UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Rudinei Alves dos Santos

POLIEDROS DE PLATÃO:
Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico.

Santarém (PA)

2014

Rudinei Alves dos Santos

POLIEDROS DE PLATÃO:
Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Matemática em Rede Nacional* – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador:
Prof. Dr. Sebastián Mancuso

Santarém (PA)

2014

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/UFOPA

S237p Santos, Rudinei Alves dos

Poliedros de Platão: uma abordagem segundo o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico / Rudinei Alves do Santos. – Santarém, 2014.

99 f.: il.

Inclui bibliografias.

Orientador Sebástian Mancuso.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, Mestrado Profissional em Matemática. Santarém, 2014.

1. Poliedros – estudo e ensino. 2. Geometria – Estudo e ensino. 3. Matemática. I. Mancuso, Sebástian, *orient*. II. Título.

CDD: 23 ed. 516.156

Bibliotecário - Documentalista: Mayco Ferreira Chaves – CRB/2 1357

Rudinei Alves dos Santos

POLIEDROS DE PLATÃO:

Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico.

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação *Matemática em Rede Nacional* – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada por:

Prof. Dr. Sebastián Mancuso

Orientador – UFOPA

Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra

Examinador – UFOPA

Prof. Dr. Damião Pedro Meira Filho

Examinador – IFPA

Santarém (PA)2014

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus amados pais RAIMUNDA ALVES e ODALVO CARDOSO que, mesmo diante das limitações educacionais e financeiras, lutaram com todas as forças pela educação dos filhos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, ao grande matemático e norteador de todas as ciências – DEUS que nos momentos difíceis, nos quais minhas forças tendiam ao fim, por interseção da grande MÃE, amparou-me para que pudesse continuar.

A minha amada esposa Lanna Graciela, minhas filhas Gabrielle Raquel e Pietra Raquel que são constantes em meus pensamentos e promovem o estímulo necessário e suficiente para que possa continuar tentando vencer sempre.

A minha querida irmã e pedagoga, que tanto estimo e admiro, Risalva Branches, companheira de luta pela educação.

A minha irmã Rosilene Alves por sua disponibilidade e carinho.

Aos meus amigos de turma do PROFMAT/UFOPA que proporcionaram momentos de diversão, inclusive quando o cenário educacional não era propício.

Aos professores e professora que desempenharam com elegância o papel de disponibilizar e conduzir o árduo processo de compartilhamento do conhecimento.

Ao Professor Dr. Sebastián Mancuso que revelou-se um apaixonado pela Educação Matemática e um ser sensível as mazelas que afligem a nossa sociedade, crente da mudança via EDUCAÇÃO e que prestou a devida orientação com respeito e dedicação.

Se buscas resultados diferentes, não faças sempre o mesmo.

Albert Einstein

RESUMO

O objetivo deste trabalho visa a obtenção de resultados que ressaltem a eficácia da aplicação do Modelo de Van Hiele do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico e do uso de material concreto no ensino da geometria espacial, quando comparado com a metodologia tradicional do ensino da geometria e a manipulação de material concreto sem a fundamentação teórica de nenhuma metodologia em particular. O estudo foi realizado em três turmas distintas da segunda série do Ensino Médio. Na primeira turma, no processo de aplicação do Modelo de Van Hiele, fez-se uso de material concreto construído pelo professor e seus alunos. Os recursos utilizados tornaram a abordagem do conteúdo mais dinâmica e prática, conduzindo o educando a uma reflexão acerca dos conceitos matemáticos explorados, tirando-o da posição de sujeito passivo do processo de ensino/aprendizagem. A segunda foi submetida ao ensino tradicional, o professor desenvolveu suas atividades, utilizando, somente, pincel, quadro e livro didático. Na terceira além do método tradicional houve a simples manipulação de sólidos geométricos. As turmas foram submetidas a dois testes: 1) Geometria plana aplicado antes e após os estudos, para verificar o nível dos alunos e a contribuição do ensino da geometria espacial para o conhecimento em geometria plana; 2) Geometria plana e espacial aplicado no final, para constatar a eficácia das metodologias sobre o aprendizado dos alunos. Os resultados obtidos nos testes mostraram que a turma submetida ao Modelo de Van Hiele, não somente, teve o melhor resultado no segundo teste, como também apresentou o maior crescimento percentual das médias no teste de geometria plana.

Palavras-chave: Modelo de Van Hiele; Ensino de Geometria; Poliedros de Platão.

ABSTRACT

The present paper aims at the acquisition of results that highlight the efficacy of Van Hiele's Model of the Development of Geometric Reasoning and the use of concrete materials in the teaching of spatial geometry, especially when compared to the traditional methodology of geometry teaching and the manipulation of concrete materials without the theoretical foundation of any particular methodology. The study was performed in three distinct 11th grade classes. In the first class of students, the process of application of Van Hiele's Model used concrete materials. The use of those resources made the subject's approach more dynamic and practical, leading the students to reflect on the explored mathematical concepts and moving them away from a passive position in the teaching/learning process. A traditional methodology was applied to the second class of students. The teacher developed his activities using whiteboard, markers, and the class textbook. In the third class of students, besides the use of the traditional methodology, the manipulation of solid geometric figures also took place. The three different classes of students were tested by two different kind of evaluations. The first was a plane geometry test what was applied before and after the spatial geometry class sessions in order to verify the students level of knowledge and the contribution of the spatial geometry studies in their knowledge of plane geometry. The second one, was a plane and spatial geometry test what was applied at the end of the class sessions in order to verify the efficacy of the methodology on students' learning process. The tests' results have shown that the class of students exposed to Van Hiele's Model had the best results in the second test and presented improvement in the outcomes of the tests on plane geometry.

Key words: Van Hiele's Model; Teaching of Geometry; Platonic Polyhedron.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Ensinar Matemática nunca foi uma tarefa simples, pois requer do professor não somente domínio sobre os saberes a ensinar, mas também a necessidade de horas de leitura, planejamento, metodologia e recursos didáticos. Contudo, devido o momento de revolução tecnológica que seduz crianças, jovens e até adultos com uma cultura do imediatismo, ensinar tem se tornado uma tarefa bastante complexa e desafiadora.

Frente a essas inovações tecnológicas o espaço escolar tem se tornado um lugar de conflito. De um lado, os professores tentando convencer o aluno da importância de estudar Matemática e abordar os tópicos do currículo escolar e de outro um número significativo de alunos que se comportam de maneira apática ao processo de ensino, por considerá-lo monótono e sem aplicabilidade no seu cotidiano.

Esses conflitos vivenciados na sala de aula sempre estiveram presentes no ensino da Matemática e em sua maioria são tratados com a autoridade herdada de antigos professores. Pode-se reportar a situações presenciadas, em sala de aula, nas quais o professor faz uso de ameaças e punições para obrigar o aluno a comportar-se de maneira condizente ao espaço escolar. Mas tal postura é enfatizada por PERRENOUD (2001, p. 80) que diz “o poder é um ‘mau objeto’, uma coisa vergonhosa, um tabu absoluto em alguns grupos, um fenômeno que na maioria das vezes é apresentado sob a forma de eufemismo”.

É comum ainda hoje vivenciar o reflexo desse ensino pela autoridade que é percebido nos relatos que acontecem na sala dos professores e em conversas nos corredores das escolas que demonstram uma prática impregnada por conceitos e posturas herdadas dos antigos professores de Matemática. No entanto, vive-se, num século diferente em que o professor não pode restringir-se à ideia de educar pelo autoritarismo, pois o ensino está além do simples sentido de transmitir conteúdo, sendo necessário pensar metodologias inovadoras que tornem o ensino da Matemática mais dinâmico e interativo.

> A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. (PCN, 1999, p. 82)

Apesar dessa discussão ser bastante atual, desperta interesse de pesquisadores a décadas e tem, como produto, metodologias que devem ser estudadas pelos professores de Matemática. Dentre elas citamos a Metodologia de Ensino Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas que enquanto campo de pesquisa em Educação Matemática começou a ser investigada de forma sistemática sob a influência de Polya, nos Estados Unidos, nos anos 1960, sendo que no fim dos anos 1970, a Resolução de Problemas ganhou projeção mundial.

Tal projeção iniciou o movimento a favor do ensino de resolução de problemas e desde então tem despertado o interesse de muitos estudiosos, entre eles ONUCIC (1999) e VILA & CALLEJO (2006), por perceberem que a metodologia consiste em um processo dinâmico e que promove maior interação entre professor e aluno para se ensinar Matemática e não, simplesmente, para se ensinar a resolver problemas. Sendo o problema um ponto de partida e os professores, através da resolução do problema, devem fazer conexões entre os diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos matemáticos visando, além da solução do problema, principalmente o processo.

