



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ – UFOPA  
INSTITUTO DE ENGENHARIA E GEOCIÊNCIAS – IEG  
BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA**

**NAIM JESSÉ DOS SANTOS CARVALHO**

**ESTUDO DO ESCOAMENTO SOBRE VERTEDOUROS COM DEGRAUS DE  
DECLIVIDADE 16° EMPREGANDO O CÓDIGO NUMÉRICO  
DUALSPHYSICS**

SANTARÉM

2017

**NAIM JESSÉ DOS SANTOS CARVALHO**

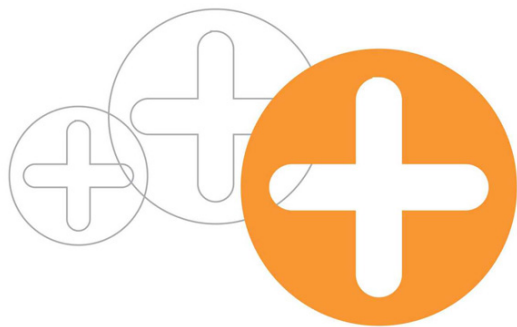
**ESTUDO DO ESCOAMENTO SOBRE VERTEDOUROS COM DEGRAUS DE  
DECLIVIDADE 16° EMPREGANDO O CÓDIGO NUMÉRICO  
DUALSPHYSICS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia para obtenção do grau de Bacharel em Ciência e Tecnologia na Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Engenharia e Geociências.

Orientador: Josecley Fialho Goes

SANTARÉM

2017



XX ENMC  
ENCONTRO NACIONAL DE  
MODELAGEM COMPUTACIONAL

---

VIII ECTM  
ENCONTRO DE CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DE MATERIAIS



16 a 19 de Outubro de 2017  
Instituto Politécnico - Universidade do Estado de Rio de Janeiro  
Nova Friburgo - RJ

## ESTUDO DO ESCOAMENTO SOBRE VERTEDOUROS COM DEGRAUS DE DECLIVIDADE 16° EMPREGANDO O CÓDIGO NUMÉRICO DUALSPHYSICS

**Naim Jessé dos Santos Carvalho**<sup>1</sup> - naim.santos@ymail.com

**Josecley Fialho Góes**<sup>2</sup> - josecley.goes@ufopa.edu.br

<sup>1</sup>Universidade Federal do Oeste do Pará – Santarém, PA, Brasil

<sup>2</sup>Universidade Federal do Oeste do Pará – Santarém, PA, Brasil

**Resumo:** *Conhecidos pela humanidade desde a antiguidade, vertedouros encontram sua maior utilização na dissipação da energia carregada pela água em represas. As diversas geometrias disponíveis possuem características únicas, sendo necessários testes para a definição da opção que melhor se adequa às necessidades do projeto. A modelagem computacional do problema e soluções numéricas mostram-se como alternativas à modelos e protótipos na busca pela melhor configuração para um dado projeto. O presente trabalho emprega o método Smoothed Particle Hydrodynamics, utilizado através do código numérico DualSPHysics, no estudo dos perfis de velocidade em um modelo bidimensional de um vertedouro com degraus de declividade 16°, através da simulação numérica com geometrias já utilizadas em modelos experimentais presentes na literatura. O código mostrou-se capaz de captar os perfis de velocidade em conformidade com a equação da lei de potência que descreve o escoamento, além de permitir a observação da recirculação sobre degraus, demonstrando a viabilidade do uso do método para o problema apresentado.*

**Palavras-chave:** *Vertedouro com degraus, Smoothed Particle Hydrodynamics, Dinâmica dos Fluidos Computacional*

### 1. INTRODUÇÃO

O planejamento de estruturas de controle é uma das mais importantes etapas no projeto de uma estrutura hidráulica. Desde a antiguidade, vertedouros são construídos de forma a garantir a estabilidade de represas ou na liberação de água de forma segura, com Chanson (1994) sugerindo como mais antigo registro, calhas escalonadas encontrados na Grécia e Iraque, por volta de 1300 a.C. Vertedouros possuem utilizações ainda no escoamento de galerias, em técnicas de elevação de nível de canais, medição de vazão e outros. Sua adoção como elemento de dissipação de energia é dada em função do formato geométrico empregado no vertedouro, que pode propiciar trocas de energia entre fluido-estrutura, fazendo assim que a energia entregue na jusante seja inferior aquela presente na montante.

