



UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ – UFOPA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE CIÊNCIAS EXATAS
LICENCIATURA INTEGRADA EM MATEMÁTICA E FÍSICA

LISSA NARELI DOS REIS PORTELA

ENSINO DE FRAÇÕES: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA
O SEGUNDO E TERCEIRO CICLO DO ENSINO
FUNDAMENTAL

Santarém – PA

2017

LISSA NARELI DOS REIS PORTELA

**ENSINO DE FRAÇÕES: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O SEGUNDO E
TERCEIRO CICLO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada ao Programa de Ciências Exatas, do Instituto de Ciências da Educação da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), como requisito parcial para a obtenção do título de licenciada em Matemática e Física.

Orientador: Prof. Dr. Hugo Alex Carneiro Diniz

Santarém – PA

2017

LISSA NARELI DOS REIS PORTELA

**ENSINO DE FRAÇÕES: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA
O SEGUNDO E TERCEIRO CICLO DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Monografia submetida ao Programa de Ciências Exatas, do Instituto de Ciências da Educação, da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), como requisito parcial para a obtenção do título de licenciada em Matemática e Física.

Aprovada por:

Prof. Dr. Hugo Alex Carneiro Diniz

Orientador – UFOPA

Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra

Examinador – UFOPA

Prof. Me. Hamilton Cunha de Carvalho

Examinador – UFOPA

Santarém – PA

2017

Agradeço a Jeová Deus e a minha Família, pois sem eles eu não teria forças para essa longa jornada. Alguns trechos da Bíblia me ajudaram muito a manter o foco esses anos.

“Contudo, as coisas que para mim eram ganho, eu considerei como perda por causa do Cristo. Mais do que isso, considero realmente todas as coisas como perda, por causa do valor superior do conhecimento de Cristo Jesus, meu Senhor. Por causa dele aceitei a perda de todas as coisas e as considero simplesmente como lixo, para poder ganhar a Cristo”

– Filipenses 3:7,8 Tradução do Novo Mundo da Bíblia Sagrada, 2015

“Por isso não desistimos; porém, ainda que o homem que somos por fora defínhe, certamente o homem que somos por dentro está sendo renovado a cada dia. Pois, embora o sofrimento seja momentâneo e leve, produz para nós uma glória de grandeza extraordinária, uma glória eterna, ao passo que fixamos os olhos não nas coisas vistas, mas nas coisas não vistas.

Porque as coisas vistas são temporárias, mas as coisas não vistas são eternas.”

– 2 Coríntios 4:16-18 Tradução do Novo Mundo da Bíblia Sagrada, 2015

“Pregue a palavra; faça isso urgentemente, em tempos favoráveis e em tempos difíceis; repreenda, censure, exorte, com toda a paciência e arte de ensino.”

– 2 Timóteo 4:2 Tradução do Novo Mundo da Bíblia Sagrada, 2015

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha Família, pela confiança e investimento. Em especial aos meus pais, Lucivaldo Portela e Conceição Portela, e minha irmã Lissandra Portela.

Um agradecimento especial ao Laboratório de Aplicações Matemática (LAPMAT), a todos os integrantes que fazem e já fizeram parte dessa família. E a universidade pelo excelente ambiente de estudo e pelos professores qualificados que me foram proporcionados.

Aos professores Aroldo Rodrigues, Hamilton Carvalho, Sebastian Mancuso, Mário Tanaka, José Mafra, Glauco Pantoja, Ednilson Souza e Levi Freitas pela consideração e por acreditarem no meu trabalho. A Luzia Menezes, Shirley Barreto, Hosana Lima e Francisca Lima, pela força e apoio emocional. E aos meus colegas de turma Wilde Rebelo, Luan Rufino e Messias Branches que me ajudaram a melhorar como pessoa.

Ao meu orientador e amigo, Hugo Diniz, que compartilhou seus conhecimentos e sempre paciente. Foi uma pessoa que em momentos difíceis sempre me deu apoio. Aos meus grandes amigos Arley Antes e Nayara Ramires pelas conversas que sempre me deram força para eu atingir este patamar de minha vida e contribuíram de forma direta a execução desse trabalho.

Agradeço todos que de alguma forma contribuíram para a minha formação.

“Tu te tornas eternamente responsável por aquilo que cativas.”

– O pequeno príncipe de Antoine de Saint-Exupéry

RESUMO

O ensino de frações é uma das maiores dificuldades enfrentadas pelos professores de matemática no ensino básico. E as frações passaram a ser algo temido pelos alunos. Alguns sugerem a eliminação desse tema do currículo, já outros apoiam. Este trabalho expõe algumas discussões sobre o tema frações e apresenta uma sequência didática que envolve a História da Matemática, o uso do disco de frações e objetos de aprendizagem que facilitam a aprendizagem desse conteúdo. Essa sequência permite o trabalho no segundo e terceiro ciclo do ensino fundamental e apresenta estratégias que proporcionaram resultados satisfatórios. Na construção da sequência apresentamos alguns resultados obtidos no projeto Clubes de Matemática, no exercício do Estágio Supervisionado do curso de graduação e na aplicação de um minicurso em um evento científico. Contempla também um exame dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) relacionado aos números racionais e especificamente as frações. É um estudo sobre que conceitos de frações precisam ser ensinados no ensino básico e qual a necessidade. Apresentamos alguns relatos baseados nas aplicações do roteiro que estava sendo construído para a sequência e como foram vencidas dificuldades que surgiam.

Palavras-chave: Ensino de frações; Sequência didática; Disco de frações.

ABSTRACT

The teaching of fractions is one of the greatest difficulties faced by mathematics teachers in elementary education. And the fractions became something feared by the students. Some suggest the elimination of this theme from the curriculum, others support. This paper exposes some discussions on this theme and presents a didactic sequence that involves the History of Mathematics, the use of fractions disc and learning objects that facilitate the learning of this content. This sequence is designed for work in the second and third cycle of elementary education and presents strategies that have provided satisfactory results. In the construction of the sequence we present some results obtained in the Mathematics Clubs project, in the exercise of the supervised internship of the undergraduate course and in the application of a mini-course in a scientific event. It also includes an examination of the National Curriculum Parameters (PCN) related to rational numbers and specifically fractions. And a study on what concepts of fractions need to be taught in basic education and what the need is. We present some reports based on the applications of the script that was being constructed for the sequence and how difficulties were overcome.

Keywords: Teaching of fractions; Didactic sequence; Fractions disc.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
2 OBSERVAÇÕES TEÓRICAS.....	12
2.1 O que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais	12
2.2 Por que estudar frações no ensino básico	20
2.3 Sequência Didática	22
3 PANORAMA SOBRE O ENSINO DE FRAÇÕES	26
3.1 Contexto brasileiro	27
3.2 Caminhos para o ensino de frações	28
4 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA	33
4.1 Construção da Proposta	33
4.1.1 Clube de Matemática.....	33
4.1.2 Estágio Supervisionado	35
4.1.3 Minicurso para professores.....	42
4.2 A Proposta	44
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
REFERÊNCIAS	57
GLOSSÁRIO.....	59
APÊNDICE A – Apresentação em slides.....	60
ANEXO A – Plano de Minicurso	68

1 INTRODUÇÃO

Por que frações? O estudo dos números racionais está inserido nos currículos do ensino básico. O primeiro contato do aluno com o conceito de fração acontece nos primeiros ciclos do ensino fundamental. Geralmente, no Brasil, professores dessas etapas de ensino trabalham o significado de parte e todo relacionado a frações. Em alguns casos o aluno até consegue desenvolver um entendimento da fração como quociente e como número presente na reta real. Outro ponto é que estudos (DAVID & FONSECA, 1997) mostram que esse conteúdo é essencial para o desenvolvimento cognitivo dos alunos e fundamental para o amadurecimento de conhecimentos adquiridos nessa etapa.

O fato é que no trabalho com os números racionais no ensino fundamental maior, pesquisas (MERLINI, 2005) demonstram dificuldades em relação ao ensino e a aprendizagem de frações. Com relação ao ensino, nota-se novamente a tendência de trabalhar a fração com apenas o significado de parte e todo, e também há um destaque excessivo a procedimentos e algoritmos com relação a esse conteúdo.

Assim, devido as grandes dificuldades associadas ao conteúdo e sua presença marcante nos currículos, foi desenvolvido no Laboratório de Aplicações Matemáticas – LAPMAT, da Universidade Federal do Oeste do Pará – UFOPA, através do projeto Clubes de Matemática, um estudo por um grupo de acadêmicos do curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física da UFOPA. Esse grupo, ao fazer parte desenvolveu estratégias para o ensino de frações na escola básica. Esse estudo teve como suporte logístico o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, financiado pela CAPES/MEC. Inicialmente o grupo construiu um jogo para se trabalhar as operações básicas com frações utilizando o material Disco de Frações (PORTELA, 2013). Posteriormente analisei as possibilidades do jogo e foi organizado um roteiro baseado nesse trabalho que envolve uma proposta de uma Sequência Didática para o ensino fundamental. Para mais informações sobre o Projeto Clubes de Matemática Rodrigues, Carvalho e Diniz (2016) apresentam a estrutura e funcionamento.

Percebemos que um roteiro com um passo a passo do que deveria ser ensinado, facilitaria o trabalho do professor. Pois muitos conhecimentos estão disponíveis ao acesso em geral, o que muitos professores precisam é de um material organizado. E essa Sequência apresenta os principais tópicos que devem ser trabalhados sobre as frações, baseado nos

Parâmetros Curriculares Nacionais e em pesquisas desenvolvidas nessa área e como devem ser trabalhados.

Uma abordagem teórica será considerada no capítulo 2 trazendo questionamentos relacionados a entender a necessidade desse conteúdo no currículo da escola básica. E que requisitos a Sequência Didática deve atender para se trabalhar frações no ensino fundamental.

No capítulo 3 será apresentado um panorama sobre o ensino de frações no Brasil e, além disso, que conceitos relacionados as frações devem ser explorados e de que forma e em que ordem precisam ser tratados.

Destinamos o capítulo 4 para apresentar a Sequência Didática com uma descrição detalhada dos procedimentos e ações no trabalho com as frações. Também será apresentado como todo o material foi construído relatando as experiências vividas com o roteiro.

Por fim, concluímos comentando a validade da sequência didática apresentada e a relevância do trabalho para a sociedade.

2 OBSERVAÇÕES TEÓRICAS

Nesse capítulo apresentamos o que estudos e documentos oficiais mencionam sobre o ensino de frações. Na primeira seção filtramos informações sobre os números racionais dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do ensino fundamental para a disciplina de Matemática. Os documentos analisados foram para o segundo e terceiro ciclo, o objetivo é apenas fazer um levantamento do que deve ser ensinado sobre frações. Na segunda seção apresentamos dados que justificam o ensino de frações e sua importância nas séries iniciais do ensino básico. E na terceira seção discutimos o papel de uma Sequência Didática.

2.1 O que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais

Sobre o ensino de matemática, os PCN para o segundo ciclo do ensino fundamental sugerem que seja trabalhado a História da Matemática, resolução de problemas, o uso de tecnologias da informação e muitas outras tendências para se ensinar matemática. Trata também sobre as relações existentes entre professor e aluno e o foco para a formação cidadã.

Sobre a Matemática no ensino fundamental para o primeiro e segundo ciclo o documento apresenta os seguintes os objetivos gerais:

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- Sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;

- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.
(BRASIL, 1997, p. 37)

Os PCN apresentam Blocos de Conteúdos na sua estrutura. O bloco *Números e Operações* que envolve os números racionais, tem como objetivo previsto perceber que a existência de diversas categorias numéricas foram criadas com o objetivo de enfrentar e resolver problemas que surgiam a medida que a sociedade se desenvolvia. Também envolve desenvolver uma pré-álgebra com capacidade de modelar e resolver problemas onde a aritmética não é suficiente. Outros objetivos visam identificar parâmetros e entender a estrutura da matemática e seu funcionamento.

Os números racionais, no ensino fundamental, são trabalhados no segundo ciclo, não necessariamente como um conjunto numérico, mas como um novo tipo de número que apresenta diversas representações. Nessa etapa as capacidades cognitivas dos alunos sofrem avanços significativos. Eles passam a estabelecer relações de causalidade e capacidades de generalizações, ainda que elementares. Os PCN abordam que:

Em relação ao ciclo anterior, os alunos deste ciclo têm possibilidades de maior concentração e capacidade verbal para expressar com mais clareza suas idéias e pontos de vista. Pode-se notar ainda uma evolução das representações pessoais para as representações convencionais; em muitos casos têm condições de prescindir de representações pictóricas e podem lidar diretamente com as escritas matemáticas. (BRASIL, 1997, p. 55)

Relacionado aos objetivos de Matemática para o segundo ciclo, a parte associada aos Números e Operações e os outros conteúdos de acordo com o PCN são:

- Ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades;
- Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social;
- Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal;
- Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais;
- Ampliar os procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados;
- Refletir sobre procedimentos de cálculo que levem à ampliação do significado do número e das operações, utilizando a calculadora como estratégia de verificação de resultados;

- Estabelecer pontos de referência para interpretar e representar a localização e movimentação de pessoas ou objetos, utilizando terminologia adequada para descrever posições;
- Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções;
- Recolher dados e informações, elaborar formas para organizá-los e expressá-los, interpretar dados apresentados sob forma de tabelas e gráficos e valorizar essa linguagem como forma de comunicação;
- Utilizar diferentes registros gráficos — desenhos, esquemas, escritas numéricas — como recurso para expressar idéias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados;
- Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos;
- Construir o significado das medidas, a partir de situações-problema que expressem seu uso no contexto social e em outras áreas do conhecimento e possibilitem a comparação de grandezas de mesma natureza;
- Utilizar procedimentos e instrumentos de medida usuais ou não, selecionando o mais adequado em função da situação-problema e do grau de precisão do resultado;
- Representar resultados de medições, utilizando a terminologia convencional para as unidades mais usuais dos sistemas de medida, comparar com estimativas prévias e estabelecer relações entre diferentes unidades de medida;
- Demonstrar interesse para investigar, explorar e interpretar, em diferentes contextos do cotidiano e de outras áreas do conhecimento, os conceitos e procedimentos matemáticos abordados neste ciclo;
- Vivenciar processos de resolução de problemas, percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta. (BRASIL, 1997, p. 55)

O documento prevê alguns tópicos relacionados aos conteúdos conceituais e procedimentais dos números racionais. O tópico inicial *Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Números Racionais* indica que com respeito aos racionais deve-se trabalhar seu reconhecimento no contexto diário, entender sua representação e ordenação. E fazer com que o aluno compreenda a localização de números racionais na reta numérica além de conseguir ler e escrever de forma adequada esse número. Outro ponto importante é a identificação e representação de frações equivalentes e o entendimento das infinitas formas de representação fracionária. O documento orienta explorar diferentes significados das frações em situações problemas e orienta também mostrar que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária. E, dado um número racional, observar a relação entre representações fracionária e decimal do mesmo número. E por fim prevê trabalhar o reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário.

Com respeito ao tópico *Operações com Números Naturais e Racionais* é importante destacar alguns pontos, por exemplo, o documento comenta que é necessário ao aluno a

análise, interpretação, formulação e resolução de situações problema, compreendendo diferentes significados das operações fundamentais. E ainda que ele distinga que diferentes operações resolvem um único problema e que diferentes problemas podem ser resolvidos por uma mesma operação. Com respeito ao cálculo de adição e subtração envolvendo números racionais na forma decimal, o documento indica que pode ocorrer através de estratégias pessoais ou pelas técnicas tradicionais. É incentivado ao aluno realizar o cálculo mental para resultados de natureza exata ou aproximada, mas também é incentivado o uso da calculadora tanto para verificação quanto controle de resultados. E ainda realizar cálculos simples com porcentagem.