Uma inovação acerca das metodologias do ensino da matemática é a Engenharia Didática que surge no início de 1980. A Engenharia Didática é um referencial de pesquisa que visa unir a pesquisa à prática, tendo como foco o ensino de Matemática, sendo explorada por vários autores, como NEHRING (1996), MELLO (1998), ARAÚJO E GITIRANA (2001), VIZOLLI (2001), GOMES (2008) que desenvolveram trabalhos em Educação Matemática a sombra da Engenharia Didática e demonstram o caráter científico das mesmas apontando para a viabilidade e sucesso dessa metodologia que abrange quatro etapas: Análises Prévias, Concepção e Análise a Priori, Experimentação e Análise a Posteriori e Validação da Experiência que:

> É uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos de seu domínio, aceita se submeter a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência.(ARTIGUE, 1988 apud COUTINHO, 2008, p.62)

Outra metodologia do ensino da Matemática bastante difundida é a Modelagem Matemática. Esse termo “modelagem matemática” como processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação problema de alguma área do conhecimento encontra-se já no início do século XX na literatura de Engenharia, Ciências Econômicas entre outras.

O debate sobre modelagem e aplicações na Educação Matemática no cenário internacional ocorre, em especial, na década de 1960, com um movimento chamado “utilitarista”, definido como aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade que impulsionou a formação de grupos de pesquisadores sobre o tema.

O movimento educacional pela Modelagem Matemática na educação influenciou o Brasil, no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o Brasil. Desde então, é uma metodologia bastante discutida no meio acadêmico, sendo tema ou fundamentação teórica de muitos trabalhos, como os de: GAZZETTA (1989), CRISTOFOLLETTI (1999), BASSANEZI (2002), FERRUZZI (2004) e outros.

Buscar metodologias que possam tornar o Ensino da Matemática mais significativo ao aluno de tal forma que possa relacionar seu conhecimento prévio com aquele apresentado no espaço escolar - é batalha constante. Neste cenário de lutas, é difícil não pensar no ensino da geometria, pois é um tópico do currículo escolar que permite maior relação com o mundo que nos cerca. Mesmo assim, a falta de uma metodologia eficiente, pode tornar sua abordagem mecânica e distante da realidade.

Sendo assim, buscou-se o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico para nortear a aplicação desta dissertação, por se tratar de uma metodologia desenvolvida especificamente para o ensino da geometria. Esse Modelo surge nas teses de doutorado do casal de professores holandeses Pierre Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele-Geldof, em 1957, com a orientação do educador matemático Hans Freudenthal, na Universidade de Utrecht.

Na década de sessenta, a antiga União Soviética, passou a adotar o Modelo de Van Hiele, após reformulação do currículo de geometria de suas escolas. Alguns anos depois, em 1971, surge no projeto Wiskobas de desenvolvimento curricular da

Holanda. Em 1973, o orientador do casal Van Hiele, publica um livro intitulado *Mathematical as an Educational Task* (Matemática como tarefa educacional) e cita o Modelo.

Essa metodologia passa a ser bastante difundida nos EUA no início da década de 1970, tendo como um dos principais divulgadores o professor americano Izaak Wirsup. Com isso, projetos foram elaborados para validar o Modelo, dentre esses pode-se citar os projetos: do Brooklyn, de Chicago e o de Oregon que entre outras contribuições possibilitaram a tradução de vários textos para o inglês.

No Brasil, no inicio da década de 1990, o Modelo começa a ser tema proposto por pesquisadores brasileiros, entre os quais destacam-se Lilian Nasser e Ana Kaleff. Desde então tornou-se objeto de interesse de muitos acadêmicos e pesquisadores do Brasil, dentre os quais pode-se citar: MACHADO (2001), RODRIGUES (2008) e SILVA E SILVA (2010). Além desses, é possível encontrar o Modelo de Van Hiele no trabalho realizado pela Fundação CECIERJ (consórcio CEDERJ composto pelas intuições: CEFET/RJ, UENF, UERJ, UFF, UFRJ, UFRRJ e UNRIO) que é utilizado em cursos de graduação em matemática e, inclusive, foi cedido à UFPA para ser adotado no curso de educação a distância, a partir de 2006.

Essas publicações possibilitam a implementação desse Modelo na educação básica, pois dão início ao processo de formação de novos professores capazes de desenvolver, de forma fundamentada, suas atividades segundo essa Metodologia.

Tal Modelo propõe um meio de identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos e indicam caminhos para ajudá-los a avançar seu nível de conhecimento geométrico.

> [...] os Van Hiele pesquisaram o ensino da Geometria com alunos de 12 e 13 anos, eles colocaram ênfase na manipulação de figuras, acreditando que o procedimento didático adequado podia melhorar aprendizagem do aluno e que esta não se dava quando o nível de ensino era superior ao nível de pensamento do aluno.” (LORENZATO, 1995, p.10)

Considerando o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico, no ensino dos Poliedros de Platão, aplicou-se a metodologia em uma turma do 2º ano do ensino médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Pedro Álvares Cabral, na cidade de Santarém/PA, no ano letivo de 2012.

Ao mesmo tempo avaliaram-se outras duas turmas do 2º ano do ensino médio da mesma escola, sendo que uma delas explorou o conteúdo com utilização de material concreto, sem o uso de uma metodologia específica e a outra abordou o conteúdo, somente, através de aula expositiva e sem o uso de qualquer material concreto. Desta forma, foi possível comparar os resultados obtidos pelas três turmas distintas e realizar análise da aprendizagem.

No corpo do trabalho ressalta-se a contribuição das metodologias para o ensino da Matemática e a suas influências no contexto educacional, sendo estruturado em cinco capítulos:

O Capítulo I – Platão e seus poliedros, explora de forma sucinta a vida de Platão e os poliedros que tanto o impressionaram. No Capítulo II - *O Modelo de Van Hiele*, fez-se uma abordagem sobre o Modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico. Já no Capítulo III - *Procedimentos metodológicos*, relata-se as metodologias aplicadas às turmas selecionadas. O Capítulo IV - Descrição *dos dados*, contém a apresentação dos resultados obtidos nos testes aplicados nas três turmas. No Capítulo V - *Visão dos alunos sobre o ensino aplicado*, destaca-se a visão de alguns alunos que foram submetidos ao ensino das metodologias. Por fim, no Capítulo VI – *Considerações finais*, evidencia-se que a utilização do Modelo de Van Hiele, no ensino da geometria espacial, pode conduzir a resultados eficazes quando comparado as metodologias tradicionais.

CAPÍTULO 1 – PLATÃO E SEUS POLIEDROS

Platão nascido em Atenas por volta de 427 a.C. foi o primeiro a juntar tópicos que vão da matemática (ciência e linguagem) a religião (ética e arte), tendo abordado tais tópicos de forma unificada. Aos 20 anos, aproximadamente, tornou-se discípulo do filósofo Sócrates e após a execução de seu mestre, em 399 a.C., resolve deixar Atenas.

Platão aventurou-se pelo mundo, desde o norte da África até a Itália e, nessas andanças, teve contato com os ensinamentos pitagóricos. Suas viagens só terminam após fundar sua renomada escola de filosofia e ciência “A Academia”, por volta de 387 a.C. Essa instituição não demorou para adquirir prestígio de jovens que buscavam conhecimento e homens ilustres a fim de debater ideias.

A Academia não possuía taxa escolares, nem currículos prescritos nem sequer membros de um corpo docente. Ainda assim, uma suposta frase opressiva, segundo uma oração do imperador Juliano, o Apóstata, do século IV d.C, apontava para uma exigência: *“Que não entre ninguém desprovido de geometria”.*

Tal frase enfatiza a importância dispensada a Matemática em particular ao estudo da geometria, pois apesar de Platão não ter sido um renomado matemático sua paixão pelos entes geométricos influenciou significativamente no estudo dessa ciência, promovendo aprofundamento dos conhecimentos matemáticos.

Após oito séculos da morte de Platão, “A Academia”foi fechada por ordem do imperador Justiniano. Mesmo assim, a filosofia platônica continuou a ter influência sobre o pensamento da igreja até o século XIII, quando os conceitos de Aristóteles passaram a apresentar maior relevância no cenário mundial.

Platão foi o primeiro a demonstrar que existem apenas cinco poliedros regulares: o cubo, o tetraedro o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro. Ele e seus seguidores estudaram esses sólidos com tal intensidade, que eles se tornaram conhecidos como poliedros de Platão.

