela de dados. A disposição de dados em um sistema cartesiano e um bom ajuste dos seus valores facilitarão a visualização do fenômeno em estudo, propiciando a elaboração de questões, as propostas de problemas e do desenvolvimento de conjecturas que podem levar à elaboração de leis de formação. A formulação de modelos matemáticos é simplesmente uma consequência da transposição dessas etapas. (BASSANEZI, 2015, p. 12).

Na visão do autor, a dinâmica de modelagem matemática pode ser realizada em etapas, a saber: i) escolha de temas; ii) coleta de dados; iii) análise de dados e formulação de modelos; iv) validação; v) convergência e estabilidade; vi) cálculo do valor assintótico; vii) variações.

Figura 6 - Ciclo de modelagem de Bassanezi



Fonte: Autor (2020).

Para ele, o início de uma modelagem se faz com a escolha de temas. Levantam-se possíveis situações de estudo de modo a possibilitarem questionamentos em várias direções. Importante que o tema seja escolhido pelos estudantes, pois assim sentir-se-ão corresponsáveis pela modelagem. Contudo, a escolha final do tema também dependerá da orientação do professor, que avaliará a exequibilidade do assunto a ser modelado e fontes de informações.

Uma vez escolhido o tema, passa-se para a coleta de dados. Essa coleta pode ser realizada por meio de entrevistas e pesquisas executadas com os métodos de amostragem aleatória; por meio de pesquisa bibliográfica, utilizando dados já disponíveis em livros ou revistas especializadas; por meio de experiências planejadas pelos próprios estudantes.

Formular um modelo matemático que representa a situação estudada por meio de variáveis é, efetivamente, o que se convencionou chamar de modelagem matemática. Muitos modelos matemáticos são obtidos pela solução de sistemas variacionais, por isso é fundamental compreender como é a variação das variáveis envolvidas no fenômeno investigado.

A validação de um modelo matemático é um processo de aceitação ou rejeição. Análise que é condicionada a diversos fatores, sendo o mais comum o confronto dos dados reais com os dados simulados no modelo. “Um bom modelo deve servir para explicar os resultados e tem capacidade de previsão de novos resultados ou relações insuspeitas”. (BASSANEZI, 2015, p. 22).

Assim, R. Bassanezi apresenta um estilo de pensamento que concebe a modelagem matemática como uma estratégia de ensino que visa a construir modelos matemáticos teoricamente bem definidos. Ele argumenta que o processo de modelagem começa com a escolha de um tema de estudo. Contudo, nesse momento ainda não se sabe ao certo o conteúdo matemático que será utilizado para resolver as questões colocadas pelo tema.

A partir daí, por meio de procedimentos de contagens e de medições, geralmente surge uma tabela de dados. A organização dos dados em um sistema cartesiano permite ajuste de curva dos valores tabelados e facilitam a visualização do fenômeno em estudo, promovendo a elaboração de questões que podem levar à elaboração de leis de formação. A formulação de modelos matemáticos é uma consequência da transposição dessas etapas.

No ciclo de modelagem de Bassanezi, após a escolha de temas levantam-se possíveis situações de estudo de modo a possibilitarem questionamentos em várias direções. Importante que o tema seja escolhido pelos estudantes para que possam se sentir corresponsáveis pelo ciclo de modelagem. Contudo, a escolha final do tema também dependerá da orientação do professor, que avaliará a exequibilidade do assunto a ser modelado e de fontes de informações.

Uma vez escolhido o tema, passa-se para a coleta de dados. Essa coleta pode ser realizada por meio de entrevistas e de pesquisas executadas com os métodos de amostragem aleatória; de pesquisa bibliográfica, de dados já disponíveis em livros ou revistas especializadas; de experiências planejadas pelos próprios estudantes. Após a coleta de dados, formula-se um modelo matemático que representa a situação estudada por meio de variáveis.

Assim, muitos modelos matemáticos são obtidos pela solução de sistemas variacionais, por isso é fundamental compreender como é a variação das variáveis envolvidas no fenômeno investigado. A validação de um modelo matemático é um processo de aceitação ou de rejeição. Tal validação é condicionada a diversos fatores, sendo o mais comum o confronto dos dados reais com os dados simulados no modelo.

## 2.4 O Ciclo de Jonei Barbosa

Jonei Babosa concebe a modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem. Neste ambiente, os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade. (BARBOSA, 2001).

Figura 7 - Jonei Barbosa



Fonte: cienciaecultura.ufba.br (2020).

É possível perceber que este autor entende a modelagem matemática como um ambiente ou um cenário de aprendizagem crítico e investigativo. Nesse cenário, ocorre um convite à investigação de situações com referência no mundo real por meio da matemática. Interessante destacar que tal concepção focaliza a formação de estudantes críticos e reflexivos a partir de problemas de suas realidades.

Nesse sentido, o autor chama a atenção que os modelos matemáticos podem contribuir para que os estudantes eventualmente formem visão “enviesada” da realidade, levando-os a tomadas de decisões inconsequentes. É o caso, por exemplo, de uma pesquisa eleitoral em que os modelos matemáticos podem induzir o eleitor a votar em determinado candidato. Para este autor, a crítica do modelo matemático torna-se uma tarefa essencial para a construção do cenário investigativo.

Em sala de aula, a concepção deste autor pode ser traduzida em diferentes maneiras de organizar ciclos de modelagem, as quais ele denominou de “Casos”.

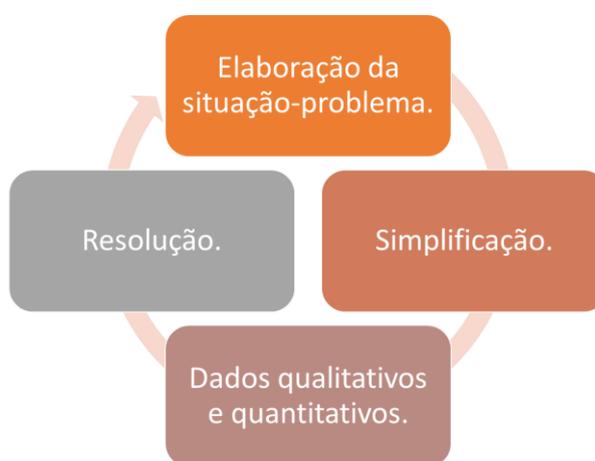
Caso 1. Imaginemos que um professor apresente aos alunos uma situação problema acerca da construção de um estacionamento numa avenida (da cidade), onde se pede a melhor forma de dispor os carros. A descrição da situação, os dados (reais) e o(s) problema(s) são trazidos pelo professor, cabendo aos alunos o processo de resolução. [...] Caso 2. O professor traz para a sala um problema não-matemático [...]. Os alunos devem coletar as informações qualitativas e quantitativas necessárias para resolver o problema: ao professor coube formular e apresentar o problema [...]. Caso 3. Outra forma de integrar modelagem ao currículo é o desenvolvimento de

projetos desenvolvidos a partir de temas, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui o levantamento de informações, a formulação de problemas e a resolução destes cabem aos alunos. (SOUZA, 2018, p. 53-54).

Infere-se que os chamados “Casos de Barbosa” enfatizam a relação professor & aluno no ambiente de modelagem matemática. Ressalta-se que, nos três casos, o professor atua como coparticipante na investigação juntamente com os alunos, dialogando com eles acerca de suas tarefas. No entanto, no Caso 1, o professor possui um papel mais ativo na organização das ações, uma vez que ele fica responsável pela formulação da situação-problema. Por outro lado, no Caso 3, a atuação do professor é menor, pois os alunos assumem a maior parte das tarefas.

Conjugado a esses casos, o autor propõe quatro etapas para desenvolver um ciclo de modelagem, a saber: i) elaboração da situação-problema; ii) simplificação; iii) dados qualitativos e quantitativos e iv) resolução.

Figura 8 - Ciclo de modelagem de Barbosa



Fonte: Autor (2020).

Desse modo, J. Barbosa concebe claramente a modelagem como um ambiente de aprendizagem. Nesse ambiente, os estudantes são convidados a questionar e a investigar situações com referência na realidade. É possível perceber nesse autor um estilo de pensamento que entende a modelagem matemática principalmente como um ambiente ou um cenário de aprendizagem crítico e investigativo.

Por sua vez, o ciclo de modelagem de Barbosa admite pelo menos três diferentes maneiras de organização pedagógica, os quais o autor denominou de

“casos”. No caso mais básico, o professor apresenta aos estudantes uma situação-problema já elaborada e simplificada, com a coleta de dados também já organizada. Aos estudantes cabe o processo de resolução do problema por meio de um modelo matemático. No caso intermediário, o professor também apresenta uma situação-problema já simplificada, aos estudantes cabe a coleta de dados e a resolução do problema por meio de um modelo matemático. No caso mais avançado, os estudantes elaboram e simplificam situações-problema, coletam dados qualitativos e quantitativos e resolvem o problema com a proposição de modelos matemáticos.

## 2.5 O Ciclo de Salett Biembengut

M. Biembengut (2009), chama de modelação para a modelagem matemática aplicada na educação. Para ela,

[...] A Modelação é um método de ensino com pesquisa nos limites e espaços escolares, em qualquer disciplina e fase de escolaridade: dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental aos finais do Ensino Superior e, ainda, em Cursos de formação continuada ou disciplina de pós-graduação. (BIEMBENGUT, 2009, p. 171, grifos da autora).

Frisa a autora que o objetivo de quem faz modelagem matemática é estabelecer um modelo matemático de uma situação-problema para poder resolvê-la, entendê-la ou modificá-la.

Figura 9 - Salett Biembengut

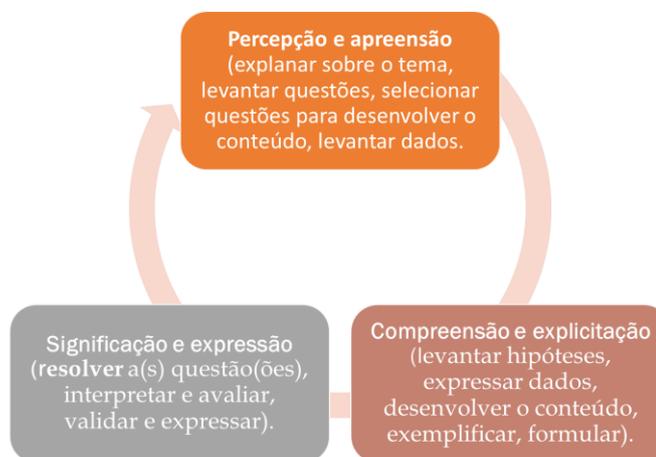


Fonte: Plataforma Lates (2020).

Segundo a autora, o objetivo da modelação é promover conhecimento ao estudante em qualquer período de escolaridade fazendo pesquisa frente à estrutura curricular, ou seja, no espaço físico e no tempo destinado a tal propósito. Para isso, a modelação se apropria do processo de modelagem matemática. Tal processo, pode

ser desenvolvido em três fases: i) percepção e apreensão; ii) compreensão e explicitação e iii) significação e expressão, esquematizadas a seguir:

Figura 10 - Ciclo de modelagem de Biembengut



Fonte: Autor (2020).

A etapa de percepção e apreensão “[...] visa estimular a percepção e a apreensão dos estudantes sobre algum tema/assunto do contexto deles ou que lhes possam interessar, escolhido para valer como guia aos conteúdos curriculares (e não curriculares) que esperamos tratar”. (BIEMBENGUT, 2009, p. 192, grifos da autora). O tema deverá possibilitar refazer um modelo ou construir um modelo por analogia. Para isso, utilizam-se símbolos que identifiquem um signo, uma palavra, uma acepção particular. Essa etapa requer como sub etapas: explanar sobre o tema; levantar questões ou sugestões; selecionar questões que favoreçam desenvolver o conteúdo curricular e levantar ou apresentar dados sobre o tema.

A etapa de compreensão e explicitação “[...] consiste em levarmos os estudantes a identificar alguns elementos do tema/assunto no sentido quantitativo e qualitativo e, com base nas ideias as quais eles já possuem, ensinamo-los a inteirarem-se do que ainda desconhecem”. (BIEMBENGUT, 2009, p. 197, grifos da autora).

Hipóteses e dados disponíveis favorecem entendimento da situação-problema e codificação vocabular de acordo com o contexto, possibilitando melhor compreensão das linguagens que orbitam o tema. As seguintes sub etapas são necessárias: levantar hipóteses ou pressupostos; expressar os dados; desenvolver o conteúdo; exemplificar e formular a questão; dispor de um modelo.

Na etapa de significação e expressão “[...] é momento de avaliar a validade do modelo e, a partir deste processo de validação, verificar o que foi apreendido do processo e aprendido dos conteúdos curriculares e não curriculares”. (BIEMBENGUT, 2009, p. 203). Isso significa resolver o problema em termos do modelo elaborado, fazer interpretação empírica, perguntar que contribuições o modelo pode trazer para o contexto social. Segue-se as subetapas: resolver as questões; interpretar e avaliar; validar e expressar. Dessa maneira, S. Biembengut chama de “modelação matemática” para a essência da modelagem matemática aplicada à educação e que visa preponderantemente ao currículo escolar.

No ciclo de modelagem de Biembengut, a etapa de percepção e apreensão tem a intenção de incitar a percepção e a apreensão dos estudantes sobre algum tema ou assunto do contexto vivencial deles ou que lhes possam interessar de alguma maneira. Esse tema vai servir como uma espécie de guia aos conteúdos curriculares e não curriculares a serem estudados.

Assim, o tema deverá possibilitar (re)fazer um modelo matemático ou (re)construir um modelo por analogia. Para isso, utilizam-se símbolos que identifiquem um signo, uma palavra, uma aceção particular. Essa etapa requer as seguintes subetapas: explicar sobre o tema; levantar questões ou sugestões; selecionar questões que favoreçam o desenvolvimento do conteúdo curricular e levantar ou apresentar dados sobre o tema.

Na etapa de compreensão e explicitação, os estudantes são levados a identificar elementos importantes do tema/assunto no sentido quantitativo e qualitativo. Essa identificação acontece com base nas ideias que eles já possuem e passam a se inteirar do que ainda desconhecem. Nessa etapa, hipóteses e dados disponíveis favorecem o entendimento da situação-problema e a codificação vocabular de acordo com o contexto, possibilitando melhor compreensão das linguagens que orbitam o tema. As seguintes subetapas são necessárias nesse momento: levantar hipóteses ou pressupostos; expressar os dados; desenvolver o conteúdo, exemplificar e formular a questão, como propõe Souza (2018) que esteja disposto a utilização de um modelo matemático.

A última etapa, significação e expressão, é quando ocorre a avaliação e a validação do modelo matemático. A partir deste processo de validação, verifica-se o que foi apreendido do processo de modelagem e aprendido sobre os conteúdos curriculares e não curriculares. Isso significa em resolver o problema em termos do

modelo matemático elaborado, fazer interpretação empírica, perguntar que contribuições o modelo pode trazer para o contexto social. Para tanto, segue-se as subetapas: resolver as questões; interpretar e avaliar, validar e expressar.

Embora seja importante e, muitas vezes, necessário ter conhecimento de algum ciclo de modelagem, pois isso pode ajudar na organização didática das tarefas de ensino, importante ainda ressaltar que existem autores que não propõem ciclo de modelagem a ser seguido. Nesse sentido, Chaves e Espírito Santo (2008) fortalecem a noção de “várias possibilidades” para materializar ações didáticas no ensino de matemática e de ciências. No entanto, ao não propor conjuntos de passos ou de fases a serem seguidas, não se nega as fases propostas pelos autores anteriormente comentados, mas ratifica-se que, partindo simplesmente da ideia de modelagem matemática enquanto construção de modelos matemáticos de problemas reais, o modelador pode utilizar ou não tais fases, pode acrescentar outras etapas ou pode criar seu próprio ciclo de modelagem. Portanto as tabelas de 1 a 5 descrevem as etapas e os procedimentos a serem trabalhados de acordo com os seus teóricos mencionados ao norte.

Quadro 1 – Etapas de Dionísio Burak

<b>Etapas</b>	<b>Quer dizer</b>
Escolha do tema.	Deve-se escolher o tema para o desenvolvimento da modelagem matemática, partindo do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes de envolvidos.
Pesquisa exploratória.	Etapas em que os alunos são incentivados a buscar dados sobre o tema escolhido, podendo ser biográfico de campo.
Levantamento do problema.	Que os alunos são incentivados a fazer uma relação entre o que pesquisam e a matemática, sustentados pela coleta de dados, eles podem propor problemas simples ou complexos que permitam a utilização dos conhecimentos.
Resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento do conteúdo matemático relevante do contexto do tema.	Nesta etapa o conhecimento de matemática vai ser relevante e significativo, priorizando a ação do aluno na sua elaboração.
Análise críticas das soluções.	Haverá debates sempre no sentido de um olhar diferenciado, dando oportunidade do aluno refletir sobre sua intenção e descoberta que vai auxiliar na formação cidadã. Ponto forte da modelagem.

Fonte: Autor (2020).

Quadro 2 – Etapas de Werle de Almeida

Etapas	Que corresponde
Inteiração.	Ao auto de inteirar-se, informar-se sobre os dados quantitativos e qualitativos, este é o primeiro contato com o problema que inicia na falta de compreensão, de entendimento da situação. Nessa fase o foco central é a escolha do tema e a busca de informações. A inteiração não se limita a primeira fase, pode fazer parte de todo o desenvolvimento da atividade.
Matematização.	Ao processo de passagem da língua natural, para a linguagem matemática, a qual pode ser utilizada de visualizações, símbolo e descrições. As descrições ocorrem a partir da formação de hipóteses, das seleções de variáveis e da simplificação referente às informações obtidas e ao problema em questão.
Resolução.	A construção de um modelo matemático que tem por finalidade a descrição da situação e a análises dos aspectos relevantes, afim de responder as perguntas formuladas e até mesmo fazer previsões para o problema.
Interpretação de resultados e avaliação.	Será feito um análise das respostas dos problemas, isto é, um processo avaliativo que implica considerar os procedimentos matemáticos utilizados e a representação da situação proposta. Nesta fase visa-se o desenvolvimento, não só de modelos matemáticos, mas de os alunos avaliarem o processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações.

Fonte: Autor (2020).

Quadro 3 – Etapas de Rodney Bassanezi

Etapas	Que corresponde
Escolha do tema.	Levantam-se possíveis situações de estudo de modo a possibilitar questionamentos em várias direções. O tema seja escolhido pelos estudantes, pois assim sentir-se-ão corresponsáveis pela modelagem. A escolha final do tema também dependerá da orientação do professor, que avaliará a exequibilidade do assunto a ser modelado e fontes de informações.
Coleta de dados.	Essa coleta pode ser realizada por meio de entrevistas e pesquisas executadas com os métodos de amostragem aleatória; por meio de pesquisa bibliográfica, utilizando dados já disponíveis em livros ou revistas especializadas; por meio de experiências planejadas pelos próprios estudantes.
Análise de dados e formulação de modelos.	Depois de coletar os dados e tabular. Parte para formular um modelo matemático que representa a situação estudada por meio de variáveis é, efetivamente, o que se convencionou chamar de modelagem matemática.
Validação.	A um processo de aceitação ou rejeição. Análise que é condicionada a diversos fatores, sendo o mais comum o confronto dos dados reais com os dados simulados no modelo.
Convergência e estabilidade.	Que a representação gráfica indica como tal pesquisa tem seu significado para uma compressão do objeto de estudo.
Cálculo do valor assintótico.	Que o expositor deve apresentar um modelo matemático que represente o estudo de tal maneira que convença na representação gráfica.
Variações.	Que nesta fase de demonstração no gráfico deve aparecer as variações que mostres a realidade que a pesquisa acusa.

Fonte: Autor (2020).

Quadro 4 – Etapas de Joney Barbosa

Etapas	Que corresponde
Problema de uma situação real.	Que o professor apresenta um problema, com dados qualitativos e quantitativos e a investigação é por conta dos alunos, não sai de sala. A atividade é feita no horário da aula.
O professor apresenta um problema a parti de dados coletados pelos alunos por investigação.	Que os alunos vão investigar, coletando dados fora do ambiente escolar. O problema inicial é formulado pelo professor e o aluno se encarrega de pela realização da tarefa.
Tendo um tema gerador os alunos coletam informação quantitativa e qualitativa, formula e solucionam problemas.	Que o tema não-matemático é escolhido pelo professor ou aluno. A formulação do problema ou coleta de dados e a resolução são tarefas cabe ao aluno.

Fonte: Autor (2020).

Quadro 5: Etapas de Salett Biembengut

Etapas		Quer dizer
Interação Percepção e Apreensão.	Escolha da situação problema	comentar o tema, levantar questões, selecionar questões para desenvolver o conteúdo, levantar dados. Buscar informações sobre o tema através de livros, revistas, experiencia de campo, profissionais da are.
	Familiarização com o o problema a ser estudado. Referencial teórico.	
Matematização.	Formulação do problema. Hipótese.	Levantar hipóteses. Expressar dados, desenvolver o conteúdo, exemplificar e formular.
Compreensão e Explicitação.	Resolução do problema em termos de modelos.	Transportar situação problema para uma linguagem matemática. Objetivar a chegar nas expressões aritméticas, formulas, equações algébricas, gráficos, programas computacionais que mostre a solução ou permiti a dedução de uma solução.
Modelo matemático	Interpretação da solução	Resolução das questões, interpretar, avaliar, validar.
Significação e Expressão	Validação do modelo e Avaliação	Avaliar o que confirme o nível de aproximação do modelo com a situação em estudo. Proceder por meio da interpretação do modelo com respeito as implicações do modelo que gera a solução e a validação. Se o modelo não atender os objetivos do estudo, se retorna a etapa da matematização e faz as adequações de ajuste necessários.

Fonte: Autor (2020).

### 3 MODELO MATEMÁTICO

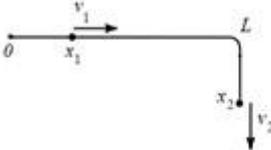
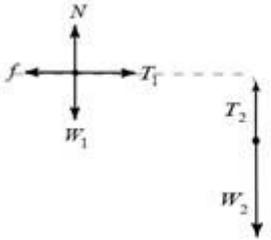
Nesta seção, discutir-se-á a ideia comum de modelo matemático entendido muitas vezes como uma equação matemática, um gráfico ou uma tabela. Com base no que propõe Souza (2018), argumenta-se que o processo de modelagem matemática envolve subjacente um processo de modelagem mental associado. Um olhar cognitivo sobre os modelos matemáticos pode ser inovador para potencializar aprendizagens em sala de aula.