Outros tópicos do documento apontam objetivos de outros conteúdos, porém muitos deles estão relacionados com o uso direto ou indireto dos números racionais. No caso do tópico *Espaço e Forma*, para a representação da posição do objeto no espaço e do espaço, de figuras geométricas e suas características e ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas é necessário entender relações que são trabalhadas no campo dos números racionais. Nas *Grandezas e Medidas* que envolve comparar grandezas de mesma natureza e identificar as diferentes grandezas e uso. Entender as relações existentes unidades de medidas de uma mesma grandeza e suas conversões e o estilo da precisão e ainda entender o funcionamento do sistema monetário brasileiro. Esses itens direta ou indiretamente dependem do entendimento dos conceitos envolvendo os números na forma fracionária e decimal e mais dependem diretamente do conceito envolvendo o significado do número racional. Com respeito ao *Tratamento da Informação* é orientado que aconteça o trabalho de coleta e organização e descrição de dados e utilizar essas informações para inferir resultados. Nesse caminho, entender noções de frações e suas propriedades é essencial.

Sobre os Conteúdos Atitudinais o documento comenta que o aluno precisa desenvolver algumas características como:

- Confiança em suas possibilidades para propor e resolver problemas;
- Perseverança, esforço e disciplina na busca de resultados;
- Segurança na defesa de seus argumentos e flexibilidade para modificá-los;
- Respeito pelo pensamento do outro, valorização do trabalho cooperativo e do intercâmbio de idéias, como fonte de aprendizagem;
- Apreciação da limpeza, ordem, precisão e correção na elaboração e na apresentação dos trabalhos;
- Curiosidade em conhecer a evolução histórica dos números, de seus registros, de sistemas de medida utilizados por diferentes grupos culturais;

- Confiança na própria capacidade para elaborar estratégias pessoais de cálculo, interesse em conhecer e utilizar diferentes estratégias para calcular e os procedimentos de cálculo que permitem generalizações e precisão;
 - Curiosidade em conhecer a evolução histórica dos procedimentos e instrumentos de cálculo utilizados por diferentes grupos culturais;
 - Valorização da utilidade dos sistemas de referência para localização no espaço;
 - Sensibilidade para observar simetrias e outras características das formas geométricas, na natureza, nas artes, nas edificações;
 - Curiosidade em conhecer a evolução histórica das medidas, unidades de medida e instrumentos utilizados por diferentes grupos culturais e reconhecimento da importância do uso adequado dos instrumentos e unidades de medida convencionais;
 - Interesse na leitura de tabelas e gráficos como forma de obter informações;
 - Hábito em analisar todos os elementos significativos presentes em uma representação gráfica, evitando interpretações parciais e precipitadas.
- (BRASIL, 1997, p. 62)

A parte mais interessante dos PCN são as Orientações Didáticas, porque trazem uma reflexão sobre como ensinar e consideram os conceitos e procedimentos a serem ensinados, e estudam a forma como o aluno constrói esses conhecimentos. Mencionando os números racionais essas Orientações discorrem que o objetivo principal desse conteúdo é fazer com que os alunos percebam que os números naturais são insuficientes para explicar e resolver determinadas situações. É orientado que ao definir o conceito de número racional apresente a ideia de quociente ou divisão de número naturais, desconsiderando o zero com divisor.

Os PCN comentam também, que deve-se trabalhar mais os números na forma decimal do que na fracionária, pois é a forma decimal que está mais presente no dia a dia do aluno, até porque a popularização das calculadoras facilitou o trabalho com esses números. O documento reitera que isso não diminui a importância da forma fracionária. O interessante é que parece que existe um esforço para fazer de toda a matemática algo aplicável a realidade, acredito que a matemática nem sempre precisa ser aplicada a realidade do aluno, e o conteúdo não precisa estar sempre ligado ao contexto. Muita matemática foi produzida independente de aplicações em outros ambientes e uso no cotidiano, então por que sua aprendizagem precisa estar ligada a aplicações e ao cotidiano? O documento também afirma que a prática mais comum é apresentar o conceito de fração partindo do significado de parte-todo, mas esse conceito não deve ficar limitado a esse significado. Deve ser abordado também o significado como quociente, medida e posteriormente nos anos à frente como operador multiplicativo, inclusive esses significados serão discutidos de forma mais detalhada no capítulo 3.

Nas operações envolvidas a orientação é analisar diferentes situações, por exemplo, no caso da multiplicação pode ser apresentado o modelo de área e a situação que envolve razão, esses casos também serão apresentados no capítulo 3. A parte operatória que mais deve ser trabalhada envolve os racionais na forma decimal, entender o deslocamento da virgula em casos de multiplicação e divisão e assim por diante. No caso da forma fracionária deve ser trabalhada a associação com porcentagens, e de forma mais simples as operações básicas, deixando o aprimoramento destas para as etapas a frente.

Já o documento para o terceiro ciclo e o quarto ciclo apresenta na sua estrutura os seguintes objetivos gerais:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
- selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
- interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 1998, p. 47)

O documento comenta na *Seleção de Conteúdos* no tópico de *Números e Operações*, que ao introduzir os conceitos de número e suas propriedades e relações, é interessante notar o modo como foram historicamente construídos. Na realidade nessa etapa o aluno tem condições de entender de forma mais ampla os conjuntos numéricos e as operações o que torna uma preparação para o contato com a Álgebra futuramente. Os conteúdos relacionados a frações são praticamente os mesmos do ciclo anterior, porém a diferença é que no terceiro

ciclo o aluno vai conhecer de fato o conjunto dos números racionais e suas relações. Os objetivos específicos envolvidos nessa etapa dos Números e Operações são:

Do pensamento numérico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- ampliar e construir novos significados para os números - naturais, inteiros e racionais - a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção;
- resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
- identificar, interpretar e utilizar diferentes representações dos números naturais, racionais e inteiros, indicadas por diferentes notações, vinculando-as aos contextos matemáticos e não-matemáticos;
- selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito) em função da situação problema proposta;

Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;
- traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
- utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.

Do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;
- estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;
- resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução.

Da competência métrica, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns dos problemas históricos que motivaram sua construção;
- resolver problemas que envolvam diferentes grandezas, selecionando unidades de medida e instrumentos adequados à precisão requerida;

Do raciocínio que envolva a proporcionalidade, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade.

Do raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- coletar, organizar e analisar informações, construir e interpretar tabelas e gráficos, formular argumentos convincentes, tendo por base a análise de dados organizados em representações matemáticas diversas;
- resolver situações-problema que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão. (BRASIL, 1998, p. 71)

Os tópicos associados aos conceitos e procedimentos específicos para o terceiro ciclo, trazem orientações sobre os números racionais. O tópico *Números e Operações* orienta que seja trabalhado o sistema de numeração decimal e que compreendam as regras e representações. Comenta que o aluno deve reconhecer os números racionais em diferentes contextos, os de ordem histórica e cotidiana e conseguiu explorar situações-problema que envolvam os significados de frações como parte-todo, quociente, razão e operador. Em relação às representações fracionárias e decimais devem ser trabalhado a localização na reta numérica e as relações entre ambas. Orienta-se analisar os diferentes significados das operações e estimular o cálculo mental principalmente no campo das frações. Deve estabelecer relações dos racionais com potências, raiz quadrada e cúbica e problemas envolvendo a ideia de proporcionalidade, contagem e expressões algébricas. Os tópicos *Espaço e Forma*, *Grandezas e Medidas* e *Tratamento da Informação* assim como no documento do ciclo anterior assinalam conceitos que dependem direta ou indiretamente do entendimento dos números racionais. Além disso, com respeito aos *Conteúdos Atitudinais* o documento sugere que o aluno necessita de:

- Desenvolvimento da capacidade de investigação e da perseverança na busca de resultados, valorizando o uso de estratégias de verificação e controle de resultados;
- Predisposição para alterar a estratégia prevista para resolver uma situação-problema quando o resultado não for satisfatório;
- Reconhecimento que pode haver diversas formas de resolução para uma mesma situação-problema e conhecê-las;
- Valorização e uso da linguagem matemática para expressar-se com clareza, precisão e concisão;
- Valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação;
- Interesse pelo uso dos recursos tecnológicos, como instrumentos que podem auxiliar na realização de alguns trabalhos, sem anular o esforço da atividade compreensiva. (BRASIL, 1998, p. 75)

Nas Orientações Didáticas o documento faz alguns comentários, no sentido desse tópico não abordar diretamente todos os aspectos dos conteúdos a serem trabalhados. O indicado é o professor complementar a abordagem desses conteúdos por meio de estudos que discutam esse tema, além de pesquisar outras orientações didáticas com respeito ao conteúdo

que deve ser ensinado. Na abordagem dos números racionais, por exemplo, o objetivo inicial é levar os alunos a perceber que os Números Naturais são insuficientes para resolver algumas situações. Assim a orientação para esse ponto seria abordar as situações que geraram esses números, nesse caso poderia ser discutido com os alunos a forma como os Egípcios operavam e realizavam suas transações comerciais por entender seus sistemas de pesos e medidas, assim como outros aspectos de sua cultura. Nas operações com frações o PCN comenta algo bem curioso sobre o caso da Adição e da Subtração:

Quanto ao cálculo da adição e da subtração envolvendo frações com denominadores diferentes, pode-se transformá-las em frações com o mesmo denominador (não necessariamente o menor), aplicando as propriedades das frações equivalentes. (BRASIL, 1998, p. 104)

Os documentos sugerem etapas interessantes para o trabalho com as frações e os racionais, mas de acordo com Magina e Campos (2008) o fato da maioria dos professores não ter claro os diferentes significados que as frações assumem e as etapas que precisam ser vencidas no desenvolvimento dos conceitos, leva a apresentar estratégias de ensino que nem sempre auxiliam de forma significativa os alunos. Sobre esses conceitos, veremos posteriormente no capítulo 3. Na realidade, o objetivo nessa seção foi apresentar de forma resumida o que os documentos exigem e como orientam o trabalho do professor na escola. E também respaldar algumas etapas da Sequência Didática proposta.

2.2 Por que estudar frações no ensino básico

Sobre as dificuldades enfrentadas na aprendizagem de frações, Magina e Campos (2008) comentam que as causas dessas dificuldades partem de características de ordem epistemológica, currículos e métodos de avaliação inadequados, até metodologias que não favorecem uma aprendizagem significativa pelo aluno.

Assim surgem muitas discordâncias sobre o ensino dos números racionais e especificamente as frações. Valera (2003) apresenta um panorama sobre essas discussões e comenta que alguns defendem a extinção dos números racionais dos currículos da escola básica, devido a sua pouca utilização. Porém existem aqueles que defendem a sua permanência devido seu valor histórico e sua presença no cotidiano.

Sobre a permanência desse conteúdo nos currículos Valera (2003) comenta que:

Os argumentos que justificam sua inclusão no currículo escolar baseiam-se na presença dos números racionais no cotidiano do aluno, que é uma verdade assumida. Acredita-se que eles são necessários para suprir a impossibilidade da escrita numérica, que há, por exemplo, entre dois números inteiros.

Assim, o conjunto dos números racionais torna-se mais denso que o conjunto dos números inteiros, porque supre a insuficiência da representação e quantificação simbólica de quantidades expressas diferentemente do inteiro. São utilizados para resolver problemas que exijam resultados desta categoria. Soma-se a esse contexto os problemas que envolvem medidas e resultados de divisão, que fundamentam as operações algébricas, as quais auxiliam outras disciplinas.

O desenvolvimento do pensamento matemático contribuiria para aumentar a capacidade de solucionar problemas que envolvem os números racionais, principalmente aqueles que aparecem no cotidiano do aluno e que fazem parte integrante das situações do mundo real (de interpretação e compreensão) e de atividades em outras disciplinas. Há que se observar algumas necessidades: conhecer como o aluno pensa, que hipóteses tem e quais dificuldades apresentam, com a finalidade de acompanhar, incentivar e orientar o seu processo de aprendizagem, para poder selecionar a melhor estratégia, chegar a uma solução, elaborar generalizações e assim validar a resposta encontrada nas situações com números racionais. (VALERA, 2003, p. 57)

Quando se considera a história, o surgimento e a formalização dos números racionais percebemos que esse conhecimento, ou a falta dele, foi decisivo para o desenvolvimento de diferentes culturas nas mais diferentes áreas. Isso nos leva a crer que a construção histórica talvez seja mais apropriada para facilitar a aprendizagem desse conteúdo. Diferentes recursos proporcionam possibilidades que atendem as necessidades e interesses dos alunos. Estimular a curiosidade, a vontade de aprender e o prazer para conhecer nos leva a pensar em alternativas de ensino para o tema de frações. Acredita-se que o ensino dos números racionais tem sido lesado no decorrer dos anos devido a forma pela qual vem sendo ensinado tradicionalmente. Observamos que muitas metodologias de ensino para esse conteúdo buscam atingir objetivos que se distanciam da aprendizagem ideal, a qual é prevista nos PCN. No contato com a escola básica percebemos um amplo destaque aos algoritmos e a própria técnica e exercícios completamente fora de contexto, que muitas vezes provocam até uma confusão conceitual no aluno.

De acordo com os PCN uma das justificativas envolvidas no ensino de números racionais, está no fato de que os alunos precisam ser levados a perceberem que os números naturais não são suficientes para trabalhar com determinadas situações, como por exemplo, as medidas. Valera (2003) comenta que:

Outro argumento utilizado é o de que os números racionais permitem uma ampliação da capacidade do indivíduo para entender e enfrentar situações da vida prática, do ponto de vista psicológico. De acordo com esta perspectiva, as frações surgem como uma oportunidade privilegiada para promover o desenvolvimento e a expansão das estruturas mentais necessárias para o desenvolvimento intelectual. Elas constituem-se como uma base, sobre a qual as operações algébricas serão trabalhadas, em estudos posteriores e,

certamente, servirão como auxiliar em outras disciplinas. (VALERA, 2003, p. 59)

David e Fonseca (1997) indicam a importância do trabalho com números racionais e apresentam três perspectivas que estão envolvidas na abordagem desses números nesse nível. A primeira perspectiva apresentada é o *Aspecto Prático*, que menciona os números racionais, e suas mais diferentes representações, associados a expressão de medidas e de índices comparativos. O *Aspecto Psicológico*, que faz referência ao trabalho com os números racionais como uma ocasião privilegiada para promover o desenvolvimento e a expansão de estruturas mentais. No caso da Matemática as frações irão fundamentar o trabalho com as operações algébricas elementares abordadas no ensino fundamental. E o *Aspecto Didático-Epistemológico*, que indica que o trabalho com os números racionais cria uma oportunidade de produzir conhecimento matemático, por exemplo, dificuldades antes enfrentadas no campo dos números naturais, podem ser superadas e possibilidades ampliadas com a criação de um novo campo, no caso os racionais. E essas situações tendem a acontecer e a limitação que os racionais irão gerar, ocasionarão a necessidade de criação de outro campo.

Deste modo conseguimos perceber que o estudo dos números racionais e em especial as frações são decisivos para algumas etapas no desenvolvimento cognitivo e na aprendizagem dos alunos. Agora temos que concordar que as metodologias e objetivos que são trabalhados em sala de aula precisam ser revistos.

2.3 Sequência Didática

Sequência didática é em poucas palavras “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos” (ZABALA, 2007, p. 18). No geral são atividades pensadas e organizadas onde cada etapa estará conectada a outra e o objetivo do professor é ensinar um determinado conteúdo, partindo de atividades simples até situações mais complexas, sempre oportunizando a superação dos alunos em cada etapa.

E Zabala (2007) comenta ainda que é bem complicado avaliar e propor modelos, assim ele apresenta instrumentos que permitem intervir nas atividades visando melhorar a atuação do professor e aprendizagem por parte do aluno. E o professor deve entender ainda a necessidade de sempre introduzir mudanças ou atividades novas que melhorem sua sequência didática. Mas como se certificar da legitimidade de uma sequência didática? Que requisitos me garantem que posso identificar acertos e erros para refinamento da sequência? Zabala

(2007, p. 63) propõem uma série de perguntas sobre sequências didáticas, com o simples objetivo de reconhecer sua validade e responder esses questionamentos.