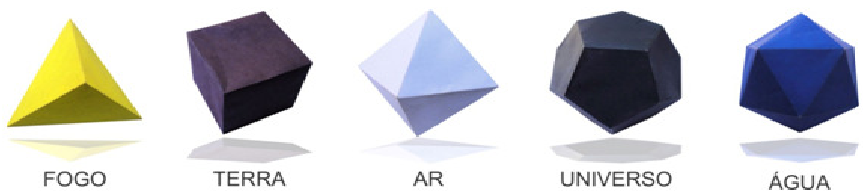


Figura 1

Para ele, o Universo era formado por uma espécie de alma. Na matéria havia porções limitadas por triângulos ou quadrados, formando-se elementos que se diferenciavam por suas naturezas e a forma das suas superfícies. Assim, Platão misticamente associa os quatro sólidos mais fáceis de construir – tetraedro, octaedro, icosaedro e o hexaedro – com os quatro “elementos” primordiais – fogo, ar, água e terra. E para contornar a dificuldade de explicar o quinto sólido, o dodecaedro, associa-o ao Universo.

CAPÍTULO 2 – O MODELO DE VAN HIELE

Acredita-se que por vezes, o professor de matemática, flagra-se entre pensamentos reflexivos acerca do Ensino/Aprendizagem. Pensamentos esses, que conduzem a um universo de dúvidas e questionamentos acerca da prática educacional. Então, pergunta-se: O professor de matemática está contribuindo para o desenvolvimento cognitivo do educando? Como tornar o processo ensino/aprendizagem mais prazeroso para seus atores? Que metodologia usar para alcançar os objetivos da disciplina?

Sabe-se que, algumas vezes, os conteúdos abordados são de complexa aplicação no cotidiano do educando, contudo existem conteúdos, integrantes do currículo escolar, que figuram naturalmente em nossas vidas. Dentre esses, pode-se citar o estudo da Geometria.

Sendo assim, é possível abordá-la de maneira mais prática e concreta. Para tanto, basta fazer uso de uma metodologia adequada que valorize o conhecimento prévio do educando e consiga sistematizar o processo, para que educando e educador consigam perceber, claramente, etapas de superação e construção do conhecimento. Desta forma, o conteúdo, apesar de estar no centro do processo, terá o educando como agente ativo e o educador como mediador do processo ensino/aprendizagem.

> A função do mediador não é apenas a de levar o indivíduo a perceber e registrar os estímulos, mas determinar certas mudanças na maneira de processar e utilizar a informação. Ao deixar claro seus objetivos ao sujeito, o mediador o incita a compartilhar dos seus propósitos nesse processo mútuo que redunda em conhecimento e enriquecimento para ambos. (MEIER, 2010, p.131)

Nessa perspectiva e com intuito de abordarmos um componente do currículo escolar, os Poliedros Platônicos, lança-se mão do Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico.

2.1 - O MODELO VAN HIELE DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO E OS POLIEDROS DE PLATÃO.

Esse Modelo, como dito anteriormente, surge nas teses de doutorado de Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele na Universidade de Utrecht. Desde então, apesar de paulatinamente, o modelo vem conquistando pesquisadores da área de educação, sendo apresentada ao Brasil, pelo trabalho da educadora Lilian Nasser na UERJ e Ana Kaleff na UFF.

Trata-se de uma teoria para o ensino da geometria composta por cinco níveis de compreensão: Visualização; Análise; Dedução Informal; Dedução Formal; Rigor e cinco fases de aprendizagem: Informação; Orientação Dirigida; Explicitação, Orientação Livre e Integração.

Os níveis conduzem o educando a aquisição do conhecimento por meio de suas observações, atividades elaboradas e experiências conduzidas no decorrer do processo de ensino/aprendizagem. Já as fases norteiam o caminho através do qual o educador poderá contribuir para o desenvolvimento geométrico do educando. Sendo que em cada um dos níveis de compreensão o aluno deve passar pelas mesmas cinco fases de aprendizagem. Nesse sentido, MACHADO (2001, p.53) salienta a necessidade de "perceber, na escalada dos níveis, a crescente complexidade do objeto concreto: dos elementos básicos passou-se às suas propriedades, às relações entre propriedades, às cadeias de propriedades e às propriedades das cadeias".

Tal método sugere uma sequência ordenada de experiências educacionais que conduzem o educando a aquisição significativa do conhecimento, sendo necessário passar por todas as etapas, da Visualização até o Rigor, sem saltar nenhuma delas.

Através desse modelo, além de permitir uma compreensão sobre as especificidades de cada nível do pensamento geométrico, os Van Hiele identificaram propriedades que caracterizam o modelo e são inerentes a prática do educador, pois podem auxiliar na tomada de decisões durante o processo de ensino.

2.2 - NÍVEIS DE COMPREENSÃO

Segundo o Modelo de Van Hiele, o aluno percorre de forma sequencial e ordenada esses níveis - do nível 0 (Visualização) ao nível 4 (Rigor) - fundamentando-se em experiências educacionais concretas e adequadas ao nível em que o aluno se encontra.

2.2.1 - NÍVEL 0: VISUALIZAÇÃO

No nível da visualização, o aluno inicia uma percepção do universo que o rodeia, reconhecendo, apenas por sua aparência, formas naturais e/ou artificiais. Não consegue perceber propriedades dos Poliedros de Platão, contudo pode associá-lo a objetos, como por exemplo chamar o octaedro de balão de festa junina ou se referir aos vértices como "cantinhos".

2.2.2 - NÍVEL 1: ANÁLISE

Neste nível, o aluno reconhece partes dos Poliedros de Platão, as quais começam a ser identificadas e analisadas. Então, mesmo não conseguindo, ainda, relacionar classes, percebe que determinadas características são inerentes a determinados Poliedros de Platão.

2.2.3 - NÍVEL 2: DEDUÇÃO INFORMAL OU ABSTRAÇÃO

No nível da dedução informal, o aluno reconhece classes dos Poliedros de Platão, sendo também capaz de deduzir propriedades, como por exemplo: todo hexaedro regular possui faces opostas paralelas. Contudo, não são capazes de realizar demonstrações.

2.2.4 - NÍVEL 3: DEDUÇÃO FORMAL

Ao atingir este nível, o aluno é capaz de realizar demonstrações que envolvem conceitos formais relacionados a teoria geométrica dos Poliedros de Platão, além de visualizar outras possibilidades de realizá-las. Nesta etapa, o aluno deixa de simplesmente memorizar as demonstrações, podendo agora partir de outras premissas.

2.2.5 - NÍVEL 4: RIGOR

No nível do rigor, o aluno não faz uso de material concreto e é capaz de trabalhar com geometria não euclidiana. Como o nome do nível sugere, há bastante rigor na avaliação dos sistemas dedutivos, já que, a abordagem se passa em um plano abstrato.

Vale ressaltar, que não temos como objetivo alcançar os dois últimos níveis da metodologia (Dedução Formal e Rigor), pois acredita-se que o aluno do Ensino Médio precisa de mais tempo para atingi-los.

2.3 - FASES DO APRENDIZADO

Segundo o Modelo de Van Hiele, essas Fases do Aprendizado conduzem o professor a desenvolver a metodologia com maior segurança, além de contribuir com o aluno, no sentido de conduzi-lo a superar os níveis de compreensão com maior desenvoltura e eficiência.

2.3.1 - FASE 1:INTERROGAÇÃO/INFORMAÇÃO

Nesta fase, o professor estabelece dialogo com seu aluno e, através de perguntas elaboradas, com a linguagem adequada ao nível que se encontra, explora-se o objeto de estudo. Ratifica CROWLEY (1994 apud LINDQUIST, 1994, p. 6) que “o propósito desta atividade é duplo: (1) o professor fica sabendo quais os conhecimentos prévios dos alunos sobre o tópico; (2) os alunos ficam sabendo em que direção os estudos avançarão".

2.3.2 - FASE 2: ORIENTAÇÃO DIRIGIDA

Neste momento, os alunos manipulam o material apresentado pelo professor de forma criteriosa e sequencial. Através dessa atividade o aluno poderá perceber e conhecer melhor, as características do nível em que se encontra.

2.3.3 - FASE 3: EXPLICITAÇÃO

Agora os alunos estabelecem discussão acerca dos sólidos já observados, enquanto que o professor orienta sobre a importância do uso de linguagem precisa e adequada ao nível. Nesta fase, começa-se perceber a relação sequencial entre os níveis de compreensão.

2.3.4 - FASE 4:ORIENTAÇÃO LIVRE

O aluno se depara com atividades mais complexas e através de suas estratégias explora caminhos distintos para as atividades propostas. Desta forma, adquire mais experiência e segurança, pois passa a realizar pesquisa e discuti-las.

2.3.5 - FASE 5: INTEGRAÇÃO

Chega-se a hora de sistematizar o que foi abordado nas fases anteriores. O professor auxiliará o aluno a fazer uma síntese de tudo que foi explorado, com o cuidado de não introduzir novas definições. Ao final do nível o aluno adquiriu um novo nível de pensamento geométrico, substituído o antigo conhecimento pelo novo.