O emprego de degraus tornou-se comum acompanhando a maior adoção do concreto na construção, a possibilidade da interação ar-água resultar em uma maior dissipação energética

e o desenvolvimento das técnicas construtivas (Gonzales, 2005). Esta configuração geométrica também possibilita a adoção de degraus de tamanhos variados e mostra-se como alternativa segura, com as represas australianas de Malmsbury e Upper Coliba operando a mais um século sob tal arranjo (Chanson, 2004).

A tomada de decisões técnicas no projeto de estruturas como vertedouros tem como embasamento na análise do escoamento do fluido através da utilização de modelos físicos. A adoção da Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC) permite aos engenheiros conciliar ao emprego de modelos reduzidos e protótipos a adoção de modelos computacionais dos problemas como ferramenta adicional de suporte, cuja viabilidade atrela-se à desenvoltura do método adotado, à complexidade da geometria e ao custo computacional da simulação.

As leis governantes dos problemas de DFC são a primeira e a segunda lei da termodinâmica, o princípio da conservação da massa e os princípios de conservação da quantidade de movimento. Soluções analíticas não são facilmente encontradas se tomadas as equações da continuidade, da energia e equações de Navier-Stokes, exceto para casos de baixa complexidade, sendo necessária a adoção de uma técnica numérica computacionalmente eficiente e robusta, que possua a capacidade de encontrar resultados fidedignos na resolução de tais equações.

Métodos comumente utilizados que adotam malhas, como o método de diferenças finitas e de elementos finitos, apresentam dificuldades intrínsecas ao lidar com problemas de geometrias complexas, grandes deformações, interfaces móveis, dentre outros, uma vez que a geração de uma malha computacional de qualidade (refinada) pode resultar em um processo demorado e custoso. A implementação de métodos livres de malhas que conectem as partículas está associada a obtenção de soluções acuradas para problemas diversos como análise de deformação de sólidos, escoamentos incompressíveis, impactos e explosões (Liu, 2003).

O método Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), originado na modelagem de fenômenos astrofísicos, é puramente lagrangiano e dispensa o uso de malhas computacionais, representando todo o domínio do problemas por partículas dinâmicas. As propriedades físicas são calculadas por meio das equações de balanço e possuem amplo uso em simulações de problemas de escoamento, sendo aplicável desde a micro escala até a macro escalas (Liu, 2003).

As aplicações do método SPH integram áreas diversas, conforme Liu (2003), conciliando a dinâmica dos fluido, equações diferenciais numéricas, métodos de buscas e estruturas de dados, aproximação geométricas e representação de superfícies discretas. O método ainda apresenta a possibilidade de acoplamento de fenômenos, permitindo o tratamento de fluidos multi-fásicos, fluidos com elevadas viscosidades, interface fluido-sólido e outros.

A implementação do método acompanha os seguintes princípios: a representação do domínio por um conjunto de partículas arbitrariamente distribuídas, sem conectividade entre partículas requerida (define a natureza livre de malhas do método); a aproximação integral de uma função (garante estabilidade); a aproximação por partículas de uma função (executada a cada passo de tempo) e a resolução das equações diferenciais ordinárias por um algoritmo de integração explícito.

## 2. FORMULAÇÕES

As equações governantes na mecânica dos fluidos são dadas inicialmente por

$$\frac{1}{\rho} \frac{Dp}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \mathbf{g} + \frac{1}{\rho}\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

onde  $\rho$  é a massa específica,  $\mathbf{u}$  o vetor velocidade,  $P$  a pressão,  $\mathbf{g}$  a aceleração gravitacional e  $\boldsymbol{\tau}$  o tensor de tensões.