Na sequência didática existem atividades:

- a) que nos permitam determinar os *conhecimentos prévios* que cada aluno tem em relação aos novos conteúdos de aprendizagem?
- b) cujos conteúdos são propostos de forma que sejam *significativos e funcionais* para os meninos e meninas?
- c) que possamos inferir que são adequadas ao *nível de desenvolvimento* de cada aluno?
- d) que representem um desafio alcançável para o aluno, quer dizer que levem em conta suas competências atuais e as façam avançar com a ajuda necessária; portanto, que permitam criar *zonas de desenvolvimento proximal* e intervir?
- e) que provoquem um *conflito cognitivo* e promovam a *atividade* mental do aluno, necessária para que estabeleça relações entre os novos conteúdos e os conhecimentos prévios?
- f) que promovam uma *atitude favorável*, quer dizer, que sejam motivadoras em relação à aprendizagem dos novos conteúdos?
- g) que estimulem a *auto-estima* e o *autoconceito* em relação às aprendizagens que se propõem, quer dizer, que o aluno possa sentir que em certo grau aprendeu, que seu esforço valeu a pena?
- h) que ajudem o aluno a adquirir habilidades relacionadas com *aprender a aprender*, que lhe permitam ser cada vez mais autônomo em suas aprendizagens?

É interessante notar que uma sequência que não responde de forma satisfatória a algumas dessas perguntas, não deve ser simplesmente descartada. O que é preciso verificar é se a sequência em questão é apropriada e quais são os argumentos que permitem avaliar isso.

Na aprendizagem de conteúdos conceituais e procedimentais é conveniente ao professor utilizar ferramentas que auxiliem o aluno. Pode ser útil utilizar algum material concreto, audiovisual ou situações problemas, que facilitem o ensino e a aprendizagem envolvida. Muitas pesquisas abordam o uso de objetos de aprendizagem digitais no ensino de matemática. De acordo Castro e Filho (2007, p. 8), a interação com ferramentas computacionais educativas permitem “a ligação entre múltiplas representações de um conceito, ampliando o repertório de compreensão dos alunos”.

Consideramos alguns caminhos para a construção de uma sequência didática. Mas o ponto é: como avaliar a aprendizagem envolvida? Percebemos que pais, professores, alunos e o sistema de ensino focam suas atenções ao sistema de promoção, ou seja, o aluno precisa passar de uma série escolar para outra. Luckesi (2011) comenta que o sistema de ensino está mais preocupado com percentuais de aprovação e reprovação. Os números são importantes parâmetros de avaliação, porém não devem ser os únicos. E aprovação e reprovação não fornece detalhes específicos para avaliar a aprendizagem do aluno. Os pais desejam que seus

filhos avancem nas séries e os professores, muitas vezes, fazem uso dos instrumentos avaliativos como um fator negativo de motivação, onde o medo e as ameaças conduzem os alunos a estudar. A Educação deveria ser uma forma de inclusão e não de exclusão. Nas escolas percebemos que muitas provas são elaboradas com base nos exercícios do livro didático, e geralmente uma boa atividade presente no livro não é suficiente para avaliar a aprendizagem de um aluno.

Percebemos que existe um foco muito maior no exame do que no ato de avaliar. O ato de examinar classifica e seleciona o aluno, ele pode ser aprovado e reprovado ou receber notas que variam de 0 a 10. O fato é que para o exame não tem importância se o aluno aprendeu com qualidade ou se deixou de aprender algo, o que se deseja saber é apenas o que ele aprendeu. O ato de avaliar investiga o desempenho escolar dos alunos e seu estado de aprendizagem, tanto o que aprendeu como o que não foi aprendido são importantes no processo. Dessa forma precisamos aprender a avaliar, os professores hoje mais examinam do que avaliam e a escola é um espaço para o aluno aprender e não para ser submetido a um processo seletivo, onde os mais aptos ao modelo sobrevivem.

As provas são pensadas para aprovar e em algumas situações até reprovar. E acontece em muitos casos, do aluno estudar os conteúdos previstos para a prova e ainda sim não apresentar um resultado satisfatório.

Em síntese, é corriqueira, em nossas escolas, do passado e do presente, a conduta de orientar e exigir que os estudantes se dediquem a um conjunto amplo de conteúdos, que, depois, nem todos serão levados em consideração para saber se eles estudaram e se efetivamente aprenderam. Ou seja, os estudantes devem estudar tudo o que nós, como educadores, indicamos para o estudo, mas, não necessariamente nos sentimos obrigados a levar em consideração tudo isso que prescrevemos para estudar. São orientados e obrigados a estudar, sem que suas aprendizagens, necessariamente, venham a ser levadas em consideração. Assumimos o direito de escolher, arbitrariamente, sobre o que eles serão avaliados, ou não, a invés de considerar que, necessariamente, deveriam ser avaliados sobre a aprendizagem de tudo aquilo que elegemos, em nossos planejamentos de ensino e em nossas atividades pedagógicas em sala de aulas, como essenciais. (LUCKESI, 2011, p. 237)

Diante disso o aluno pode se sentir desanimado, pois muitas vezes se dedica tanto a estudar determinados conteúdos para uma prova, e quando chega na hora da avaliação percebe que não havia referências aos conteúdos que tanto dedicou tempo. Do ponto de vista psicológico é importante o professor valorizar o esforço do aluno em estudar os conteúdos indicados e isso ser um reflexo no seu resultado final. Por outro lado, do ponto de vista técnico e científico da avaliação, para saber realmente se o que o aluno aprendeu foi o

ensinado, “devemos construir um instrumento que cubra todos os conteúdos essenciais, que o estudante efetivamente necessita de saber para o seu desenvolvimento no estágio escolar em que se encontra (idade e série)”(LUCKESI, 2011, p.239). E essa parece ser a etapa mais desafiadora, a que exige mais do educador, mas parece ser também a mais adequada para avaliar o aluno.

Assim sendo, um instrumento de coleta de dados adequado para a avaliação deve levar em consideração o esforço de estudar e aprender do aluno. Assim Luckesi (2011, p. 240) aponta a forma metodológica e cientificamente adequada para a construção do instrumento avaliativo:

deverá ser planejado (cobrir todos os conteúdos essenciais ensinados e que deveriam ser aprendidos; não um que outro, que possa ser mais difícil ou complicado; mas sim todos os conteúdos essenciais ensinados. Um sociólogo, quando vai fazer uma pesquisa numa população, antes de elaborar seu instrumento de coleta de dados, faz um mapa, contendo tudo o que necessita de saber dessa população; nada do necessário pode ficar de fora, caso efetivamente ele deseje conhecer essa população. Num instrumento de coleta de dados para a avaliação da aprendizagem do educando, deve ocorrer o mesmo processo, sob pena de não estarmos tendo cuidados nem com o que ensinamos nem com o que os estudantes aprenderam); **deverá conter questões precisas** (sem ambigüidades; nada de propor questões que possam induzir o educando à dúvidas sobre o que estamos solicitando que ele manifeste ter aprendido); **cada questão deverá conter um único conteúdo** (se, numa questão, estiverem presentes dois ou mais conteúdos, caso o estudante acerte ou erre, nunca poderemos saber o que efetivamente ele acertou ou errou); **as questões deverão ser apresentadas em linguagem clara** (o estudante necessita de ter, clara e objetivamente, ciência do que está sendo solicitado que faça; caso não compreenda o que se pede, como poderá responder com adequação?). Questões **dúbias e confusas** deverão ser suprimidas de todo e qualquer instrumento, pois que, do lado do estudante, não deixará claro o que se deseja que ele faça, e, do lado do educador, elas não permitem saber se o estudante, de fato, não aprendeu o que foi ensinado ou se não compreendeu o que lhe foi solicitado e, por isso, respondeu inadequadamente. Não podemos nos esquecer de que, em um instrumento escrito, não há interatividade entre o emissor e o receptor da mensagem, através da qual as dúvidas poderiam ser superadas, em função do que deve ser o mais claro e preciso possível.

Seria interessante que o aluno fosse para a escola apenas aprender e sem se preocupar com exames e com aprovação. Porém o ato de avaliar é importante na prática educativa, pois permite um julgamento de valor, que possibilita o professor traçar novos rumos e novas tomadas de decisões na sua prática e permite com que seja explorado o potencial de cada aluno. No entanto esse julgamento passa a desempenhar outra função que é o caráter classificatório. Na realidade isso não é problema, o problema é avaliar apenas dessa forma e

usar esses parâmetros para representar o rendimento do aluno, precisamos avaliar para ensinar melhor.

Nessa linha Grillo & Freitas (2010, p. 46) apresentam discussões acerca da prática avaliativa. E propõem que na avaliação formativa a **autoavaliação** é uma possibilidade de reorientar o aluno na sua aprendizagem com a orientação do professor, que pode sugerir, discutir, analisar e corrigir os resultados envolvidos no processo.

O trabalho pedagógico deixa de ser exclusividade do professor e passa a ser compartilhado com o aluno, que vai, aos poucos, consolidando a autoconfiança ao perceber-se capaz de tomar decisões sobre a aprendizagem da qual ele é o autor. Levando-se em conta que a reelaboração das ideias só pode ser realizada pelo próprio aluno, e que o conhecimento não se dá por acumulação e sim por reconstrução dos saberes adquiridos, a avaliação formativa evolui necessariamente para a **autoavaliação**. Esta se insere na proposta de avaliação formativa e pressupõe uma relação baseada na reciprocidade e na partilha; portanto, não se reduz a um instrumento e nem se realiza em um único momento: é processual. Professor e aluno, ao mesmo tempo, ensinam e aprendem a operacionalizar uma proposta pedagógica nova, adotando uma metodologia de ensino, de aprendizagem e de avaliação diferenciada.

No entanto, também discute-se a necessidade do professor realizar mediações que fortaleçam a autoestima dos alunos e que estimulem de alguma forma o desejo de aprender e compartilhar conhecimentos. O aluno consegue aprender sem realizar essa etapa de autoavaliação, mas se for realizada certamente ocorrerá uma apresentação mais substancial.

Luckesi (2012) também comenta sobre as avaliações quantitativas e qualitativas e que não são devem ser vistas como coisas opostas. A avaliação, por ser avaliação, sempre será de natureza qualitativa, já que atribuir valores é importante. A avaliação quantitativa e qualitativa está ligada ao refinamento dos conhecimentos e das habilidades. A primeira representa seus resultados por dados numéricos é mais direta. Já a segunda explora mais o caminho da aprendizagem mais profundo e com maior apropriação. A auto avaliação é exercitada e apresenta uma maior abertura para as discussões dos resultados e do processo de aprendizagem.

3 PANORAMA SOBRE O ENSINO DE FRAÇÕES

Nesse capítulo, apresentamos alguns estudos que comentam sobre o ensino de frações no país. Em seguida comentamos sobre as tendências relacionadas ao ensino de frações, o que algumas pesquisas indicam sobre a abordagem desse tema.

3.1 Contexto brasileiro

No Brasil, o fracasso escolar e evasão estão entre os maiores problemas no ramo da Educação. Discutindo esses problemas Nunes (2011) afirma que o fracasso escolar é o fracasso da escola. Percebemos um sistema repleto de deficiências de ordem social, cultural e individual. A Matemática Básica é uma das disciplinas que está mais presente no cotidiano, e ao ser trabalhada na sala de aula parece a mais distante da vida do aluno.

A abordagem do conceito de número racional na educação básica, inicia no segundo ciclo (4º e 5º ano) do ensino fundamental com a representação fracionária, se estendendo até o terceiro ciclo (6º e 7º ano) do ensino fundamental. Os professores que atuam no segundo ciclo estão habituados a abordar situações de parte-todo para trabalhar o conceito de fração. Há muito tempo observa-se um baixo desempenho dos alunos em situações que envolvem números racionais na sua forma fracionária. Reflexo disso é o rendimento dos alunos ao longo dos anos, em avaliações realizadas pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (MAGINA; CAMPOS, 2008). Percebemos que as frações estão entre as maiores dificuldades dos alunos em matemática. É um assunto que parece aterrorizar os alunos e é um obstáculo para muitos.

Destaca-se no Brasil o estudo de tendências para o ensino desse tema. O uso de jogos, construção de objetos de aprendizagem concretos e digitais, tem contribuído para o ensino desse tema. Na Matemática ensinada hoje nas escolas o caráter experimental e manipulativo é praticamente inexistente, o que acabou contribuindo em um rendimento escolar não muito satisfatório. Uma pessoa, que não temos a referência, certa vez comentou que a Matemática ensinada nas escolas hoje é como um “churrasco sem carne”. Assim uma aula que dispõe de materiais manipulativos, terá de fato muito mais chances de ser bem sucedida. Também se observa na grande maioria das pessoas um interesse inato pelo jogo e pela competição. No ensino da Matemática, as propostas de atividades envolvendo jogos, onde se estabelecem regras, procedimentos e a manipulação de peças, estimulam os alunos à ação, não simplesmente pelo ato de jogar, mas pela curiosidade de entender o processo.

A História da Matemática, por exemplo, passou a ser estudada como ferramenta para ensinar conteúdos de matemática e em especial no campo das frações. Procurar entender a construção histórica de um conhecimento matemático leva a uma maior compreensão conceitual. A introdução ao conteúdo e a conceitos matemáticos no ensino básico pode se

basear inicialmente em explorar com os alunos a história que permeia o conteúdo, algo que quase não é trabalhado pelos professores de Matemática no ensino básico.

Mendes, Fossa e Valdés (2006, p. 138) dizem que os professores de Matemática, tanto do ensino básico quanto do superior,

(...) tendem a agir como se a História da Matemática não fosse importante para a aprendizagem dessa disciplina. A Matemática é um assunto técnico – parece ser o argumento – e, portanto, basta entender os algoritmos para usá-la corretamente.

O estudo de conteúdos matemáticos utilizando a História da Matemática desconstrói a ideia, que em geral, os alunos têm de que a mesma tem caráter estático e que está bem longe da nossa realidade. O importante não é visualizar a História da Matemática como uma maneira de fugir temporariamente da Matemática, algo apenas para ilustrar e divertir as aulas ou como um conteúdo a mais no currículo. Mas o professor precisa reconhecer a importância da mesma para o desenvolvimento da Matemática e como ela pode ajudar na aprendizagem do aluno.

3.2 Caminhos para o ensino de frações

Durante o desenvolvimento deste trabalho uma das maiores preocupações estava ligada a abordagem conceitual. A formação do conceito de fração é essencial para o entendimento do campo numérico dos racionais. Segundo a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud o conhecimento está organizado em campos conceituais, ou seja, o sujeito adquire o domínio desses conceitos, por meio da experiência, maturidade e aprendizagem, o que envolve bastante tempo. De acordo com Moreira (2002), o campo conceitual para Vergnaud é um conjunto de estrutura informal que envolve situações, problemas, conceitos e estruturas de pensamento que se relacionam de formas distintas.