2.4 - PROPRIEDADES DO MODELO

Tais propriedades são importantíssimas na aplicação dessa metodologia, pois auxiliam o professor a tomar direcionamentos durante o processo de ensino/aprendizagem. As propriedades são: Sequencial; Avanço; Intrínseco e Extrínseco; Linguística; Combinação Inadequada.

2.4.1 - SEQUENCIAL

O aluno deve passar, de forma sucessiva e ordenada, pelos níveis. Sendo que o sucesso em dado nível está condicionado a assimilação dos níveis anteriores.

2.4.2 - AVANÇO

A passagem de um nível para outro está principalmente atrelada ao conteúdo e aos métodos de instrução utilizados direcionados ao aluno, do que em relação a idade.

2.4.3 - INTRÍNSECO E EXTRÍNSECO

Um nível tem como pré-requisito o nível imediatamente anterior. Desta forma, por exemplo, as formas simplesmente percebidas em um Poliedro de Platão no nível zero, serão analisadas, somente, no nível 1. Então o aluno será capaz identificar componentes do Poliedro e descobrir propriedades.

2.4.4 - LINGUÍSTICA

Como se trata de uma método sequencial, cada nível possui características próprias que satisfazem as necessidades conceituais do nível, então necessitam de aprofundamento que serão realizados em níveis seguintes. Tomaremos como exemplo, um aluno no nível 1 que recebe um objeto concreto e o identifica simplesmente como uma pirâmide. Tal afirmativa é verdadeira, contudo no nível seguinte, através de suas análises, conclui que a pirâmide, em questão, é um tetraedro regular. Percebe-se assim, que a linguagem é fundamental e inerente a cada nível.

2.4.5 - COMBINAÇÃO INADEQUADA

Todos os recursos didáticos e orientações devem estar no mesmo nível de compreensão do aluno, caso contrário o aprendizado e a evolução esperada poderão não ser atingidos de forma satisfatória.

É importante salientar que da forma com a qual o Modelo é organizado, através de níveis de compreensão bem definidos e suas fases, o professor consegue visualizar todo o processo de ensino/aprendizagem, além de poder realizar intervenções com maior segurança, advinda do conhecimento prévio de todas as propriedades inerentes ao método.

CAPÍTULO 3 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 - ESCOLHA DAS TURMAS

Para desenvolver uma proposta metodológica, entre outras coisas, é necessário conhecer a dinâmica da escola e dos alunos, portanto, sendo o autor deste trabalho professor da rede pública estadual do Estado do Pará, resolve-se aplicar o Modelo de Van Hiele na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Pedro Álvares Cabral, na qual o autor é lotado.

Essa Escola está localizada próxima a orla e ao centro comercial da cidade de Santarém/PA, em um Bairro chamado Laguinho. Diante disso, atende a uma clientela muito diversificada, em relação ao nível social. Mesmo assim, os casos de violência e indisciplina não são tão frequentes, porém os resultados da Escola no ENEM têm deixado a desejar e preocupa gestores e docentes, sendo pauta constante das reuniões pedagógicas.

Para a aplicação da metodologia no ensino dos Poliedros de Platão e poder realizar comparações e análises acerca do aprendizado dos alunos, procurou-se escolher três turmas que já haviam explorado geometria plana e geometria espacial, sem terem abordado os Poliedros de Platão, pois assim teríamos turmas mais homogêneas no que se refere ao conteúdo já estudado. Então se optou pelas turmas da segunda série do Ensino Médio, pois atendiam os pré-requisitos.

As atividades iniciaram no quarto bimestre do ano letivo de 2012, no momento em que todas as três turmas (A, B e C) já haviam abordado o conceito de poliedros e iriam iniciar o estudo sobre os Poliedros de Platão. Assim, as três turmas estavam no mesmo ponto do conteúdo e com os mesmos conteúdos explorados.

3.2 - PROCEDIMENTOS GERAIS

Mesmo sabendo-se que as três turmas haviam estudado geometria plana, desconhecia-se o nível de aprendizado das mesmas e não se sabia como o nível de conhecimento em geometria plana influenciaria no ensino/aprendizado dos Poliedros de Platão. Por outro lado, desejava-se verificar se o ensino dos Poliedros de Platão poderia contribuir para um melhor entendimento de alguns conceitos explorados na geometria plana.

Para tanto, aplicou-se um mesmo teste (veja ANEXO) que explora tópicos de geometria plana, em dois momentos: antes e após o ensino dos Poliedros de Platão, para verificar o nível em que cada uma das três turmas se encontrava. Esse teste foi retirado do livro “Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele” do Projeto Fundão coordenado por Lílian Nasser. Onde foi aplicado para medir o conhecimento adquirido após a aplicação da metodologia.

Uma vez aplicado o teste que explorava tópicos de geometria plana, as turmas iniciaram seus estudos sobre os Poliedros de Platão.

Após o ensino dos Poliedros de Platão, aplicou-se, novamente o teste sobre tópicos de geometria plana nas turmas e, em seguida, um teste composto de dez questões distribuídas entre objetivas e discursivas, com intuito de verificar o aprendizado.

As questões desse último teste (veja Apêndice D) exploravam tópicos de geometria plana, geometria espacial e questões estritamente ligadas aos Poliedros de Platão. Entre as questões, existem algumas retiradas dos exames nacionais: ENEM, OBM, UEL e UNIRIO.

3.3 - A TURMA “A”

A turma “A” estava lotada no turno matutino e era composta por 28 alunos, em sua maioria do sexo feminino, contudo, devido infrequência nas aulas, aproximadamente 54% dos alunos foram submetidos a todos os testes, como mostra a tabela 1. Sendo assim, apenas 15 alunos foram avaliados, dez do sexo feminino e cinco do sexo masculino, com idades que vão de quinze a dezoito anos, ou seja, as modas das idades são dezesseis e dezessete anos.

PERFIL DOS ALUNOS AVALIADOS NA TURMA “A”			
IDADE	NÚMERO DE ALUNOS	SEXO	
		FEMININO	MASCULINO
15	2	1	1
16	6	4	2
17	6	5	1
18	1	1	—

Tabela 1

Na turma “A”, o conteúdo é explorado através de aulas expositivas e sem a utilização de nenhum material concreto. O professor utilizou, somente: o livro didático adotado pela escola (Novo olhar matemática, volume 3), quadro branco e pincel. O conteúdo foi explorado em oito horas aula de 40 minutos cada.

Como o professor utilizou somente o livro didático, desenvolveu suas atividades da seguinte forma:

- Três horas/aula para expor o conteúdo e resolver exemplos no quadro branco;
- Duas horas/aula para que a turma pudesse tentar resolver as atividades propostas;
- Uma hora/aula dando vistos nos cadernos dos alunos e prestando orientação individual.
- Duas horas/aula corrigindo as atividades propostas no quadro branco.

Vale ressaltar que, entre exemplos e atividades propostas, foram resolvidas pelo professor no quadro branco treze questões.

3.4 - A TURMA “C”

A turma “C” estava lotada no turno vespertino e era composta por 24 alunos, em sua maioria do sexo feminino.

Devido infrequência nas aulas, aproximadamente 84% (20 alunos) foram submetidos a todos os testes, doze do sexo feminino e oito do sexo masculino, sendo que suas idades variam de quinze a dezenove anos. Portanto, a moda das idades é dezessete anos, como mostra a tabela 2.

PERFIL DOS ALUNOS AVALIADOS NA TURMA “C”			
IDADE	NÚMERO DE ALUNOS	SEXO	
		FEMININO	MASCULINO
15	1	—	1
16	2	—	2
17	9	5	4
18	5	4	1
19	3	3	—

Tabela 2

Na turma “C”, o conteúdo foi explorado com a utilização de material concreto, contudo os alunos somente manipularam esses materiais que foram previamente construídos pelo professor. Além do material concreto, o professor utilizou o livro didático adotado pela escola (Novo olhar matemática, volume 3), o quadro branco e pincel. O conteúdo foi explorado em doze horas aula de 40 minutos cada.

As doze aulas foram distribuídas da seguinte forma:

- Cinco horas/aula expondo o conteúdo com auxílio do material concreto. O professor manipulava os poliedros de Platão e em seguida entregava a turma que também manipulava observando os conceitos explorados;
- Duas horas/aula resolvendo exemplos no quadro branco;
- Duas horas/aula para que os alunos pudessem tentar resolver as atividades propostas;
- Uma hora/aula dando visto nos cadernos e prestando orientação individual;
- Duas horas/aula corrigindo as atividades propostas em sala;

Durante o desenvolvimento das aulas foram resolvidos dez atividades no quadro branco, entre exemplos e atividades propostas.