O autor acima assevera que a ideia de modelo matemático pode ser ressignificada em duas dimensões complementares: a dimensão epistemológica e a dimensão cognitiva.

Na dimensão epistemológica, a noção de modelo matemático envolve entendê-lo enquanto um conjunto de estruturas, a saber: sistêmica, geométrica, temporal e interacional. A estrutura sistêmica do modelo geralmente é representada por meio de diagramas, sendo responsável por especificar a composição, o ambiente e as conexões do sistema modelado. A estrutura geométrica geralmente é representada por meio de mapas de movimento, sendo responsável por especificar a localização, a configuração espacial e as propriedades geométricas do sistema modelado. A estrutura temporal comumente é representada por meio de tabelas, gráficos, equações, sendo responsável por especificar processos e causas em função do tempo. A estrutura de interação comumente é representada por meio de diagramas de forças, diagramas de energia, equações, tabelas, sendo responsável por especificar variáveis de interação como função de variáveis de estado para o sistema modelado. O quadro 6 detalha essas considerações iniciais.

Quadro 6 – Estrutura epistemológica de um modelo matemático.

Estrutura	Características
<i>Sistêmica</i>	<p data-bbox="399 1682 1359 1800">Especifica a composição (objetos do sistema); ambiente (agentes externos ligados ao sistema) e conexões (ligações externas e internas). Ferramenta de representação mais utilizada: diagramas (esquemas, circuitos elétricos, fluxogramas).</p> <div data-bbox="539 1816 1118 2033" style="text-align: center;"> <p data-bbox="564 1980 699 2033">Esquema de um sistema</p> <p data-bbox="884 1980 1056 2033">Esquema de um subsistema</p> </div>

<p><i>Geométrica</i></p>	<p>Especifica a posição com relação a um quadro de referência e a configuração referente a relações geométricas entre os objetos do sistema. Ferramenta de representação mais utilizada: mapas de movimento, gráficos, equações.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Mapa de movimento</p> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">x_2 = x_1 + L</math> <math display="block">\Rightarrow v_2 = v_1</math> <math display="block">\Rightarrow a_2 = a_1</math> <p>Estrutura geométrica</p> </div> </div>
<p><i>Interativa</i></p>	<p>Especifica propriedades das ligações entre os objetos do sistema. Ferramenta de representação mais utilizada: mapas de interação, gráficos, equações.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Mapa de interação</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Interna <math>T_1 = T_2</math></p> <p>Externa <math>f = \mu N</math></p> <p><math>W_1 = m_1 g</math></p> <p><math>W_2 = m_2 g</math></p> <p>Leis de interação</p> </div> </div>
<p><i>Temporal</i></p>	<p>Especifica mudança temporal na estrutura do sistema. Ferramenta de representação mais utilizada: gráficos, equações.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>Estrutura temporal</p> <p>Para subsistema de partículas simples</p> <p>Para sistema de duas partículas</p> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">T_1 - \mu N = m_1 a_1</math> <math display="block">m_2 g - T_2 = m_2 a_2</math> <math display="block">N = m_1 g</math> <math display="block">m_2 g - \mu m_1 g = (m_1 + m_2) a_1</math> <p>Equações de movimento</p> </div> </div>

Fonte: Souza (2018, p. 76).

De acordo com o Figura 1, é possível caracterizar um modelo matemático em sua dimensão epistemológica considerando ao menos quatro tipos de estruturas fundamentais: a sistêmica, a geométrica, a interativa e a temporal. A estrutura sistêmica do modelo especifica a composição do sistema, ligações entre as partes (objetos), ligações com agentes externos. Representações diagramáticas tais como circuitos elétricos, fluxogramas são ferramentas de representação mais utilizadas para essa estrutura porque permitem uma imagem geral do sistema.

A estrutura geométrica especifica a localização espacial dos objetos no sistema modelado. Mapas de movimento são ferramentas de representação bastante utilizadas para esse tipo de estrutura ao caracterizar objetos em várias posições no sistema. A estrutura interacional do modelo matemático especifica leis de interação e expressa interações entre ligações causais, geralmente como função das variáveis de estado.

Mapas de força são ferramentas de representação bastante utilizadas para a estrutura interacional. Por fim, a estrutura temporal especifica mudança temporal no estado do sistema, permite comparação de estados em diferentes momentos ao longo do tempo. Gráficos do tipo espaço x tempo, equações velocidade x tempo são ferramentas de representação muito utilizadas para esse tipo de estrutura. Interessante ressaltar que as estruturas caracterizadas nesse quadro se referem a conhecimentos que fundamentam a construção e a representação de modelos matemáticos. Por sua vez, cada estrutura pode ser representada por diferentes tipos de ferramentas de representação.

Não podemos confundir, portanto, a ferramenta de representação, que pode ser uma representação gráfica, com a estrutura que ela representa em um modelo matemático. O modelo matemático, que é uma representação ou interpretação simples da realidade, pode também ser uma interpretação de uma amostra de um sistema, segundo uma estrutura de pensamentos mentais. Na dimensão cognitiva, de acordo com Souza (2018), um modelo matemático envolve modelos mentais que especificam inferências ou previsões associadas à sua estrutura epistemológica.

Presume-se, portanto, que modelos matemáticos e modelos mentais possuem ao menos quatro tipos de estruturas epistemológicas fundamentais: sistêmica, geométrica, interativa e temporal. Tal suposição é importante uma vez que sugere que modelos mentais são convertidos a modelos matemáticos no processo de modelagem matemática. Ou seja, no ciclo de modelagem, os modelos matemáticos possuem participação ativa na elaboração do discurso social (conversação) porque podem influenciar diretamente a formação e a reformulação de modelos mentais no cérebro dos interlocutores.

No ciclo de modelagem, a questão do discurso é importante ao ser mediado por modelos matemáticos. No ciclo, os sujeitos apropriam-se ou ativam modelos mentais já consolidados em seus cérebros, isso pode promover a construção ou a abstração reflexiva do conhecimento científico. Esse viés cognitivo do modelo matemático é relevante ao esclarecer que seu componente estrutural “observável” são as diversas ferramentas de representação utilizadas no ciclo de modelagem. Contudo, não podemos “perder de vista” os elementos menos evidentes, embora não menos importantes, como os modelos mentais associados que fundamentam interpretações e tomadas de decisão na resolução de problemas da realidade.

Desse modo, tem-se a inovadora proposição de que modelos matemáticos não se referem diretamente ao mundo real, mas a modelos mentais na mente do sujeito que tenta compreender esse mundo. Modelos matemáticos modelam o mundo mental que os indivíduos elaboram para pensar sobre o mundo real, ou seja, modelos matemáticos são gerados a partir de decodificações de modelos mentais referentes a coisas e a processos do mundo real. O processo de modelagem matemática não tem como alvo o mundo real. Os verdadeiros alvos são modelos mentais no cérebro do sujeito que interage com este mundo.

Interessante ainda destacar que, enquanto a construção de um modelo matemático recorre a ferramentas de representação externas acessadas deliberadamente pelo sujeito modelador; a construção de um modelo mental recorre a símbolos mentais sobre os quais o sujeito não tem acesso direto, mas que podem ser “manipuladas” de alguma maneira pela interação com múltiplas ferramentas de representação.

Para exemplificar o que se tratou até aqui, digamos que em uma atividade de campo os estudantes consigam coletar dados referentes ao deslocamento em função do tempo de um carro em determinada via. Eles produzem modelos matemáticos envolvendo diagramas de movimento, tabelas de dupla entrada, gráficos cartesianos, equações matemáticas. No momento em que comunicam suas ideias em situações argumentativas, para interpretar corretamente os modelos matemáticos, os estudantes devem observar a forma geométrica da curva delineada pelos pares ordenados  $(x, y)$  no gráfico cartesiano.

A forma observável (reta, parábola...) orienta a ativação de conceitos encaixados em modelos mentais subsunçores. Os modelos mentais subsunçores, dá a condição para que ocorra o aprendizado de forma cognitiva, onde ocorre o encontro das estruturas prévias de conhecimento que possa relacionar com a nova informação (MOREIRA & MASINI, 2006, p. 24). Por isso que, ao observarem uma reta esboçada no gráfico, alguns estudantes logo concluem, a partir de modelos mentais prévios, que o movimento do carro foi uniforme.

De outro modo, ao se depararem com uma parábola, eles concluem que o movimento foi uniformemente variado. No entanto, alguns gráficos gerados a partir de dados empíricos nem sempre são fáceis de interpretar, nesse caso, os estudantes precisam observar atentamente o modelo matemático, ativar novos conceitos e gerar novos modelos mentais para obter novas interpretações. Portanto, ao apurar os

modelos matemáticos, conseqüentemente, os modelos mentais associados também são apurados por um processo de aprendizagem significativa.

#### 4 A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Quando falamos sobre aprendizagem, surgem vários teóricos da Psicologia Cognitiva. Nessa linha, as pesquisas com enfoque na área de ensino de Ciências foram conduzidas para a compreensão dos processos que envolvem a aprendizagem com base na estrutura cognitiva do aprendiz. De acordo com Pozo (2002), a Psicologia Cognitiva remete a entidades mentais, a processos e a disposições de natureza mental, preocupa-se com a atribuição de significados, com a compreensão e com o uso da informação.

Dentre os vários representantes do cognitivismo, destaca-se o psicólogo David P. Ausubel (1982), o qual propõe explicações teóricas para o processo de aprendizagem, considerando a disposição hierárquica das informações na estrutura cognitiva do aprendiz. De acordo com Moreira (1999), a estrutura cognitiva é entendida como o conteúdo total de ideias de um indivíduo e sua organização em uma área reservada do conhecimento.

Como a estrutura cognitiva é um fator principal que interfere na aprendizagem, é imprescindível que o ensino proporcione a reorganização dos conhecimentos dos alunos, tendo em vista a uma maior aproximação ao conhecimento científico. Assim, encontramos aprendizagem significativa no trabalho de Moreira e Masini (2006, p.16) realizada em abordagem cognitivista como: processo quando o material novo, ideias e informações que apresentam uma estrutura lógica, interage com o conceito relevantes e inclusivos, claro e disponíveis na estrutura cognitiva, sendo eles assimilados, contribuindo para sua diferenciação, elaboração e estabilidade. Portanto, uma experiência conscienciosa, claramente detalhada e precisamente identificada com que se propõe, é aí que surge quando sinais, símbolos, conceitos e proposições potencialmente significativos são relacionados à estrutura cognitiva e nela incorporados.

Para tanto é preciso recorrer a compreensão de alguns termos e conceitos (MOREIRA; MASINI, 2006, p. 14, 108):

1) Estrutura cognitiva: conteúdo total de ideias de uma determinada pessoa e sua organização, ou conteúdo e organização de suas ideias em uma região particular de conhecimento.

2) Subsunçor (ideias-âncora): ideias (conceito ou proposição) mais extensas, que funciona como subordinador de outros conceitos na estrutura cognitiva

e como ancoradouro no processo de assimilação. Como resultado dessa interação (ancoragem), o próprio subsunçor é modificado e diferenciado. Podendo ser explorados necessariamente três tipos aprendizagens: mecânica, recepção e descoberta (AUSUBEL, 2003).

A primeira se caracteriza pela aquisição de informação ter pouca ou nenhuma interação com conceitos ou proposições relevantes existentes na estrutura cognitiva, sendo por memorização. A segunda apresenta a informação aprendida em forma mais ou menos final por exposição verbal. Na terceira, o conteúdo deve ser descoberto pelo aprendiz, antes que o possa ser assimilado.

Essas aprendizagens permanecerão presentes no ensino como todo, no entanto, estas podem interagir para a verificação da Aprendizagem Significativa. Sendo esta não conflitante a aquelas, facilmente, já que, é qualitativo ser significativo, sendo marcado pelo arcabouço da docência em não ser de organização arbitrária e literal. Assim, a Aprendizagem Significativa é apreendida nas estruturas psíquicas e cognitivas quando existe relação de significado para a pessoa.

A informação é interligada após a recepção, a estrutura cognitiva através dos subsunçores adequadamente significativo transformando de forma repetitiva a ambos. A nova informação e o subsunçor se alteram do estado inicial, relacionam-se depois de se alterarem recursivamente as informações com relação significativa mais ampla e integradas-ligadas na estrutura cognitiva.

A informação com significado na estrutura cognitiva é formada por hierarquia (subordinada), logo sendo por valorização cognitiva significativa, mais para umas informações do que outras pela construção cognitiva de informações com entendimento conhecidos formando uma estrutura de hierarquia na aprendizagem do mais amplo para as especificações.

No processo de aprendizagem significativa serão necessários sempre verificar os conhecimentos prévios por uma sondagem didática, organizar as informações com alguma coisa significativa o que chamamos de “organizador prévio”, apresentar a nova informação vinculada ao organizador prévio (subsunçor gerado) e desenvolver as particularidades da nova informação, fazer a verificação de armazenagem das informações. Sendo que o organizador prévio é o material introdutório apresentado antes do material a ser aprendido, porém em nível mais alto de generalização, inclusividade e abstração do que o material em si e, explicitamente,

relacionando às ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva e a tarefa de aprendizagem (MOREIRA; MANSINI, 2006, p. 107).

Nas aulas de ciclos de modelagem de atividades experimentais é uma maneira viável de acesso planejado didaticamente, uma vez que podemos usar um rico material como organizador prévio em forma de vídeos, artigos, jornais, comparações com o situações ambientais que pode favorecer a compreensão de fatos relacionado ao meio em que vivemos, pois, entendemos que o aluno não vem para a sala de aula como se fosse uma “como se nada soubesse” sem informações e conhecimentos prévios que possam ser potencializados no processo ensino-aprendizagem.

#### **4.1 O Conhecimento Prévio**

Os conceitos que abrange o indivíduo são constituídos por imagens, símbolos, modelos e admite uma compreensão do mundo que o indivíduo vive. E mais, os conceitos consistem em abstrações das noções essenciais e comuns de um determinado grupo de objetos, acontecimentos ou fatos e que são denominados em determinada civilização por um símbolo.

A muito tempo o ser humano busca aprender o significado de alguns artefatos ao seu redor, imaginando em sua mente uma estrutura cognitiva, um entrelaçamento de conceitos, que podemos chamar de conhecimentos prévios. Esses conhecimentos, na maioria das vezes, são frutos da curiosidade. Como efeito, ele aprende a identificar, denominar nomes e atribuir significados.

Segundo Moreira e Masini (2001), a representação simples e genérica da realidade obtida mediante a existência e o emprego de conceitos, torna possível a invenção de uma linguagem com certo significado, promovendo a comunicação, permitindo o ser humano perceber e se colocar no mundo, decidindo sua maneira de pensar e agir. Quando os conhecimentos prévios estão refinados a uma utilização e aceitam a criação das explicações e previsões que provocam e viabilizam a adequação dos indivíduos ao seu meio físico e social. Definindo como conhecimentos prévios que são explicações funcionais para objetos e fenômenos, muitas vezes pouco elaborados que precisam ser identificados e levados em considerações por todos os professores de forma geral.

Não obstante, a dinâmica deste trabalho foi realizada considerando que os alunos teriam que participar como ouvinte das primeiras apresentações dos ciclos de modelagem. A partir destes momentos de explanação do ciclo de cada teórico, foi percebido pelo autor e pela turma, que alguns alunos começaram a compreender o que de fato o proponente queria desenvolver em seu trabalho.

Partindo da definição que, conhecimentos prévios são explicações funcionais para objetos e fenômenos, os alunos começaram a contribuir com perguntas embora tímidas e relacionadas ao centro de massa, usando como recurso modelagem matemática. Para tanto, se não fosse feito tal explanação anteriormente, para que os alunos pudessem entender cada ciclo dos teóricos, com o auxílio do conhecimento prévio que de posse dessa interpretação, na percepção o aluno mirando o seu teórico de preferência foi escolhendo, esclarecendo-se a alinhar sua compreensão no que estava sendo direcionado.

A Teoria da Aprendizagem significativa de David Ausubel (1980), propõe que os conhecimentos prévios dos alunos têm que ser valorizados para que estes construam estruturas mentais que possam permitir novas descobertas com outros conhecimentos, caracterizando, assim, uma aprendizagem consistente e eficaz. Essa teoria define como o processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto ressaltante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, uma estrutura conceitual de abstrações da experiência vivenciada de cada indivíduo no seu contexto (AUSUBEL, 1982).

Ausubel *et al* (1980), definem a essência da Aprendizagem Significativa como um processo no qual as ideias que são expressas simbolicamente possam ser relacionadas a aspectos relevantes já existentes na estrutura cognitiva dos alunos, como imagem, símbolo, conceito ou proposição, por meio de uma relação não arbitrária e substantiva.

Para David Ausubel (1982), novas ideias e informações são aprendidas e retidas no arcabouço cognitivo para que possam ser facilmente acessadas quando exigidas, tornando-se pontos de ancoragem que satisfaçam tais exigências. A aprendizagem significativa pode ocorrer quando uma nova informação exhibe conceitos relevantes já existentes na estrutura cognitiva de quem aprende, esta aprendizagem implica em modificações na estrutura cognitiva e não somente um acréscimo superficial.

Para o autor, os conhecimentos prévios se incluem em cargo de uma mudança, na qual certa estrutura cognitiva já existente e está em relação a um novo conhecimento. Neste sentido, quando trata do conhecimento prévio, Ausubel está acenando para a situação de ancoragem. Isto é, ao processo de integração de novos conteúdos à estrutura cognitiva do aluno. Há uma compreensão de que a aprendizagem não ocorre como uma simples absorção dos conhecimentos que são ensinados pelo professor, mas uma reorganização e desenvolvimento dos conhecimentos prévios dos alunos, processo complexo que chamamos de mudança conceitual.

#### **4.2 Diferenciação Progressiva & Reconciliação Integrativa**

Para falar de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, vamos ter que mencionar Davis Ausubel através da aprendizagem significativa que está sendo o centro das indicações para a situação de ancoragem, ou seja, ao processo de integração de novos conteúdos à estrutura cognitiva do aluno que está pronto para fazer um mapa conceitual de tudo que lhe é lembrado de importante.

O mapeamento conceitual é uma metodologia muito flexível, o que consente seu uso em diferentes áreas, como educação, negócios etc. (CAÑAS). Na área de educação os mapas conceituais são frequentes a fim de obter e representar o conhecimento presente na estrutura cognitiva dos estudantes (ZAPATA-RIVEIRA), proporcionar as indicações nas relações hierárquicas entre os conceitos ensinados durante as aulas, unidade de estudo ou um curso inteiro (MOREIRA, 2006) e favorecer a aprendizagem significativa (CAÑAS).

Um fator que também ajuda a ocorrência da aprendizagem significativa são os materiais empregados durante o ensino, os quais devem seguir o princípio da diferenciação progressiva. A diferenciação progressiva consta de ideias mais gerais e mais inclusivas que devem ser apresentadas no início para depois serem progressivamente diferenciadas onde o professor deve sempre abordar em suas explicações em que os conceitos são organizados do mais geral para os específicos (EBENEZER, 1992), e a reconciliação integrativa que nesse foco, o psicólogo Ausubel faz referências importantes, em que o aluno deve criar e recriar relações conceituais como forma de integrar os significados que vão surgindo de modo suave com os demais. (MOREIRA, 1987).

Em termos de detalhes e especificidade é mais fácil para o aluno captar aspectos distintos de um todo mais inclusivo previamente aprendido do que chegar ao todo a partir de suas partes diferenciadas, por conseguinte, explorar relações entre ideias, apontar similaridade e diferenças importantes, reconciliar conhecimentos reais ou aparentes. Assim, o ensino deve não somente proporcionar a diferenciação progressiva, mas também explorar, explicitamente, relações entre proposições e conceitos, chamando a atenção para diferenças e similaridade importantes, denominado de reconciliação integrativa (MOREIRA, 1998).

### **4.3 A Teoria no Contexto Escolar**

A teoria de Ausubel é importante para o contexto escolar, pois leva em conta a história que o aluno trás e ressalta o papel do professor na organização de situações que favoreçam aprendizagens. De acordo com o psicólogo, há duas condições para que a aprendizagem significativa ocorra: i) o conteúdo a ser aprendido deve ser potencialmente revelador, isto é, o educando precisa desenvolver ideias prévias sobre o que o professor pretende ensinar; ii) o aluno precisar estar disposto a relacionar o conteúdo a ser aprendido de maneira consistente e não arbitrária. Segundo Moreira (1998), é preocupante quando se ignora essas condições na sala de aula.

Na nossa pesquisa tivemos que alinhar o interesse da turma para podermos seguir em frente em relação a explanação do ciclo de modelagem de cada teórico, a turma por sua vez começou a prestar atenção e mentalmente foram identificando seu ciclo e autor. O conteúdo a ser aprendido pelos alunos para a ocasião da pesquisa deveria ser potencialmente revelador, ou seja, o aluno precisa desenvolver ideias prévias sobre o que o professor estava explanando e o que o professor.

Ensinar sem levar em conta o que o aluno já sabe pode ser um esforço em vão, pois, o novo conhecimento não tem onde se apoiar, tem que haver um engate para que o novo traga provocação ao velho conhecimento e o aluno tente relacionar sozinho conceitos a serem aprendidos significativamente. Na intenção de contribuir para modificar essa situação, pelo menos em parte, propõe-se neste trabalho a aplicação do ciclo de modelagem em atividades experimentais para que o estudante aprenda significativamente o conceito de centro de massa.

O estudo da aprendizagem faz tanto parte da vida escolar do aluno quanto do professor, sendo que os processos que estão inseridos nela caracterizam de qual maneira o conhecimento é adquirido. Os atores desta pesquisa depois de entenderem o que o autor do trabalho queria que os estudantes fizessem, começaram a montar suas ideias para centro de massa com o recurso do ciclo de modelagem decidido o seu teórico em horário contrário do turno em que estudavam, cada indivíduo por meio da aprendizagem parte de um processo de aquisição de conhecimento, uma vez que o aluno já tinha entendido o que eles deveriam apresentar no dia da socialização das equipes.