A representação do domínio do problema é realizada no método SPH através de um conjunto de partículas que apresentam propriedades como massa específica, velocidade e ocupam um lugar definido no espaço, sendo efetuada por meio da aproximação por partículas. Para isso, utiliza-se como fundamento a representação integral de um função  $f(\mathbf{x})$ , dentro de um domínio de suporte,  $\Omega$ , dada por

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} (f(\mathbf{x}')W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)d\mathbf{x}') \quad (3)$$

onde  $\langle \rangle$  representa o símbolo de aproximação,  $\mathbf{x}$  é o vetor posição da partícula calculadas,  $\mathbf{x}'$  o vetor posição das partículas dentro do domínio de suporte,  $W$  é a função de suavização (ou kernel) e  $h$  o comprimento de suavização.

Como no método SPH o domínio do problema é representado por um número finito de partículas, faz-se necessária a representação da aproximação por função de uma partícula  $i$ , conforme observa-se a seguir:

$$\langle f(x) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j)W_{ij} \quad (4)$$

onde  $W_{ij} = W(x_i - x_j, h)$ ,  $x_i$  e  $x_j$  são as posições das partículas  $i$  e  $j$ , respectivamente,  $m_j$  a massa da partícula  $j$ . A definição de uma função de suavização requer que a mesma satisfaça determinadas condições como suavidade, aproximação da função Delta de Dirac, normalização, comportamento simétrico, dentre outras. Comumente usada é a função spline cúbica, expressa para um caso bidimensional por:

$$W(r, h) = \begin{cases} \frac{10}{7\pi h^2} \left(1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3\right) & 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{10}{28\pi h^2} (2 - q)^3 & 1 \leq q \leq 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases} \quad (5)$$

sendo  $q = r/h$  a distância adimensionalizada entre as partículas,  $r$  é a distância entre partículas. Assim,  $h$  define a grau de interação com o qual uma partícula interage com suas vizinhas, ou seja, determina o domínio de suporte compacto de uma partícula. Outras funções de suavização são comumente utilizadas são a quártica e a spline quártica.

A aproximação do operador gradiente pode ser escrita como:

$$\nabla \langle f(x) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \nabla W_{ij} \quad (6)$$

Para o termo gradiente de pressão na equação de Navier-Stokes temos, portanto, a expressão seguinte:

$$\left(\frac{1}{\rho}\nabla P\right)_i = \sum_j m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2}\right) \nabla W_{ij} \quad (7)$$

O operador divergente é expresso por :

$$\nabla \cdot \langle f(x) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (8)$$

permitindo assim a obtenção do operador divergente do vetor  $\vec{u}$  como

$$\nabla \vec{u}_i = \rho_i \sum_j m_j \left( \frac{\vec{u}_i}{\rho_i^2} + \frac{\vec{u}_j}{\rho_j^2} \right) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (9)$$

A equação da continuidade, a partir da Eq. (1), pode ser escrita de forma discreta como

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j (u_i - u_j) \nabla_i W_{ij} \quad (10)$$

A variável pressão no método SPH é dada como uma função da densidade local do fluido, de forma semelhante as equações de estado presentes na termodinâmica e diferentemente de métodos com malha (onde é geralmente um solução da equação de Poisson). Assim, segundo Monaghan (1994), uma formulação possível para a equação de estado da pressão para uma partícula  $i$  é:

$$p_i = B \left[ \left( \frac{p_i}{p_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (11)$$

onde  $\rho_0$  é a massa específica de referência do fluido (para a água  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ ),  $\gamma$  é denominada constante politrópica ( $\gamma = 7$ ) e  $B$  é um parâmetro relacionado as flutuações de densidade do fluido, estimado por

$$B = \frac{c^2 \rho_0}{\gamma} \quad (12)$$

com  $c$  é a velocidade do som para a densidade de referência.