Em outras palavras a Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitiva que pretende favorecer um estudo do desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem de competências complexas, principalmente reveladas das ciências e das técnicas. E que busca compreender as relações entre os conceitos dentro do próprio processo de aprendizagem. Segundo Merlini (2003) os conceitos estão inseridos no cotidiano, e para percebê-los precisa-se formalizá-los. Nesse contexto surge o *conjunto de situações*, onde os conceitos só passam a ter sentido quando estão associados a situações. Assim para o desenvolvimento do campo conceitual Vergnaud apresenta três eixos que se relacionam conhecido por S, I, R:

- S – é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo, isto é, a realidade;
- I – é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações);
- R – é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar os invariantes. (MERLINI, 2003, p.20)

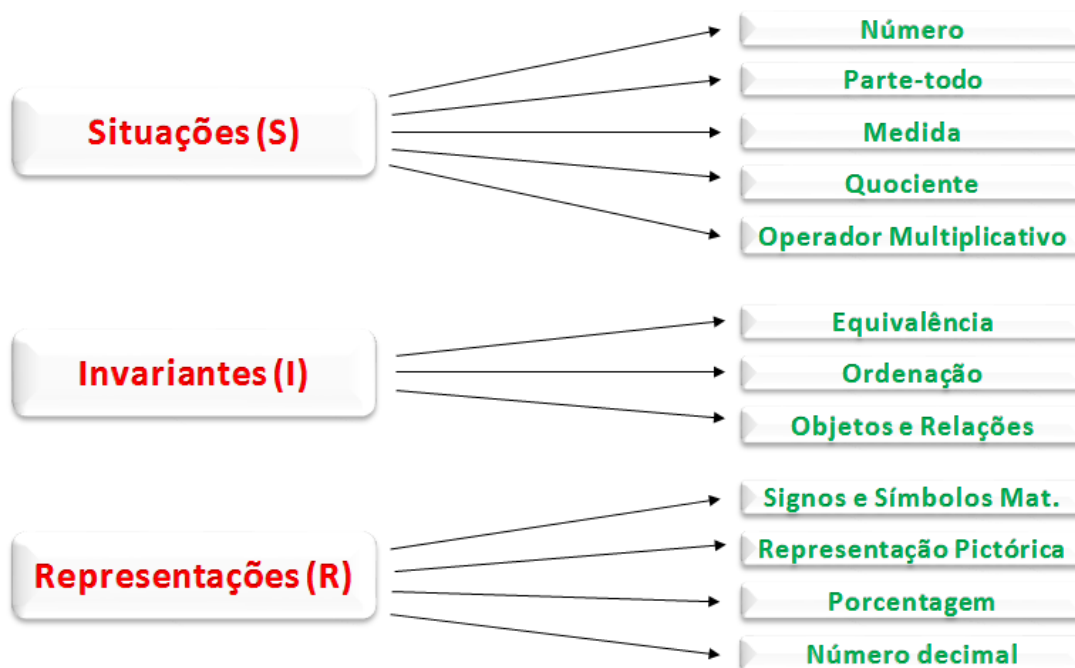
Uma situação não pode ser compreendida por apenas um conceito, assim como não se consegue entender um determinado conceito de forma apropriada, partindo de uma única situação. Para a aprendizagem acontecer precisa-se ocorrer uma relação entre o conteúdo a ser aprendido, com aquilo que o aluno conhece e já sabe, é o que conhecemos por aprendizagem significativa. Quando se aborda números racionais na escola, os números naturais é um conteúdo conhecido pelo aluno, nesse ponto as relações entre o novo conceito a ser aprendido e o que o aluno já sabe precisam acontecer. Essas relações podem ocorrer envolvendo aspectos como conceitos, imagens, materiais concretos e esses aspectos precisam de condições favoráveis para a interação e precisam estar ao alcance cognitivo do aluno para que ele possa ser bem recebido e utilizado.

Para Ausubel o aluno que manifesta uma predisposição positiva à *aprendizagem significativa* tem disponibilidade diferente daquele com predisposição à *aprendizagem “rote learning”*, ou seja, *mecânica*, significando uma aprendizagem mecânica ou automática cuja aprendizagem de novas informações ocorre com pouca ou nenhuma associação de conceitos relevantes, existentes na estrutura cognitiva. Porém, as metodologias empregadas no ensino da matemática podem facilitar ou dificultar esse processo.

O comportamento indispensável para aprendizagem significativa, implica na possibilidade do aluno se expressar ou se comunicar através da organização do conteúdo em outra linguagem ou mesmo utilizando-se de outras palavras. (VALERA, 2003, p. 61)

Diante disso Merlini (2003) apresenta uma classificação teórica da fração baseado nos três eixos S.I.R. apresentado por Vergnaud. O conjunto das *Situações* considera os cinco significados da fração: Número, Parte-todo, Medida, Quociente e Operador Multiplicativo. Já os *Invariantes* envolvem as propriedades do conceito: Equivalência, Ordenação e Objetos e Relações. E o conjunto das *Representações* permite a representação das Situações fazendo uso de signos e símbolos matemáticos, representação pictórica, porcentagem e o próprio número decimal.

No conjunto das Situações o significado de *número* envolve o aluno observar a fração $\frac{3}{4}$, e enxergar um número, que corresponde a um ponto na reta numérica e não apenas dois números naturais sobrepostos.



O significado *parte-todo* representa a ideia de um “todo” ou inteiro (contínuo ou discreto), dividido em parte iguais, a fração indica a relação entre o número de partes selecionadas (numerador) e o número total de partes que o inteiro foi dividido (denominador), lembrando que algumas situações envolvem vários inteiros.

Exemplo 1 – quantidade discreta: Na praia de Alter do Chão existe uma loja que vende bolas de futebol para crianças. Nessa loja tem 1 bola verde e 3 amarelas. Que fração representa a quantidade de bolas amarelas em relação ao total de bolas?

Exemplo 2 – quantidade contínua: Larissa ganhou uma barra chocolate e decidiu dividir com Marcos. Ela partiu a barra em 4 partes iguais e deu 3 partes para Marcos. Que fração representa a parte de chocolate que Marcos ganhou?

No exemplo 1, basta identificar que a relação construída precisa ser da quantidade de bolas amarelas (3) em relação ao total (4) nesse caso a fração $\frac{3}{4}$. E no exemplo 2, identificamos o número de partes selecionadas e o número total de partes que o inteiro foi dividido e teremos $\frac{3}{4}$.

Outro significado é o de *Medida*, a fração nesse caso é a relação entre duas variáveis. Inclusive esse significado pode ser bem visualizado na representação da fração na reta numérica e nas associações das frações com os números decimais.

Exemplo 3 – quantidade discreta: Karla tem uma urna com 4 bolinhas, 3 bolinhas são vermelhas e 1 bolinha é azul. Karla disse a Gabriel que se ele retirar da urna 1 bolinha vermelha sem olhar ele ganha o desafio. Que fração representa a chance de Gabriel ganhar o desafio?

Exemplo 4 – quantidade contínua: Daniel preparou um suco de uva com 3 copos medida de água para 1 copo medida de concentrado de uva. Que fração representa a medida de água em relação ao suco de uva?

No exemplo 3, calcular a probabilidade de um evento ocorrer é calcular a razão do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis. Nesse caso o número de casos favoráveis é 3 (quantidade de bolinhas vermelhas) e o número de casos possíveis é 4 (quantidade total de bolinhas). Assim a chance de Gabriel ganhar o desafio é $\frac{3}{4}$. E no exemplo 4, o todo em questão são as 4 medidas que formam no final o suco. E $\frac{3}{4}$ é a fração que representa a medida de água no suco.

Para o significado de *quociente*, que indica uma operação, algo a ser concluído. Nesse caso a fração é vista como uma divisão a ser executada.

Exemplo 5 – quantidade discreta: Messias tem 24 bolinhas de gude para dividir igualmente entre seus 4 amigos. Que fração representa essa divisão?

Exemplo 6 – quantidade contínua: Sandra precisa dividir igualmente 3 chocolates para 4 pessoas. Que fração representa o que cada pessoa recebeu de chocolate?

No exemplo 5, é complicado apresentar uma divisão que não seja exata, por que o objeto discreto exige uma divisão exata e sem restos. Nesse caso então a resposta é 6 bolinhas de gude para cada. Mas admitindo que a resposta $\frac{24}{4}$ também é correta, é interessante que o aluno visualize a divisão, o que oportuniza reconhecer que a fração gerada é um número natural e racional. Porém no exemplo 6, a operação de divisão deve ser cogitada e a resposta $\frac{3}{4}$ ser suficiente, para que o significado como quociente seja compreendido. Ele também deve perceber que o número decimal resultante dessa divisão, para esse caso, não é a melhor resposta.

A fração como *operador multiplicativo* “desempenha o papel de transformação, que atua sobre uma situação e a modifica. Esta idéia está presente, por exemplo, num problema do tipo ‘que número devo multiplicar por 3 para obter 2’.” (VALERA, 2003, p. 142). Logo pensamos em $\frac{2}{3}$. Esse operador funciona como uma máquina, para quantidades contínuas pode reduzir ou ampliar e para quantidades discretas age como multiplicações e divisões.

Exemplo 7 – quantidade discreta: Na sala de aula da turma do 7º ano da Escola Leonhard Euler tem 48 alunos. Desses $\frac{3}{4}$ dos alunos são meninas. Quantas meninas existem nessa turma?

Exemplo 8 – quantidade contínua: Ester possui um terreno no formato quadrado de 120m² de área. Ela deseja construir sua casa e usar apenas $\frac{2}{3}$ da área do terreno. Qual será a área do terreno destinada a construção da casa?

No exemplo 7, a situação inicial era 48 alunos, o operador será (multiplicar por 3 e dividir por 4). Depois da transformação o estado final é 36 meninas. E no exemplo 8 percebemos a transformação no sentido de redução. A situação inicial é 120m² de área, o operador (multiplicar por 2 e dividir por 3) e o estado final nesse caso é 80m².

No conjunto dos Invariantes é interessante que seja trabalhado antes do contato formal com as operações e o conjunto das Representações precisam estar bem definidos para que não ocorra confusões nas representações indicadas.

No campo das operações com frações os PCN são claros ao propor estratégias de ensino para cada operação básica. Na operação de adição/subtração, o documento não incentiva muito o uso do MMC, sugerindo as frações equivalentes como sugestão na realização dessas operações com frações. No caso da multiplicação o documento orienta trabalhar com o modelo de área e de agrupamento para melhor compreensão dos conceitos envolvidos no campo dos números naturais para depois ampliar as ideias para o campo das frações.

Na apresentação de estratégias para a divisão de frações, MA (2009) sugere algumas abordagens, por exemplo, no primeiro contato com a operação de divisão seria interessante mostrar que dividir por um número seria equivalente a multiplicar pelo recíproco ou inverso. Apresentar as operações básicas e a sua relação com as suas inversas facilitaria esse trabalho e evitaria memorização de algoritmos que na maioria das vezes não fazem sentido para o aluno.

4 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo relatamos o processo de construção da Sequência Didática e as dificuldades enfrentadas em cada etapa. Também descrevemos as alterações realizadas no roteiro que acabaram justificando algumas decisões didáticas.

4.1 Construção da Proposta

Essa proposta foi construída dentro do projeto Clubes de Matemática ligado PIBID e ao LAPMAT/UFOPA, conforme já mencionado. Esse projeto é desenvolvido em escolas de ensino básico da rede pública e utiliza uma aula por semana de turmas do 9º ano do ensino fundamental. Essas turmas geralmente apresentam dificuldades de natureza elementar, assim esse projeto desenvolveu diversos roteiros que trabalham conteúdos básicos de matemática com uma abordagem conceitual e diferenciada. Visando refinar e testar a atividade, o roteiro foi aplicado dentro da disciplina de Estágio Supervisionado com turmas de 6º e 7º ano do ensino fundamental, onde percebemos alguns detalhes que precisavam ser melhorados. E visando aperfeiçoar e preencher possíveis lacunas na formação de professores dentro desse tema realizamos um minicurso com o objetivo de contribuir para a formação de professores e futuros professores apresentando propostas de como abordar o tema frações nas séries iniciais e no ensino fundamental.

4.1.1 Clube de Matemática

Estudando sobre o tema frações, e o que os documentos oficiais orientavam a respeito do seu ensino na escola básica, percebemos que a teoria estava bem distante da prática. Dessa forma, optamos por criar um roteiro que atendessem o que os documentos exigem, mas que também acompanhassem o passo da escola e a configuração do currículo já implantada. E com o andamento do roteiro e as experiências compartilhadas o objetivo seria melhorar e refinar a atividade.

Como o primeiro contato dos alunos com esse conteúdo ocorre no segundo ciclo do ensino fundamental, apenas com as frações e depois no terceiro ciclo, com o conjunto dos números racionais. O roteiro foi moldado para abordar o contato inicial com as frações, abrangendo primeiro os conteúdos específicos relacionados a frações, em seguida sofrendo ajustes procedimentais e pedagógicos. Inicialmente, pensamos um roteiro para enfrentar as dificuldades que os alunos tinham com respeito aos algoritmos e representação fracionária.

Dessa forma, a primeira versão da atividade envolveu essas necessidades, porém percebíamos que os alunos continuavam com dificuldades de caráter conceitual, alguns até passavam a compreender melhor o trabalho com as frações, mas não era suficiente.

Assim melhoramos a atividade incorporando elementos de natureza digital, para trabalhar representações pictóricas, e tópicos da História da Matemática para ensinar características conceituais. Com esses ajustes percebemos que aumentou o interesse pela atividade e os significados passaram a fazer mais sentido para os alunos. Porém as dificuldades com as operações básicas eram evidentes, alguns alunos memorizavam os algoritmos, conseguiam realizar as contas, mas não compreendiam por que as frações se comportavam daquela forma. Isso se confirmou na resolução de problemas, que exigiam entender o conceito, as dificuldades surgiam e os mesmos não conseguiam resolver.

Então o próximo desafio foi trabalhar os conceitos dos procedimentos realizados. Utilizamos bastante representações pictóricas para facilitar o entendimento dos alunos. No caso da adição percebemos que os alunos ainda carregavam características associadas aos números naturais, mesmo apresentando o algoritmo eles persistiam em realizar, as operações somando numerador com numerador e denominador com denominador, quando era mencionado a ideia do mínimo múltiplo comum (MMC), eles percebiam que estava incorreto mais não sabiam explicar o erro. Percebemos que eles compreendiam alguns conceitos, mas o MMC não parecia prático, assim decidimos ensinar a soma de frações descartando o ensino do MMC diretamente.



Figura 1 – Roteiro de frações aplicado no Clube de Matemática

Como o conceito de frações estava bem definido, partimos a representação pictórica para a soma de frações com denominadores iguais, ensinamos as regras, como em um jogo. Em seguida exercitamos e apresentamos aos alunos frações com denominadores diferentes, porém múltiplos, a ideia é que eles resolvessem o problema utilizando frações equivalentes.

Nesse ponto encontramos outro problema, os alunos não conseguiam entender de forma significativa as classes de equivalência. Pois a ideia inicial era resolver adições com denominadores diferentes, utilizando a equivalência de frações e não diretamente o MMC, o aluno que depois e quando necessário concluiria a lógica do MMC. Mas a ideia de trabalhar a soma dessa forma permaneceu, o detalhe é que tínhamos primeiro que resolver o problema das frações equivalentes. Assim utilizando situações-exemplos, o disco de frações e objetos de aprendizagem digitais conseguimos contornar esse ponto e a estratégia para a adição de frações se mostrou promissora e de forma análoga aconteceu para a subtração.

4.1.2 Estágio Supervisionado

Foi realizado no ano de 2014 com 11 alunos do 7º ano de uma escola particular da cidade de Santarém, no interior do Pará, uma atividade envolvendo o roteiro de frações desenvolvido no Clube de Matemática. Vale ressaltar que tivemos a importante colaboração da professora Aldalene Santos. Essa atividade estava vinculada ao projeto da disciplina de Estágio Supervisionado I. Foram trabalhadas a noção geométrica do conceito de fração, a equivalência entre frações e as operações básica associadas. A atividade consistiu de três encontros, sendo desenvolvida em três momentos principais: a exploração do conceito de fração na História da Matemática, a brincadeira com o disco de frações e a interação com objetos de aprendizagem digitais. A avaliação consistiu: em dois testes de sondagem, um inicial e outro final, apresentados no formato de cartões para os alunos; na observação durante a manipulação do disco de frações e dos objetos de aprendizagem; além de um relato escrito pelos alunos sobre a atividade. Os resultados foram positivos e indicam que esta abordagem pode auxiliar para uma aprendizagem significativa do tema.