A modelagem assegura a desenvoltura do aluno que para haver maturação de seus hábitos e comportamentos na sala de aula, na escola, na sociedade onde estiver inserido. A escola é o ambiente em que o aluno irá ganhar conhecimento científico para ser aplicado em sua vida cotidiana. Segundo Luckesi (2011, p. 52), “[...] quando falamos em conhecimento, usualmente nos referimos ao conceitual, mediante o qual adquirimos noções, entendimentos e compreensões da realidade”.

O conhecimento deverá ser transmitido ao educando de maneira a desenvolvê-lo perante a vida em sociedade dando condições para continuarem seus estudos e adquirindo informações no decorrer da vida. O processo de ensino-aprendizagem é um fator que perpetua diariamente os docentes, fazendo-os que busquem maneiras nas quais o trabalho pedagógico possa ter sucesso para o aprendizado do aluno. Dessa maneira, a aprendizagem para ter significância na vida sociocultural do discente, o educador necessita buscar meios que facilitem a aquisição desse conhecimento.

Como proposta, este trabalho “ensino do centro de massa por meio de ciclos de modelagem de atividades experimentais” pretende carregar o aporte teórico de aprendizagem significativa como uma forma viável para compreender o que de fato acontece nas explicações do professor e a atenção do estudante na sala de aula para alcançar o conhecimento científico. Diante do problema relacionado ao desenvolvimento da aprendizagem optou-se por um estudo de tipo bibliográfico investigando o teórico David Ausubel (2000, p. 19) que argumenta que “a aprendizagem significativa envolve uma interação seletiva entre o novo material de aprendizagem e as ideias preexistentes na estrutura cognitiva”.

Tal processo significativo, envolve um apanhe de ideias que o educando já possui com o que ele ainda vai adquirir. De certa forma a aprendizagem para Ausubel

será significativa a ponto do próprio aprendiz construir seus conceitos a partir do que está recebendo de informação. Outro teórico que aborda o tema é Marco Antônio Moreira (2011, p. 13), que inúmeras pesquisas relacionadas a aprendizagem significativa, que a conceitua como:

[...] é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva que dizer não-literal, não ao pé da letra, e não arbitrária significa que a interação não é como qualquer ideia prévia, mas sim como algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende.

Segundo Moreira (2011), na aprendizagem significativa existe uma estrutura na qual se processa a organização da informação que se aprende, evidenciando a necessidade de realizar um trabalho diferenciado em sala de aula, uma vez que conecta os novos conhecimentos transmitidos ao educando a conhecimentos anteriores que possui em sua mente.

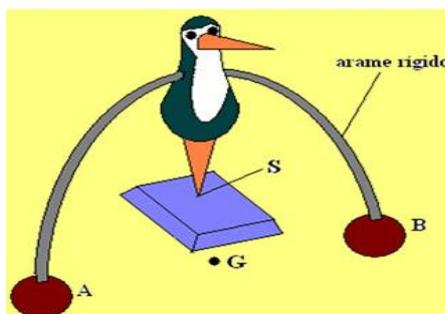
Dentro do ambiente educacional todo professor deverá desenvolver atividades que sejam significantes para o estudante, atentando ao aprendizado e a realidade no qual o aluno está inserido. Considera-se importante investigar a aprendizagem significativa como uma forma do professor organizar o conhecimento científico que será transmitido para o aluno de forma livre para todos, assim o próprio aluno pode desenvolver diversas maneiras com o auxílio da modelagem com as quais aumentem as chances de ampliar o conhecimento modificando-o para uma melhor compreensão.

## 5 CENTRO DE MASSA

Do ponto de vista físico, qualquer objeto em repouso sobre uma plataforma e um automóvel em movimento com velocidade constante em uma pista horizontal apresenta algo em comum: ambos estão em equilíbrio. O objeto está em equilíbrio estático porque seu centro de massa não se move em relação a outro objeto na mesma plataforma e o automóvel está em equilíbrio dinâmico porque seu centro de massa possui velocidade constante em relação a um observador na margem da estrada horizontal (HALLIDAY, 2009).

Como mostra a figura abaixo, o centro de gravidade de um corpo é o ponto onde pode ser considerada a aplicação da força da gravidade. Se as dimensões do corpo forem pequenas, em comparação ao tamanho da Terra, é possível demonstrar que o centro de gravidade praticamente coincide com o centro de massa. O objetivo deste trabalho é verificar em que sentido a aplicação do ciclo de modelagem em atividades experimentais pode promover a aprendizagem do conceito de centro de massa.

Figura 11 - Movimento do centro de massa.



Fonte: BrasilEscola.uol.com.br.

O estudo do centro de massa é importante porque dá possibilidade para entender sua localização no material, bem como sua demonstração experimental para o aluno por meio de conceitos e métodos. Nestas ações, são desenvolvidas técnicas e procedimentos que o leve à compreensão com significado físico. É importante também para apresentar uma experiência que relacione o que o professor vai ensinar como tema de sua aula. Dessa maneira, o estudante pode e fazer suas indagações, conciliando o ato da observação da experiência e o tema do assunto a ser estudado, o que demonstra uma maneira diferenciada de ensinar.

## 5.1 O Conceito de Centro de Massa

O centro de massa é um ponto hipotético em que toda a massa de um sistema físico está concentrada e que se move como se todas as forças externas estivessem sendo aplicadas neste exato ponto (RADALL, 2009). É frequente o estudo de problemas reais que exigem uma análise mais elaborada do centro de massa para sua resolução, tal como um operário da construção civil que esteja planejando elevar uma caixa do solo até certa altura. Para facilitar estes estudos, são adotadas simplificações que são possíveis por meio do entendimento de conceitos físicos, tais conceitos permitem a realização de determinada tarefa necessária para a solução do problema complexo.

No estudo da mecânica, por exemplo, a análise do movimento de determinados corpos pode ser mais ou menos complicada, dependendo das dimensões e do formato desse objeto. Quando este objeto é arremessado, cada parte dele segue uma trajetória diferente, então não é possível supor seu movimento como o de uma partícula (ou ponto material) visto que suas dimensões não são desprezíveis (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2016).

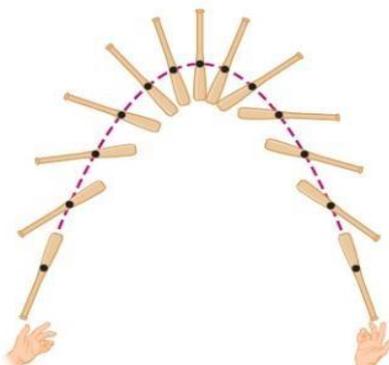
Se transportamos um objeto, tendemos a alterar nossa envergadura buscando manter a posição do centro de massa do sistema numa direção vertical acima dos nossos pés. Procurando uma melhor forma de considerar que o objeto em condição de equilíbrio é só baixar o centro de gravidade, como exemplo dessa busca de equilíbrio são os carros de corrida de fórmula 1. Eles são rebaixados de forma que o piloto corra sentado muito próximo do chão, favorecido por ter mais estabilidade, sem perderem o equilíbrio.

Outro exemplo da importância do centro de massa é a carga colocada em um caminhão, se rebaixada, terá maior equilíbrio em sua condução. Quando os corpos estão apoiados numa base, vale a seguinte condição: para que um corpo fique em equilíbrio, a condição necessária é que a linha de seu centro de massa não saia da base do corpo, isto é, o centro de massa de um sistema de partículas é o ponto que se move como se toda massa do sistema estivesse concentrada nesse ponto e todas as forças externas estivessem aplicadas nesse ponto (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2016).

Na figura que segue, aparece o movimento do centro de (curvas de traços) de um corpo lançado para cima, analisando somente os pontos que delimitam uma

curva parabólica é possível chegar a todas as conclusões importantes sobre o movimento do corpo.

Figura 12 - Movimento do centro de massa



Fonte: Halliday, Resnick, Walker (2016).

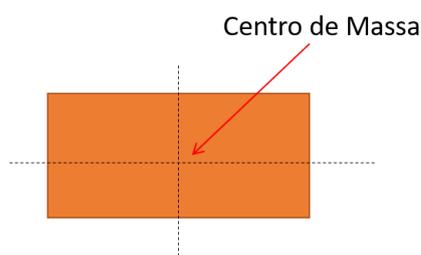
É possível encontrar o centro de massa de um objeto ao equilibrá-lo em um único ponto, por exemplo, o dedo. O ponto de equilíbrio será a região do centro de massa. (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2016).

## 5.2 Centro de Massa e Centro de Gravidade

Para iniciar o processo de localização do centro de massa, é necessário compreender que, para campo gravitacional uniforme, por exemplo, a superfície terrestre, o centro de massa estará localizado no mesmo lugar que o centro de gravidade do objeto. Assim, o centro de massa de um corpo de densidade uniforme estará localizado em seu eixo de simetria.

Exemplificando, se queremos encontrar o centro de massa de uma placa metálica ou um quadro, basta encontrar geometricamente seu centro de gravidade que encontraremos o seu centro de massa, conforme figura que segue:

Figura 13 – Centro de massa de uma placa

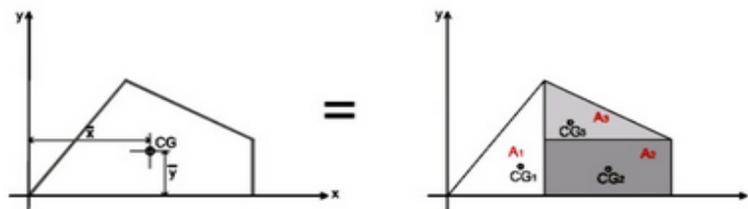


Fonte: Autor (2020).

Note que as duas linhas traçadas se encontram em um ponto comum, sendo esse o centro de massas do objeto.

Contudo, para objetos com formato mais complexo, como são as coisas do mundo real, sem forma geométrica definida, é possível encontrar o centro de massa dividindo o objeto complexo em partes mais simples. Nesse caso, se soubermos quanto vale a massa total e pudermos encontrar o centro de massa de cada parte, então o centro de massa do objeto será a média de suas partes como mostra a figura abaixo.

Figura 13 a) – Centro de massa de uma placa



O centro de gravidade de uma superfície composta por várias figuras, é expresso por:

$$x_{CG} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad y_{CG} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

$$C.G. = ( Xg; Yg )$$

$$Xg = ( \sum A_i \cdot X_i ) / ( \sum A_i )$$

$$Xg = ( A1.X1 + A2.X2 + \dots + An.Xn ) / ( A1 + A2 + \dots + An )$$

$$Yg = ( \sum A_i \cdot Y_i ) / ( \sum A_i )$$

$$Yg = ( A1.Y1 + A2.Y2 + \dots + An.Yn ) / ( A1 + A2 + \dots + An )$$

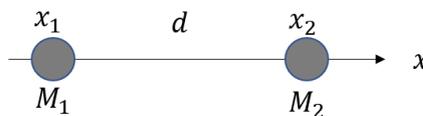
Fonte: Autor (2020).

Usa-se esse processo também para objetos ocos, mas toma-se o cuidado de considerar o espaço vazio como uma massa negativa. O objeto possuirá densidade uniforme, basta calcular a massa que existiria em determinado volume e considerá-la como negativa.

### 5.3 Centro de Massa de Um Sistema de Partículas

Para definir o centro de massa de um sistema de partículas, considera-se três variáveis principais: o número de partículas que compõem o sistema, a massa e a posição de cada partícula. É possível modelar matematicamente o centro de massa a partir de um sistema simples de apenas duas partículas.

Figura 14 - Centro de massa de duas partículas



Fonte: Autor (2020).

Se temos duas partículas de massas  $M_1$  e  $M_2$  separadas pela distância  $d$  ao longo do eixo  $x$ , tal como mostra a figura acima, a posição do centro de massa desse sistema pode ser modelada pela seguinte equação:

$$^1x_{cm} = \frac{M_1x_1 + M_2x_2}{M_1 + M_2}$$

Para um sistema de  $n$  partículas, o centro de massa pode ser modelado por:

$$x_{cm} = \frac{M_1x_1 + M_2x_2 + M_3x_3 + \dots + M_nx_n}{M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n}$$

ou,

$$x_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n M_i x_i$$

em que  $M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n$ .

No caso de as partículas estarem distribuídas no espaço em três dimensões ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), a posição do centro de massa pode ser modelada por três coordenadas do sistema cartesiano:

$$x_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n M_i x_i$$

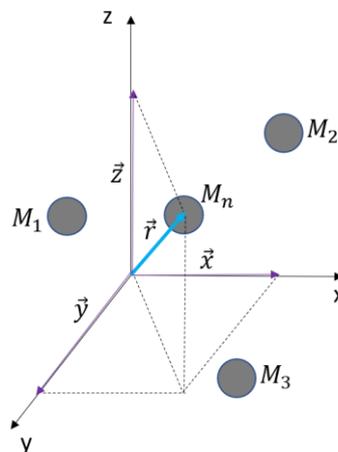
$$y_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n M_i y_i$$

$$z_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n M_i z_i$$

em que  $M$  representa a massa total do sistema.

O centro de massa de um sistema de três dimensões também pode ser modelado a partir do vetor posição desse sistema.

Figura 15 - Centro de massa de um sistema de partículas no espaço.



Fonte: Autor (2020)

Seja uma partícula de coordenadas  $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$ , seu vetor posição é modelado por:

$$\vec{r} = x_{cm}\hat{i} + y_{cm}\hat{j} + z_{cm}\hat{k}$$

Em que  $r$  indica a posição da partícula, e  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$  são os vetores unitários que apontam, respectivamente, no sentido positivo do eixo  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Desse modo, posição do centro de massa de um sistema de partículas é definida pelo vetor posição:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n M_i \vec{r}_i$$

em que  $M$  representa a massa total do sistema.

Na vida real, os objetos contêm infinitas partículas (átomos) que é possível fazer a modelagem matemática considerando uma distribuição contínua de massa. Nesse caso, as “partículas” tornam-se elementos infinitesimais de massa  $dm$  e os

somatórios tornam-se integrais. As coordenadas do centro de massa são modeladas por meio das equações:

$$x_{cm} = \frac{1}{M} \int x \, dm$$

$$y_{cm} = \frac{1}{M} \int y \, dm$$

$$z_{cm} = \frac{1}{M} \int z \, dm$$

em que  $M$  agora é a massa do objeto.

Se o pesquisador usar as equações na forma de somatórios, o cálculo do centro de massa para um objeto macroscópico levaria vários anos. Usando as integrais e recursos computacionais apropriados, esse cálculo leva apenas alguns minutos, isso se considerarmos os objetos homogêneos, ou seja, cujas massas específicas (massa por unidade de volume) é a mesma para todos os elementos infinitesimais do objeto e, portanto, para o objeto como um todo (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2016).

Se considerarmos que o professor do ensino fundamental maior quando for fazer seu plano de ensino para desenvolver na série que irá trabalhar, sempre este docente prepara o material que vai ser utilizado e desenvolvido na aula. Com habilidade o docente quando for falar centro de massa e centro de gravidade, vai comentar com as crianças que existe vários tipos de materiais e que é possível a grosso modo localizar o ponto de equilíbrio que também pode ser chamado de Centro de gravidade.

Em figuras planas como exemplo uma folha de papel, uma cartolina, uma folha de isopor, pode ser encontrado um ponto comum chamado centro de massa. O professor solicita para cada aluno que pense como acharia o centro da figura, se ele estiver como uma folha de papel A4 na mão. Os alunos vão interpretar a pergunta e, em seguida, irão fazer à sua maneira, no seu entendimento calcular em forma de dobradura e vão ver que o centro está na linha que se cruzam dobrada da folha. Este ponto do cruzamento é chamado de Baricentro que pode também está localizado na própria superfície ou fora desta, na qual se concentra o centro de gravidade. O material todo disponibilizado pelo professor vai garantir um aprendizado significativo por conta da manipulação do material feito pelos alunos.

Para os alunos do 9º ano, o professor ao chegar no conteúdo que trata do assunto centro de massa e centro de gravidade, não será diferente, só que o professor tomando para início de explicação do assunto, vai fazendo perguntas e obtendo respostas que satisfaçam ou não com relação ao centro de massa. Com material diversos e de formas diferentes, vai apresentando maneiras de encontrar o centro de massa, podendo ser representado de forma gráfica. A localização dar-se-à através das coordenadas  $X_g$  e  $Y_g$ , que serão obtidas através da relação entre o respectivo momento estático da superfície e a área total desta.

Para simplificar a determinação do centro de gravidade, divide-se a superfície plana em superfícies geométricas cujo C.G. é conhecido, tais como retângulos, quadrados, triângulos, círculos, semicírculos, quadrantes (1/4 de círculo). Através da relação entre a somatória dos momentos estáticos dessas superfícies e a área total das mesmas, determinam-se as coordenadas do centro de gravidade.

## **6 O DESENVOLVIMENTO DO PRODUTO**

O Programa do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) tem como objetivo formar profissionais na dimensão tecnológica, ética e cidadã. Na busca desta formação, desenvolvem-se pesquisas com fundamentação científica para novas técnicas, procedimentos, estratégias diretamente aplicáveis ao dia a dia, ou seja, as dissertações desse mestrado devem ser aplicadas na vida prática (COSTA e COSTA, 2016).

Nesse sentido, o Ministério de Educação e Cultura (MEC), sob a luz da portaria nº 7 de 22 de junho de 2009, traz como endosso do MNPEF que o produto final pode ser apresentado de várias formas tais como, desenvolver aplicativos, material didático, cartilhas. O produto educacional pode ser impresso ou digital de uso individual ou coletivo, direcionado ao aluno e professor, tendo uma linguagem objetiva, clara, de fácil manuseio e montagem (COSTA e COSTA, 2016).

Neste capítulo, pretende-se descrever o desenvolvimento do produto educacional (Apêndice I) elaborado pelo autor desta pesquisa e relatar principais resultados obtidos de sua aplicação em sala de aula. O produto desenvolvido trata-se de uma cartilha educativa (Apêndice I) que pretende orientar professores e estudantes de Física na aprendizagem do conceito de centro de massa por meio da modelagem matemática de atividades experimentais.

### **6.1 O Contexto da Pesquisa de Campo**

A pesquisa aqui apresentada é do tipo mista (CREWELL e CLARK, 2013), pois explora as ações realizadas sob o ponto de vista qualitativo e quantitativo. Desta forma, a partir de observações feitas pelo pesquisador e análise dos instrumentos de coleta como questionários, gravações, fotos e trabalhos construídos pelos alunos de cada equipe, será feito um apanhado de informações permitindo possível interpretação de cada momento vivenciado em sala de aula embasado no referencial teórico.

O lócus da pesquisa foi uma escola de ensino médio localizada no Bairro do Diamantino, zona urbana da cidade de Santarém, Estado do Pará. Esta escola foi escolhida pelo autor da pesquisa porque este já pertenceu a seu quadro de funcionário, como tal, já conhecia a dinâmica de trabalho e, principalmente, pelo fato

de querer contribuir para a formação dos jovens da periferia, além disso, já havia desenvolvido vários projetos de ação social e isto permite a liberdade na convivência com os outros professores.

À época da pesquisa, ano de 2019, a escola possuía uma área 1000 m<sup>2</sup> de espaço físico compondo oito pavilhões distribuídos em salas de aula, biblioteca, secretaria, sala dos professores, lanchonete, laboratórios multidisciplinares, auditório. A escola dispunha de uma área para aviso e informações, nesta mesma área funciona a cantina onde os alunos recebem a merenda escolar. Anexo à escola, há uma quadra de esporte e um campo de futebol para prática de educação física.

A escola funcionava em três turnos com um total de 432 alunos matriculados para o ano letivo de 2019. No turno da manhã funcionava o 9º ano do ensino fundamental e 1º ao 3º ano o ensino médio, totalizando 173 alunos regularmente matriculados neste período. No turno da tarde também funcionava o 9º ano e 1º ao 3º ano o ensino médio, totalizando 120 alunos regularmente matriculados neste período. No período noturno, a escola atendia somente o Fundamental EJA (Educação de Jovens e Adultos) e o ensino médio EJA, perfazendo um total de 128 alunos matriculados neste período.

Para atender esse público, a escola contava com um quadro docente formado por 30 professores, dos quais na sua maioria licenciados, outros com especializações e uma minoria com mestrado.

Escolheu-se uma turma com 25 alunos do 1º ano do ensino médio do turno vespertino.

Figura 16 - Sujeitos participantes da pesquisa.



Fonte: Autor (2019).

Os sujeitos participantes da pesquisa possuíam faixa etária de 18 anos, sendo 13 homens e 12 mulheres. Após ser oficialmente encaminhado para direção da

escola (Apêndice II) e ser apresentado ao professor da disciplina Física, o autor desta pesquisa explicitou a proposta de trabalho para a turma deixando claro que se tratava de uma atividade de mestrado profissional em ensino de Física. Ressalta-se que os estudantes participantes da pesquisa, após serem informados sobre o objetivo e metodologia a ser utilizada, assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido (Apêndice III). Após isso, ficou acordado que nos próximos encontros seria realizada uma explanação de um ciclo de modelagem como recurso para interpretar atividades experimentais sobre centro de massa.

Para iniciar a pesquisa de campo na turma acima mencionada e visando a um diagnóstico prévio da turma, foi distribuído um questionário com dez perguntas sobre suas motivações para aprender física e matemática (Apêndice IV). Para este diagnóstico levando em conta as perguntas de maior relevância como: “qual a disciplina da escola que você mais se identifica? Respostas foram: 4 alunos para física e 16 para matemática” no sentido do gosto pela matemática e física. Estas respostas nos preocupam por que se professor não estiver atento com sua prática, esse docente vai simplesmente está contribuindo com a desmotivação da turma.