3.5 - A TURMA “B”

A turma “B” pertencia ao turno vespertino e era composta por 26 alunos, em sua maioria, também, do sexo feminino.

Pelo mesmo motivo de infrequência nas aulas, aproximadamente 89% foram submetidos a todos os testes. Assim, dos alunos avaliados, doze são do sexo feminino (52%), onze do sexo masculino e suas idades variam de quinze a vinte anos, como mostra a tabela 3. Observa-se, ainda, que a moda das idades é dezesseis anos.

PERFIL DOS ALUNOS AVALIADOS NA TURMA “B”			
IDADE	NÚMERO DE ALUNOS	SEXO	
		FEMININO	MASCULINO
15	2	1	1
16	13	5	8
17	4	3	1
19	3	2	1
20	1	1	—

Tabela 3

Esta turma foi submetida ao Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico para ensino dos Poliedros de Platão. O conteúdo foi explorado em 16 horas/aula de 40 minutos cada.

Como o uso do Modelo de Van Hiele requer que o professor supervisione as atividades propostas de forma bem particular e diante da necessidade de realizar orientações constantes, além de anotações referentes a aplicação do Modelo, decidiu-se dividir a turma “B” em cinco grupos compostos de no máximo cinco componentes por grupo.

Para melhor organização das atividades, em cada grupo havia:

1) Um coordenador que é o líder do grupo. Sua função é estimular os membros a participarem das discussões, além de garantir que o secretário acompanhe as discussões e realize corretamente as anotações.

2) Um secretário que é responsável por anotar corretamente as observações realizadas pelo grupo e, ao final da discussão, ler as anotações aos membros do grupo.

3) Um comunicador que deve apresentar oralmente à turma e ao professor os resultados obtidos durante a discussão.

Todos os grupos formados tiveram contato com os cinco Poliedros de Platão e a cada atividade desenvolvida, os grupos, tiveram um coordenador, secretário e comunicador diferente.

Após orientações dadas sobre a dinâmica do trabalho em grupo, iniciou-se a aplicação do Método de Van Hiele.

As atividades iniciaram com uma breve abordagem sobre o Filósofo Platão e seu interesse místico acerca dos poliedros que seriam abordados. Em seguida, ainda, com o objetivo de motivar e tornar a atividade mais lúdica, cada uma das equipes escolheu um dos nomes que Platão associou aos seus poliedros: FOGO, TERRA, AR, ÁGUA e UNIVERSO.

3.5.1 - APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE VAN HIELE

3.5.1.1 - NÍVEL 0: VISUALIZAÇÃO

Neste nível, o educando associa os Poliedros de Platão a formas naturais e/ou artificiais que o rodeiam, como blocos de pedra encontrados na natureza, as pirâmides do egito, bloquetes, tijolos, dados, esculturas artísticas etc. No nível da visualização, ainda não se reconhece tais sólidos por suas propriedades, contudo pode-se adquirir um vocabulário geométrico, diferenciar formas específicas e reproduzi-las.

- **FASE 1: INFORMAÇÃO (1 hora aula – 40 min)**

I. Cada grupo deve receber:

- Um Poliedro de Platão confeccionado em papel cartão;
- A planificação do Poliedro recebido, também em papel cartão;
- Papel para anotações.

II. O professor solicita que o grupo inicie discussão acerca do Poliedro recebido e realize anotações acerca das primeiras impressões observadas no sólido e sua respectiva planificação. Através de perguntas o professor conduz o grupo a realizar associações do sólido com elementos do cotidiano do aluno.

Após discussão e anotações realizadas o grupo troca o seu Poliedro de Platão com o Poliedro de outro grupo e repete a atividade, até ter contato com todos os cinco Poliedros de Platão.

➢ **FASE 2: ORIENTAÇÃO DIRIGIDA (1 hora aula – 40 min)**

I. Com a orientação do professor, cada grupo deve confeccionar um Poliedro de Platão, utilizando varetas para churrasco (pode ser encontrada em supermercados) e ligas de soro (podem ser encontradas em lojas especialistas em material hospitalar). Veja figura 2.

Figura 2

II. Cada grupo recebe cinco tabelas, uma para cada Poliedro de Platão.

III. Deverá registrar na primeira tabela: Nome atribuído ao Poliedro confeccionado; número de arestas; número vértices e número de faces.

IV. Trocará seu sólido confeccionado, com o sólido confeccionado por outro grupo e preencherá uma nova tabela e assim sucessivamente, até completar os cinco Poliedros de Platão.

V. Como atividade para casa foi solicitado aos grupos que confeccionasse em papel cartão os cinco Poliedros de Platão regulares.

➢ **FASE 3: EXPLICITAÇÃO (1 hora aula – 40 min)**

Neste momento os comunicadores anteriormente escolhidos, apresentam os resultados obtidos nas fases anteriores à turma. O professor tem papel passivo e simplesmente conduzirá a socialização, com perguntas relacionadas aos nomes escolhidos e rigidez dos sólidos confeccionados.

➢ **FASE 4: ORIENTAÇÃO LIVRE (1 hora aula – 40 min)**

I. Nesta fase cada grupo recebe um dos Poliedros de Platão confeccionados com palitos de churrasco, contudo, alguns, não devem estar rígidos. O professor solicita aos grupos que busquem maneiras de enrijecer os poliedros não rígidos.

II. Duas atividades práticas são apresentadas como desafios:

a) Como construir 4 triângulos equiláteros, com 6 palitos?

b) Como construir 6 quadrados, com 12 palitos?

- **FASE 5: INTEGRAÇÃO (1 hora aula – 40 min)**

É o momento de sintetizar os conhecimentos abordados e formalizar os nomes dos poliedros, com o cuidado de não explorar novos conteúdos.

Para tanto, cada grupo recebe uma folha de papel, para que o secretário do grupo, previamente escolhido para este nível, realize de forma sintetizada as conclusões do grupo acerca da atividade. Em seguida lê sua síntese para o grupo.

3.5.1.2 - NÍVEL 1: ANÁLISE

No nível 1, o educando interage de forma concreta com o ente geométrico. Desta forma, inicia-se a etapa de análise, conduzindo-o a entender que um dado Poliedro de Platão é classificado por suas partes, elemento, propriedades. Neste nível, através dessas observações e da experimentação, o educando reconhece propriedades que podem conceituar classes, no entanto, não é capaz de relacionar classes distintas.

- **FASE 1: INFORMAÇÃO (1 hora aula – 40 min)**

I. Apresentam-se à turma, sem rigor matemático, os Poliedros de Platão.

II. Levantam-se questionamentos sobre a relação entre os números de vértices, arestas e faces desses poliedros.

III. Questiona-se sobre o número de diagonais necessárias para deixar um poliedro rígido.

- **FASE 2: ORIENTAÇÃO DIRIGIDA (1 hora aula – 40 min)**

I. O professor apresenta a turma um tetraedro e um hexaedro, construídos previamente com palitos para churrasco, esferas de isopor e papel cartão, para que a relação entre vértices, arestas e faces seja visível. Veja figura 3 e 4.

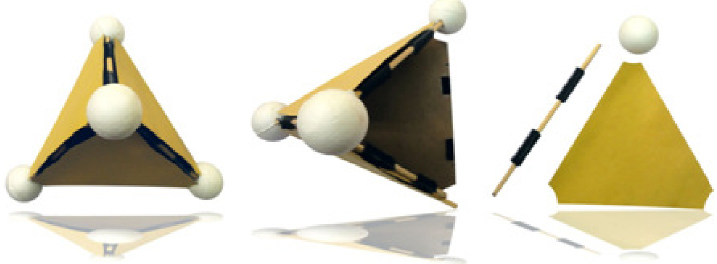


Figura 3

Figura 4

II. Realiza-se, para o caso do tetraedro e hexaedro, a visualização, através de material concreto, da demonstração do Teorema de Euler para poliedros. Veja figuras 5 e 6.

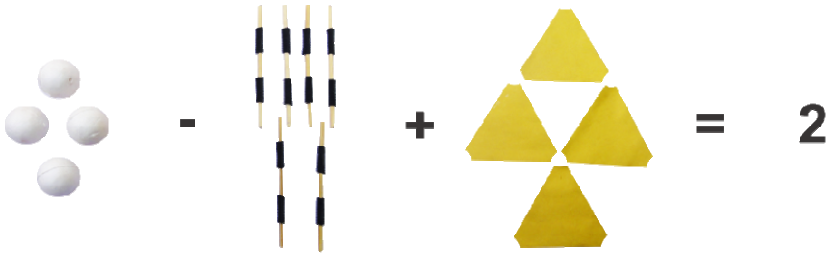


Figura 5

Figura 6

III. Com o auxílio dos sólidos em papel cartão anteriormente entregues e o confeccionados pela turma, os grupos confirmarão, de forma concreta, a relação entre vértices, arestas e faces para os cinco Poliedros de Platão manipulados.