Iniciamos com a aplicação de um teste de sondagem, entregando três pequenos cartões, um de cada vez, com questões aos alunos, onde eles não se identificavam. Os alunos imaginaram que era uma espécie de jogo e não se sentiram avaliados.

Das alternativas abaixo, **marque com X**, se é ou não fração.

Frações	$-\frac{1}{3}$	$4\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{4}$
Sim				
Não				

Figura 2 – Primeiro cartão da sondagem inicial

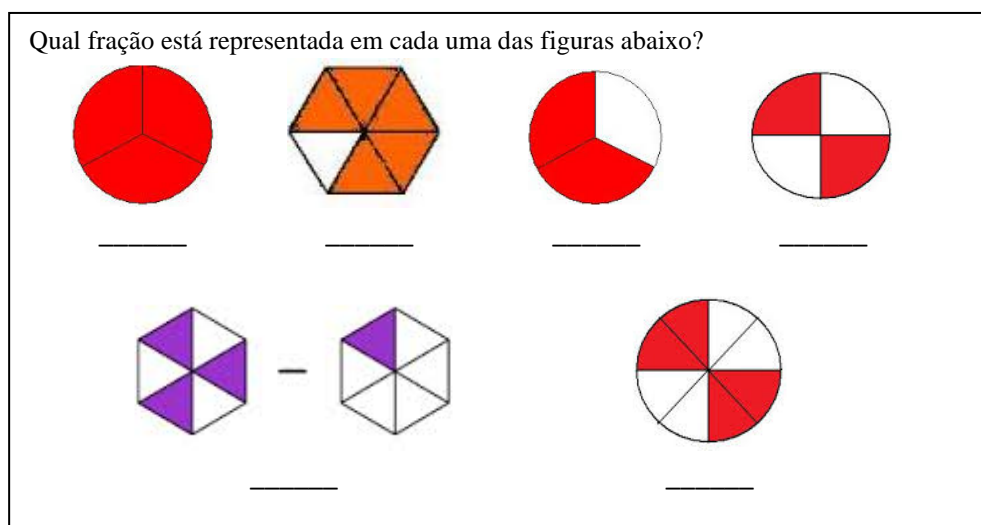


Figura 3 – Segundo cartão da sondagem inicial

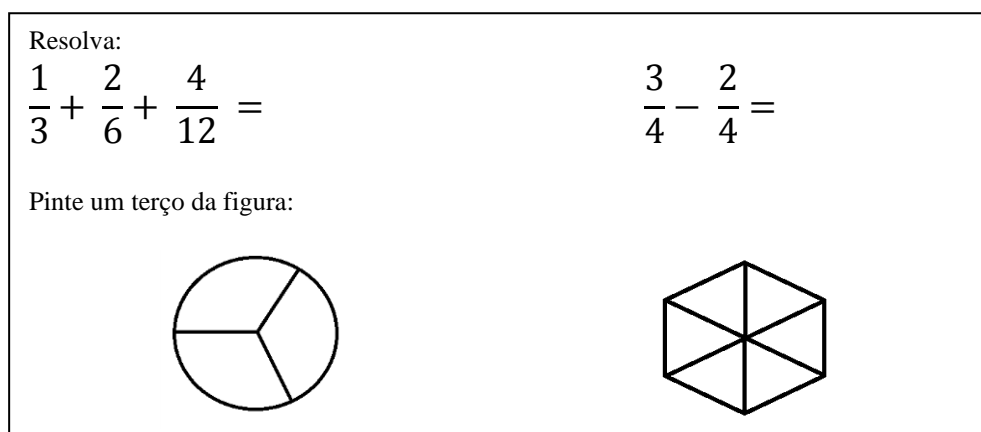


Figura 4 – Terceiro cartão da sondagem inicial

No segundo momento, a turma foi dividida em duas equipes, sendo disponibilizados conjuntos de disco de frações para que ocorresse a manipulação livre. Assim foi possível conhecer as frações envolvidas, concretizando parte do conceito e facilitando o andamento do jogo que seria proposto. Em seguida, apresentamos o jogo e as suas regras. A cada jogada, perguntamos aos alunos: “Qual é a fração formada? Qual fração falta para se completar um inteiro? E para alcançar o adversário? ”.

Dessa forma os alunos realizavam as operações sem necessariamente utilizar diretamente o algoritmo. Ficou bem claro, que essa metodologia facilitou bastante o

entendimento de como ocorrem a soma e a subtração, assim como a relação de equivalência. Proporcionou também a interação em grupo, onde os alunos discutiam e tiravam suas próprias conclusões.



Figura 5 – Realização da atividade no Estágio Supervisionado

Na etapa em que foi disponibilizado o objeto de aprendizagem no computador, cada aluno teve a oportunidade de interagir com o objeto. O conteúdo abordado pelo objeto aumentava o grau de dificuldade de maneira gradativa. Os alunos conseguiram acompanhar de forma satisfatória as modificações, o que possibilitou alcançar um entendimento de frações mais geral. Houve manifestações do tipo: “agora sim eu entendi por que é dessa forma!” ou “é mais fácil pensar assim...”. Eles discutiam estratégias para resolver as situações apresentadas, que exigiam a noção de equivalência e de soma de frações. Houve um momento em que eles operaram sem citar a ideia do disco de frações, ou seja, eles já haviam generalizado a ideia de fração e passaram a trabalhar em um plano mais abstrato. Houve a participação da turma de forma conjunta. Quando alguém cometia algum erro, eles identificavam logo e mostravam várias maneiras de realizar da forma correta. Notamos que eles se divertiram e cooperavam bastante entre si.

Ao fim da atividade, realizamos um encontro no qual apresentamos cartões referentes ao teste de sondagem final e solicitamos que escrevessem um breve relato sobre a atividade.

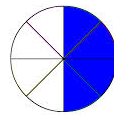
Das alternativas abaixo, **marque com X**, se é ou não fração.

<u>Frações</u>	$2\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{1}$
Sim				
Não				

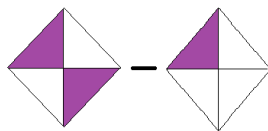
Figura 6 – Primeiro cartão da sondagem final

Qual fração está representada em cada uma das figuras abaixo?









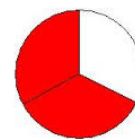
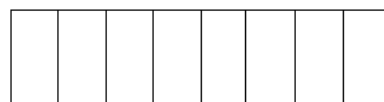
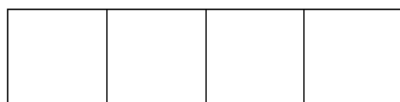


Figura 7 – Segundo cartão da sondagem final

Pinte um quarto da figura:



Resolva:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} =$$

Figura 8 – Terceiro cartão da sondagem final

Com respeito aos relatos os alunos apresentaram uma grande dificuldade na escrita, o que envolvia tanto a capacidade de expressar ideias, quanto problemas relacionados a ortografia.

No teste de sondagem inicial, o cartão 01 mostrou que maior parte da classe conseguia identificar a representação fracionária (quociente). No entanto o cartão 02 revelou que poucos conseguiram fazer interpretações associadas a representação fracionária (figuras). E no cartão 03, praticamente a maioria não realizava as operações de forma correta. Na soma de frações, por exemplo, eles somaram numerador com numerador e denominador com denominador. E também não conseguiam estabelecer e nem entender as relações de equivalência propostas.

No teste de sondagem final, o cartão 02 mostrou que eles conseguiram identificar a fração representada, sem maiores dificuldades. E na avaliação do cartão 03, notou-se que a maioria conseguiu realizar as operações utilizando tanto a ideia do disco de frações, quanto utilizando MMC dos denominadores. E demonstraram boa compreensão da ideia de equivalência.

Consideramos como um resultado satisfatório para um determinado cartão se o aluno acertou mais da metade da mesma. Na tabela 1, apresentamos o percentual da turma com resultado satisfatório em cada cartão.

Tabela 1 – Percentual da turma com resultado satisfatório por cartão nos testes de sondagem inicial e final

	Sondagem Inicial	Sondagem Final
Cartão 01	72 %	91 %
Cartão 02	36 %	91 %
Cartão 03	45 %	72 %

Na tabela 2, fizemos uma seleção dos relatos dos alunos, de modo a refletir os comentários mais frequentes.

Tabela 2 – Relatos dos alunos do 7º ano do ensino fundamental envolvidos na atividade

Aluno	Relato [sic]
Aluno A	Eu aprendi muito mais com brincadeiras e

com esse método eu aprendi muito mais rápido matemática esses métodos é dos melhores.

Aluno B

Eu achei desde a primeira aula de matemática muito legal a gente aprendendo mais tudo através de jogos. Eu queria que a aula de matemática fosse mais com jogos do que caderno e a explicação da professora tá muito boa. Eu amei!!!!

Aluno C

A aula de matemática foi muito legal gostaria que fosse assim sempre me dei super bem.

Aluno D

A professora Lissa Nareli interagiu muito mas ela não soube colocar ordem mas ela fez com que eu aprendesse matemática mais rápido foi bacana a aula dela não podia mecher no celular então

É importante notar dentre os relatos selecionados, as dificuldades na escrita apresentadas por boa parte dos alunos. Estes resultados positivos indicam que a metodologia proposta favorece a motivação dos alunos e a aprendizagem dos temas trabalhados.

Um roteiro similar foi aplicado, no ano de 2016, para turmas de 6º ano do ensino fundamental de uma escola da rede municipal de ensino. No entanto, não foram utilizados todos os recursos disponíveis na sequência, pela falta de recursos por parte da escola. Assim a estrutura conceitual do roteiro foi preservada e a sequência de conceitos também. O desempenho dos alunos nesse conteúdo foi satisfatório, um dos métodos de avaliação utilizados foram a autoavaliação. O aluno teria que lançar sua nota conceito de 1 até 10 e justificar relatando suas opiniões sobre o comportamento e os conceitos que foram aprendidos.

Tabela 3 – Relatos dos alunos do 6º ano do ensino fundamental envolvidos na atividade

Aluno	Relato [sic]
Aluno A	Na minha opinião eu sou uma aluna dedicada mas eu coloquei 9 por que as professoras passam atividade e eu demoro pra aprender, as aulas de Matemática estão me ajudando muito mas tem coisa difícil nessas provas algumas só. Eu acho que a professora gosta de mim, ela é bacana então é isso que eu tenho pra falar das aulas de matemática e da nota
Aluno B	80 essa aula de matemática nos, aprendemos muita coisa bom é por isso essa aula é muito bom para mim eu aprendi a simplificar as frações aprendemo quem é denominador e o numerador
Aluno C	Eu acho que eu mereço 6 porquê eu sou um aluno muito indisciplinar, esse é meu único defeito, mas eu admito que eu sei Estuda e sei presta atenção, mas como já disse a indisciplina é o meu defeiro, Eu tenho me esforço mas o problema são as ruins amizades que eu tenho Por favor não tire ponto de mim
Aluno D	5 Por que eu não presto atenção em vez enquanto na aula eu converso na aula e eu sou uma burra além de não a prestar a tenção eu sou brurra só vivo colando das minhas amigas, e quando chega a prova eu fico quase chorando de burra que eu sou, e levo um 0 ou nota baixa na prova.

Na tabela 3, percebemos pelos relatos, que alguns alunos possuem sérios problemas de escrita e autoestima. Outros acham que “demorar” para entender determinado conteúdo é algo negativo e por isso deve ser punido pela nota baixa. Por esses relatos percebemos que o professor tem condições de avaliar os alunos de forma diferenciada. Claro que os alunos não estão familiarizados com esse tipo de atividade, mas vale a pena realizar. Temos a oportunidade de entender o ser humano que está ao seu redor e contribuir para a formação cidadã dele. O relato interessante foi do Aluno C que comentou que seu comportamento questionável estava relacionado com as suas amizades. Nessas turmas foram trabalhadas atividades no quadro branco e atividades em grupo, onde conseguimos avaliar a aprendizagem do aluno. Também foi aplicado a prova escrita junto com autoavaliação, por ser norma da escola. Mas a nota da prova não refletiu diretamente na nota final dos alunos.

4.1.3 Minicurso para professores

Dia 30 e 31 de agosto de 2016 apresentamos na V Jornada da UFOPA o minicurso ‘Aprendendo a ensinar frações’. Vale ressaltar que tivemos a importante colaboração de Arley Antes. O público alvo foram professores de pedagogia e matemática. Inicialmente realizamos algumas discussões teóricas sobre o ensino de frações. Em seguida adotamos a linha do roteiro elaborado no Clube de Matemática e realizamos alguns ajustes, devido a algumas dificuldades apresentadas pelos alunos no Clube.

Por exemplo, ao trabalhar a multiplicação, partimos da ideia de multiplicação para naturais utilizando o modelo de área e a ideia de grupo. E carregamos para as frações as mesmas noções utilizando a representação pictórica. Mas percebemos dificuldades nas visualizações dos dois modelos para as frações. Foi nesse ponto que percebemos, que os significados do conceito de fração abordados, foram apenas o de parte-todo, quociente e número, o que limitou o entendimento dos alunos nessa etapa. Assim foi revisado esse ponto e inserido na atividade os significados medida e quociente de forma mais ampla, apresentando situações com objetos contínuos e discretos. Tivemos o cuidado de induzir o aluno a perceber que multiplicar por um número é a mesma coisa de dividir pelo inverso, isso já no campo das frações. Posteriormente esse fato facilitou o entendimento da divisão de frações.

Na divisão de frações inicialmente optamos por abordar o modelo de agrupamento para os naturais. Depois utilizamos o mesmo modelo para situações envolvendo divisão de frações, mas com estratégias de resolução de problemas sem fazer a conta. Em seguida

apresentamos as regras associadas a divisão de frações e uma justificativa do algoritmo e concluímos o roteiro com a representação da divisão no disco de frações.

No final do minicurso pedimos aos participantes que escrevessem um pequeno relato, avaliando o minicurso e sugerindo melhoras. A avaliação foi positiva.

Tabela 4 – Relatos dos participantes do minicurso

Participante	Relato [sic]
Participante A	O minicurso foi muito produtivo, pois aprender a somar frações de forma diferente e o que é melhor, não usarei mais o MMC, e aprender também o real motivo de porque quando dividimos frações, nós multiplicamos a primeira fração pelo inverso da segunda fração, só preciso me dedicar mais para aprender o conceito de repartir e agrupar.
Participante B	O interessante durante a aula em que participei foi a indicação de livros que julgo que serão de grande ajuda, além da inclusão dos alunos através de perguntas, e também o envio e repasse, do conteúdo trabalhado com os mesmos.
Participante C	Apesar de não ter acompanhado achei muito interessante as resoluções das frações mostrando de forma geométrica, dando uma noção consistente das frações, na soma na multiplicação e etc. Também achei muito bom o curso direcionado ao pedagogo além curso de frações realmente se objetivou a esse requisito, do ensino elementar, as conversas sobre as reais necessidades do ensino de frações no ensino elementar,

demonstrando equívocos e excessos cometidos nas séries desses ensino. Foram demonstrados de formas simples e de fácil entendimento técnicas e conceitos de frações realmente úteis para o ensino elementar, foi proveitoso para expandir essa técnicas nos ensinos.

Participante D

O minicurso foi bem legal, nos mostrou que a matemática pode ser prazerosa e divertida e não precisa ser mecânica e chata. Os ministrantes souberam repassar os conteúdos de forma leve e tentaram repassar o máximo de explicação dentro de um tempo limitado. Faltou ter uma estrutura mais adequada para a realização de alguns jogos. Sugiro que este minicurso seja ofertado em outras ocasiões, que ele possa ajudar outras pessoas a exergar a matemática com outros olhos. Obrigada pelo trabalho.

4.2 A Proposta

- **Objetivos**

1. Utilizar a elementos da História da Matemática para ensinar conceitos relacionados as frações, levando os participantes a perceberem a necessidade do surgimento das frações;
2. Explorar os conceitos básicos de frações, como a noção de equivalência e comparação de números fracionários, usando material concreto;
3. Apresentar os algoritmos das operações básicas com justificação conceitual.