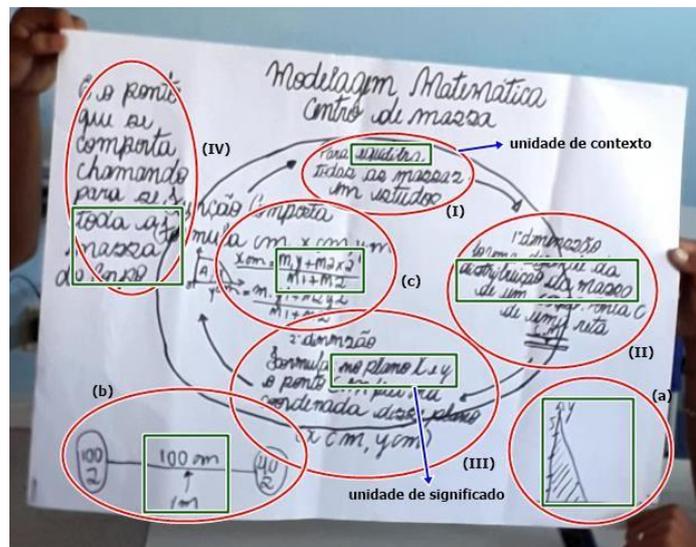
Quando questionado sobre a pergunta “A importância da matemática favorece a aprendizagem de física?”, quatro alunos responderam que não; nove alunos responderam que sim; cinco alunos responderam às vezes e dois alunos responderam nem sempre. Ressalta-se que a primeira impressão não foi das melhores. Percebeu-se que estava faltando algo para despertar interesse nos alunos. Uma pergunta para o autor é de suma importância: “A investigação científica é fundamental para que você dê sentido no conteúdo abordado?”. Onze alunos responderam que sim; três alunos responderam que não; quatro alunos se manifestam dizendo que depende do conteúdo ministrado e dois alunos discordam. Não querendo ficar na lamentação, respostas declinadas por parte dos estudantes, fazem com que o docente pense em estratégia e com a parceria destes alunos o quadro para uma outra ocasião deverá ser outro. A turma parecia totalmente sem motivação para aprender, alheia ao conhecimento, apática em relação à aprendizagem. Um verdadeiro desafio para este pesquisador.

Destaca-se que para a produção de dados foram realizadas observações, anotações escritas, imagens, áudios, vídeos. Bogan e Biklen (1994) ressaltam que o material produzido daquilo que é feito em sala de aula pode originar uma documentação que respalda o pesquisador em suas argumentações.

Para interpretar os dados produzidos, recorreu-se ao método de análise textual discursiva (MORAES e GALIAZZI, 2016) aplicado aos modelos matemáticos elaborados pelas equipes. Assim, o corpus de análise foi constituído de três modelos matemáticos registrados na forma de imagens, imagens essas analisadas em três momentos: unitarização, categorização e metatexto.

Na fase da unitarização, realizou-se leitura cuidadosa das imagens para identificar unidades de significado em cada unidade de contexto identificada no modelo matemático. Conforme Moraes e Galiazzi (2016), unitarizar um texto “[...] é desmembrá-lo, transformando-o em unidades elementares, correspondendo a elementos discriminantes de sentidos, significados importantes para a finalidade da pesquisa, denominadas de unidades de significado” (p. 71). A figura que segue exemplifica essa etapa.

Figura 17 - Exemplo de unitarização do modelo matemático: os círculos em vermelho especificam as unidades de contexto e os retângulos em verde especificam as unidades de significado dentro das unidades de contexto.



Fonte: Autor (2019).

Para facilitar a criação de categorias emergentes, as unidades de contexto identificadas em cada modelo matemático foram codificadas por meio de sistema alfabético e de numeração romana. Para Moraes e Galiazzi (2016), categorizar “corresponde a simplificações, reduções e sínteses de informações da pesquisa, concretizadas por comparação e diferenciação de elementos unitários, resultando em formação de conjuntos de elementos que possuem algo em comum” (p. 97). Desse modo, a reorganização de unidades de significado gerou um conjunto de categorias

emergentes importantes para entender em que sentido a modelagem matemática de atividades experimentais pode promover a compreensão do conceito de centro de massa.

Por fim, com base nas categorias geradas, foi elaborado um metatexto por meio de interlocuções empíricas com os dados da pesquisa de campo e de interlocuções teóricas com autores do referencial teórico. Para Moraes e Galiazzi (2016), o metatexto representa

“[...] sínteses elaboradas pelo pesquisador no sentido de expressar as novas compreensões atingidas em relação ao seu objetivo de pesquisa” (p. 111).

Destaca-se que o produto educacional foi desenvolvido em nove aulas de 45 minutos, conforme resumido no quadro que segue:

Quadro 7 – Procedimentos realizados para a produção de dados.

<b>Atividade</b>	<b>Descrição</b>	<b>Aula (45 min)</b>
1) Caracterização do ciclo de modelagem a ser aplicado nas atividades experimentais.	O professor caracteriza em termos procedimentais o ciclo de modelagem que será utilizado para analisar as atividades experimentais.	Aula 1 (08/05/2019)
2) Exemplificação do ciclo de modelagem em experimentos deliberadamente escolhidos pelo professor.	O professor seleciona cuidadosamente um experimento com base em seus objetivos de ensino para exemplificar o ciclo de modelagem.	Aula 2 (15/05/2019)
3) Aprofundamento do ciclo de modelagem em experimentos livremente escolhidos pelos estudantes.	Os estudantes escolhem experimentos de seus interesses para analisar por meio do ciclo de modelagem.	Aula 3 (22/05/2019) Aula 4 (29/05/2019) Aula 5 (05/06/2019)
4) socialização colaborativa de dúvidas.	Os estudantes socializam suas dúvidas sobre o assunto para serem discutidas coletivamente nas rodas de conversa.	Aula 6 (12/06/2019) Aula 7 (19/06/2019)
5) Transferência do ciclo de modelagem a situações de outras classes.	O professor propõe experimentos envolvendo outros assuntos para serem analisados por meio do ciclo de modelagem.	Aula 8 (26/06/2019) Aula 9 (18/08/2019)

Fonte: Autor (2019).

Na seção que segue, para relatar os procedimentos realizados e analisar os resultados alcançados, os encontros foram organizados em 05 momentos gerais:

- i) caracterização do ciclo de modelagem a ser aplicado nas atividades experimentais;
- ii) exemplificação do ciclo de modelagem em experimentos deliberadamente escolhidos pelo professor;
- iii) aprofundamento do ciclo de modelagem em

experimentos livremente escolhidos pelos estudantes; iv) socialização colaborativa de dúvidas; v) transferência do ciclo de modelagem a situações de outras classes.

## **6.2 Caracterização do Ciclo de Modelagem a ser Aplicado nas Atividades Experimentais**

### **1ª aula (08/05/2019)**

Neste encontro, apresentou-se ideias fundamentais referentes ao conceito de centro de massa. Falou-se sobre o ensino do centro de massa por meio da modelagem matemática que seria direcionada a atividades experimentais. Foi realizada uma explanação resumida aos alunos sobre os ciclos de Burak, de Bassanezi, de Almeida e de Barbosa para que eles mesmos escolhessem um dos ciclos a ser aplicado no estudo das atividades experimentais.

O ciclo de Burak foi caracterizado em cinco etapas: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento de problemas, resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e análise crítica da solução de problemas. O ciclo de Almeida foi caracterizado em cinco fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. O ciclo de Bassanezi foi caracterizado em sete fases: escolha de temas, coleta de dados, análise de dados e formulação de modelos, validação, convergência e estabilidade, cálculo do valor assintótico e variações. O ciclo de Barbosa foi caracterizado em quatro fases: elaboração da situação-problema, simplificação, dados qualitativos e quantitativos e resolução.

Ao final da apresentação dos ciclos aos estudantes fizeram comentários, tais como:

“O ciclo de Bassanezi é o mais longo né professor [...]” (E1, 2019)

“O ciclo de Biembengut é o mais curto [...]” (E2, 2019)

“Parece que isso vai melhorar a nossa visão sobre os assuntos que os professores ainda vão explicar [...]” (E3, 2019).

Após analisarem as quantidades de fases de cada ciclo de modelagem, os estudantes decidiram aplicar o ciclo de Biembengut no estudo dos experimentos. Um dos alunos comentou que escolheu tal ciclo:

“Por se tratar de apenas três fases e que trazia o momento de percepção e apreensão como tarefa inicial.” (E4, 2019).

Assim, na próxima aula seria realizada uma retrospectiva do ciclo de Biembengut para ser exemplificado em uma atividade experimental.

### **6.3 Exemplificação do Ciclo de Modelagem em Experimentos Deliberadamente Escolhidos pelo Professor**

#### **2ª aula (15/05/2019)**

Iniciou-se essa aula retomando as características do ciclo de Biembengut (2016) ao chamar a atenção para a fase de percepção e apreensão que devem fundamentar a explanação sobre o experimento em estudo, lembrando que o mais importante nesse momento inicial do ciclo de modelagem é levantar questões, isto é, selecionar questões para desenvolver o conteúdo e posteriormente levantar dados. Interliga-se, portanto, este momento inicial com a fase de compreensão e explicitação para levantar hipóteses, expressar dados, desenvolver o conteúdo, exemplificar, formular modelos matemáticos. Fecha-se o ciclo de modelagem com a última etapa, significação e expressão, para resolver a questão, interpretar e avaliar, validar e expressar as ideias e compreensões.

Em princípio, teve-se o cuidado na escolha das atividades experimentais que fizessem parte do conteúdo programático trabalhado pelo professor da disciplina. Mas a tarefa não foi fácil, pois o tema deveria abordar o conteúdo programático do 1º ano do ensino médio. Para Gaspar (2014), é comum os professores se angustiarem por não encontrarem atividades experimentais por meio das quais possam abordar determinados conteúdos, atribuindo tais dificuldades à sua própria incompetência ou despreparo, o que, em geral, não é o caso.

Decidiu-se então estudar sobre o conceito de centro de massa e exemplificar o ciclo de Biembengut por meio do experimento do cone antigravidade.

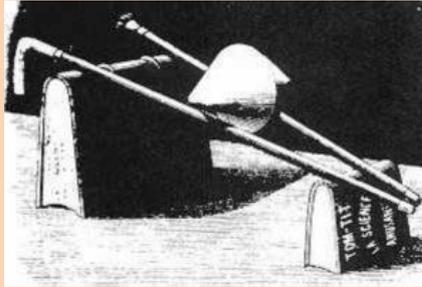
Figura 18 - Cone antigravidade

### Cone antigravidade

Texto adaptado de: <https://seara.ufc.br/sugestoes-para-feira-de-ciencias/sugestoes-de-fisica/mecanica2/um-cone-anti-gravitacional/>. Acesso em: 20 fev. 2020.

A figura a seguir mostra a montagem do cone duplo ou cone antigravidade. O objeto que está sobre a rampa é feito com dois funis idênticos, colados um ao outro pela borda larga. A rampa é feita com dois bastões cilíndricos servindo de trilhos. Na parte mais alta a separação entre os trilhos é maior que na parte inferior.

Colocando o funil duplo sobre a rampa ele parece subir, contrariando a gravidade.

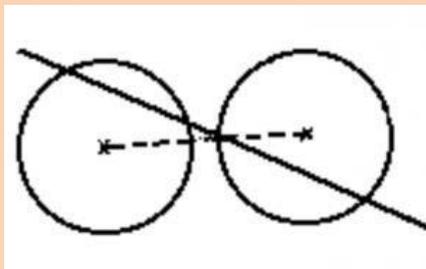


#### Montagem:

Para montar o experimento, basta separar as extremidades das varetas com uma certa distância na parte superior da rampa inclinada e proceder da seguinte forma: coloca-se o bastão na parte superior da rampa, observando que o bastão desce naturalmente sob a influência da gravidade.

De outra forma, coloca-se o cone ainda na parte superior da rampa e observa-se que o cone não se move. Quando o cone é colocado na base mais do plano verifica-se que ele se movimenta no sentido da rampa mais alta, dando a entender que está subindo.

Levantar um objeto significa alçar seu centro de gravidade para uma posição mais alta. Nessa experiência, enquanto o funil duplo parece subir a rampa, seu centro de gravidade desce.



A figura acima explica essa aparente contradição. Ao fazer a experiência observe cuidadosamente o que acontece com a linha horizontal que passa pelo centro de gravidade do cone duplo (seu eixo de simetria).

Junte essa experiência com outras sobre centro de gravidade.

Fonte: Internet 2020

Após fazer um breve comentário sobre o ciclo de modelagem de Biembengut e chamar a atenção sobre o tema centro de massa, apresentou-se um protótipo do cone antigravidade.

Figura 19 - Pesquisador exemplificando aos sujeitos da pesquisa o ciclo de Biembengut no experimento do cone antigravidade.



Fonte: Autor (2019).

Armou-se o trilho inclinado com nível diferente, os estudantes ficaram apenas observando, todos silenciosamente atentos e prestando atenção no que o autor desta pesquisa explanava sobre o experimento e sobre o conceito de centro de massa. A saber, que no trilho inclinado, colocando-se o bastão na parte mais alta, este desce por causa da gravidade, como era de se esperar. Contudo, ao posicionar o cone duplo na parte mais alta da rampa, este fica imóvel, “desafiando” a lei da gravidade. No entanto, quando o cone duplo foi posicionado na base do trilho inclinado, este começou a subir, desafiando novamente a lei da gravidade. Face a esse conflito cognitivo, as perguntas sobre o bastão e o cone duplo foram surgindo:

“Por que o bastão desce? [...] por que o cone sobe? [...] o que está acontecendo?” (E1).

“Acho que nós temos que pesquisar o porquê disso [...]”. (E7).

“Acho que três coisas estão relacionadas [...] uma diferença da altura [...] a abertura da base até o topo [...] o diâmetro do funil [cone duplo]”. (E3).

Nesse primeiro momento, com base em seus conhecimentos prévios e usando suas próprias linguagens do dia a dia, ou seja, sem recorrer à linguagem formal da Física, os próprios estudantes levantaram hipóteses para as perguntas, isso pode ser verificado na fala do estudante E3 ao identificar possíveis variáveis que possam estar diretamente relacionadas ao fenômeno físico: a diferença da altura entre as extremidades do trilho, a abertura menor do trilho na base e maior no topo e o diâmetro do cone duplo.

De acordo com Moreira (1999), a aprendizagem significativa ocorre quando existem certos tipos de conhecimentos na estrutura cognitiva que servem de apoio ao novo conhecimento, são os conceitos subsunçores que permitem a ancoragem do significado. No caso do relato acima, subsunçores como “diferença de altura”, “abertura da base” e “diâmetro do funil” foram importantes para compreender o que estava acontecendo na modelagem do experimento.

Nessa aula, o foco foi na etapa de percepção e apreensão do ciclo de Biembengut. Tal fase deve ser direcionada para a explicação do experimento em estudo por meio do levantamento de hipóteses, questionamentos, levantamento de dados com vistas ao conteúdo de ensino, no caso, o conceito de centro de massa.

Infelizmente, o tempo da aula acabou e ficou para o próximo encontro a discussão sobre os conceitos físicos envolvidos no experimento. Por fim, foi solicitado que os estudantes se organizassem em equipes para que eles mesmos escolhessem experimentos relacionados ao centro de massa para estudar por meio da aplicação do ciclo de modelagem.

#### **6.4 Aprofundamento do Ciclo de Modelagem em Experimentos Livrement Escolhidos pelos Estudantes**

##### **3ª aula (22/05/2019)**

Antes de a equipe 1 apresentar seu experimento, houve uma rodada de discussão sobre os conceitos físicos presentes no experimento do cone antigravidade. Houve ainda uma retrospectiva do que foi discutido em sala de aula sobre a fase de percepção e apreensão do ciclo de Biembengut. A ideia inicial era que as outras fases do ciclo de Biembengut fossem discutidas durante a realização dos experimentos, contudo, essa discussão acabou não acontecendo devido a proatividade e independência das equipes na realização e análise conceitual dos experimentos. Desse modo, a função do autor desta pesquisa em sala de aula a partir desse momento foi de orientador dos procedimentos realizados, ou seja, não se procurou impor um ciclo de modelagem a ser seguido pelos grupos, mas deixou-se que cada grupo modelasse o experimento de acordo com suas capacidades e interesses.

Assim, a equipe 1 trouxe o experimento do cone antigravidade construído com materiais de baixo custo financeiro. Para isso, eles utilizaram garrafa pet, fita

durex, bastão, duas peças retangulares de madeira de alturas 7 cm e 4 cm e dois funis de plásticos.

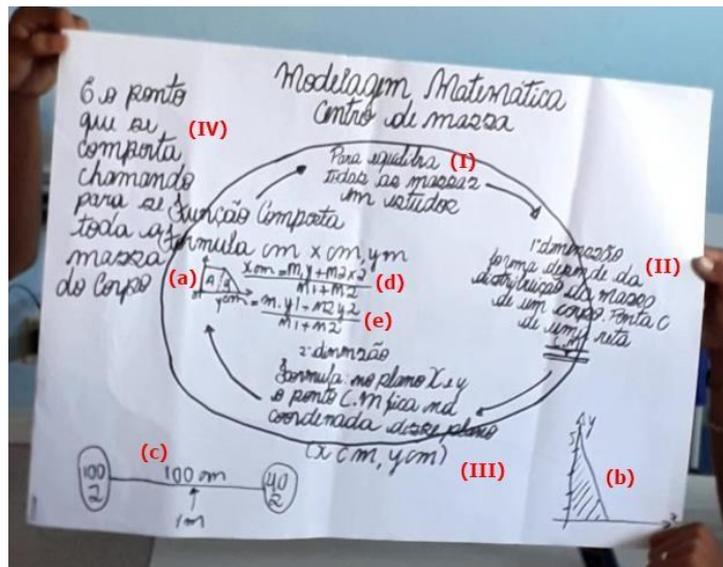
Figura 20 - Estudantes da Equipe 1 apresentando o experimento sobre o cone antigravidade feito com materiais recicláveis.



Fonte: Autor (2019).

O modelo matemático elaborado por esta equipe para analisar o experimento é mostrado a seguir, nota-se que se trata de um modelo constituído por diagramas, equações e texto escrito.

Figura 21 - Modelo matemático elaborado pela Equipe 1 para analisar o experimento sobre o cone antigravidade construído com materiais recicláveis.



Fonte: Autor (2019).

Nota-se que o modelo matemático elaborado pela Equipe 1 enfatiza sua estrutura sistêmica que, segundo Souza (2018), geralmente é representada por meio de diagramas esquemáticos e é responsável pela especificação da composição, do ambiente e das conexões do sistema modelado. No caso, a Equipe 1 representou a estrutura sistêmica do modelo por meio de um mapa conceitual cíclico interligando os principais conceitos presentes no experimento. Talvez esse modelo tenha surgido devido às discussões sobre a fase de percepção e apreensão do Ciclo de Biembengut. Desse modo, o modelo conceitual relaciona as noções de equilíbrio, centro de massa em uma dimensão, centro de massa em duas dimensões, equação do centro massa, definição do centro de massa.

Ao detalhar o modelo matemático em unidades de contexto, percebe-se que ele é composto de diferentes tipos de ferramentas de representação, a saber: diagramas (a, b, c), equações (d, e) e texto escrito. Souza (2018) argumenta que as ferramentas de representação em um modelo matemático podem potencializar a formação de modelos mentais e consequente argumentação científica dos estudantes. Nesse sentido, acredita-se que o modelo favoreceu que a argumentação da equipe fosse fundamentada em conceitos físicos, tais como equilíbrio e centro de massa.

Por outro lado, acredita-se que a tentativa de organizar a análise do experimento em um ciclo de modelagem permitiu a própria organização do pensamento dos estudantes. Nesse sentido, tem-se que na parte superior do modelo (I), relaciona-se a ideia de centro de massa com a noção de equilíbrio na seguinte unidade de contexto: “para equilibrar todas as massas em estudo”. Na parte direita do modelo (II), percebe-se a ideia de centro de massa considerado o movimento do corpo em apenas uma dimensão: “1 dimensão, forma depende da distribuição da massa de um corpo, ponta C de uma reta”. Na parte inferior do modelo (III), considera-se o movimento do corpo em duas dimensões na seguinte unidade de contexto: “2 dimensão, fórmula no plano x, y, o ponto cm fica na coordenada desse plano xcm, ycm”. Por fim, na parte esquerda do modelo (IV), sintetiza-se a ideia de centro de massa enquanto um “ponto que se comporta chamando para si toda a massa do corpo”. Portanto, a organização do pensamento dos estudantes para explicar sobre o experimento parece ter sido favorecida pela elaboração de um ciclo de modelagem para o experimento.

Destaca-se ainda que essa equipe foi a primeira a interagir coletivamente com as outras equipes sobre o conceito de centro de massa, isso aconteceu

principalmente por meio do levantamento de hipóteses: “o bastão desce [...] até aí tudo bem [...] e o funil colado sobe a rampa inclinada por causa das forças da gravidade?”, “por que o bastão desce e o funil colado não desce?”. Assim, cada um dava a sua versão e parecer sobre o que estava sendo mostrado. Um integrante desta equipe escreveu no quadro a definição do centro de massa e os colegas passaram a fazer perguntas sobre o que estava acontecendo na demonstração e, aos poucos, se convencendo que a experiência pode ajudar na compreensão do conceito físico.

Quando novas ideias e informações são aprendidas e retidas, elas podem ser exigidas e transformam-se em pontos de ancoragem que contenham estas exigências. A aprendizagem significativa deve ocorrer quando uma nova informação exhibe conceitos relevantes já existente na estrutura cognitiva de quem aprende, esta aprendizagem implica em modificações na estrutura cognitiva e não só no acréscimo do foi explicado. (NOVAK, 1977). Considerando a organização do modelo matemático que focalizou conceitos importantes tais como equilíbrio e centro de massa e considerando ainda as falas dos estudantes que enfatizaram esses mesmos conceitos em seus discursos, pode-se supor a ocorrência de aprendizagem significativa durante o ciclo de modelagem.

Interessante ressaltar que, enquanto a Equipe 1 fazia sua apresentação, as outras equipes faziam perguntas que eram respondidas com segurança e, dentro do possível, com uso da linguagem apropriada e de termos científicos. Contudo, em alguns momentos, foi necessária a mediação do autor desta pesquisa para sanar certas dúvidas, outros questionamentos ficaram para serem respondidos por meio de pesquisa pelas equipes.

#### **4ª aula (29/05/2019)**

Neste encontro a Equipe 2 selecionou um experimento chamado “Testando o centro de gravidade com pregos”, que consistia em uma base de madeira e dez pregos de 3 polegadas. O objetivo da apresentação foi encontrar o centro de massa do conjunto de pregos.