- **FASE 3: EXPLICITAÇÃO (1 hora aula – 40 min)**

Os comunicadores, previamente escolhidos pelos grupos, para este nível, realizam a socialização dos resultados alcançados e o professor apenas observa as apresentações.

- **FASE 4: ORIENTAÇÃO LIVRE (1 hora aula – 40 min)**

I. Solicita-se aos grupos que registrem a relação algébrica entre o número de vértices, arestas e faces dos Poliedros de Platão.

II. Como exercício de reflexão e com auxílio dos sólidos contruídos e preenchimento de tabelas, solicita-se aos grupos que determinem o número de diagonais de cada um dos Poliedros de Platão.

- **FASE 5: INTEGRAÇÃO (1 hora aula – 40 min)**

Neste momento, o secretário redige uma síntese das atividades deste nível, lê para o grupo e repassa ao comunicador, para apresentação, ressaltando as relações e propriedades dos Poliedros de Platão.

3.5.1.3 - NÍVEL 2: DEDUÇÃO INFORMAL OU ABSTRAÇÃO

No nível da dedução informal, o educando já é capaz de, também, realizar classificações dos Poliedros de Platão. Sendo assim, conseguem deduzir propriedades de uma figura e reconhecer suas classes. Além disso, consegue acompanhar demonstrações e formular argumentos informais, porém não conseguem realizar demonstrações a partir de outras premissas.

- **FASE 1: INFORMAÇÃO (2 horas aula – 80 min)**

Neste nível o material concreto deve ser retirado da turma. O professor estabelece diálogo com a turma com intuito de formalizar e aprofundar os conceitos explorados acerca dos Poliedros de Platão, através de aula expositiva. Promovendo, deste modo, à algebrização do conteúdo.

i. Retoma-se a definição dos Poliedros de Platão, contudo, neste momento, com maior rigor matemático. Procedendo com a seguinte exposição:

Definição:

Um poliedro convexo é chamado poliedro de Platão se, e somente se, satisfaz as três seguintes condições:

a) Todas as faces têm o mesmo número (n) de arestas,
b) Todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número (m) de arestas,
c) Vale a relação de Euler (V-A+F=2).

ii. Demonstra-se que existe cinco, e somente cinco, classes dos Poliedros de Platão.

Demonstração:

Usando as condições que devem ser verificadas por um poliedro de Platão, temos:

a) Cada uma das F faces tem n arestas (n≥3), e como cada aresta está em duas faces:

$n \cdot F = 2A \Longrightarrow F = \frac{2A}{n}$. (I)

b) Cada um dos V ângulos poliédricos tem m arestas (m≥3), e como cada aresta contém dois vértices:

$m \cdot V = 2A \Longrightarrow V = \frac{2A}{m}$. (II)

c) $V - A + F = 2$ (III)

Substituindo (I) e (II) em (III) e depois dividindo por 2A, obtemos:

$\frac{2A}{m} - A + \frac{2A}{n} = 2 \Longrightarrow \frac{1}{m} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n} = \frac{1}{A}$ (IV)

Sabemos que n≥3 e m≥3. Notemos, porém, que se m e n fossem simultaneamente maiores que 3 teríamos:

$$\left.\begin{array}{r} m > 3 \Rightarrow m \geq 4 \Longrightarrow \frac{1}{m} \leq \frac{1}{4} \\ n > 3 \Longrightarrow n \geq 4 \Longrightarrow \frac{1}{n} \leq \frac{1}{4} \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \leq \frac{1}{2} \Longrightarrow \frac{1}{m} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n} \leq 0$$

O que contraria a igualdade (IV), pois A é um número positivo.

Concluímos então que, nos poliedros de Platão, m=3 ou n=3 (isto significa que um poliedro de Platão possui, obrigatoriamente, triedro ou triângulo):

1º. Para m=3 (supondo que tem triedro).

Em (IV) vem:

$\frac{1}{n} - \frac{1}{6} = \frac{1}{A} \Longrightarrow \frac{1}{n} > \frac{1}{6} \Longrightarrow n < 6.$

Então, n=3 ou n=4 ou n=5 (respectivamente faces triangulares ou quadrangulares ou pentagonais).

m	n
3	3
3	4
3	5

2º. Para n=3 (supondo que tem triângulo).

Em (IV):

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{6} = \frac{1}{A} \Rightarrow \frac{1}{m} > \frac{1}{6} \Rightarrow m < 6.$$

Então, m=3 ou m=4 ou m=5 (respectivamente ângulos triédricos ou pentaédricos).

m	n
3	3
4	3
5	3

Resumindo os resultados entrados no 1º e no 2º, concluímos que os poliedros de Platão são determinados pelos pares (m,n) da tabela abaixo, sendo, portanto, cinco, e somente cinco, as classes de poliedros de Platão.

m	n
3	3
3	4
3	5
4	3
5	3

- **FASE 2: ORIENTAÇÃO DIRIGIDA (1 hora aula – 40 min)**

Solicita-se aos grupos a aplicação da relação de Euler, sem o auxílio do material concreto.

O professor direciona a atividade com intuito de conduzir os alunos a explorarem os conhecimentos adquiridos anteriormente, acerca das propriedades e elementos inerentes aos Poliedros de Platão, que inclusive foram verificados de forma prática através do material concreto. Desta forma, o professor assume o papel de facilitador, tornando a atividade menos cansativa.

- **FASE 3: EXPLICITAÇÃO (1 hora aula – 40 min)**

I. O professor observa e analisa as atividades aplicadas aos alunos, grupo a grupo.

II. O secretário do grupo escreve a síntese do nível, lê para o grupo e repassa ao comunicador, para a socialização frente a turma dos conhecimentos adquiridos e suas dificuldades em resolvê-las sem a utilização do material concreto.

- **FASE 4: ORIENTAÇÃO LIVRE (1 hora aula – 40 min)**

São propostas aos grupos as seguintes atividades, com o auxílio da relação de Euler e sem o material concreto, determinar:

- Qual o nome e o número de vértices do Poliedro de Platão que possui 12 faces e 30 arestas?
- Como se chama e qual o número de arestas do Poliedro de Platão que possui 20 faces e 12 vértices?

- **FASE 5: INTEGRAÇÃO (1 hora aula – 40 min)**

O professor analisa os resultados obtidos nas fases anteriores e auxilia na elaboração na sistematização desses resultados. Além disso, apresenta uma visão global do conteúdo explorado, sem apresentar novos conteúdos.

Todo o processo de aplicação da Metodologia de Van Hiele na turma “B”, como dito anteriormente, durou 16 horas/aula de 40 minutos cada.

CAPÍTULO 4 - DESCRIÇÃO DOS DADOS

4.1 – PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE DE GEOMETRIA PLANA

Na correção do pré-teste e pós-teste de geometria plana foi analisado cada item das questões, em cada nível de desenvolvimento. Ressalta-se que tais níveis referem-se ao modelo de Van Hiele quando aplicado a geometria plana.

Os itens respondidos incorretamente receberam pontuação igual a zero. Vale salientar que o pré-teste e o pós-teste são compostos das mesmas 15 (quinze) questões e a forma através da qual foram corrigidos é de autoria do autor deste trabalho.

As cinco primeiras questões (1 a 5) dos testes correspondem ao **NÍVEL 0** e são compostas de cinco itens cada uma. Cada item correto recebe 1,0 (um) ponto por acerto, desta forma, pode-se totalizar 25 (vinte e cinco) pontos, como mostra a tabela 4.

Distribuição de Pontos nas Questões do NÍVEL 0						
Resposta	Questões					Total de Pontos
	1	2	3	4	5	
Correta	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	25,0

Tabela 4

Já nas questões de **NÍVEL 1** (5 a 10), existem questões sem itens, com dois itens, três itens e cinco itens. Contudo, independente do número de itens, as questões continuam valendo 5,0 (cinco) pontos que são distribuídos igualmente entre seus itens. Podendo totalizar também 25 (vinte e cinco) pontos. Veja tabela 5.

Distribuição de Pontos nas Questões do NÍVEL 1						
Questões	6	7	8	9	10	Total de Pontos
Nº de Itens	5	3	5	3	2	
Valor do Item correto	1,0	5/3	1,0	5/3	2,5	25,0

Tabela 5

Na correção das questões do **NÍVEL 2** (11 a 15) procedeu-se de forma similar as questões do nível anterior, como mostra a tabela 6.