### 3. FORMULAÇÕES

O problema estudado consiste na implementação da configuração geométrica adotada por Gonzalez (2005). Tal trabalho avaliou um modelo de vertedouro próximo a escala real com dimensões de 3,15 m de comprimento, 1 m de altura, com 9 degraus. A altura de cada degrau adotado é 0,1 m, com 0,35 m de comprimento, resultando assim em uma declividade de 16°.

Os parâmetros usados nesta implementação encontram-se na Tabela 1.

Tabela 1- Parâmetros utilizados na simulação do vertedouro bidimensional.

PARÂMETRO	SIMBOLOGIA	VALOR
Altura da coluna de água acima do vertedouro	$H_0$	0,75 cm
Altura dos degraus	$h_s$	0,1 cm
Comprimento dos degraus	$l_s$	0,35 cm
Viscosidade Cinemática	$\nu$	$10^{-6} m^2/s$
Massa Específica	$\rho$	$10^3 kg/m^3$
Coefficiente de correlação $\delta - SPH$	$\delta_{SPH}$	0,1
Distância entre partículas	$\Delta x = \Delta y$	0,01 m
Velocidade inicial do fluido	$\mathbf{v}$	0 m/s
Tempo total de simulação	$t$	4,3 s

A implementação do problema deu-se através do código livre DualSPHysics, com a criação de geometria diretamente através de um arquivo de entrada xml que carrega todas as informações do problema, não sendo utilizado assim um software adicional para geração e exportação da mesma. A distância entre partículas aqui adotada permitiu a realização da simulação em um menor tempo computacional, ainda que Sarhang et al (2014) sugeriram a adoção de menores valores para esta.

O modelo bidimensional utilizado encontra-se na Figura 1, uma tentativa de adaptar a representação do corte lateral do vertedouro empregado no experimento apresentado por Gonzalez (2005). A geometria implementada foi adotada na tentativa de assemelhar-se tanto quanto possível àquela empregada em Gonzalez (2005), incluindo o tanque para acúmulo de fluido e as estruturas por ele denominadas de *flow straightners*, adicionadas aqui na tentativa de reduzir a velocidade do fluido reinserido no sistema através de um condição de periodicidade.

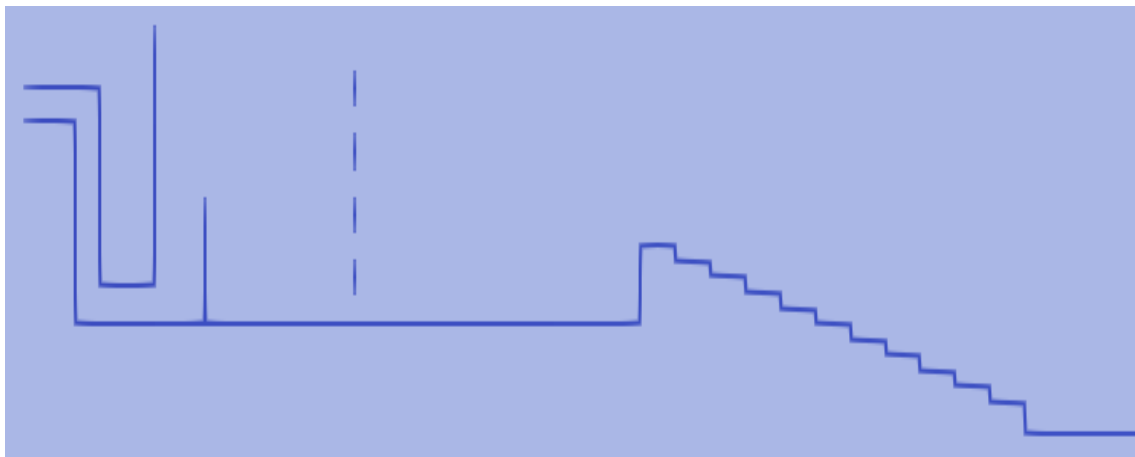


Figura 1- Representação da geometria adotada.