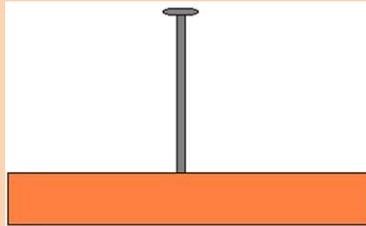
Figura 22 - Testando o centro de gravidade com pregos.

### Testando o centro de gravidade com pregos

Texto adaptado de: <https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/testando-centrogravidade-com-pregos.htm>. Acesso em 20 fev. 2020.

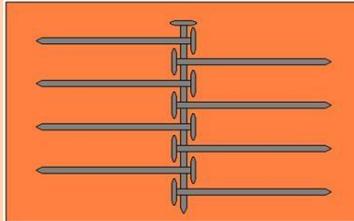
Sabe-se que todo corpo sólido possui um ponto denominado centro de gravidade ou centro de massa. Essa atividade experimental tem como objetivo mostrar que podemos equilibrar dez pregos na ponta de um através do centro de gravidade do conjunto.

Inicia-se a atividade experimental propondo aos alunos um desafio. Tal desafio consiste em conseguir equilibrar dez pregos somente na ponta de um prego. Para realizar a atividade serão disponibilizados 11 pregos grandes, uma chapa de madeira de 10 x 10 cm e um martelo.



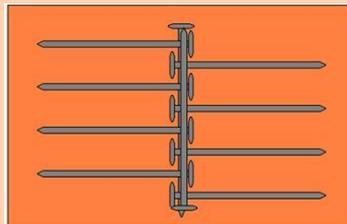
Como mostra a figura acima, fixa-se no meio da chapa de madeira um único prego, é necessário que ele fique bem firme, mas não totalmente fixado. Em seguida, solicita-se que os estudantes pensem em uma maneira para equilibrar os 10 pregos restantes sobre a cabeça do prego que está fixo.

Após esperar algum tempo de interação entre os alunos, verifica-se se algum grupo conseguiu equilibrar os pregos. Caso não tenham conseguido, ensina-se passo a passo como conseguir.



Como mostra a figura acima, coloca-se oito pregos sobre o prego que inicialmente foi colocado horizontalmente sobre a chapa de madeira. É necessário que os pregos fiquem na posição igual ao da figura acima.

Após colocar todos os pregos, coloca-se o último prego sobre os demais pregos na mesma direção do prego base. Para que o conjunto fique mais firme, coloque o último prego com a cabeça no sentido oposto à cabeça do prego base. Veja a figura abaixo:



Para finalizar, com as duas mãos pegue nas pontas e nas cabeças dos pregos base, de modo que os demais pregos não saiam das suas posições iniciais. Com muito cuidado, posicione o conjunto de pregos sobre o prego que está fixo na madeira. Vagarosamente, solte os pregos e veja como eles se equilibram. Nesse experimento, o conjunto ficou em equilíbrio primeiramente pelo fato de o prego de cima servir como trava para os pregos de baixo, fazendo com que o conjunto ficasse fixo. Agora, o fato de o conjunto ficar parado está relacionado com o centro de gravidade. O centro de gravidade é o local onde se concentra virtualmente toda a massa do objeto.

Para que o conjunto fique parado sobre o prego, é necessário que o centro de gravidade esteja localizado abaixo do ponto de apoio. Sendo assim, a média dos centros de gravidade de cada um dos pregos resulta em um centro de gravidade localizado exatamente no ponto de apoio do experimento.

A imagem que segue registra um momento durante a apresentação do experimento pela Equipe 2.

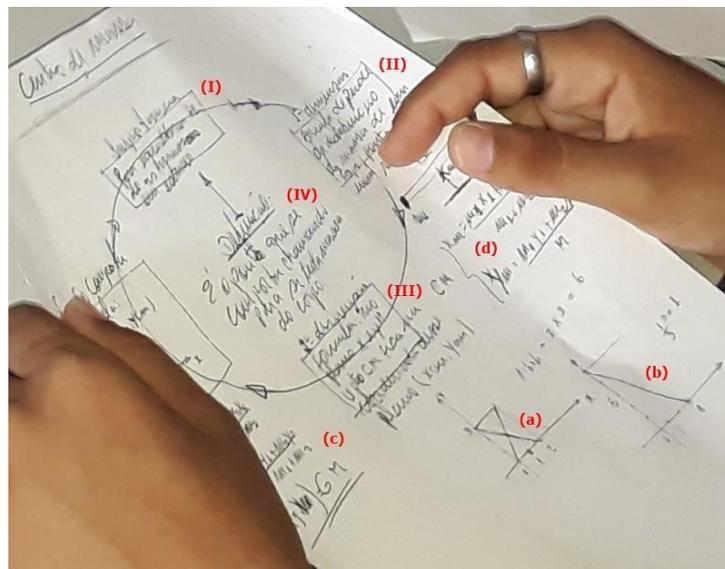
Figura 23- Estudantes da Equipe 2 apresentando o experimento sobre o equilíbrio de 10 pregos.



Fonte: Autor (2019).

A seguir, analisa-se o modelo matemático elaborado por esta equipe para estudar o experimento.

Figura 24 - Modelo matemático elaborado pela Equipe 2 para estudar o experimento sobre o equilíbrio de 10 pregos.



Fonte: Autor (2019).

Nota-se que o modelo matemático elaborado pela Equipe 2, igualmente ao da Equipe 1, focaliza sua estrutura sistêmica a qual, segundo Souza (2018), pode ser representada usando diagramas esquemáticos, sendo responsável pela especificação da composição, do ambiente e das conexões do sistema modelado. Veja-se que a

Equipe 2 também representou a estrutura sistêmica por meio de um modelo conceitual interligando os principais conceitos presentes no experimento. Tal modelo parece ter sido gerado com base nas fases de percepção e apreensão do Ciclo de Biembengut. Assim, o modelo relaciona as ideias de equilíbrio, centro de massa em uma dimensão, centro de massa em duas dimensões, equação do centro massa, definição do centro de massa.

A especificação do modelo matemático em unidades de análise revela que, da mesma forma que a equipe anterior, esta equipe também utilizou diferentes tipos de ferramentas de representação, dentre os quais destacam-se: diagramas (a e b), equações (c e d) e texto escrito. Ao que parece, a tentativa de elaborar um ciclo de modelagem para o experimento motivou de alguma maneira a utilização desses sistemas de representação na constituição do modelo matemático. A compreensão do experimento, conseqüentemente, a compreensão de conceitos e de procedimentos envolvidos na elaboração do modelo matemático, de acordo com Souza (2018), estão relacionados à formação de modelos mentais subjacentes que alimentam os modelos matemáticos de significados, o que pode ser evidenciado quando os estudantes justificam seus pensamentos com base no conhecimento científico apropriado, tal como ficou evidenciado no discurso dos estudantes da Equipe 2.

A maneira com que os estudantes organizaram seus pensamentos para analisar o experimento fica claro na própria organização do modelo matemático. Na parte superior da figura, enfatiza-se no modelo matemático o conceito de equilíbrio dos dez pregos na seguinte unidade de contexto (I) “para equilibrar os dez pregos...”. Na parte da direita da figura, focaliza-se no modelo o conceito de centro de massa dos dez pregos considerando uma dimensão (II): “quando depende da distribuição de massa de um corpo”. Já na parte inferior da figura, enfatiza-se o conceito de centro de massa dos dez pregos considerando duas dimensões (III): “fórmula no plano  $x, y$ , o ponto  $cm$  fica na...desse plano ( $x_{cm}, y_{cm}$ ). Por fim, na parte central da figura, sintetiza-se no modelo a definição de centro de massa (IV): “é o ponto que se comporta chamando para si toda a massa do corpo”. Acredita-se, portanto, que o ato de elaborar um modelo matemático para o experimento seja um fator importante para a organização do pensamento dos estudantes ao exporem seus pensamentos nas sessões de discussões coletivas, possibilitando aprendizagem significativa.

Segundo Ausubel (1968), a aquisição de conceito por meio de aprendizagem receptiva não é apenas um processo passivo de abstração. Apesar de

não ser do mesmo modo e do mesmo tipo da informação de conceitos, é bastante caracterizada por um processo ativo de interação com os conceitos já adquiridos. Quanto mais evidenciado for este processo, mais significativos e uteis serão os conceitos. Ao observar os participantes de cada equipe durante a explicação dos seus respectivos experimentos, estes estavam sempre atentos no que iam falar sobre o conceito de centro de massa, pode-se considerar que nesse momento estivesse ocorrendo aprendizagem significativa.

### **5ª aula (05/06/2019)**

Neste encontro, foi apresentado como atividade da Equipe 3 o equilíbrio da ponte de Da Vinci, cujo objetivo foi encontrar o centro de massa da ponte considerando todo sistema concentrado no centro de massa.

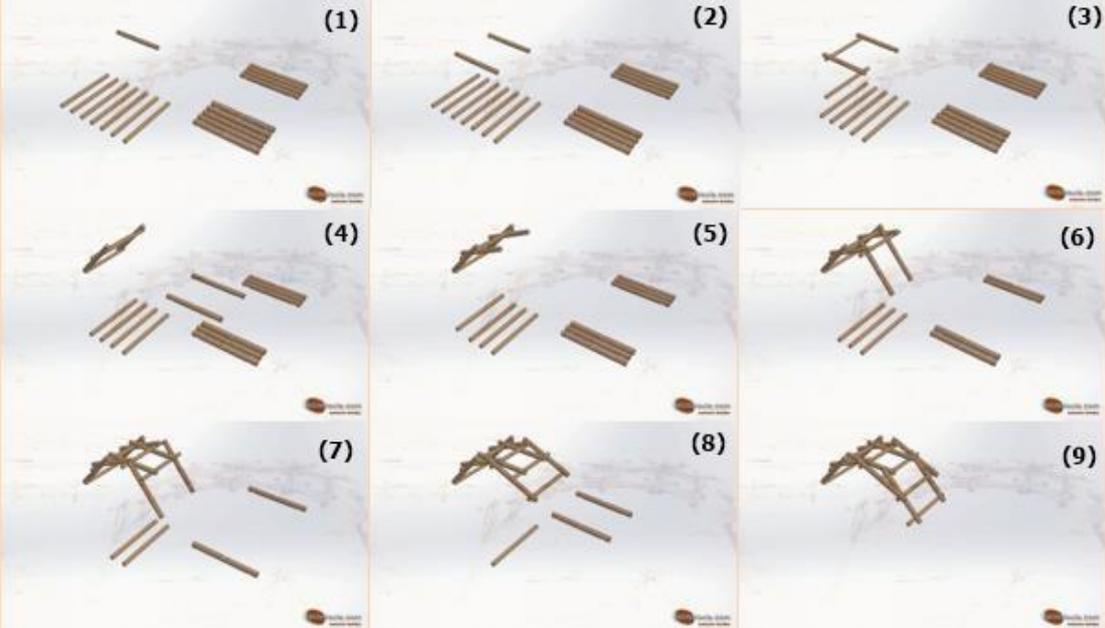
Figura 25 - Ponte de Da Vinci.

**Ponte de Da Vinci**

Texto adaptado de: <https://www.mdig.com.br/index.php?itemid=40956>. Acesso em 20 fev. 2020.

A ponte autoportante de Leonardo da Vinci é simples de construir, é prática e suporta -se por si mesma sem necessidade de fixar os elementos que formam a estrutura que se entrecruzam entre si. É um clássico das construções com palitos de madeira e fica firmemente unida por seu próprio peso, por sua tendência a cair.

O passo a passo para a montagem da ponte é ilustrado na sequência de imagens a seguir:



**Montagem:**

- Escolhe-se uma peça de madeira de boa rigidez;
- Faz-se bastonetes de diâmetro 1 cm e 21,9 cm de comprimento;
- Em cada bastonete , a partir 2 cm de cada extremidade , faz-se uma cava de 0,5 cm para o encaixe;
- No centro do bastão do lado oposto também se faz uma cava de 0,5 cm que será encaixado em um outro bastão liso;
- A ponte deverá ser montada a partir de dois bastões na vertical e no encaixe do centro coloca-se um bastão liso;
- Na extremidade dos bastões verticais coloca-se outro bastão liso e, em seguida, coloca-se dois bastões por dentro dos bastões com o encaixe;
- Esperando o terceiro bastão liso na horizontal e, assim, sucessivamente, formando a ponte de Da Vinci.

Leonardo, em sua busca de soluções simples para grandes problemas, apresentou esta ponte no *Codex Atlanticus*. A ideia era poder construir uma ponte de forma simples e rápida para transpor pequenos obstáculos. O interessante desta estrutura é que uma vez terminada, nenhuma peça pode sair de sua posição, não sendo necessário nenhuma conexão entre as barras.

Fonte: Internet 2020.

Para a equipe, esta demonstração foi bastante esperada em função da expectativa para abordar os conceitos físicos inserido no experimento.

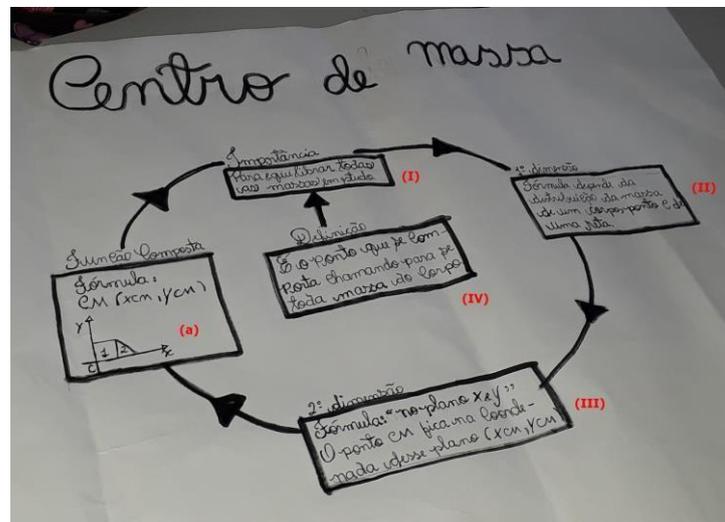
Figura 26 - Estudantes da Equipe 3 apresentando o experimento sobre o equilíbrio da ponte de Da Vinci.



Fonte: Autor (2019).

O modelo matemático elaborado por esta equipe para analisar o experimento é apresentado a seguir, nota-se que esse modelo é constituído basicamente por dois tipos de ferramentas de representação: diagrama (a) e texto escrito.

Figura 27 - Modelo matemático elaborado pela Equipe 3 para analisar o experimento sobre o equilíbrio da ponte de Da Vinci.



Fonte: Autor (2019).

Observa-se que o modelo matemático elaborado pela Equipe 3, igualmente ao da Equipe 1 e Equipe 2, centraliza sua estrutura sistêmica que, segundo Souza (2018), pode ser representada utilizando diagramas esquemáticos, sendo responsável por especificar a composição, o ambiente e as conexões do sistema modelado. Nota-se que a Equipe 3 também representou a estrutura sistêmica do modelo por meio de

um mapa conceitual cíclico que interliga os principais conceitos presentes no experimento. Dessa maneira, o modelo conceitual relaciona as noções de equilíbrio, centro de massa em uma dimensão, centro de massa em duas dimensões, equação do centro massa, definição do centro de massa. Ao que parece, esse modelo também teve influência das fases de percepção e apreensão do Ciclo de Biembengut.

O uso de diagramas e do texto escrito para sistematizar o modelo matemático, pode catalisar o processo de argumentação científica em função dos modelos mentais subjacentes ao ato da compreensão do experimento (SOUZA, 2018). Na prática discursiva, esses modelos mentais podem sustentar o uso de conceitos e de procedimentos durante a fala dos estudantes.

Ao especificar as unidades de contexto no modelo matemático, identifica-se na parte superior da figura:

(I) a ênfase no conceito de equilíbrio do centro de massa da ponte: “para equilibrar todas as massas em estudo”. Na lateral direita, identifica-se a ideia de centro de massa considerando a ponte em uma dimensão na seguinte unidade de contexto;

(II) “fórmula depende distribuição da massa de um corpo, ponto C de uma reta”. Na parte inferior da figura, identifica-se a ideia de centro de massa considerando a ponte em duas dimensões;

(III) “fórmula: no ponto  $x, y$ . O ponto  $cm$  fica na coordenada desse plano ( $x_{cm}, y_{cm}$ )”. Na lateral esquerda da figura, identifica-se o conceito de função composta na unidade de contexto (a) “fórmula:  $CM(x_{cm}, y_{cm})$ ”. Por fim, na parte central da figura, identifica-se a definição do conceito de centro de massa na seguinte unidade de contexto;

(IV) “é o ponto que se comporta chamando para si toda massa do corpo”. Tal como aconteceu com as outras duas equipes, a organização do pensamento dos estudantes para explicar o experimento parece estar diretamente relacionado à organização do modelo matemático elaborado para entender o experimento. O ciclo de modelagem parece ter sido um fator importante para direcionar o discurso dos estudantes durante a sessão de apresentação do modelo.

Destaca Ausubel (1968) que a essência do processo de aprendizagem significativa está nas ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira não-arbitraria e substantiva ao que o aluno já sabe, isto é, algum aspecto relevante da sua estrutura de conhecimento. Como já se frisou anteriormente, para este autor, o

fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que aprendiz já sabe, ou procura saber.

Desse modo, os estudantes da Equipe 3 sustentaram inferências com base em seus conhecimentos prévios construídos devido à elaboração do modelo matemático, possibilitando compreensão consubstanciada dos conceitos sobre centro de massa.

## **6.5 Socialização Colaborativa de Dúvidas**

### **6ª aula (12/06/2019)**

Para iniciar esse momento, o autor desta pesquisa recapitulou os conceitos abordados nos experimentos apresentados, a saber: equilíbrio, centro de massa, centro de gravidade. Em seguida, deixou-se que os estudantes manifestassem suas dúvidas sobre os assuntos estudados.

Um dos alunos tomou a palavra e exemplificou que “o centro de massa de qualquer objeto é quando eu pego uma barra e posiciono ela no dedo para equilibrar na posição horizontal”. Depois que este aluno falou isso, os outros alunos foram levados a entender que o centro de massa era o ponto de equilíbrio do objeto no exemplo dado. Os outros fizeram perguntas que eram respondidas por ele com segurança de bom pesquisador e, quando as perguntas lançadas envolviam algum assunto fora do contexto de centro de massa, por exemplo, oscilação forçada, a dúvida era mediada pelo pesquisador.

Um estudante apresentou um resumo na forma da exposição oral que mostrou o percurso de ideias sobre modelagem e o centro de massa através da atividade experimental.

Outro aluno apresentou um estudo do centro de gravidade de figuras planas. Para isso, ele fez uma breve recapitulação sobre figuras geométricas planas. O experimento consistia em colocar um lápis na vertical e equilibrar na ponta os recortes das figuras planas na horizontal. Verificou-se que o sistema em equilíbrio considerava o seu centro de massa.

O desafio para quem estava assistindo apresentação foi investigar como fazer para equilibrar uma arruela. Um aluno com uma régua calculou o centro da arruela dividindo em quatro partes e traçou um risco com o lápis e do mesmo modo

fez na outra metade da figura encontrando o centro de massa da arruela e equilibrando na ponta do lápis.

Com o término do tempo da aula, ainda seria dada continuidade ao momento de socialização das dúvidas.

### **7ª aula (19/06/2019)**

Nesse dia, um aluno ficou de demonstrar o equilíbrio de um sistema com vários objetos de diferentes massas. Para isso, ele coletou materiais tais como: dois garfos de metal, palitos de dente e cortiças. O experimento foi montado de forma que os dois garfos foram cravados entrelaçando os dentes. Uma ponta do palito deveria ser presa nos garfos e a outra ponta posicionada em cima cortiça de modo a fazer com que os garfos ficassem equilibrados ou “flutuando no ar”.

O aluno explicou que isso acontece devido ao ponto de equilíbrio, ou seja, o ponto onde os dois lados do sistema têm o mesmo peso. A ponta do palito é exatamente o ponto em que os pesos se equivalem. Os cabos dos garfos pesam o mesmo que a parte com dentes. O ponto de equilíbrio é o ponto onde o peso de qualquer objeto fica igualmente distribuído. O aluno frisou ainda que o equilibrista usa o mesmo princípio para se manter sob uma corda. Ele procura, com a ajuda de uma vara, o ponto de equilíbrio do seu corpo.

## **6.6 Transferência do Ciclo de Modelagem a Situações de Outras Classes**

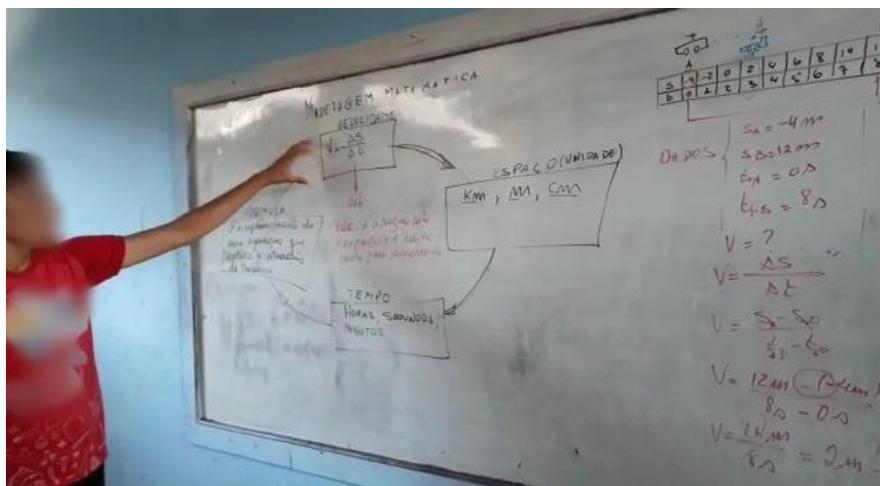
### **8ª aula (26/06/2019)**

Nesse encontro, o professor da turma passou como atividade de classe um trabalho que seria somado à nota do 2º bimestre. O Tema do trabalho foi “Velocidade Média” e deveria ser apresentado conforme o entendimento dos alunos sobre modelagem matemática.

#### *Equipe 1*

A equipe 1 apresentou um problema do livro texto que consistia em calcular a velocidade média de um carro em movimento sobre uma via horizontal.

Figura 28 - Representante da Equipe 1 fazendo a explicação do modelo matemático da velocidade média.



Fonte: Autor (2019).