Distribuição de Pontos nas Questões do NÍVEL 2						
Questões	11	12	13	14	15	Total de Pontos
Nº de Itens	5	3	2	5	5	
Valor do Item correto	1,0	5/3	2,5	1,0	1,0	25,0

Tabela 6

Sendo assim, a pontuação máxima no pré-teste e pós-teste de geometria plana é de **75** (setenta e cinco) pontos.

4.2 – DESCRIÇÃO DOS RESULTADOS NO PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE DE GEOMETRIA PLANA

4.2.1 – O PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE NA TURMA "A"

No Nível 0, a turma "A" obteve média de 22 pontos no pré-teste e 20,9 pontos no pós-teste. Não houve nota máxima e observa-se que 53% dos alunos obtiveram nota inferior no pós-teste, sendo que 13% tiveram nota maior. Desta forma, a nota da turma no Nível 0, baixou 5%. Veja o gráfico 1.

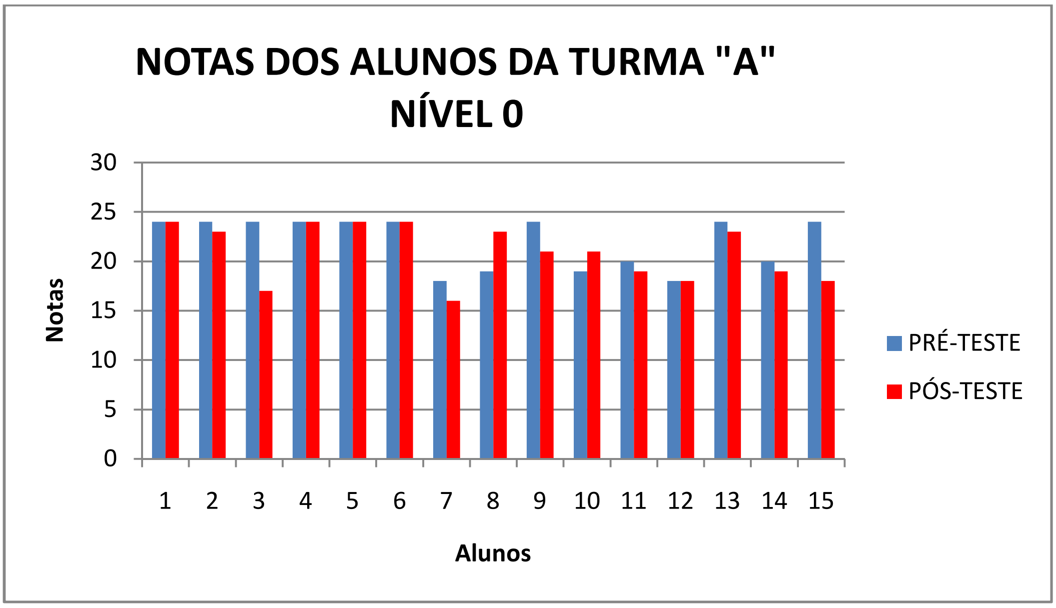


Gráfico 1

A média da turma “A” no Nível 1, no pré-teste e pós-teste foram, respectivamente, 11,5 e 8,1, sendo que, no pós-teste, 13% dos alunos tiveram notas maiores e 73% dos alunos notas menores, o que levou a turma a um decrescimento de 30% no seu resultado quando comparado com o pré-teste, desse nível. Veja gráfico 2.

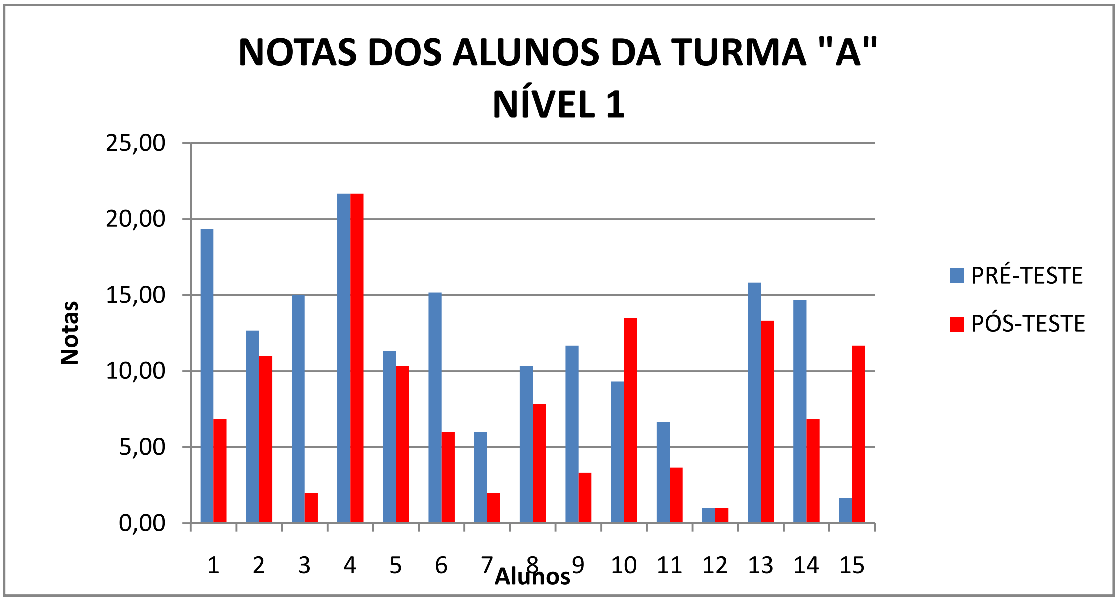


Gráfico 2

Observando os resultados obtidos, no Nível 2, pela turma “A”, verifica-se que a média no pré-teste é de 7,1 pontos e no pós-teste é de 6,5 ponto. Além disso, 47% dos alunos alcançaram notas inferiores no pós-teste e 20% conseguiram aumentar suas notas, o que conduziu a turma a um decrescimento de 8% em seu resultado. Ver gráfico 3.

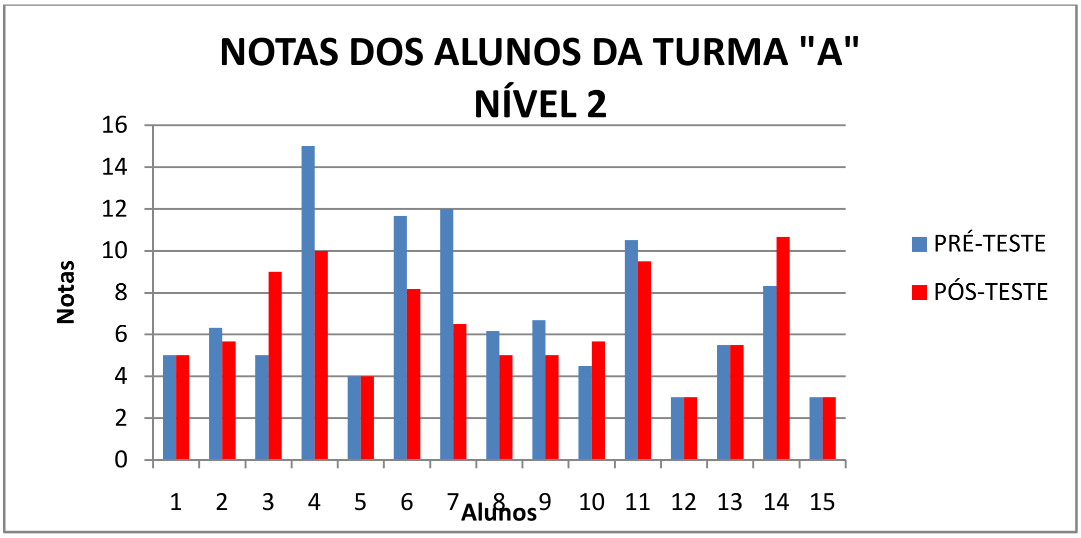


Gráfico 3

A média geral da turma “A” no pré-teste foi de 40,6 pontos e no pós-teste de 35,5 pontos. Os resultados dos alunos decrescem a medida que o Nível cresce, apresentando um decrescimento geral de aproximadamente 12,5% em seu resultado. Sendo que, 73% dos alunos obtiveram notas menores no pós-teste. Observe gráfico 4.