Gonzales (2005) sugere que a turbulência presente ao longo do escoamento, em associação com a dissipação de energia em cada degrau leva a perfis de velocidade quase que uniformes. Assim, o autor sugere que os perfis de velocidade podem ser expressos obtendo-se relações adimensionalizadas para a velocidade  $V$  e profundidade  $Y$ , conforme a lei de potência:

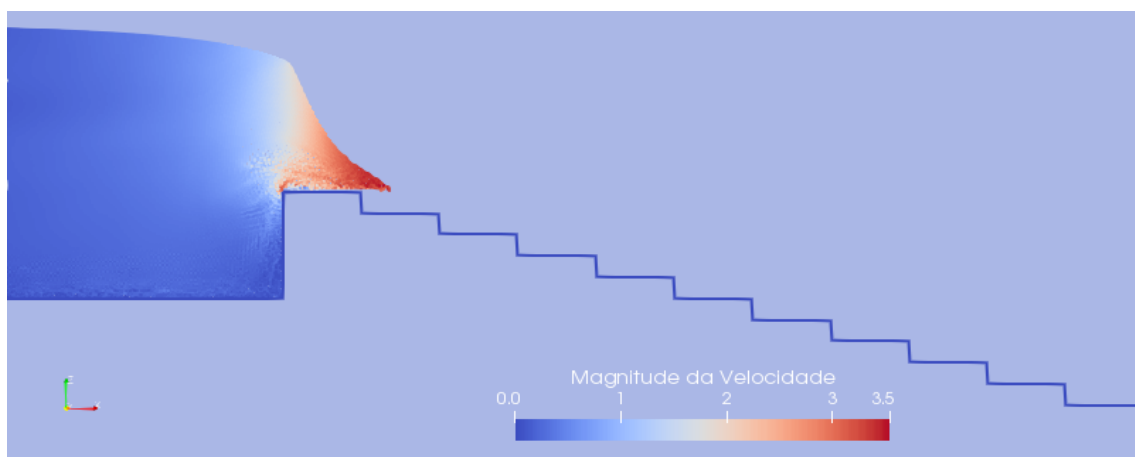
$$\frac{V}{V_{90}} = \left( \frac{Y}{Y_{90}} \right)^{1/n} \quad \text{para} \quad \frac{Y}{Y_{90}} \leq 1 \quad (13)$$

onde  $V_{90}$  é a velocidade característica em  $Y = Y_{90}$ , com  $Y_{90}$  representando a maior profundidade obtida e  $n$  uma constante, desde que  $7,8 < n < 11,8$ . O autor obtém as constantes  $Y_{90}$  e  $V_{90}$  para as profundidades características onde a concentração de ar no escoamento atinge a taxa de 90 %. No entanto, como o escopo do presente trabalho não abordará o escoamento multifásico ar-água, tais constantes serão tomadas como  $Y_{90}=Y_{max}$  e  $V_{90}=V_{max}$ , onde  $Y_{max}$  e  $V_{max}$  representam, respectivamente, a maior profundidade e a maior velocidade obtidas para cada degrau.