- **Atividades**

Esta atividade será conduzida com base na sequência de slides do arquivo do tipo Power Point denominado “FRAÇÕES”.

SLIDE 1 – Espera. Separar a turma em trios. Distribuir aos participantes um barbante com uma unidade de medida (STARK) expressa. Pedir que eles meçam a altura do colega, comprimento de uma das dimensões da mesa, entre outros e depois registrem as medidas e comparem com as medidas dos colegas. É interessante pedir que os alunos tentem registrar de forma simbólica essas medidas. Provavelmente os participantes enfrentarão problemas associados a exatidão, assim deve-se comentar que no passado as pessoas passaram também por esse problema e a saída para esse problema resultou no desenvolvimento de um novo “numero”, os Números Racionais.



SLIDE 2 – Discutir com os participantes que houve um período da História em que o ser humano não conhecia as “frações”, mas que em dado momento surgiu a necessidade de se medir colheitas, tecidos e distâncias com exatidão.

SLIDE 3 – Comentar que no caso das distâncias, no Egito Antigo os egípcios faziam o uso de cordas e determinavam uma medida padrão. Assim, conforme a necessidade, eles fracionavam a unidade de medida (corda) dando origem aos números fracionários. É interessante comentar a ilustração egípcia sobre os Esticadores de corda sob supervisão do escriba Djerserkereseneb (pessoa ao centro), mensurando uma área para plantio, da Tumba do escriba (1.400 – 1.390 a.C.).

SLIDE 4 – Deve ser exposto como se passou a representar as frações ao longo do tempo, apresentando a representação Egípcia. A imagem é uma Régua-côvado egípcia, onde na versão ampliada o detalhe da régua em azul é a medida de um palmo, o em vermelho é a medida de um dedo e o em verde são os hieróglifos das frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$ e as medidas que os representam.

SLIDE 5 – Apresentar os exemplos da representação das frações na forma egípcia e na nossa escrita, para que os alunos entendam o processo de construção do conceito naqueles dias.

O que são frações?	O que são frações?	O que são frações?
$\frac{1}{2}$ → Numerador (informa o número de partes selecionadas) $\frac{1}{2}$ → Denominador (informa em quantas partes iguais o inteiro está dividido)	$\frac{2}{3}$ → Numerador (informa o número de partes selecionadas) $\frac{2}{3}$ → Denominador (informa em quantas partes iguais o inteiro está dividido)	$\frac{7}{5}$ → Numerador (informa o número de partes selecionadas) $\frac{7}{5}$ → Denominador (informa em quantas partes iguais o inteiro está dividido)

SLIDES 6 até 8 – Apresentar uma definição de fração exibindo o numerador e denominador e suas funções e como é nomeado esses números. Em seguida comentar a relação das frações com o conjunto dos números naturais. Usar o objeto de aprendizagem digital “*Intro a Frações*”¹ a aba “Intro”, para ilustrar essas ideias.

Vamos pensar...	Vamos pensar...
<p>Nayara ganhou uma barra chocolate e decidiu dividir com Paulo. Ela partiu a barra em 3 partes iguais e deu 2 partes para Paulo. Que fração representa a parte de chocolate que Paulo ganhou?</p>	<p>Na praia de Alter do Chão existe uma loja que vende bolas de futebol para crianças. Nessa loja tem 1 bola verde e 2 amarelas. Que fração representa a quantidade de bolas amarelas em relação ao total de bolas?</p>

SLIDES 9 de 10 - Por meio de exemplos propostos o conceito de fração partindo do significado de parte todo para objetos contínuos e discretos.

Exemplo 1: Nayara ganhou uma barra chocolate e decidiu dividir com Paulo. Ela partiu a barra em 3 partes iguais e deu 2 partes para Paulo. Que fração representa a parte de chocolate que Paulo ganhou?

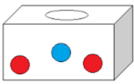

Comentário: Com ou sem objeto disco de frações, o aluno tem que perceber que a fração que representa a situação é $\frac{2}{3}$.

Exemplo 2: Na praia de Alter do Chão existe uma loja que vende bolas de futebol para crianças. Nessa loja tem 1 bola verde e 2 amarelas. Que fração representa a quantidade de bolas amarelas em relação ao total de bolas?

Comentário: O aluno nesse caso precisa entender que a relação construída precisa ser da

¹ disponível em: (https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/legacy/fractions-intro)

quantidade de bolas amarelas (2) em relação ao total (3) nesse caso a fração $\frac{2}{3}$.

<p style="text-align: center;">Vamos pensar...</p> <p>Brenda tem uma urna com 3 bolinhas, 2 bolinhas são vermelhas e 1 bolinha é azul. Brenda disse a Nira que se ela retirar da urna 1 bolinha vermelha sem olhar ela ganha o desafio. Que fração representa a chance de Nira ganhar o desafio?</p> <div style="text-align: center;">  → $\frac{2}{3}$ </div>	<p style="text-align: center;">Vamos pensar...</p> <p>Sara preparou um suco de uva com 2 copos medida de água para 1 copo medida de concentrado de uva. Que fração representa a medida de água em relação ao suco de uva?</p> <div style="text-align: center;">  → $\frac{2}{3}$ </div>
--	--

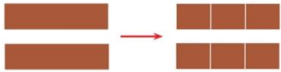

SLIDES 11 e 12 - Por meio de exemplos propostos o conceito de fração partindo do significado de medida para objetos contínuos e discretos.

Exemplo 3: Brenda tem uma urna com 3 bolinhas, 2 bolinhas são vermelhas e 1 bolinha é azul. Brenda disse a Nira que se ela retirar da urna 1 bolinha vermelha sem olhar ela ganha o desafio. Que fração representa a chance de Nira ganhar o desafio?

Comentário: Calcular a probabilidade de um evento ocorrer é calcular a razão do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis. Nesse caso o número de casos favoráveis é 2 (quantidade de bolinhas vermelhas) e o número de casos possíveis é 3 (quantidade total de bolinhas). Assim a chance de Nira ganhar o desafio é $\frac{2}{3}$.

Exemplo 4: Sara preparou um suco de uva com 2 copos medida de água para 1 copo medida de concentrado de uva. Que fração representa a medida de água em relação ao suco de uva?

Comentário: O aluno nesse exemplo precisa entender que o todo em questão são as 3 medidas que formam no final o suco. E $\frac{2}{3}$ é a fração que representa a medida de água no suco.

<p style="text-align: center;">Vamos pensar...</p> <p>Lissandra precisa dividir igualmente 2 chocolates para 3 pessoas. Que fração representa o que cada pessoa recebeu de chocolate?</p> <div style="text-align: center;">  → $\frac{2}{3}$ </div>	<p style="text-align: center;">Vamos pensar...</p> <p>Luan tem 24 bolinhas de gude para dividir igualmente entre seus 4 amigos. Que fração representa essa divisão?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"> $24 \div 4 = 6$ ou $\frac{24}{4} = 6$ </p>
---	---









SLIDES 13 e 14 – Por meio de exemplos propostos o conceito de fração partindo do significado de quociente para objetos contínuos e discretos.

Exemplo 5: Lissandra precisa dividir igualmente 2 chocolates para 3 pessoas. Que fração representa o que cada pessoa recebeu de chocolate?

Comentário: Nesse exemplo a operação de divisão deve ser cogitada pelo aluno e a resposta $\frac{2}{3}$ ser suficiente, para que o significado como quociente seja compreendido. Ele também deve perceber que o número decimal resultante dessa divisão, para esse caso, não é a melhor resposta.

Exemplo 6: Luan tem 24 bolinhas de gude para dividir igualmente entre seus 4 amigos. Que fração representa essa divisão?

Comentário: Nesse caso fica complicado apresentar uma divisão que não seja exata, por que o objeto discreto exige uma divisão exata e sem restos. Nesse caso então a resposta é 6 bolinhas de gude para cada. Mas admitindo que a resposta $\frac{24}{4}$ também é correta, mas é interessante que o aluno visualize a divisão, o que oportuniza o aluno reconhecer que a fração gerada é um número natural e racional.

<p>• Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 2 pedaços. Mônica comeu 1 pedaço. Que fração representa a parte de pizza que Mônica comeu? Represente o resultado no disco de frações.</p>  <p>— $\frac{1}{2}$</p> <p>• Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 4 pedaços. Magali comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Magali comeu? Represente o resultado no disco de frações.</p>  <p>— $\frac{2}{4}$</p>	<p>• Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 3 pedaços. Eduardo comeu 1 pedaço. Que fração representa a parte de pizza que Eduardo comeu? Represente o resultado no disco de frações.</p>  <p>— $\frac{1}{3}$</p> <p>• Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 6 pedaços. Arley comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Arley comeu? Represente o resultado no disco de frações.</p>  <p>— $\frac{2}{6}$</p>	<p>• Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 2 pedaços. Mônica comeu 1 pedaço. Que fração representa a parte de pizza que Mônica comeu? Represente o resultado no disco de frações.</p>  <p>— $\frac{1}{2}$</p> <p>• Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 4 pedaços. Magali comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Magali comeu? Represente o resultado no disco de frações.</p>  <p>— $\frac{2}{4}$</p>	<p>• Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 8 pedaços. Juliane comeu 4 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Juliane comeu? Represente o resultado no disco de frações.</p>  <p>— $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$</p> <p>• Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 16 pedaços. Tamilson comeu 8 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Tamilson comeu? Represente o resultado no disco de frações.</p>  <p>— $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$</p>
--	--	--	---

SLIDES 15 até 18 – Relações de equivalência. Nessa etapa deve entregar para cada trio um jogo de disco de frações. Depois da manipulação livre segue:

Exemplo 7: Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 2 pedaços. Mônica comeu 1 pedaço. Que fração representa a parte de pizza que Mônica comeu? Represente o resultado no disco de frações.

Exemplo 8: Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 4 pedaços. Magali comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Magali comeu? Represente o resultado no disco de frações.

Comentários: No exemplo 7 a fração que representa o que Mônica comeu é $\frac{1}{2}$. E no exemplo 8 a fração que representa o que Magali comeu é $\frac{2}{4}$. Ao representar na disco de frações deve-se perguntar aos alunos quem comeu mais pizza Monica ou Magali? É interessante comentar que as pizzas envolvidas nas situações são iguais. Eles precisam perceber a relação entre os dois

problemas e notar que $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ representam o mesmo número, em outras palavras são iguais.

Exemplo 9: Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 3 pedaços. Eduardo comeu 1 pedaço. Que fração representa a parte de pizza que Eduardo comeu? Represente o resultado no disco de frações.

Exemplo 10: Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 6 pedaços. Arley comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Arley comeu? Represente o resultado no disco de frações.

Comentário: No exemplo 9 a fração que representa o que Eduardo comeu é $\frac{1}{3}$. E no exemplo 10 a fração que representa o que Arley comeu é $\frac{2}{6}$. Ao representar na disco de frações deve-se perguntar aos alunos quem comeu mais pizza Eduardo ou Arley? É interessante comentar que as pizzas envolvidas nas situações são iguais. Os alunos novamente devem perceber que $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$ representam o mesmo número.

Retoma-se ao exemplo 7 e 8.

Exemplo 11: Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 8 pedaços. Juliane comeu 4 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Juliane comeu? Represente o resultado no disco de frações.


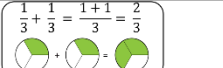
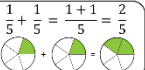
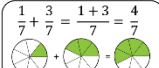


Exemplo 12: Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 16 pedaços. Tamilson comeu 8 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Tamilson comeu?

Comentário: Nessa etapa o aluno deve perceber que o resultado do exemplo 11 é $\frac{4}{8}$ e que no exemplo 12 é $\frac{8}{16}$ e que na realidade esses dois números representam a mesma fração $\frac{1}{2}$. O ideal é que nesse momento os alunos consigam generalizar a ideia de equivalência. Se necessário fazer mais exemplos para esclarecer a ideia.

O que aconteceu?
$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$
$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{9}{18} = \frac{27}{54}$
$\frac{3}{5} = \frac{12}{20} = \frac{48}{80} = \frac{192}{320}$
$\frac{5}{2} = \frac{25}{10} = \frac{125}{50} = \frac{625}{250}$

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
$\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
$\frac{27}{45} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$
$\frac{100}{80} = \frac{50}{40} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$

SLIDES 19 e 20 – Introduzir conceitos básicos associados as classes de equivalência, por meio da observação do padrão. Caso os alunos apresentem dificuldades de entender as equivalências, é interessante o uso de analogias lúdicas, por exemplo, como as classes representam o mesmo número é como se as frações equivalentes fossem “clones disfarçados”, sendo que algumas frações apresentam um disfarce mais fácil de perceber outras não. Para adquirir o disfarce multiplicamos por um número natural e para retirar o disfarce dividimos por um número natural que foi usado para se disfarçar. Lembrando que temos diferentes formas de retirar o disfarce, vai da criatividade do aluno. (Esse exemplo foi apresentado pelos próprios alunos). Também orienta-se usar objetos de aprendizagem digital “*Intro a Frações*” a aba “*Sala de Ensaios*” para apresentar algumas classes de equivalências associadas aos números racionais e os discos de frações. E caso necessário apresente mais exercícios para gerar frações equivalentes e simplificar frações.

<p>Como fazemos soma de frações?</p> $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1}{4} = \frac{2}{4}$ 	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1+1}{3} = \frac{2}{3}$  $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{1+1}{5} = \frac{2}{5}$  $\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1+3}{7} = \frac{4}{7}$ 	<p>Adição</p> $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$ $\frac{3}{8} + \frac{6}{8} = \frac{9}{8}$	
$\frac{2}{100} + \frac{1}{100} = \frac{3}{100}$ $\frac{20}{301} + \frac{52}{301} = \frac{72}{301}$ $\frac{558}{8} + \frac{3}{8} = \frac{561}{8}$ $\frac{2017}{12} + \frac{2000}{12} = \frac{4017}{12}$	<p>Como fazemos soma de frações?</p> $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$ 	<p>Adição</p> $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$ $\frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$ $\frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$	<p>Como fazemos essa?</p> $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ 
<p>Adição</p> $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{11}{10}$ $\frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$ $\frac{2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{10}{20}$ $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$	<p>Adição</p> $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{18}{24} + \frac{20}{24} = \frac{38}{24}$ $\frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}$ $\frac{4 \times 5}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$	<p>Subtração</p> $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$ $\frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$ $\frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$	<p>Vamos exercitar!</p> $\frac{32}{6} - \frac{5}{6} = \frac{27}{6}$ $\frac{81}{5} - \frac{11}{5} = \frac{70}{5}$ $\frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{11}{20}$

SLIDES 21 até 31 – Apresentação das operações básicas (Adição e Subtração). Tem que se certificar que os alunos conhecem a operação de adição e subtração. Nesse ponto a representação pictórica se faz presente, pois contribui para visualizar a necessidade de um múltiplo comum para operar frações com denominadores diferentes.

A) Apresentamos a regra para somar frações, ou seja, quando os denominadores forem iguais somamos os numeradores. Essa etapa será reforçada com alguns exercícios do

tipo: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$; $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$; $\frac{1}{7} + \frac{3}{7}$; $\frac{2}{100} + \frac{1}{100}$; $\frac{20}{301} + \frac{52}{301}$; $\frac{558}{8} + \frac{3}{8}$; $\frac{2017}{12} + \frac{2000}{12}$.

B) Em seguida teremos a soma $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, deve-se mostrar que como regra para somar frações exige que os denominadores sejam iguais. Vale perguntar aos alunos que estratégias podemos usar para resolver esse caso? Através da representação pictórica o aluno deve ser orientado a substituir por frações equivalentes para resolver o problema. Caso seja necessário, apresentar outros exemplos de soma de frações com denominadores múltiplos.