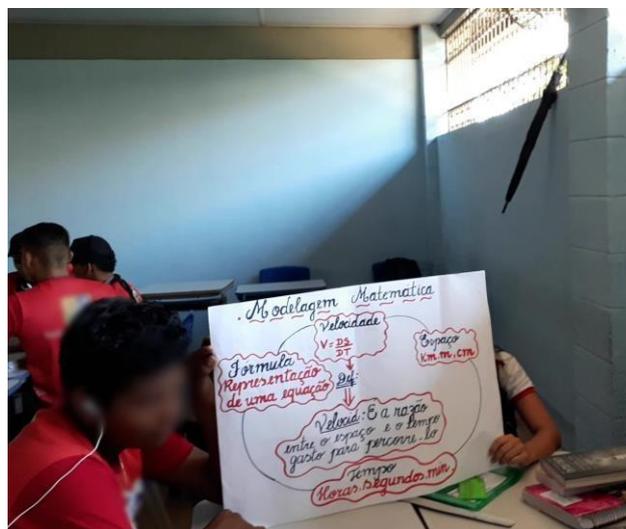
Observa-se que o modelo matemático da Equipe 1 focaliza sua estrutura sistêmica responsável por especificar as conexões, o ambiente, a composição do problema modelado (SOUZA, 2018). Desse modo, tal modelo relaciona as noções de espaço, tempo, equação de velocidade e definição de velocidade média em um mapa conceitual cíclico que interliga tais conceitos. Interessante destacar que o mapeamento do problema expresso por meio de um ciclo de modelagem conceitual foi importante para que os estudantes raciocinassem corretamente sobre a resolução do problema, isso pode ser ratificado ao observar os cálculos à direita da figura acima.

Ao que parece, o ciclo de modelagem conceitual realizado anteriormente para a atividade experimental também foi utilizado para modelar o problema sobre velocidade média.

### Equipe 2

A equipe 2 também apresentou um problema do livro texto que consistia em calcular a velocidade média de um carro em movimento sobre uma via horizontal.

Figura 29 - Equipe 2 fazendo a explicação do modelo matemático da velocidade média.



Fonte: Autor (2019).

Observa-se que o modelo conceitual elaborado pela Equipe 2, igualmente ao da Equipe 1, relaciona as noções de espaço, tempo, equação de velocidade e definição de velocidade média. Tal modelo conceitual focaliza a estrutura sistêmica do modelo matemático responsável por especificar as conexões, o ambiente, a composição do problema modelado (SOUZA, 2018). Destaca-se que o ciclo de modelagem conceitual foi necessário para que os estudantes formassem modelos mentais apropriados à resolução do problema sobre velocidade média.

Novamente, os dados sugerem que o ciclo de modelagem conceitual realizado anteriormente para analisar a atividade experimental foi utilizado de alguma maneira por esta equipe para modelar o problema sobre velocidade média.

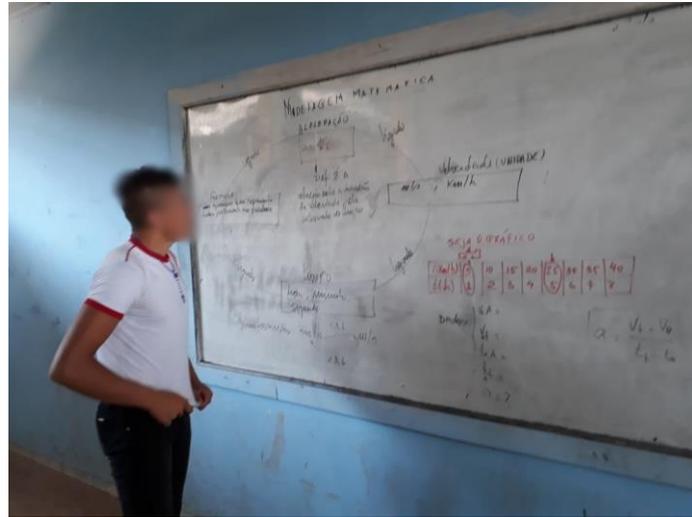
### 9ª aula (18/08/2019)

#### Equipe 3

Nesta aula, ocorreu a apresentação da última equipe sobre o problema da velocidade média.

Tal como as outras duas equipes, a Equipe 3 também apresentou um problema do livro texto que consistia em calcular a velocidade média de um carro em movimento sobre uma via horizontal.

Figura 30 - Representante da Equipe 3 fazendo a explicação do modelo matemático da velocidade média.



Fonte: Autor (2019).

Nota-se que o modelo matemático da Equipe 3, da mesma maneira que as duas outras equipes, focaliza sua estrutura sistêmica ao especificar as conexões, o ambiente, a composição do problema modelado (SOUZA, 2018). Ou seja, tal modelo relaciona as noções de espaço, tempo, equação de velocidade e definição de velocidade média em um modelo conceitual que interliga tais conceitos. Importante destacar que a modelagem conceitual do problema foi importante para que os estudantes raciocinassem cientificamente sobre a resolução do problema.

Diante do exposto, presume-se que o ciclo de modelagem conceitual realizado anteriormente para a atividade experimental também foi utilizado por esta equipe para modelar o problema sobre velocidade média.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pretende-se neste último capítulo especificar potencialidades e desafios do ensino de centro de massa por meio de ciclos de modelagem de atividades experimentais.

Para que se entenda, mapas conceituais são diagramas bidimensionais, que representam conceitos e relações entre esses conceitos. Os conceitos são representados por palavras normalmente colocados em elipses ou retângulos. A relação entre dois conceitos é representada por uma linha. Uma palavra ou frase pode ser colocada sobre esta linha para mencionar a relação entre os conceitos ligados.

Os mapas inventados por Novak têm inspiração na teoria Ausubeliana e diferenciar pela apresentação dos conceitos de forma hierárquica. Os conceitos mais gerais e inclusivos devem vir no topo do mapa. A seguir colocam-se os conceitos menos comuns e assim decrescendo no grau de generalidade e inclusividade até chegar aos exemplos. Tal ordenação ainda se guia nos processos de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa da teoria de Ausubel (MOREIRA & BUCHWEITZ, 1993; NOVAK & GOWIN, 1999). Segundo Novak “Os significados que atribuímos a um dado conceito depende não só do número de relações relevantes de que nos apercebemos, mas também da hierarquização (inclusividade) dessas relações em nosso sistema conceitual” (NOVAK & GOWIN, 1999, p. 114).

Por conseguinte, A modelagem matemática de uma visão simples, resume-se à criação de um modelo matemático, isto é, um padrão ou uma formula, para a explicação ou compreensão de um fenômeno natural. Esse fenômeno pode estar em qualquer área do conhecimento. Não muito distante, verificamos que foi demonstrado a utilização da modelagem matemática em estudos recentes sobre a pandemia do Covid 19, por exemplo.

O importante é que a modelagem matemática seja um instrumento capaz evidenciar significados atribuídos a conceitos e relações entre conceitos de um corpo de conhecimentos, de uma disciplina, de uma matéria de ensino. Por exemplo, se um indivíduo que faz uma explanação, seja ele, digamos, professor ou aluno, une dois conceitos, através de uma linha, ele deve ser capaz de explicar o significado da relação que vê entre os conceitos e discorrer sobre o tema a que se propõe, isto vem ajudar quando o expositor lança a mão do ciclo de modelagem como uma técnica para

organizar sequencialmente o aporte de cada conceito fazendo a roda girar em uma volta completa.

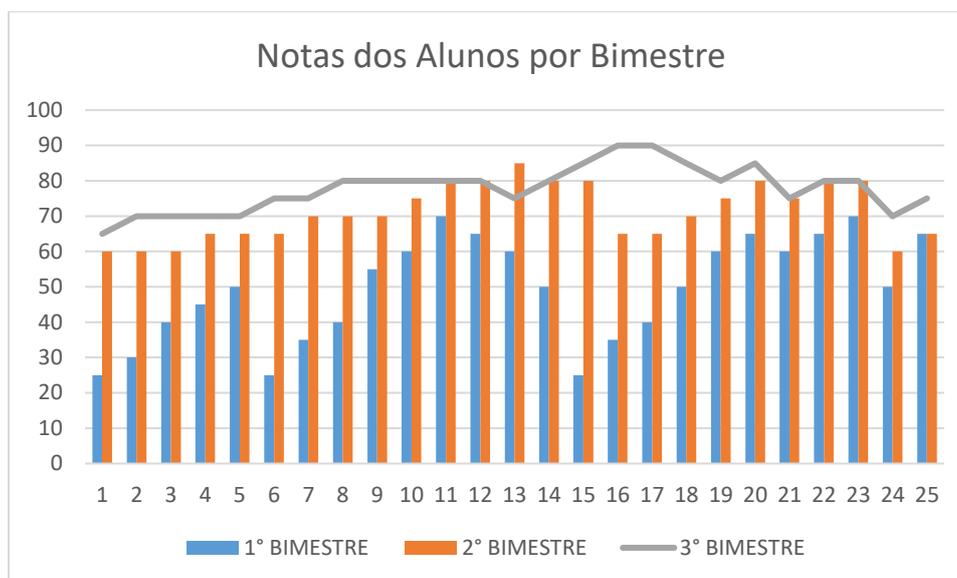
A ênfase maior deste trabalho foi investigar como a aplicação de ciclos de modelagem em atividades experimentais pode promover a aprendizagem do conceito de centro de massa.

Com base nos dados produzidos e analisados, ficou claro que, para os estudantes participantes da pesquisa, o ciclo de modelagem foi entendido como o uso de uma sequência de pensamentos que ajuda o aluno na fixação de conceitos, na exposição de trabalhos na sala de aula e que pode também ser trabalhado a interdisciplinaridade, a transversalidade, mostrando para este aluno uma aprendizagem de física dinâmica e que a modelagem pode ser útil em sua vida fora do ambiente escolar. Como pode ser comparado a evolução do rendimento escolar na disciplina física, desta turma do 1º ano do ensino médio.

As notas dos alunos no 1º do bimestre em azul como mostra o gráfico abaixo, estavam muito baixas, sem rendimento devido à falta de interesse por parte destes, não entrando no mérito da questão das notas baixas, mas sabemos que vários fatores devem ter influenciado tal rendimento. A nota maior deste grupo de alunos variava de nota 6,0 a nota 7,0.

Apresentamos a proposta de nosso trabalho, explicando que o resultado do questionário aplicado não foi muito interessante, por que deveríamos mostrar que, com a ajuda da modelagem matemática o quadro de notas iria mudar, por que nós teríamos a oportunidade de conhecer as ideias dos teóricos e seus ciclos. Desconfiados os alunos começaram a fazer silencio e prestar atenção na proposta. A proposta era que a modelagem matemática iria dar um suporte para mudar as notas dos bimestres, mas, teríamos um grande desafio do ensino de centro de massa por meio de ciclos de modelagem de atividades experimentais.

Gráfico 1 – Notas dos alunos por bimestre



Fonte: Autor (2019).

O gráfico mostra a mudança das notas para 2º bimestre, que foi realizada a prova no dia 19/06/2019 no meio da nossa socialização das equipes, mesmo assim, não alterou nada na dinâmica das apresentações, claramente que alguma coisa estava errada em relação ao ensino. Vamos nos focar na ação pedagógica que o ciclo de modelagem através do empenho dos alunos em compreender a dinâmica dos ciclos e começarem a traçar seus mapas mentais dentro de seu entendimento e auto ajudando-se os elementos de cada equipe e equipes diferente, cruzando informações sobre o que tinha entendido sobre os conceitos relacionados ao centro de massa.

Tudo isto ocorrendo em uma aula das três que é concebida para ensinar física. Não perdemos tempo, pelo contrário, os alunos se encontravam em contra turno na própria escola. Eles tomaram a iniciativa e faltava delegar poderes para cada equipe. Todos com a incumbência de mudar sua situação de rendimento escolar. No gráfico de cor laranja, mostra esta mudança tão esperada por eles, pelos professores e responsáveis.

A nota do 3º bimestre, de cor azul claro que superpõe os gráficos de colunas é o resultado do prosseguimento do assunto para o bimestre vigente e o consolidado assuntos dos dois bimestres anteriores. Nota-se que houve um aproveitamento dos conhecimentos anteriores é claro que, o interesse de mudança tomou lugar na apatia que estava instalado em cada aluno. Quem ganha com isso é a escola, o aluno, por que o resultado desses aproveitamentos de conhecimentos surti

efeito em melhores informações a respeito do educandário, servindo de referência para outros pais matricular seus filhos na escola renomada.

É importante para a escola que serve de palco em qualquer cenário perceber que os alunos estejam empenhados não só na busca de notas, mas que participem, vivenciem as atividades propostas pelo professor e a escola, assim, possa gerar estatística positiva em relação à aprovação de seus alunos e estes envolvidos na busca de conhecimento relacionados a qualquer tema.

Por outro lado, o que torna difícil para qualquer pesquisador é quando a escola escolhida não é a mesma onde o pesquisador trabalha, como no nosso caso, embora tenha sido um professor desta escola, tivemos alguns percalços em relação ao tempo de sala aula, mas que não prejudicou em nenhum momento. Durante as etapas da pesquisa e a apresentação da modelagem, da montagem dos experimentos encontramos alguns problemas em relação ao tempo da exposição, uma vez que só tínhamos um horário de 45 minutos, após o intervalo, que aproveitamos sem perda de informações por parte das equipes, foi preciso negociar por duas vezes com professor do horário seguinte.

Nesta turma de 25 alunos, aplicamos um questionário e tivemos um resultado não muito favorável em relação a disciplina Física como mostra o gráfico ao norte. O resultado da avaliação do primeiro bimestre com notas muito baixas tornava a turma sem muito interesse. Fizemos a apresentação dos ciclos de modelagem matemática e a proposta de mudança em relação a aprendizagem e o resultado diferente do que estava no momento.

A turma foi dividida em equipes de três e de pronto a turma entendeu a modelagem, a partir de então, foram se empenhando e mostraram suas potencialidades em utilizar a modelagem a seu favor para uma melhor compreensão dos assuntos que o professor da turma iria expor, assim, tanto o pesquisador quanto aos alunos lograram êxito diante da proposta que a modelagem pode conduzir para outras disciplinas. Deixamos aqui nossa sugestão que a modelagem matemática vem como uma arte de fazer mudanças, de aproveitar a vontade do aluno que sempre vai se tornar parceiro para desenvolver o que aprendeu em estudo futuro.

## REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo. Moraes. 1982.

AUSUBEL, David. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Porto: Paralelo, 2003.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2001.

DINIZ, R. E. S. “**A pesquisa e o ensino de ciências: relato de uma experiência**”. Série: Ciência & Educação, no3.UNESP, Bauru. 1996.

BOGDAN,R.C.; BIKLEN,S.K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. PORTO – Portugal: Porto, 1984.

BIENBENGUT, M.S. **Modelagem Matemática na Formação de Professores: Possibilidade e Limitações-**. In IX Congresso Nacional de Educação/III Encontro Sul Brasileiro de Psicologia de 26 a 29 de outubro de 2009.

BIENBENGUT, M. S.; HEIN.N. **Modelagem Matemática no ensino**. In:5º ed. São Paulo: Contexto. 2009.

CAÑAS, A. J.; COFFEY, J.W.; CARNOT, M. J.; FELTOVICH, P.; HOFFMAN, R. R.; NOVAK. J.D. A Summary of Literature Pertaining to the Use of Concept Mapping Techniques and Technologies for Education and Performance Support. *The Chief of Naval Education and Training*. Disponível em: < [www.ihmc.us](http://www.ihmc.us) > Acessado em 18/11/2020.

CARVALHO.A.M.P., et.al. **Ensino de Física**. São Paulo: Cengage Learning. 2010.  
CRESWELL,J.W; CLARK,V.P. **Pesquisa de Metodos Mistos**. 2ª ed. Universidade de Nebraska-Lincoln.Ed. Penso Editora LTDA, 2013.

COSTA, M. A. F.; COSTA, M. F. B. **Projeto de pesquisa: entenda e faça**. 6.ed. Rio de Janeiro. Vozes. 2016.

EBENEZER, J.V. Making Chemistry Learning More Meaningful, *Journal of Chemical Education*, vol. 69, n.6, 464-467, jun. 1992.

GASPAR, Alberto. **Atividades experimentais no ensino de física: uma nova visão baseada na teoria de Vigotski/Alberto Gaspar**. São Paulo: editora Livraria da física. 2014.

Halliday, Resnick Walker. **Fundamentos de Física**. JC livros técnico e científicos. Editora AS, 4ª Ed. 2016.

Knight, Radall. **Física 1: uma abordagem estratégica**. 2ªed. Porto Alegre. Ed. Bookman. 2009.

Laburú, C. E.; Arruda, S. M. “**Considerações sobre a função do experimento no ensino de ciências**”. Bauru. Série: Ciência & Educação, no3. UNESP. 1996.

Luckesi, C.C.. Avaliação da aprendizagem componente do ato pedagógico- 1. Ed- São Paulo: Cortez, 2011.

MORAES, A. M. e Moraes, I. J. “**A avaliação conceitual de força e movimento**”. Rev. Bras. Ens. Fís., 22(2): p. 232-246. 2000.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem significativa**. Brasília: Ed. da UnB, 1998.

MOREIRA, M. A. **Teorias da aprendizagem**. São Paulo: EPU. 1999.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. Aprendizagem significativa: A teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2001.

MOREIRA, M.A.; MASINI, E.S.L. **Aprendizagem Significativa**: a teoria e pratica de David Ausubel. 2.ed. São Paulo: Centauro, 2006.

ROQUE, Moraes; GALIAZZI, M. C. **Análise Textual Discursiva**. 3ª ed. Editora. UNIJUI. 2016.

MOREIRA, M.A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação na sala de aula**. Brasília: Editora da UnB. p. 185. 2006.

NUSSEENZVEIG, Hercch Moisés. **Curso de física básica-vol1**. P.155-158. 4ª.ed- são Paulo: Blucher. 2002.

NOVA K , J. D. ; G OW I N, D. B. **Teoria y practica de la educación**. 1988.

PESSOA Jr., Osvaldo.. **Livro. Da Física**. Rio de Janeiro. 164 p. 2000.

BEER, Ferdinand Pierre. **Mecânica Vetorial para Engenheiros**. São Paulo: Mcgraw. 1994.

PIAGET, Jean. **O diálogo com a criança e o desenvolvimento do raciocínio**. São Paulo: Scipione. 1997.

POZO, J. I. **Teorias cognitivas da aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed. 2002.

RESNICK, ROBERT; HALLIDAY David, KRANE, KENNET. **Física 1**. 5ª ed: LTC. 2014.

RAMALHO JUNIOR, Francisco. **Os Fundamentos da Física**. 9ª ed. São Paulo: Moderna. 2009.

SAMPAIO, Jose Luiz Calçada, SÉRGIO, Caio. **Universo da Física**. 2ª Ed. São Paulo. Editora Atual. 2008.

SOUZA, E.S.R. **Modelagem matemática gerando ambiente de alfabetização científica: discussões no ensino de física**. 2018. 237f. Tese (Doutorado em Educação e Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso/Universidade Federal do Pará, Belem,2018.

SILVA, Domiciano Correa Marques da. "Centro de gravidade (CG) "; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/centro-gravidade-cg.htm>. Acesso em 19 de novembro de 2020.

THOMAZ, M. F. **“A experimentação e a formação de professores: uma reflexão”**. Cad. Cat. Ens. Fís.,17(3): 360-369. 2000.

VENTURA, P. C. S. e Nascimento, S. S. **“Laboratório Não Estruturado: uma abordagem do ensino experimental”**.Cad. Cat. Ens. Fis.,9(1): 54-60. 1992.

ZAPATA-RIVEIRA, J., GREER, J. E. COOKE, J., Na XML- Based tool for building and using conceptual maps in education and training environments. Disponível em: <http://citeseer.ist.psu.edu/cache/papers>\_Acesso em: 18/11/2020.

## APÊNDICES



**MNPEF**  
Mestrado Nacional Profissional  
em Ensino de Física



**SBF**  
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

## **CARTILHA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS COM EMPREGO DE MODELAGEM PARA O ENSINO DE FÍSICA**

**JORGE CARLOS SILVA**

Produto Educacional apresentado ao Mestrado Nacional  
Profissional em Ensino de Física – (MNPEF) - da Universidade  
Federal do Oeste do Pará



**Área de  
Concentração:**  
Formação de Professor  
de Física em Nível de  
Mestrado



**Linha de Pesquisa:**  
Processos de Ensino e  
Aprendizagem e  
Tecnologias de  
Informação e  
Comunicação no  
Ensino de Física



**Orientador:**  
Dr. Ednilson Sérgio  
Ramalho de Souza  
Dr. Glauco Cohen  
Pantoja

Santarém – PA

2020

## Sumário

APRESENTAÇÃO.....	04
1 - INTRODUÇÃO.....	05
2 - ENSINO TRADICIONAL E A MODELAGEM MATEMÁTICA.....	06
3 - CICLOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	07
3.1 - CICLOS DE MODELAGEM: Rodney Carlos Bassanezi.....	07
3.2 - CICLOS DE MODELAGEM: Dionísio Burak.....	10
3.3 - CICLOS DE MODELAGEM: Maria Salett Biembengut.....	12
3.4 - CICLOS DE MODELAGEM: Jonei Cerqueira Barbosa.....	14
3.5 - CICLOS DE MODELAGEM: Lourdes Maria Werle de Almeida.....	16
3.6 - CICLOS DE MODELAGEM: Adilson Oliveira do Espírito Santo.....	18
4 – ATIVIDADES EXPERIMENTAIS DE FÍSICA.....	19
4.1 – DESCRIÇÃO DA MONTAGEM DO PROTÓTIPO PONTE DE DA VINCI.....	20
4.2 – MONTAGEM DO CONE ANTIGRAVIDADE.....	22
4.2.1 – MONTAGEM DO CONE ANTIGRAVIDADE DE MADEIRA.....	23
4.3 – CENTRO DE MASSA (EQUILÍBRIO) DE 10 PREGOS.....	24
4.4 – CENTRO DE MASSA E CENTRO DE GRAVIDADE.....	25
4.5 – CENTRO DE MASSA DE UM SISTEMA DE PARTÍCULAS.....	26
5 – SUGESTÃO DE ATIVIDADES.....	29
6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	31
REFERÊNCIAS.....	32

## Apresentação

**Caro (a) colega Professor (a).**

Esta cartilha se trata de um produto educacional previsto no programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física do Instituto de Ciência da Educação, da Universidade Federal do Oeste do Pará. Este material consiste em propostas de atividades que foram desenvolvidas no ano de 2019, junto à uma turma de 1º ano do Ensino Médio. É constituída de atividades experimentais de física para o aprendizado do conceito de massa através de ciclos de modelagem matemática.