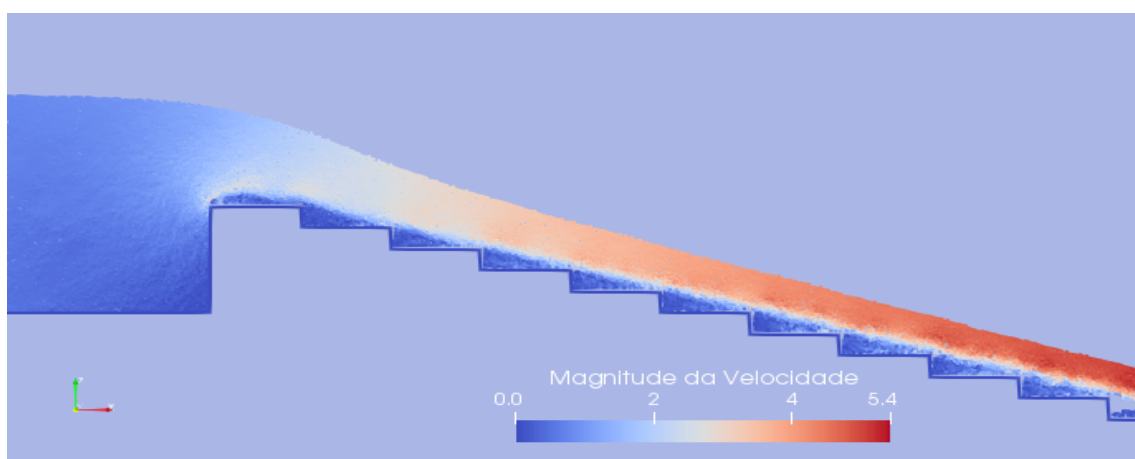
#### 4. RESULTADOS

Para comparar os resultados obtidos através do uso do código DualSPHysics, simulou-se o escoamento sobre o vertedouro de declividade  $16^\circ$ . Enquanto Gonzales (2005) buscou, dentre outros, obter os campos de velocidade para diversos degraus e identificar o início do fenômeno da aeração, o presente trabalho limitará-se aos campos de velocidade.

A visualização da simulação foi obtida por meio do software *Paraview* e pode ser encontrada na Figura 4, onde dois instantes de tempo (início da simulação e instante de coleta de dados) encontram-se representados.



(a) tempo = 0,3 s



(b) tempo = 4,3 s

Figura 2- Visualização do problema (variável representada: velocidade).



O software *Paraview*, sob a utilização da ferramenta *glyphVector*, possibilitou, ainda que de forma parcial, a visualização do fenômeno da recirculação conforme observável na figura 3. A recirculação pode ser explicada como resultante das tensões de cisalhamento oriundas do escoamento na parte superior das extremidades dos degraus e podem resultar em uma maior dissipação de energia ao longo da estrutura do vertedouro.

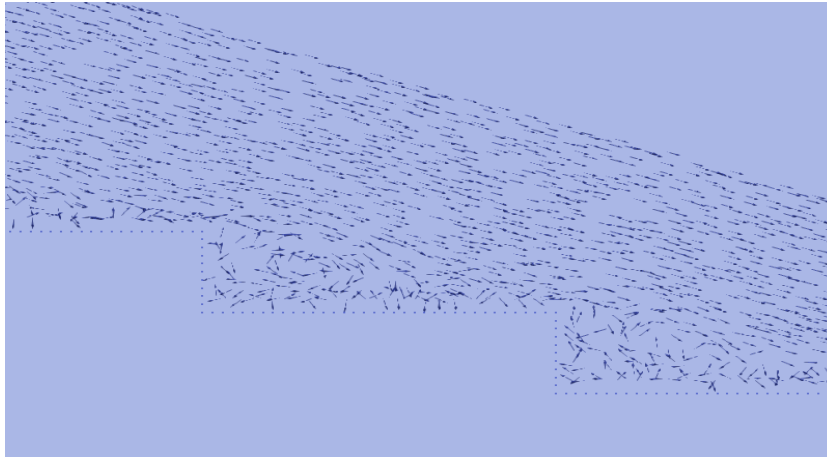


Figura 3- Fenômeno de recirculação (degrau 3).

Dessa forma, a aquisição das velocidades ocorreu pela tomada de pontos sobre uma reta perpendicular ao eixo Y rotacionado em função da inclinação dos degraus, para os degraus de número 5 a 9. Os perfis de velocidade adimensionalizados encontram-se na Figura 2. As observações onde a relação  $Y/Y_{max}$  é negativa foram obtidas abaixo da origem do eixo, no interior dos degraus.