C) Apresentamos exemplos com frações que tenham denominadores diferentes que não sejam múltiplos, por exemplo $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$, nesse caso podemos perguntar aos alunos como poderíamos fazer para somar essas frações? O aluno deve ser orientado a encontrar um denominar comum e gerar frações equivalentes com o mesmo denominador, que facilitem a soma. Como no exemplo:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{3 \times 3} = \frac{3}{12}$$

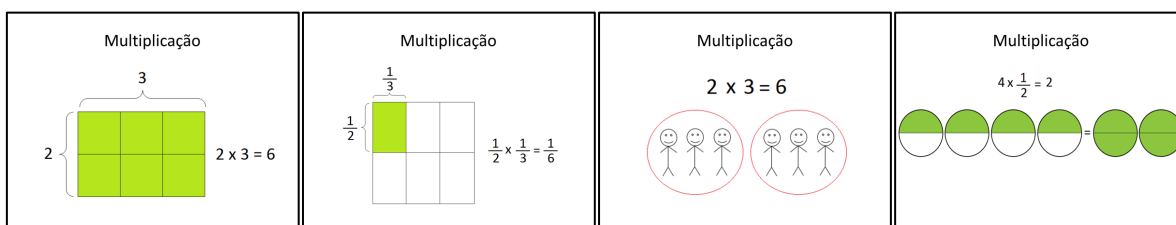
D) De forma análoga será apresentado para a subtração. Caso seja necessário seria interessante apresentar aos alunos uma série de exercícios para fixar o algoritmo.

E) Trabalhar as operações básicas de adição e subtração usando os discos de frações, por meio do Jogo “Formando Frações”

Regras do Jogo:

- 1) O jogo é para duas pessoas;
- 2) Para iniciar a partida é utilizado o dado 1 com faces (2/5; 1/5; 1/7; 3/7; 2/7; 4/7). Quem obtiver a maior fração inicia o jogo;
- 3) É fornecida uma sequência de pilhas de frações, por exemplo, uma pilha com (1/2), outra com (1/4) e outra com (1/8). De forma alternada, cada um em sua jogada, usa o dado 2 com faces (0, 1, 1, 1, 2, 2) que controla a quantidade de discos disponibilizados em cada jogada;
- 4) Os discos envolvidos são liberados da menor para a maior fração;
- 5) O jogador que retirar o número zero (0) volta para o início da sequência e perde a vez;
- 6) Vence o jogo quem preencher primeiro dois discos inteiros.

- 7) Perguntas a serem consideradas: Qual é a fração formada? Qual é a fração de vantagem em relação ao seu adversário? Qual fração é necessária para alcançar o adversário? Qual fração falta para se completar um inteiro? Qual fração falta para se completar dois inteiros?

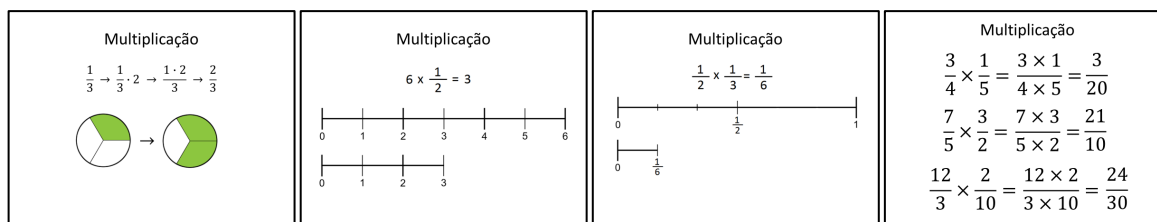


SLIDE 32 – Multiplicação de números naturais – modelo de área: Nesse caso orienta-se fazer uma revisão da operação de multiplicação, esse modelo de área nos permite visualizar o produto na malha. O exemplo mostra a multiplicação de $2 \times 3 = 6$, ou seja, na malha teremos um retângulo de lados 2 por 3 unidades de comprimento. O produto mostra 6 quadrados de unidade de área.

SLIDE 33 – Multiplicação de frações – modelo de área: Nesse caso apresentamos a mesma ideia anterior, mas com as frações. A ideia de multiplicação não muda é sempre a mesma, o muda é a natureza dos números envolvidos.

SLIDE 34 – Multiplicação de números naturais com a ideia de grupo: Nesse caso apenas comentar que se tivermos 2×3 , isso quer dizer que podemos pensar em 2 grupos com 3 itens em cada, isso resulta em 6 itens.

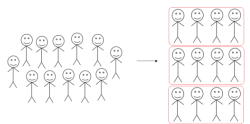
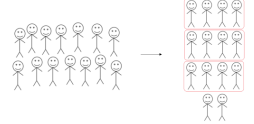
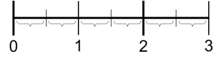
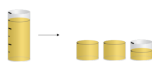
SLIDE 35 – Multiplicação: número natural/fração com a ideia de grupo: Nesse caso deve-se passar a mesma ideia do anterior, com o auxílio pictórico. Também deve entender que multiplicar por um número da forma $\frac{1}{n}$ é a mesma coisa que dividir por n .



SLIDES 36 e 37 – Multiplicação: fração/número natural.

SLIDE 38 – Multiplicação: fração/fração com a ideia de grupo.

SLIDE 39 – Exercitar o algoritmo da multiplicação. Caso seja necessário, apresentar mais exercícios.

<p style="text-align: center;">Divisão</p> <p>• Tenho 12 crianças, e desejo ajuntá-las em times de 4. Quantos times formarei?</p> 	<p style="text-align: center;">Divisão</p> <p>• Tenho 14 crianças e desejo formar times de 4. Quantos times formarei?</p> 	<p style="text-align: center;">Divisão</p> <p>• Uma equipe precisa construir 3 km de estradas. Se a equipe constrói $\frac{1}{2}$ km por dia, quantos dias vai demorar essa obra?</p> 	<p style="text-align: center;">Divisão</p> <p>• Se temos $\frac{5}{6}$ l de açaí e queremos encher tigelas com $\frac{1}{3}$ l, quantos tigelas vamos conseguir encher?</p> 
--	--	--	--

SLIDES 40 até 43 – Trabalhar a operação de divisão apresentando o modelo de agrupamento:

A) Exemplificando com números naturais e divisíveis.

Exemplo 12: Tenho 12 crianças, e desejo ajuntá-las em times de 4. Quantos times formarei? Enfatizar a estratégia comum de resolução do problema, sem fazer a conta. A divisão significa reagrupar o dividendo, nesse caso 12, em grupos de um tamanho específico, nesse caso 4. Assim o total de times será 3.

B) Exemplificando com números naturais, mas não divisíveis.

Exemplo 13: Tenho 14 crianças, e desejo formar times de 4. Quantos times formarei? Nesse caso, a resposta será 3 times e metade de um time, pois as duas crianças restantes são metade do grupo padrão desse exemplo. Reforçar essa interpretação do resto da divisão.

C) Exemplificar novamente, agora com as frações.

Exemplo 14: Uma equipe precisa construir 3 km de estradas. Se a equipe constrói $\frac{1}{2}$ km por dia, quantos dias vai demorar essa obra? Verificar quantos “dias”, ou seja, quantos pedaços de $\frac{1}{2}$ km, cabem dentro dos 3 km. Nesse caso 6 dias,

Exemplo 15: Se temos $\frac{5}{6}$ l de açaí, e queremos encher tigelas com $\frac{1}{3}$ l, quantos tigelas vamos conseguir encher? Vamos encher duas tigelas, e mais uma pela metade. Representar esse exemplo com discos de frações.

<p style="text-align: center;">Vamos exercitar!</p> $\frac{1}{8} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{8}$ $\frac{1}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{15}$ $\frac{3}{7} \div \frac{1}{5} = \frac{3}{7} \times \frac{5}{1} = \frac{15}{7}$	<p style="text-align: center;">Como fazemos a divisão de frações...</p> $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$	<p style="text-align: center;">Divisão no disco</p> $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$ $\frac{1}{3} \div \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{12}{1} = \frac{12}{3} = 4$ $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{1} = \frac{8}{2} = 4$	<p style="text-align: center;">Divisão</p> $\frac{2}{3} \div \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{1} = \frac{10}{3}$ $\frac{5}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{15}{4}$ $\frac{11}{7} \div \frac{2}{5} = \frac{11}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{55}{14}$
---	--	---	--

SLIDE 44 – Apresentação da regra da divisão para frações.

SLIDE 45 – Justificativa para o algoritmo da divisão de fração e seria interessante apresentar outros exemplos caso necessário.

SLIDE 46 – Representar outras divisões com o disco de fração e ensinar o algoritmo da divisão. Justificar com a ideia de equivalência de frações, invariante construído no início do roteiro.

SLIDE 47 – Exercitar o algoritmo da divisão. A etapa de trabalhar o significado de fração como operador multiplicativo fica optativo. Pois são conceitos que serão trabalhados séries a frente, mas a ideia é que seja trabalhado no final desse roteiro.

- **Recursos**

1. Datashow;
2. Notebook;
3. Arquivo da atividade em Power Point;
4. Aplicativo ‘Introdução a Frações’;
5. Disco de Frações (jogo);
6. Cordas (fio de barbante com a unidade de medida STARK associada).

- **Avaliação**

Avaliação qualitativa: deve acontecer no decorrer da atividade, em cada etapa o aplicador deve acompanhar o andamento dos trios, sua interação nas atividades propostas, principalmente nos exercícios e no uso dos objetos de aprendizagem. Nessa avaliação é ideal o professor elaborar um “diário de bordo” identificando os trios e realizando anotações que destaquem o desenvolvimento dos envolvidos na atividade, bem como suas dificuldades. Isso facilita acompanhar os alunos e seu desenvolvimento em grupo e também realizar uma avaliação da proposta de atividade e da prática do professor.

Avaliação quantitativa: podem ser aplicadas atividades avaliativas como exercícios teóricos e práticos, porém precisam ser compatíveis com o que foi apresentado e elaborados conforme o nível médio dos alunos (esses precisam ser pensados para a cada turma). O objetivo é

verificar se o considerado básico foi aprendido. Essas atividades podem ser aplicadas em diferentes momentos do roteiro e não apenas no final (a natureza dos exercícios e os momentos para aplicação ficam a critério do professor, acreditamos que esses devem ser adaptados as necessidades de cada turma e ao perfil de cada professor).

Auto avaliação: é interessante que o aluno se avalie, seja indicando um conceito ou até mesmo nota de 1 a 10 (é interessante não colocar “0” nesse intervalo, pois acreditamos que o aluno está envolvido de alguma forma na atividade, pode não ter aproveitado da melhor forma, mas algo foi acrescentado). Seria interessante ao final da atividade ou ao final de cada encontro reservar 5 minutos para que os alunos produzam um pequeno relato escrito procurando responder: O que eles mais acharam de interessante na aula esse dia?; Que conceitos eles aprenderam e conseguem explicar com suas próprias palavras?; Que conceitos eles apresentaram mais dificuldades ou não conseguiram entender?; O que eles acham que pode melhorar na atividade e na aula? O objetivo é despertar nos alunos determinadas atitudes, conforme indicado nos PCN, e identificar os que eles estão aprendendo e quais são as suas dificuldades.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebemos que a sequência didática atingiu os objetivos envolvidos. Os conteúdos são trabalhados de forma prática e algumas etapas da sequência permitem que o aluno avance no seu ritmo de aprendizagem. Alguns pontos da sequência precisam ser melhorados e adaptados como, por exemplo, as listas de exercícios que são indicadas no decorrer da sequência, acreditamos que elas precisam ser elaboradas e devem acompanhar a sequência conforme a atividade.

Ensinar frações parece ser um dos maiores desafios dos professores. Precisamos criar uma cultura que se preocupe com os conteúdos a nível conceitual, e que se preocupe com a real aprendizagem do aluno. O planejamento de atividades torna-se cada vez mais complicado, devido ao tempo e esforço que é envolvido, e o professor geralmente não possui condições favoráveis para isso. Dessa forma, a proposta apresentada, facilita o trabalho não apenas do professor de matemática, mas também do professor de pedagogia.

A longo prazo planejamos montar sequências com a mesma estrutura para conteúdos de Aritmética e Geometria. E também criar atividades envolvendo o disco de frações para ambientes digitais, visando alunos cegos e surdos.

REFERÊNCIAS

CASTRO FILHO, J. A. *Objetos de aprendizagem e sua utilização no ensino de matemática*. Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte: SBEM. 2007.

DAVID, M.M.S.; FONSECA, M.C.F.R. *Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária*. Belo Horizonte, Presença Pedagógica, v.3, n.14, mar/abr. 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Ensino de primeira à quarta série*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Ensino de quinta a oitava séries*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.

GRILLO, Marlene Correro; FREITAS, Ana Lúcia Souza de. *Por que falar ainda em avaliação?*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2010.

LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições*. 22^a.ed. São Paulo: Cortez, 2011.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Educação, Avaliação Qualitativa e Inovação – II**. Disponível em:<<http://inep.gov.br/documents/186968/485287/Educa%C3%A7%C3%A3o%2C+Avalia%C3%A7%C3%A3o+Qualitativa+e+Inova%C3%A7%C3%A3o+II/da1dace7-5267-48d9-bcde-511fe38a3d53?version=1.0>>. Acesso em: 01 set. 2017.

MA, Liping. *Saber e Ensinar Matemática Elementar*. Lisboa. Gradiva, 2009.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. *Bolema*, Rio Claro, 31, 2008. 23-40.

MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. *A História como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MERLINI, V. L. *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental*. 207 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

MOREIRA, Marco Antonio. *A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa nesta área*. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2017.

NUNES, Terezinha. et al. *Na vida dez, na escola zero*. 16ªed. São Paulo: Cortez, 2011.

PORTELA, L. N. et al. *O uso de ferramentas diversificadas no Ensino de Frações*. Anais do VII Congresso Iberoamericano de Educação Matemática. Montevideu: SEMUR. 2013. Disponível em: <<http://www.cibem.org/7/actas/pdfs/1137.pdf>>. Acesso em: 07 fev. 2014.

RODRIGUES, Aroldo Eduardo Athias; CARVALHO, Hamilton Cunha de; DINIZ, Hugo Alex Carneiro. Clubes de Matemática como Espaço para Formação Docente. *Educação Matemática em Revista – SBEM*, São Paulo, 49, 2016. 90-97.

VALERA, Alcir Rojas. *Uso social e escolar dos números racionais: representação fracionária e decimal*. 2003. 164 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Filosofia e Ciências, 2003. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/90210>>. Acesso em: 06 abr. 2017.

ZABALA, Antoni. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 2007.

GLOSSÁRIO

Aprendizagem significativa: é o conceito central da teoria da aprendizagem de David Ausubel. E se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não-literal e não-arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva.

Conhecimentos prévios: conhecimentos ou informações que o aluno já possui sobre o conteúdo que se propõe aprender. Isso envolve tanto as informações sobre o próprio conteúdo, como conhecimentos que estão direta ou indiretamente relacionados com ele.

Níveis de desenvolvimento: conceito da teoria de Jean Piaget, na qual no ato de amadurecimento da gênese do conhecimento a criança passa por estágios de desenvolvimento psicológico e a aprendizagem acaba por depender do estágio de desenvolvimento atingido pelo sujeito.

Zonas de desenvolvimento proximal iminente: é um conceito elaborado por Lev Vigotsky, e define a distância entre o nível de desenvolvimento atual, determinado pela capacidade de resolver um problema sem ajuda, e a gama de possibilidades, determinado através de resolução de um problema sob a orientação de um adulto ou em colaboração com outro companheiro. Na realidade refere-se aos processos mentais que estão em construção na criança, ou que ainda não amadureceram, mas potencialmente atingíveis.

APÊNDICE A – Apresentação em slides

Aprendendo Frações

SLIDE 1

Houve um tempo em que o homem não conhecia as frações...



SLIDE 2

Uma necessidade...

- A utilização de cordas como objeto para realizar as marcações.