Durante o processo de reflexão e planejamento destas atividades foram consideradas as necessidades reais do cotidiano escolar, sabe-se que a educação em nosso país encontra-se em constantes mudanças em todos as áreas do conhecimento, principalmente no ensino da Física. Assim, na mesma proporção e intensidade há uma necessidade de mudanças das práticas existentes na relação de ensino aprendizagem e que também diz respeito às posturas teóricas metodológicas e epistemológicas no dia a dia em sala de aula.

A fim de oferecer uma possibilidade metodológica para professores, realizamos estudos para subsidiar a estruturação de alguns pontos que nortearam o trabalho de dissertação no qual buscou-se como objetivo geral identificar de que forma os ciclos de modelagem podem promover a organização do pensamento dos estudantes em atividades experimentais na aprendizagem do conceito de centro de massa, de maneira a potencializar um aprendizado significativo.

Portanto, convidamos a uma leitura deste trabalho e esperamos que possa chamar a sua atenção para as sugestões de atividades e por fim despertar novas ideias que possam contribuir para a construção do processo de ensino aprendizagem de Física com a utilização da Modelagem Matemática a fim de possibilitar um aprendizado mais significativo.

## 1- Introdução

---

Muitos profissionais da educação, principalmente na área da Física, perguntam: como vou ensinar esse assunto para que haja o entendimento significativo por parte do aluno? Ensinar Física de maneira expositiva, ou seja, só aplicando fórmulas para resolução sem considerar que a parte fundamental são os conceitos e conteúdos; sem manipular, sem manusear a parte da experimentação pode ser tão complicado que o assunto torna-se abstrato.

Acredita-se que a experimentação antes da explicação formal do professor pode tornar a aprendizagem do conceito de centro de massa mais participativa, porque envolve os alunos a compartilharem oralmente seus pensamentos e, ao ouvirem as falas dos outros colegas, vão lapidando e organizando seus discursos, desinibindo-se para um argumento apropriado a determinado tema. A Modelagem Matemática (MM), nesse sentido, de dinamizar as aulas pode ser uma boa estratégia a ser adotada pelo professor.

A MM, por se tratar de um modelo não determinístico, possibilita ao indivíduo sair de uma situação convencional e transitar em modelos não só matemáticos, visualizando e vivenciando situações presentes em sua realidade social. Pensando nessa permissibilidade metodológica, propomos uma atividade com enfoque no ensino de conceitos físicos sobre o centro de massa, a partir de um modelo experimental envolvendo ciclos de modelagem para potencializar o aprendizado dos alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Apresentaremos, nessa cartilha todos os caminhos que poderão ser seguidos para o desenvolvimento da atividade citada, além da fundamentação teórica norteada por autores como: Rodney Carlos Bassanezi (2006), Dionísio Burak (1992), Maria Salete Biembengut (2009), Jonei Barbosa (2001), Werle de Almeida (2004) e Adilson Oliveira do Espírito Santo (2016) que defendem a Modelagem Matemática como uma estratégia que pode ser adotada pelo professor de maneira a dinamizar as aulas e potencializar o aprendizado de seus alunos,

## 2 - Ensino Tradicional e a Modelagem Matemática

---

O papel da escola, diante das mudanças recentes na educação, tem sido aquela que além de preocupar-se a formação intelectual, preocupa-se com a preparação do aluno quanto ser humano ético, crítico, participativo realizado no campo pessoal quanto profissional. Portanto, para que seja alcançado esses objetivos faz-se necessário a utilização de métodos e estratégias para um efetivo ensino e aprendizagem de forma interligar os conteúdos abordados em sala de aula com a realidade do aluno.

O ensino tradicional permanece enraizado nas práticas docentes principalmente nas áreas de Física e Matemática, a maioria dos alunos, ainda sentem dificuldade em relacionar conceitos abordados nestas disciplinas com seu dia-a-dia, tratando-as como desnecessárias e não aplicáveis em suas vidas.

Diante deste cenário, muitos pesquisadores têm proposto a adoção de alternativas que favoreçam a ligação entre o conhecimento científico e a realidade conforme Colucci (2012). Uma das abordagens que tem se mostrado viável para tornar o processo de ensino-aprendizagem mais interativo, participativo e próximo da realidade é a modelagem matemática.

Segundo Bassanezi (2006) a modelagem matemática pode ser compreendida como a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Ou ainda na concepção de Barbosa (2001, p.6), “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”

Por meio da modelagem matemática, Biembengut (2009) menciona que podemos trabalhar a interdisciplinaridade, a transversalidade e mostrar ao aluno como a Matemática pode ser útil em sua vida fora do ambiente escolar e como ela interage com as demais ciências. Desse modo, considera-se que os ciclos de modelagem também podem ser aplicados na aprendizagem de Física, a partir de atividades experimentais, para uma melhor compreensão dos conceitos pelos estudantes.

### 3 - Ciclos de Modelagem Matemática

O ensino da Física principalmente através de ciclos de modelagem parte do princípio de que os alunos possam aprender de forma mais significativa a partir de atividades que os envolvam ativamente na construção e utilização de modelos sejam matemáticos ou não e que os façam expor seus resultados aos demais. E para otimizar a aprendizagem, as atividades devem ser criteriosamente organizadas e gerenciadas pelo professor.

A seguir, serão apresentados, concepções sobre modelagem matemática e de forma esquematizada os ciclos de modelagem na visão de autores como: Rodney Carlos Bassanezi (2002), Dionísio Burak (1992), Maria Saete Biembengut (2009), Jonei Barbosa (2001), Werle de Almeida (2004) e Adilson Oliveira (2016).

#### 3.1 - Ciclos de Modelagem – Rodney Carlos Bassanezi

##### Rodney Carlos Bassanezi



Para Bassanezi (2002, p.16) “a Modelagem Matemática consiste, na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

**Figura 1** – Ciclo de modelagem de Bassanezi

Fonte: Elaborado pelo autor (2020)

### 3.1 - Ciclos de Modelagem – Rodney Carlos Bassanezi

---

#### Escolha de Temas

- Nesta fase, realiza-se um levantamento de possíveis situações de estudo as quais devem ser, preferencialmente, abrangentes para que possam proporcionar questionamentos em diversas direções. A escolha do tema deve ser feita pelos alunos para que sintam-se responsáveis pelo processo, tornando a aprendizagem mais significativa.

#### Coleta de Dados

- Nesta fase, busca-se os dados, informações relacionadas com o assunto. Essa coleta de dados qualitativa ou quantitativa pode ser realizada de diversas maneiras: através de pesquisas com método de amostragem aleatória, entrevistas com a utilização de questionários, pesquisas bibliográficas ou através de experiências programadas pelos próprios alunos.

#### Análise de dados e Formulação de modelos

- Nesta fase, busca-se um modelo matemático que expressa a relação entre as variáveis  $x$  e  $y$ , o que se convencionou a chamar de modelagem matemática.

#### Validação

- Nesta fase, a validação de um modelo é um processo de aceitação ou rejeição do mesmo e esta análise é condicionada a vários fatores, sendo preponderante o confronto dos dados reais com os valores do modelo. Um bom modelo deve servir para explicar os resultados e tem a capacidade de previsão de novos resultados ou relações insuspeitas.

### 3.1 - Ciclos de Modelagem – Rodney Carlos Bassanezi

#### Convergência e estabilidade

- Nesta fase, a formulação matemática depende da escolha que se faz em relação à continuidade ou não das variáveis observadas. Variáveis são grandezas que se modificam durante o processo. No processo de modelagem quando se tem uma tabela de dados (experimentais ou não)  $x_n$ , isto é, valores da variável  $x_n$ , o que se procura essencialmente, é determinar a função  $f$  de modo que  $x_n = f(n)$ . A busca desta função que relaciona o estágio  $n$  com um valor experimental  $x_n$ , nem sempre é simples quando desejamos fazer previsões do fenômeno (simular valores que não são dados experimentais) e, neste caso devemos, via de regra, fazer uso de certos artificios matemáticos como análise de convergência da sequência  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  e variações de  $x_n$ . A convergência da sequência  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  nos garante a estabilidade da variável no futuro.

#### Cálculo do valor assintótico

- Nessa fase utiliza-se o método o método de Ford-Walford que se fundamenta na teoria de convergência de sequências de números reais, para estimar valores de convergência de sequências de dados reais obtidos a partir de experimentos.

#### Variações

- Quando temos uma variável  $y$  dependendo quantitativamente de uma outra variável independente  $x$  podemos, muitas vezes, construir o modelo matemático ou analisar esta dependência através das características variacionais destas variáveis, ou seja, o modelo é formulado através das variações destas grandezas. Entretanto, o termo variação pode ter diferentes formulações em matemática e para cada situação podemos escolher o tipo mais apropriado para o modelo.

### 3.2 - Ciclos de Modelagem – Dionísio Burak



**Figura 2** – Ciclo de modelagem de Burak  
**Fonte:** Elaborado pelo autor (2020)

Burak (1992) concebe o processo de modelagem seguindo etapas características da Matemática Aplicada, porém sem evidenciar a necessidade de construir um modelo.

### 3.2 - Ciclos de Modelagem – Dionísio Burak

Para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, Burak (1992) estabelece dois princípios:

- + Partir sempre do interesse do(s) grupo(s) envolvidos.
- + Os dados e as informações, devem ser obtidos do ambiente onde localiza-se o interesse do grupo.

#### Escolha do Tema

• Nesta etapa o professor pode sugerir temas que possam gerar interesse ao grupo. A escolha deve partir do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes envolvidos. O tema pode ser variado, sem a necessidade de estar diretamente ligada à área de matemática.

#### Pesquisa Exploratória

• A etapa em que os alunos são incentivados a buscar dados sobre o tema escolhido, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. A pesquisa poderá ser bibliográfica ou de campo.

#### Levantamento de Problema

• Etapa em que os alunos são incentivados a fazer relações entre o que pesquisaram e a Matemática, sustentados pela coleta de dados, eles podem propor problemas simples ou complexos que permitam a utilização dos conteúdos matemáticos.

#### Resolução dos Problemas e Desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema

• A etapa em que se faz uso do conhecimento matemático para tentar resolver a situação-problema, os conteúdos matemáticos apresentam-se relevantes e significativos, se prioriza a ação do estudante na sua elaboração.

#### Análise crítica das soluções

• Etapa marcada pela criticidade, e propício ao debate. Oportunidade de o aluno refletir sobre suas intenções e descobertas, viabilidade e adequabilidade das soluções apresentadas e que auxilia na formação de um cidadão mais participativo.

### 3.3 - Ciclos de Modelagem – Maria Salett Biembengut

**Maria Salett Biembengut**



Para Biembengut e Hein (2009, p.7) a Modelagem Matemática é “a arte de expressar por intermédio de linguagem matemática situações-problema de nosso meio, tem estado presente desde os tempos mais primitivos. Isto é, a modelagem é tão antiga quanto a própria Matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos”

**Figura 3 – Ciclo de modelagem de Biembegut**  
**Fonte:** Elaborado pelo autor (2020)

### 3.3 - Ciclos de Modelagem – Maria Salett Biembegut

---

#### Percepção e Apreensão

•Nesta fase, é delineada a situação que se pretende investigar. Para tal buscam-se informações de modo direto (por meio de atividades experimentais) ou de modo indireto (livros, revistas especializadas, artigos científicos, pesquisas desenvolvidas na área). Na medida em que acontece a familiarização com o tema escolhido, surgem a(s) situações-problema.

#### Compreensão e Explicação

•Esta fase envolve a formulação do problema, a formulação do modelo matemático e a explicitação na resolução do problema a partir do modelo. Nesta etapa a situação-problema é traduzida, usando a linguagem matemática. Para tal, é necessário saber classificar as informações relevantes, selecionar as variáveis e símbolos que serão utilizados e descrever as relações percebidas por meio de um modelo matemático. Uma vez encontrado o modelo, resolve-se a situação problema a partir do mesmo e realiza-se a aplicação.

#### Significação e Expressão

•Esta fase se ocupa de interpretar e avaliar os resultados, verificando sua validade. Caso o modelo satisfaça as pretensões, procura-se mostrar sua significação, se não o for, retoma-se a fase anterior. Em seguida, expressa-se todo o processo a outros, de forma oral e/ou escrita. É uma forma de colocar a crítica as próprias ideias.

### 3.4 - Ciclos de Modelagem – Jonei Cerqueira Barbosa

Jonei Cerqueira Barbosa

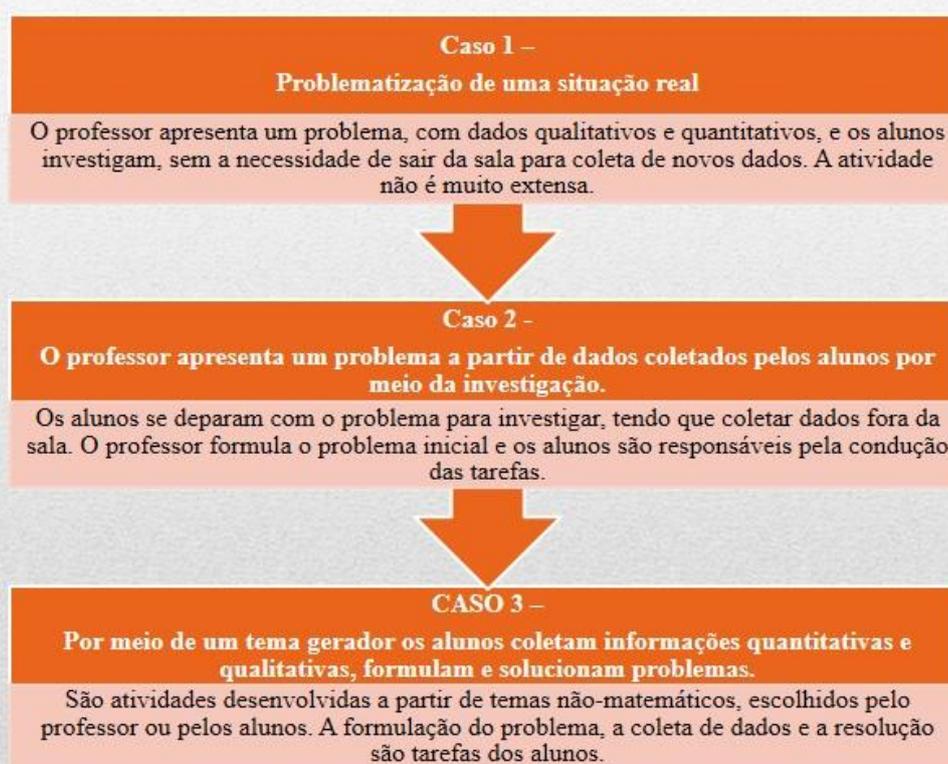


Para Barbosa (2001, p.6) a Modelagem Matemática é “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.”

**Figura 4** – Ciclo de modelagem de Barbosa  
Fonte: Elaborado pelo autor (2020)

### 3.4 - Ciclos de Modelagem – Jonei Cerqueira Barbosa

---



### 3.5 - Ciclos de Modelagem – Lourdes Maria Werle de Almeida

Lourdes Maria Werle de Almeida



Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.17) a Modelagem Matemática “constitui uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente Matemático”.

**Figura 5** – Ciclo de modelagem de Almeida  
Fonte: Elaborado pelo autor (2020)

### 3.5 - Ciclos de Modelagem – Lourdes Maria Werle de Almeida

#### Inteiração

- Ao ato de inteira-se, informar-se sobre, mediante a coleta de dados quantitativos e qualitativos, representa o primeiro contato com a situação problema que se inicia na falta de compreensão, de entendimento da situação. Nessa fase o foco central é a escolha do tema e a busca de informações. A inteiração não se limita a primeira fase, pode fazer parte de todo o desenvolvimento da atividade.

#### Matematização

- Ao processo de passagem da linguagem natural, para a linguagem Matemática, a qual pode se utilizar de visualizações, símbolos e descrições. As descrições ocorrem a partir da formulação de hipóteses, da seleção de variáveis e da simplificação referentes às informações obtidas e ao problema em questão.

#### Resolução

- A construção de um modelo matemático que tem por finalidade a descrição da situação e a análise dos aspectos relevantes, a fim de responder as perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado.

#### Interpretação de Resultados

- A análise das respostas dos problemas, ou seja, é um processo avaliativo que implica considerar os procedimentos matemáticos utilizados e a representação matemática associada ao problema.

#### Validação

- Esta fase visa validar a adequação do modelo matemático com a situação inicial.

### 3.6 - Ciclos de Modelagem – Adilson Oliveira do Espírito Santo

**Adilson Oliveira do Espírito Santo**



Solução de problemas da realidade com enfoque na construção de modelos matemáticos.

Usar um ciclo já existente.

Adaptar ou criar novo ciclo de modelagem

Para Oliveira (2014, p.2) a Modelagem Matemática “merece especial atenção por atribuir ao aluno a responsabilidade (parcial ou total) do processo de aprendizagem partindo de uma situação-problema presente em seu cotidiano e que nesse caminhar em busca da solução mais plausível à dúvida apresentada, o conhecimento tácito pode servir como ferramenta nessa construção.”.

**Figura 6** – Ciclo de modelagem de Almeida  
Fonte: Elaborado pelo autor (2020)

## 4 - Atividades Experimentais de Física

---

Acredita-se que o ciclo de modelagem pode estimular a curiosidade do aluno e o questionamento científico, contudo, no caso da Física, não deve estar desvinculada de uma atividade experimental. É a partir do experimento que o aluno vai pontuar as suas dúvidas e tentar organizar-se para minimizá-la.

As atividades experimentais no ensino têm sido bastante discutidas entre os pesquisadores da área de educação, especialmente em relação às suas finalidades e tipos de abordagens, que incentive o aluno a pesquisar o experimento e considerar o seu fundamento conceitual. Para Carvalho (2010), apesar de as atividades experimentais estarem há mais de dois séculos nos currículos escolares e apresentarem uma ampla variação nos planejamentos, nem por isso os professores têm familiaridades com esses tipos de atividades. A elaboração e execução de experimentos associados à interpretação dos resultados, à construção e à aplicação de conceitos constituem, portanto, uma opção metodológica desafiadora para uma educação do século XXI.

A seguir serão detalhados a construção de dois experimentos de física: **O protótipo ponte de Da Vinci** e de um **Cone Antigravidade**, além do material necessário para construção de cada experimento, etapas de sua elaboração e a explanação de conceitos físicos sobre o centro de massa, de gravidade e do sistema de partículas.

## 4.1 – Descrição da montagem do protótipo ponte de Da Vinci

### PONTE DE DA VINCI



**Figura 7:** Ponte de Da Vinci  
**Fonte:** Na Engenharia (2020)

A ponte autoportante de Leonardo da Vinci é simples de construir, é prática e suporta-se por si mesma sem necessidade de fixar os elementos que formam a estrutura que se entrecruzam entre si. É um clássico das construções com palitos de madeira e fica firmemente unida por seu próprio peso, por sua tendência a cair. A Ponte pode ser construída de materiais fáceis de encontrar e de carregar. Esse tipo de ponte pode ser feita inteiramente de pequenos toros de madeira que se entrelaçam sem que seja preciso a utilização de pregos ou parafusos, apenas encaixe na própria peça, como na figura ao lado. De acordo com a madeira usada pode suportar o peso de um certo número de pessoas.

### MATERIAL

Para a confecção de um protótipo da Ponte de Da Vinci, é necessário escolhermos uma peça de madeira de boa rigidez. Dessa peça foi feito os bastonetes de diâmetro 1cm e 21,9 cm de comprimento. Em cada bastonete deixando 1,5 cm a partir de ambas extremidades para fazer cava 0,5 cm em cada extremidade e no centro do bastão do lado oposto cava-se meio centímetro que será encaixado em um outro bastão liso. A ponte deverá ser montada a partir de dois bastões na vertical e no encaixe do centro colocar um bastão liso. Na extremidade dos bastões verticais colocar outro bastão liso e em seguida, coloca-se dois bastões por dentro dos bastões com o encaixe, esperando o terceiro bastão liso na horizontal e assim, sucessivamente formando a ponte de Da Vinci. Como mostra o passo a passo da **Figura 8** a seguir.

## 4.1 – Descrição da montagem do protótipo ponte de Da Vinci

### PONTE DE DA VINCI

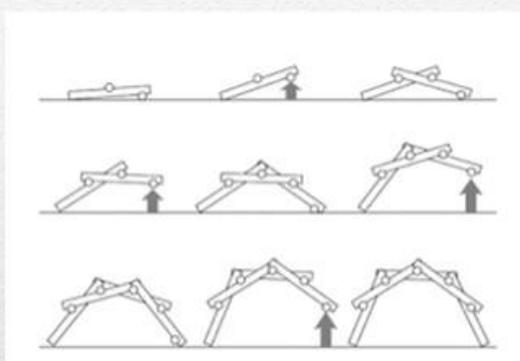


Figura 8: Esquema Ponte de Da Vinci  
Fonte: Na Engenharia (2020)

No passo a passo da figura ao lado:

- Escolhe-se uma peça de madeira de boa rigidez.
- Dessa peça faça os bastonetes de diâmetro 1cm e 21,9cm de comprimento.
- Em cada bastonete a partir 2cm de cada extremidade abaixo faça um uma cava de 0,5 cm para o encaixe;
- No centro do bastão do lado oposto também faça uma cava de 0,5cm que será encaixado em um outro bastão liso.

### COMO FAZER?

1. A ponte deverá ser montada a partir de dois bastões na vertical e no encaixe do centro colocar um bastão liso.
2. Na extremidade dos bastões verticais colocar outro bastão liso e em seguida, coloca-se dois bastões por dentro dos bastões com o encaixe,
3. Esperando o terceiro bastão liso na horizontal e assim, sucessivamente formando a ponte de Da Vinci.

Figura 9: Alunos modelando o experimento  
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.