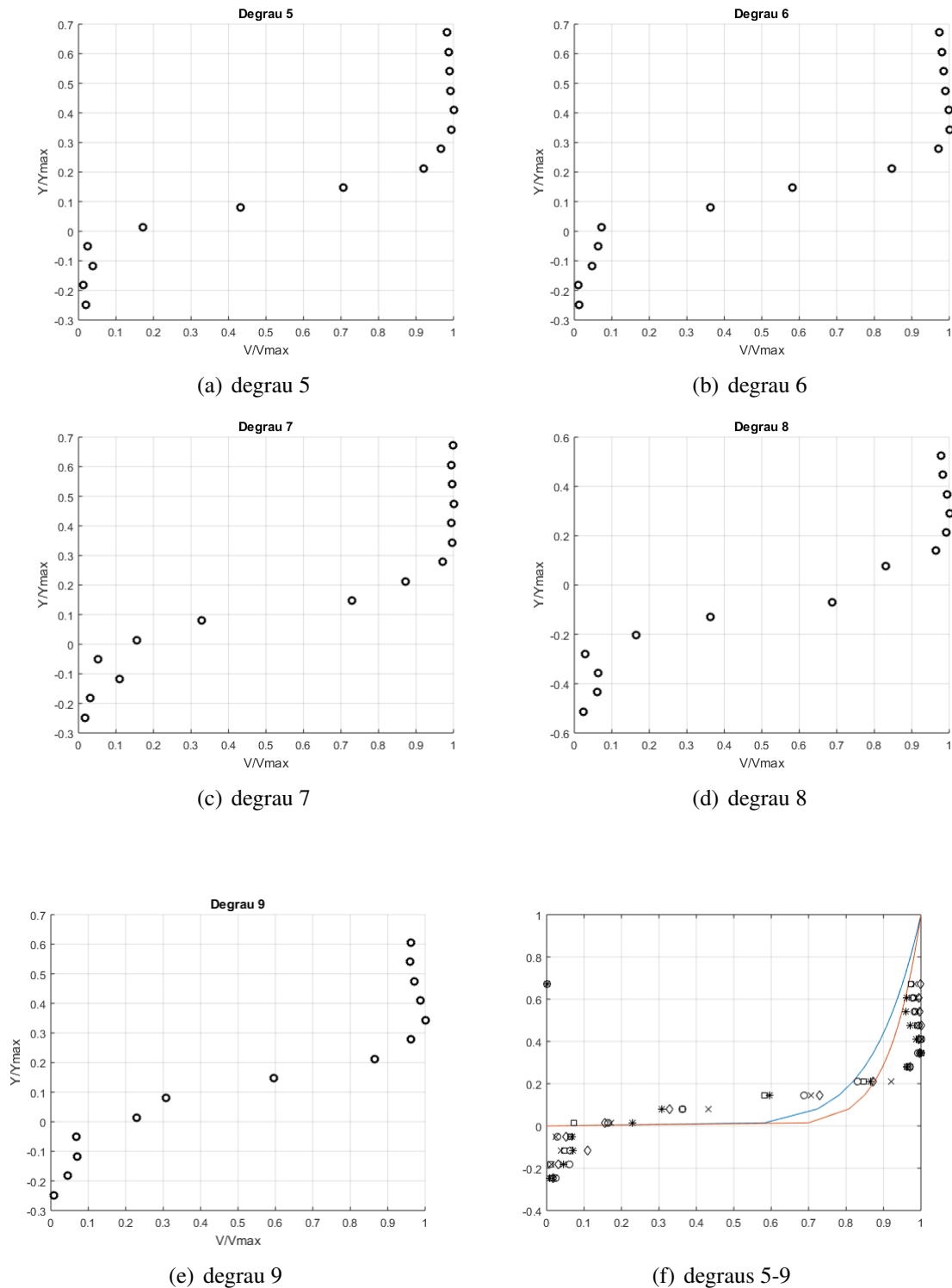


Figura 4- Perfis de velocidade obtidos para os degraus 5-9.