SLIDE 3

Como representar?

- Os Egípcios tinham a sua forma de representar essas partes (FRAÇÕES):



SLIDE 4

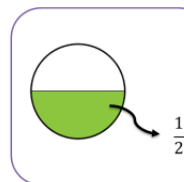
Representações...

Forma egípcia		Nossa escrita
	→	$\frac{1}{3}$
	→	$\frac{1}{12}$
	→	$\frac{1}{21}$

SLIDE 5

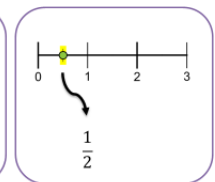
O que são frações?

$\frac{1}{2}$ → Numerador (informa o número de partes selecionadas)
 $\frac{1}{2}$ → Denominador (informa em quantas partes iguais o inteiro está dividido)



$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 2} \\ - 10 \quad 0,5 \\ \hline 00 \end{array}$$

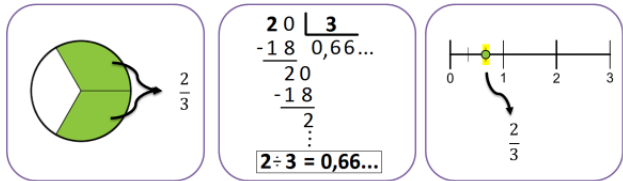
$1 \div 2 = 0,5$



SLIDE 6

O que são frações?

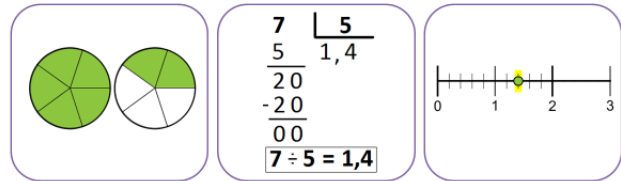
$\frac{2}{3}$ → Numerador (informa o número de partes selecionadas)
 → Denominador (informa em quantas partes iguais o inteiro está dividido)



SLIDE 7

O que são frações?

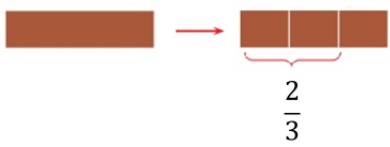
$\frac{7}{5}$ → Numerador (informa o número de partes selecionadas)
 → Denominador (informa em quantas partes iguais o inteiro está dividido)



SLIDE 8

Vamos pensar...

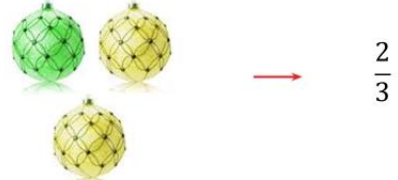
Nayara ganhou uma barra chocolate e decidiu dividir com Paulo. Ela partiu a barra em 3 partes iguais e deu 2 partes para Paulo. Que fração representa a parte de chocolate que Paulo ganhou?



SLIDE 9

Vamos pensar...

Na praia de Alter do Chão existe uma loja que vende bolas de futebol para crianças. Nessa loja tem 1 bola verde e 2 amarelas. Que fração representa a quantidade de bolas amarelas em relação ao total de bolas?



SLIDE 10

Vamos pensar...

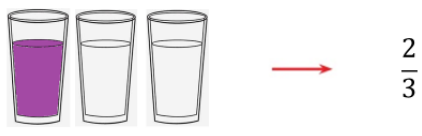
Brenda tem uma urna com 3 bolinhas, 2 bolinhas são vermelhas e 1 bolinha é azul. Brenda disse a Nira que se ela retirar da urna 1 bolinha vermelha sem olhar ela ganha o desafio. Que fração representa a chance de Nira ganhar o desafio?



SLIDE 11

Vamos pensar...

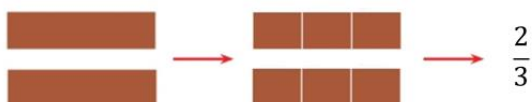
Sara preparou um suco de uva com 2 copos medida de água para 1 copo medida de concentrado de uva. Que fração representa a medida de água em relação ao suco de uva?



SLIDE 12

Vamos pensar...

Lissandra precisa dividir igualmente 2 chocolates para 3 pessoas. Que fração representa o que cada pessoa recebeu de chocolate?



SLIDE 13

Vamos pensar...

Luan tem 24 bolinhas de gude para dividir igualmente entre seus 4 amigos. Que fração representa essa divisão?



$$24 \div 4 = 6$$

ou $\frac{24}{4} = 6$

SLIDE 14

- Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 2 pedaços. Mônica comeu 1 pedaço. Que fração representa a parte de pizza que Mônica comeu? Represente o resultado no disco de frações.

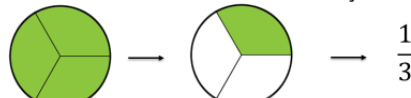


- Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 4 pedaços. Magali comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Magali comeu? Represente o resultado no disco de frações.

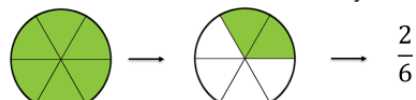


SLIDE 15

- Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 3 pedaços. Eduardo comeu 1 pedaço. Que fração representa a parte de pizza que Eduardo comeu? Represente o resultado no disco de frações.



- Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 6 pedaços. Arley comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Arley comeu? Represente o resultado no disco de frações.



SLIDE 16

- Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 2 pedaços. Mônica comeu 1 pedaço. Que fração representa a parte de pizza que Mônica comeu? Represente o resultado no disco de frações.



- Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 4 pedaços. Magali comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Magali comeu? Represente o resultado no disco de frações.



SLIDE 17

- Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 8 pedaços. Juliane comeu 4 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Juliane comeu? Represente o resultado no disco de frações.



- Temos uma pizza que foi cortada igualmente em 16 pedaços. Tamiilson comeu 8 pedaços. Que fração representa a parte de pizza que Tamiilson comeu?

$$\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

SLIDE 18

O que aconteceu?

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{9}{18} = \frac{27}{54}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{20} = \frac{48}{80} = \frac{192}{320}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{25}{10} = \frac{125}{50} = \frac{625}{250}$$

SLIDE 19

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{27}{45} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{100}{80} = \frac{50}{40} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

SLIDE 20

Como fazemos soma de frações?

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1}{4} = \frac{2}{4}$$



SLIDE 21

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1+1}{3} = \frac{2}{3}$$



$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{1+1}{5} = \frac{2}{5}$$



$$\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1+3}{7} = \frac{4}{7}$$



SLIDE 22

Adição

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{6}{8} = \frac{9}{8}$$

SLIDE 23

$$\frac{2}{100} + \frac{1}{100} = \frac{3}{100}$$

$$\frac{20}{301} + \frac{52}{301} = \frac{72}{301}$$

$$\frac{558}{8} + \frac{3}{8} = \frac{561}{8}$$

$$\frac{2017}{12} + \frac{2000}{12} = \frac{4017}{12}$$

SLIDE 24

Como fazemos soma de frações?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$



SLIDE 25

Como fazemos essa?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$



SLIDE 26

Adição

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$$

$$\frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$$

SLIDE 27

Adição

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{11}{10}$$

SLIDE 28

Adição

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{18}{24} + \frac{20}{24} = \frac{38}{24}$$

$$\frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}$$

$$\frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$$

$$\frac{18}{24} + \frac{20}{24} = \frac{38}{24}$$

SLIDE 29

Subtração

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$$

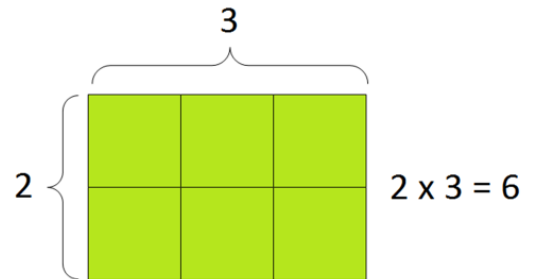
SLIDE 30

Vamos exercitar!

$$\frac{32}{6} - \frac{5}{6} = \frac{27}{6}$$
$$\frac{81}{5} - \frac{11}{5} = \frac{70}{5}$$
$$\frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{11}{20}$$

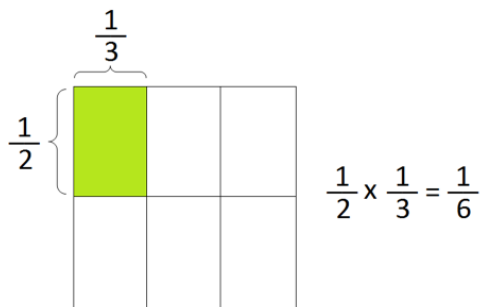
SLIDE 31

Multiplicação



SLIDE 32

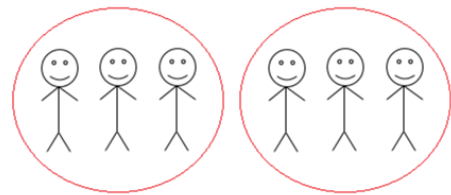
Multiplicação



SLIDE 33

Multiplicação

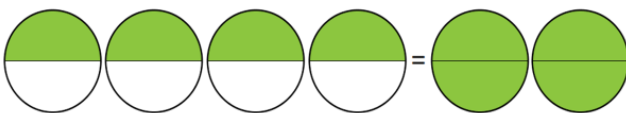
$$2 \times 3 = 6$$



SLIDE 34

Multiplicação

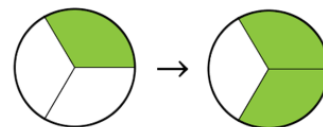
$$4 \times \frac{1}{2} = 2$$



SLIDE 35

Multiplicação

$$\frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} \cdot 2 \rightarrow \frac{1 \cdot 2}{3} \rightarrow \frac{2}{3}$$



SLIDE 36

Multiplicação

$$6 \times \frac{1}{2} = 3$$

SLIDE 37

Multiplicação

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

SLIDE 38

Multiplicação

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3 \times 1}{4 \times 5} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{7}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{7 \times 3}{5 \times 2} = \frac{21}{10}$$

$$\frac{12}{3} \times \frac{2}{10} = \frac{12 \times 2}{3 \times 10} = \frac{24}{30}$$

SLIDE 39

Divisão

- Tenho 12 crianças, e desejo ajuntá-las em times de 4. Quantos times formarei?

SLIDE 40

Divisão

- Tenho 14 crianças e desejo formar times de 4. Quantos times formarei?

SLIDE 41

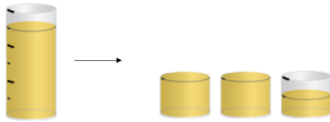
Divisão

- Uma equipe precisa construir 3 km de estradas. Se a equipe constrói $\frac{1}{2}$ km por dia, quantos dias vai demorar essa obra?

SLIDE 42

Divisão

- Se temos $\frac{5}{6}l$ de açaí e queremos encher tigelas com $\frac{1}{3}l$, quantos tigelas vamos conseguir encher?



SLIDE 43

Divisão

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{1} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{5}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{15}{4}$$

$$\frac{11}{7} \div \frac{2}{5} = \frac{11}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{55}{14}$$

SLIDE 44

Como fazemos a divisão de frações...

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \div (1 \div 2)$$

$$= \frac{3}{4} \div 1 \times 2$$

$$= \frac{3}{4} \times 2 \div 1$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{2}{1}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{6}{4}$$

SLIDE 45

Divisão no disco

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{12}{1} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{1} = \frac{8}{2} = 4$$

SLIDE 46

Vamos exercitar!

$$\frac{1}{8} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{8}$$

$$\frac{1}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{3}{7} \div \frac{1}{5} = \frac{3}{7} \times \frac{5}{1} = \frac{15}{7}$$

SLIDE 47

ANEXO A – Plano de Minicurso



V JORNADA ACADÊMICA DA UFOPA Tema: Pesquisa e Educação na Amazônia Data: 29 de Agosto a 02 de Setembro de 2016	
PLANO DE MINICURSO	
TEMÁTICA:	Educação Matemática
Ministrante (principal)	Lissa Nareli dos Reis Portela
Vínculo Institucional	<input checked="" type="checkbox"/> UFOPA <input type="checkbox"/> Outros: _____
Título do Minicurso	Aprendendo a Ensinar Frações
Nº de participantes	20 vagas
Carga Horária	08h00
Horário	Quatro horas por dia 30/08/2016 – 8h às 12h 31/08/2016 – 8h às 12h
<p>1. Apresentação</p> <p>Pesquisas recentes indicam a importância da aprendizagem adequada de frações no ensino básico. Entretanto, este ainda é um dos tópicos mais desafiadores para estudantes e professores. Esse minicurso pretende aperfeiçoar e preencher possíveis lacunas na formação de professores dentro desse tema.</p>	
<p>2. Objetivos</p> <p>2.1. Geral</p> <p>Contribuir para a formação de professores e futuros professores apresentando propostas de como abordar o tema frações nas séries iniciais e no ensino fundamental.</p> <p>2.2. Específicos</p> <p>Apresentar um breve histórico sobre como se desenvolveu o conceito de frações, mostrando a necessidade do surgimento das frações naquele período;</p> <p>Explorar os conceitos básicos de fração, a noção de equivalência e comparação de números fracionários;</p> <p>Apresentar os algoritmos das quatro operações usando o disco de frações.</p>	
<p>3. Conteúdo</p> <p>Histórico do conceito de frações;</p> <p>Conceitos básicos de frações;</p> <p>Noção de equivalência e comparação entre frações;</p> <p>Algoritmos das quatro operações envolvidas.</p>	
<p>4. Público – Alvo</p> <p>Professores de Pedagogia e Matemática;</p> <p>Estudantes do Curso de Pedagogia;</p>	



Estudantes da Licenciatura Integrada em Matemática e Física.

5. Metodologia

1º Momento: Distribuir aos participantes um barbante com uma unidade de medida expressa. E pedir que eles meçam a altura do colega, comprimento de uma das dimensões da mesa, entre outros e depois registrem as medidas e comparem com as medidas dos colegas. Provavelmente os envolvidos enfrentarão problemas associados a exatidão, assim deve-se comentar que no passado as pessoas passaram também por esse problema e a saída para esse problema resultou no desenvolvimento das frações (Números Racionais). Será discutido também que houve um período da História em que o ser humano não conhecia as “frações”, mas que em dado momento surgiu a necessidade de se medir colheitas, tecidos e distâncias com exatidão. Comentar que no caso das distâncias, no Egito Antigo, os egípcios faziam o uso de cordas e determinavam uma medida padrão. Assim, conforme a necessidade, eles fracionavam a unidade de medida (corda) dando origem aos números fracionários. Também será exposto como se passou a representar as frações ao longo do tempo.

2º Momento: Será distribuído um conjunto do jogo ‘Disco de Frações’ para as equipes formadas. Em seguida, será apresentada uma definição intuitiva de frações, usando o disco de frações, partes de um inteiro (frações próprias e impróprias, sem a necessidade de comentar essa distinção). Também serão abordadas outras formas de conceituar frações.

3º Momento: Serão trabalhados os conceitos de equivalência e comparação de frações, operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão utilizando o algoritmo associado com o disco de frações.

4º Momento: Apresentação de propostas para o ensino de frações nas séries iniciais e no ensino fundamental, com discussões sobre como cada participante pode melhorar a sua prática.

6. Recursos Necessários

Data Show;
Extensão;
Salas com mesas e cadeiras;
Quadro branco.

Informações do Ministrante principal

Nome completo: Lissa Nareli dos Reis Portela



Formação/ Instituição: Licenciatura Integrada em Matemática e Física/UFOPA

Telefone: (93)988090433

E-mail: lissanareliportela@hotmail.com

Informações do Ministrante 2 (se houver)

Nome completo: Arley Antes Souza

Formação/ Instituição: Licenciatura Integrada em Matemática e Física/UFOPA

Telefone: (93)991923953

E-mail: arley_antes@yahoo.com.br