## 4.2 – Montagem do Cone Antigravidade

---

### CONE ANTIGRAVIDADE

#### MATERIAL

Para confeccionar o cone antigravidade, necessita-se de:

- duas garrafas pets de 1 litro (Nas duas garrafas corta-se o gargalo de forma que possa formar um cone quando colada)
- dois botões completamente lisos;
- Areia,
- Tinta se quiser colorido o cone.
- Dois suportes de base 2,0 cm e a outra base de 3,5cm para que haja uma diferença nas alturas.
- Fita durex
- Tesoura de ponta redonda

#### COMO FAZER?

Corta-se as garrafas na altura do gargalo sem tirar a tampa, em seguida, preenche-se com areia molhada, colocando cada gargalo unido, de maneira a formar um cone, e posteriormente, utilize a fita durex, para fixar ambas as partes.

Agora o cone está perfeito, tudo pronto para a experiência. Para finalizar devemos utilizar algo que se assemelhe a um bastão, conforme imagem abaixo.



Figura 10: Alunos modelando o experimento  
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

## 4.2.1 – Montagem do Cone Antigravidade de Madeira

---

### CONE ANTIGRAVIDADE DE MADEIRA

#### MATERIAL

- Duas peças de madeira de 80 cm de comprimento cantuada (de quina);
- Outra peça de 2,5 cm de altura para servir de base e forma com a mesa um plano inclinado;
- Uma peça maciça de madeira para construir o cone em uma tornaria com diferença de diâmetro nas extremidades e relação ao diâmetro do central.
- O bastão usa-se qualquer material de reciclável (bastão do rolo do papel alumínio, um pedaço de tubo PVC).

#### COMO FAZER?

Para montar o experimento basta separar as extremidades das varetas com uma certa distância na parte superior da rampa inclinada e proceder da seguinte forma: coloca-se o bastão na parte superior da rampa observando que o bastão desça naturalmente sob a influência da gravidade. De outra forma, coloca-se o cone ainda na parte superior da rampa e observa-se que o cone não se move. Quando o cone é colocado na base do plano verifica-se que o mesmo se movimenta no sentido da rampa mais alta, dando a entender que o mesmo está subindo.

### 4.3 – Centro de Massa (equilíbrio) de 10 pregos

#### CENTRO DE MASSA

#### MATERIAL

- Um suporte de madeira de qualquer formato;
- 10 pregos de 3 polegadas;
- Uma régua;
- Um lápis;
- Um martelo.

#### COMO FAZER?

Com uma régua e um lápis traça-se o meio do suporte, pega-se o martelo e um prego que vai servir de apoio, fixa-se em posição vertical e firme.

Para montar os pregos que irão se equilibrar na extremidade do prego fixo no suporte, coloca-se um prego deitado, e sobre este, arrume cada prego de um lado e outro, de forma que todos fiquem apoiado no prego deitado engatado pela cabeça de cada prego.

Sobre o vão dos pregos perfilados, coloca-se um outro prego de sentido contrário. Por último pega-se com as duas mãos e coloca-se no prego em vertical que está fixo no suporte, tentando achar o ponto de centro de massa de todos os pregos.



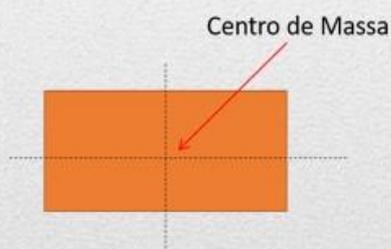
Figura 11: Alunos modelando o experimento  
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

#### 4.4 – Centro de Massa e Centro de Gravidade

---

Para iniciar o processo de localização do centro de massa, é necessário compreender que, para campo gravitacional uniforme, por exemplo, a superfície terrestre, o centro de massa estará localizado no mesmo lugar que o centro de gravidade do objeto. Assim, o centro de massa de um corpo de densidade uniforme estará localizado em seu eixo de simetria.

Exemplificando, se queremos encontrar o centro de massa de uma placa metálica ou um quadro, basta encontrar geometricamente seu centro de gravidade que encontraremos o seu centro de massa, conforme figura que segue:

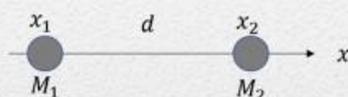


**Figura 12:** Centro de Massa de uma placa  
**Fonte:** Elaborado pelo autor, 2020.

Note que as duas linhas traçadas se encontram em um ponto comum, sendo esse o centro de massas do objeto.

## 4.5 – Centro de Massa de um Sistema de Partículas

Para definir o centro de massa de um sistema de partículas, considera-se três variáveis principais: o número de partículas que compõem o sistema, a massa e a posição de cada partícula. É possível modelar matematicamente o centro de massa a partir de um sistema simples de apenas duas partículas.



**Figura 13:** Centro de Massa de duas partículas  
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Se temos duas partículas de massas  $M_1$  e  $M_2$  separadas pela distância  $d$  ao longo do eixo  $x$ , tal como mostra a figura acima, a posição do centro de massa desse sistema pode ser modelada pela seguinte equação:

$$X_{cm} = \frac{M_1 x_1 + M_2 x_2}{M_1 + M_2}$$

Para um sistema de  $n$  partículas, o centro de massa pode ser modelado por:

$$X_{cm} = \frac{M_1 x_1 + M_2 x_2 + M_3 x_3 + \dots + M_n x_n}{M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n}$$

$$X_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n M_i X_i$$

Em que  $M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n$ .

No caso de as partículas estarem distribuídas no espaço em três dimensões ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), a posição do centro de massa pode ser modelada por três coordenadas do sistema cartesiano:

$$X_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n M_i X_i$$

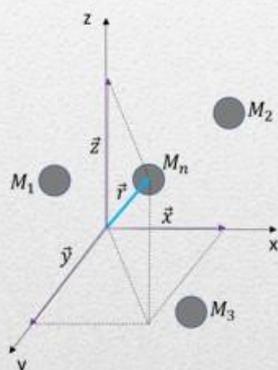
$$Y_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n M_i Y_i$$

$$Z_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n M_i Z_i$$

## 4.5 – Centro de Massa de um Sistema de Partículas

Em que  $M$  representa a massa total do sistema.

O centro de massa de um sistema de três dimensões também pode ser modelado a partir do vetor posição desse sistema.



**Figura 14:** Centro de Massa de um sistema de partículas no espaço.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Seja uma partícula de coordenadas  $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$ , seu vetor posição é modelado por:  

$$\vec{r} = x_{cm}\hat{i} + y_{cm}\hat{j} + z_{cm}\hat{k}$$

Em que  $\vec{r}$  indica a posição da partícula, e  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$  são os vetores unitários que apontam, respectivamente, no sentido positivo do eixo  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Desse modo, posição do centro de massa de um sistema de partículas é definida pelo vetor posição:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i$$

Em que  $M$  representa a massa total do sistema.

Na vida real, os objetos contêm infinitas partículas (átomos) que é possível fazer a modelagem matemática considerando uma distribuição contínua de massa. Nesse caso, as “partículas” tornam-se elementos infinitesimais de massa  $dm$  e os somatórios tornam-se integrais. As coordenadas do centro de massa são modeladas por meio das equações:

#### 4.5 – Centro de Massa de um Sistema de Partículas

---

$$X_{cm} = \frac{1}{M} \int x \, dm$$

$$Y_{cm} = \frac{1}{M} \int y \, dm$$

$$Z_{cm} = \frac{1}{M} \int z \, dm$$

Em que  $M$  agora é a massa do objeto.

Se o pesquisador usar as equações na forma de somatórios, o cálculo do centro de massa para um objeto macroscópico levaria vários anos. Usando as integrais e recursos computacionais apropriados, esse cálculo leva apenas alguns minutos, isso se considerarmos os objetos homogêneos, ou seja, cujas massas específicas (massa por unidade de volume) é a mesma para todos os elementos infinitesimais do objeto e, portanto, para o objeto como um todo (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2016).

## 5 – Sugestão de Atividades

Para dinamizar as aulas de Física, principalmente no ensino de conceitos de Centro de Massa, foram apresentadas 3 experimentos físicos que podem ser construídos através do uso dos mais diversos materiais, inclusive recicláveis. Sugere-se que para o desenvolvimento desses experimentos, os mesmos possam ser realizados pelo professor e apresentado aos alunos para que possam, observar, tocar, questionar e analisar sua construção ou de forma colaborativa, junto aos alunos, visando sempre a promoção de um aprendizado significativo.

Fornecemos a seguir, 4 Dicas, para nortear o trabalho docente, em atividades dinâmicas para o ensino não apenas de Física, mas para as demais disciplinas:

Dicas	Recomendações
1	Previamente, recomenda-se a elaboração de um bom plano de atividades, para nortear todas as ações que serão desenvolvidas em sala de aula, o plano deverá ser flexível à imprevistos que poderão ocorrer.
2	Recomenda-se a explicação do plano de trabalho a ser desenvolvido com os estudantes, e nesse momento solicitar a opinião dos mesmos, motivando sua participação no andamento das atividades.
3	Recomenda-se que seja aplicado previamente, um questionário aos estudantes para saber sobre suas motivações, expectativas para aprender sobre física e matemática de maneira diferente da tradicional.
4	Recomenda-se que ao desenvolver atividades com modelagem matemática, os alunos sejam divididos em grupo, pois desta forma, potencializa a troca de ideias, a interação, a discussão e demais competências.

A seguir serão fornecidas 5 etapas que poderão ser seguidas ou adaptadas conforme necessidade, no desenvolvimento de atividades experimentais de física para o ensino de conceitos sobre o centro de massa através da utilização de ciclos de modelagem matemática.

## 5 – Sugestão de Atividades

Atividades	Descrição
1) Caracterização do ciclo de modelagem a ser aplicado nas atividades experimentais.	O professor caracteriza em termos procedimentais o ciclo de modelagem que será utilizado para analisar as atividades experimentais.
2) Exemplificação do ciclo de modelagem em experimentos deliberadamente escolhidos pelo professor.	O professor seleciona cuidadosamente um experimento com base em seus objetivos de ensino para exemplificar o ciclo de modelagem.
3) Aprofundamento do ciclo de modelagem em experimentos livremente escolhidos pelos estudantes.	Os estudantes escolhem experimentos de seus interesses para analisar por meio do ciclo de modelagem.
4) Socialização colaborativa de dúvidas.	Os estudantes socializam suas dúvidas sobre o assunto para serem discutidas coletivamente nas rodas de conversa.
5) Transferência do ciclo de modelagem a situações de outras classes.	O professor propõe experimentos envolvendo outros assuntos para serem analisados por meio do ciclo de modelagem.

## 6 - Considerações Finais

---

Nesta cartilha, nossa pretensão foi de nortear o leitor ao entendimento de que a modelagem matemática é a arte de expressar por intermédio de uma linguagem matemática situações-problemas existente na vida real. Procuramos destacar os teóricos aqui apresentados justificando que a modelagem possui um ramo próprio da matemática que tenta traduzir situações reais para uma linguagem matemática, que por meio dela possa ser melhor compreendida, ajudar prever e simular acontecimentos, com estratégias de ações em todas áreas do conhecimento.

Neste sentido, a cartilha trouxe esquemas de fácil compreensão sobre a modelagem matemática, conceito físicos sobre o centro de massa, algumas dicas para nortear o trabalho docente e algumas sugestões de atividades que podem ser desenvolvidas a partir de experimentos físicos junto à modelagem matemática.

Considerando que o cerne da modelagem está na raiz do processo criativo, esperamos que esta cartilha colabore para que os professores e alunos que desejam encontrar caminhos com auxílio da modelagem matemática que melhorem o ensino bem como a aprendizagem.

## Referências

---

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

NA ENGENHARIA. **A incrível ponte projetada por Leonardo Da Vinci**. Disponível em: <http://naengenhariablog.blogspot.com/2017/01/a-incrivel-ponte-projetada-por-leonardo.html>. Acesso em: 27 de fevereiro de 2020.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico**. In: Reunião Anual da ANPED, 24, 2001. Caxambu. Anais... Caxambu: AMPED, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. (3 ed.) São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett, HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática No Ensino**. (5 ed.). São Paulo: Editora Contexto, 2009.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Campinas, 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação Universidade Estadual de Campinas, 1992.

COLUCCI, G. L.; PERAZZONE, A.; DODMAN, M. **Science education for sustainability, epistemological reflections and educational practices: from natural sciences to trans disciplinarity**. Cultural Studies of Science education, online first, 2012.

DIAS, M., ESPÍRITO SANTO, A. O. **Uma análise da Modelagem Como uma Situação Didática**. 2014. Revista Ibero –Americana de Estudos em Educação. v.9. Nº 2. 2014.

HALLIDAY, D. RESNICK, R. WALKER, J. **Fundamentos de Física**. JC livros técnico e científicos. Editora AS, 4ª Ed. 2016.

KLÜBER, Tiago Emanuel. BURAK, Dionísio. **Concepções de Modelagem Matemática: contribuições teóricas**. ~~Educação Matemática Pesquisa~~, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.

**APÊNDICE B – OFÍCIO DE ENCAMINHAMENTO**

Universidade Federal do Oeste do Pará  
Instituto de Ciências da Educação  
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física-Polo Ufopa

Ofício. nº 001/2019

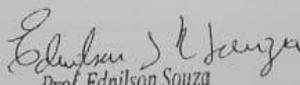
Em 21 de maio de 2019.

À Sra. Diretora da Escola de Ensino Fundamental e Médio Plácido de Castro.

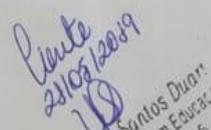
Assunto: Encaminhamento de mestrando para pesquisa de campo.

Nos termos do artigo 23 do Regimento Geral do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), de 11 de março de 2015, que trata da necessidade do desenvolvimento de um produto educacional e uma dissertação de mestrado, encaminhamos o mestrando JORGE CARLOS SILVA, matrícula, 201810065 para realizar pesquisa de campo junto a estudantes do 1º ano do ensino médio, no período de maio a agosto de 2019.

Atenciosamente,

  
Prof. Ednilson Souza  
UFOPA - SIAPE: 1797161

Prof. Dr. Ednilson Souza  
Docente do MNPEF/UFOPA  
Orientador

  
Vera Lúcia dos Santos Duarte  
Vice - Diretora - Esp. em Educaç.  
Port. 9937 / 2015

**APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Universidade Federal do Oeste do Pará  
Instituto de Ciências da Educação  
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física-Polo Ufopa

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar do estudo em âmbito de mestrado intitulado *Ensino do Centro de Massa por meio de Ciclos de Modelagem de Atividades Experimentais* e que tem como objetivo analisar de que forma a aplicação de ciclos de modelagem na interpretação de atividades experimentais pode promover a aprendizagem do conceito de centro de massa. Acreditamos que ela seja importante porque poderá promover um ensino voltado à formação de cidadãos capazes de explicar cientificamente fenômenos da natureza, capazes de discutir as relações éticas entre ciência, tecnologia, engenharia e matemática, capazes de argumentar cientificamente a partir da modelagem de problemas da realidade.

**PARTICIPAÇÃO NO ESTUDO**

Fico ciente que a minha atuação no referido estudo será de participar das aulas, fazer pesquisas, elaborar ciclos de modelagem, analisar atividades experimentais, fazer discussões coletivas na própria sala de aula entre os meses de maio a agosto de 2019, bem como responder a questionários e dar entrevistas quando necessário.

**RISCOS E BENEFÍCIOS**

Fui alertado(a) de que, da pesquisa a se realizar, posso esperar alguns benefícios, tais como adquirir habilidade no planejamento de ciclos de modelagem matemática com ênfase em atividades experimentais voltados ao ensino de ciências e matemática. Fui alertado também que é possível que aconteçam desconfortos como permanência de dúvidas quanto a assuntos estudados nas aulas.

**SIGILO E PRIVACIDADE**

Estou ciente de que minha privacidade será respeitada, ou seja, meu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, me identificar, será mantido em sigilo. Os pesquisadores se responsabilizam pelo uso, guarda e confidencialidade dos dados de pesquisa.

**Autorizo o uso de minha imagem, áudio e vídeo para fins da pesquisa**, sendo seu uso restrito a finalidades acadêmicas para análises/interpretações sobre potencialidades e desafios dos ciclos de modelagem de atividades experimentais na aprendizagem do conceito de centro de massa.

**AUTONOMIA**

Estou ciente que é assegurada a mim a assistência durante toda pesquisa, bem como me é garantido o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que eu queira saber antes, durante e depois da minha participação. Também fui informado de que posso recusar a participar do estudo, ou retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar, e de, por desejar sair da pesquisa, não sofrerei qualquer prejuízo à assistência que venho recebendo.



Universidade Federal do Oeste do Pará  
 Instituto de Ciências da Educação  
 Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física-Polo Ufopa

### RESSARCIMENTO E INDENIZAÇÃO

No entanto, caso eu tenha qualquer despesa decorrente da participação na pesquisa, tais como transporte, alimentação entre outros, haverá ressarcimento dos valores gastos na forma seguinte: depósito em conta corrente.

De igual maneira, caso ocorra algum dano decorrente da minha participação no estudo, serei devidamente indenizado, conforme determina a lei.

### CONTATO

Os pesquisadores envolvidos com o referido projeto são *Prof. Dr. Ednilson Sergio Ramalho de Souza* e o Mestrando *Jorge Carlos Silva*, ambos da Universidade Federal do Oeste do Pará/UFOPA e com eles poderei manter contato pelos telefones (93)992098291 e (93)991942004.

### COMITÊ DE ÉTICA E PESQUISA EM SERES HUMANOS

O Comitê de Ética e Pesquisa em Seres Humanos (CEP) é composto por um grupo de pessoas que estão trabalhando para garantir que seus direitos como participante de pesquisa sejam respeitados. Ele tem a obrigação de avaliar se a pesquisa foi planejada e se está sendo executada de forma ética. Se você achar que a pesquisa não está sendo realizada da forma como você imaginou ou que está sendo prejudicado de alguma forma, você pode entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da UFOPA (CEP) pelo telefone (93) 2101 - 6518 entre segunda e sexta-feira das 08h00 às 18h00 ou pelo e-mail: [comissaodeetica@ufopa.edu.br](mailto:comissaodeetica@ufopa.edu.br).

### DECLARAÇÃO

Declaro que li e entendi todas as informações presentes neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e tive a oportunidade de discutir as informações deste termo. Todas as minhas perguntas foram respondidas e eu estou satisfeito com as respostas. Entendo que receberei uma via assinada e datada deste documento e que outra via assinada e datada será arquivada pelo pesquisador responsável do estudo.

Enfim, tendo sido orientado quanto ao teor de todo o aqui mencionado e compreendido a natureza e o objetivo do já referido estudo, **manifesto meu livre consentimento em participar, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por minha participação.**

Santarém, 21 de maio de 2019.

OBS: assinaturas em  
 Amexo

Nome e Assinatura do Participante

*Jorge Carlos Silva*  
 Nome e Assinatura do Pesquisador



## APÊNDICE D – 1º QUESTIONARIO DE INTRODUÇÃO

**1 – Qual o seu objetivo ao terminar o ensino médio? Diga sim ou não.**

Fazer um curso técnico ..... Fazer um curso na Universidade .....

**2 – Qual a disciplina da escola que você mais se identifica?**

R.....

**3 – Como você gosta de aprender?**

( ) somente com explicação no quadro

( ) Entender os conceitos para depois aplicar as formulas

( ) Interpretar o problema e aplicar a formula somente.

Outras maneiras:.....

**4 – A importância da Matemática favorece na aprendizagem de física.**

( ) Não ( ) Sim ( ) Às vezes ( ) Nem sempre

**5 – Como você faz para resolver exercícios de física na aula?**

R.....

**6 – Na disciplina física como umas das principais ferramentas para o entendimento no mundo que nos cerca, você tem atitude de pesquisar e questionar os argumentos apresentados no assunto do plano exposto pelo professor?**

( ) Não ( ) sim ( ) Às vezes quando o professor manda ( ) Copio dos colegas

**7 – Descreva os passos trabalhados no minicurso de iniciação científica.**

R.....

**8 – Na sala de aula mesmo com os dois horários seguidos o tempo é suficiente para a explicação do professor e a resolução de problema?**

( ) Não ( ) Sim ( ) Às vezes ( ) Geralmente pedimos para trazer pronto de casa.

**9 – A investigação científica é fundamental para que você dê sentido no conteúdo abordado?**

( ) Sim ( ) Não ( ) Depende de como o conteúdo foi ministrado ( ) Não concordo.

**10 – Você acha a atividade experimental componente indispensável no ensino da física.**

( ) Sim ( ) Não ( ) Acho que uma boa explicação é suficiente,

**APÊNDICE E – 2º QUESTIONÁRIO APÓS A SEGUNDA AVALIAÇÃO**

**1 – Depois de entender o ciclo de modelagem e sua caracterização ficou mais fácil falar sobre o assunto da unidade curricular programada para aula do dia?**

Sim                       Não                       Ajuda

**2 – Para você a modelagem matemática tem contribuído para o seu aprendizado em relação a física?**

Sim                       Não                       Ajuda

**3 – Sua nota bimestral foi melhorada em virtude de ter entendido a dinâmica de modelagem matemática?**

Sim                       Não                       Ajuda

**4 – Você acha que se todos os professores utilizassem modelagem matemática o resultado seria melhor?**

Sim                       Não                       Ajuda

**5 – Para você seria mais fácil se professor escrevesse o título da próxima aula?**

Sim                       Não                       Ajuda

**6 – De posse do título da próxima aula qual dos teóricos você utilizaria para estudar a modelagem matemática?**

Bassanezi               Salett               Burak               Wener               Barbosa

**7 – Na apresentação dos grupos o que mais lhe chamou atenção?**

- Foi o desembaraço em relação aos alunos para falar do centro de massa
- Foi o trabalho expositivo apresentando os conceitos do centro de massa
- A ajuda da modelagem matemática para melhor entender o conceito físico do centro de massa

**8 – Para você será melhor que o professor deixasse partilhar a explicação do assunto através da modelagem matemática?**

Sim                       Não                       Ajudaria muito

**9 – A mudança do interesse pela aula de física é decorrente da modelagem matemática. Seu rendimento mudou de insuficiente para muito, você acha que deve continuar para ser um aluno pesquisador?**

Sim claro               Não acho               Ajuda mas não convence