A Figura 4(f) apresenta, em adição aos perfis de velocidade adimensionalizados, a Equação (13) para  $n = 7, 8$  e  $n = 11, 8$ , permitindo verificar que o comportamento para as observações dos resultados numéricos acompanham a lei de potência dada. Gonzales (2005) sugere que os comportamentos apresentam significativas diferenças quando  $Y/Y_{90} \leq 0,3$ , fenômeno observável nas medições representadas na Figura 4.

## 5. CONCLUSÕES

Com a utilização do código DualSPHysics foi possível a captação de perfis de velocidade similares aqueles já encontrados no trabalho utilizado como referência, corroborando assim a eficácia do método SPH na simulação do escoamento em estruturas hidráulicas. Os perfis de velocidade comportam-se, ainda, em consonância com a equação que os relacionam com a profundidades onde são coletadas as velocidades.

Em adição, o método mostrou capacidade de capturar o fenômeno da recirculação na base dos degraus, perceptível por meio da utilização de um software adequado para visualização.

Como trabalhos futuros, a avaliação dos campos de pressão mostra-se como uma abordagem possível, permitindo identificar a ocorrência do fenômeno da cavitação nos degraus. O fenômeno da aeração poderá ser avaliado por meio da adoção do modelo multifásico do código, que permite a simulação da interação ar-água.

## REFERÊNCIAS

- Chanson, H., (1994) “*History of stepped channels and spillways: a rediscovery of the “wheel”*”. Journal of Civil Engineering, v22, 247-259.
- Chanson, H.; Gonzales, C.A., (2004) “*Stepped spillways for embankment dams. Review, progress and development in overflow hydraulics*”, Hydraulics of Dams and River Structures, 287-294.
- Gonzales, C. A., (2005) “*An Experimental Study of Free-surface Aeration on Embankment Stepped Chutes*”, Tese de Doutorado, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Physical Sciences and Architecture, University de Queensland, Brisbane, Australia.
- Liu, G. R.; Liu, M. B., (2003) “*Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method*”. Singapore: World Scientific.
- Monaghan, J. J.; (1994) “*Simulating free surface flow with SPH*”. Journal of Computational Physics, 110, 399–406.
- Sarhang M. H.; Jowhar R. M.; Harshinie U. K.; Dominic E. R.; (2014) “*Investigation of pressure variations over stepped spillways using smoothed particle hydrodynamics*”, Advances in Water Resources, v66, 52-69.

## APÊNDICE A

### STUDY OF FLOW OVER STEPPED SPILLWAYS WITH 16° SLOPE USING NUMERICAL CODE DUALSPHYSICS

**Naim Jessé dos Santos Carvalho**<sup>1</sup> - naim.santos@ymail.com

**Josecley Fialho Góes**<sup>2</sup> - josecley.goes@ufopa.edu.br

<sup>1</sup>Universidade Federal do Oeste do Pará – Santarém, PA, Brazil

<sup>2</sup>Universidade Federal do Oeste do Pará – Santarém, PA, Brazil

**Abstract.** *Known by mankind since antiquity, spillways find their greater use in the dissipation of the energy carried by water in dams. The diverse geometries available have unique characteristics, being necessary tests to define the option that best suits the projects needs. Computational modeling and numerical solution are shown to be alternatives to models and prototypes in the research for the best configuration for a given project. The present paper uses the Smoothed Particles Hydrodynamics method, implemented through numerical code DualSPHysics, to study the velocity profiles in a two-dimensional model of a stepped spillway, with 16° slope, through simulation of geometries already used in experimental models present in the literature. The source code was able to obtain the velocity profiles according to the power*

*law equation that describes the flow, allowing, in addition, the observation of the recirculating patterns, demonstrating the feasibility of using the method for the given problem.*

**Keywords:** *Stepped Spillway, Smoothed Particle Hydrodynamics, Computational Fluid Dynamics.*