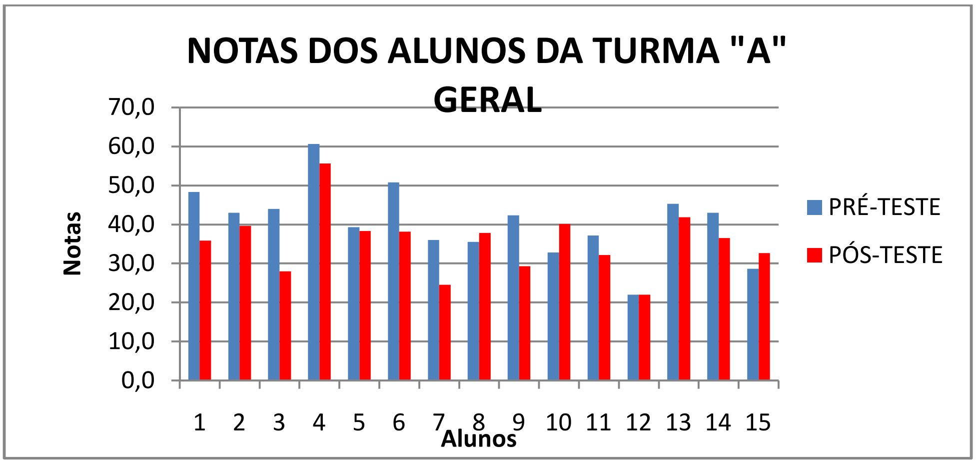


Gráfico 4

4.2.2 – O PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE NA TURMA “B”

Analisando os resultados obtidos, no pré-teste e pós-teste, pelos alunos da turma “B”, Nível 0, verifica-se que suas médias são, respectivamente, 18,7 pontos e 18,5 pontos, ou seja, houve um decrescimento de 1,3% na média. Sendo que 30% dos alunos tiveram nota inferior no pós-teste, mas, por outro lado, 65% conseguiu aumentar a nota. Veja gráfico 5.

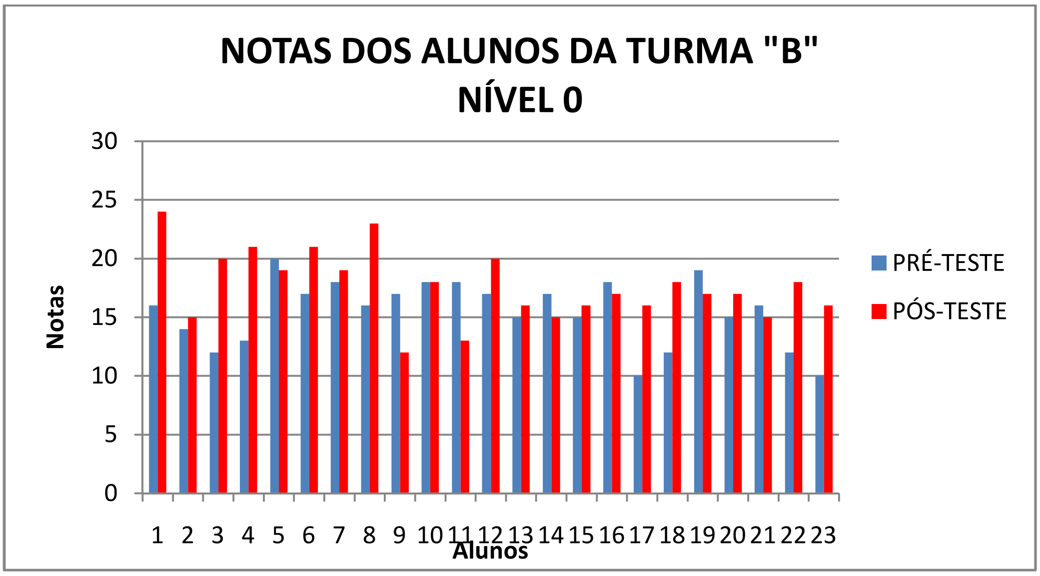


Gráfico 5

No Nível 1, a turma “B”, obteve média 8,7 pontos e 10,6 pontos, nos pré-teste e pós-teste, respectivamente. Apresentando um crescimento de aproximadamente 22,3% neste nível. Além disso, 61% dos alunos elevaram suas notas, sendo que 35% tiveram nota inferior no pós-teste. Veja gráfico 6.

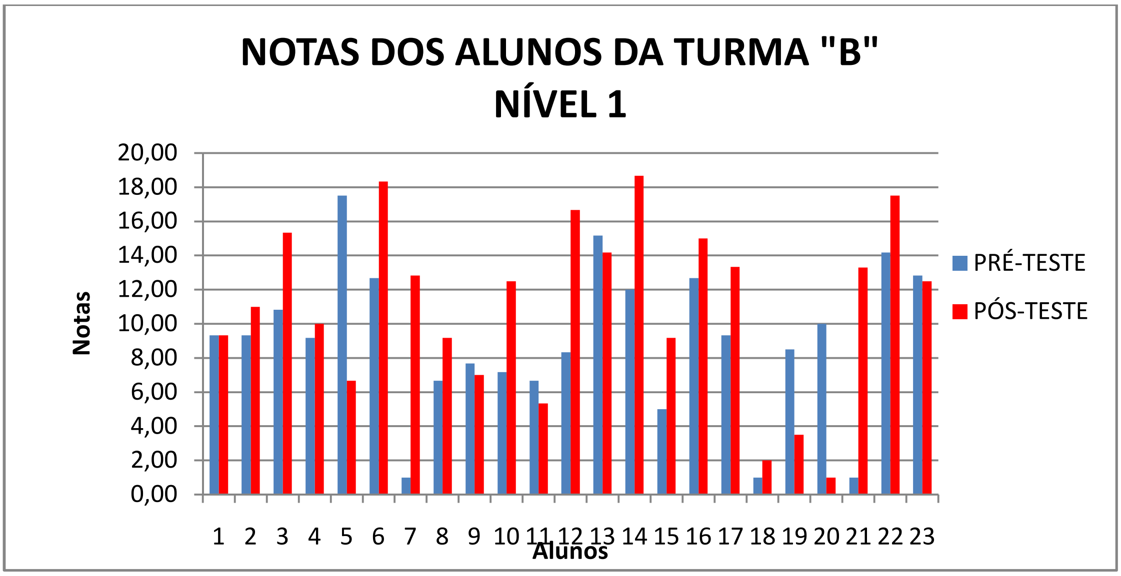


Gráfico 6

Analisando o Nível 2, no pré-teste e pós-teste aplicado a turma “B”, verifica-se que suas médias são, respectivamente, 6,9 pontos e 7,5 pontos. Sendo que 48% dos alunos obtiveram notas maiores no pós-teste, contra os mesmos 48% que baixaram suas notas. Mesmo assim, a turma obteve um crescimento de aproximadamente 7,6%. Veja gráfico 7.

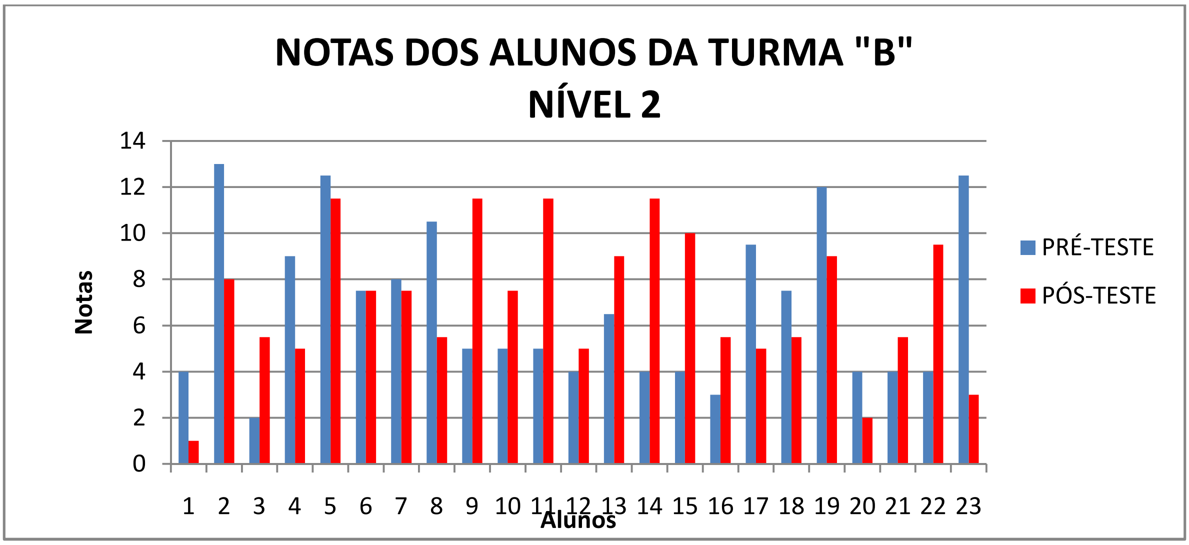


Gráfico 7

De forma geral, a turma “B”, cresceu mais de 6,4%, com médias de 31,3 pontos e 35,8 pontos, no pré-teste e pós-teste, respectivamente. As médias decrescem a medida que o os níveis crescem. Mesmo assim, mais de 78,3% dos alunos da turma tiveram notas maiores no pós-teste. Veja gráfico 8.

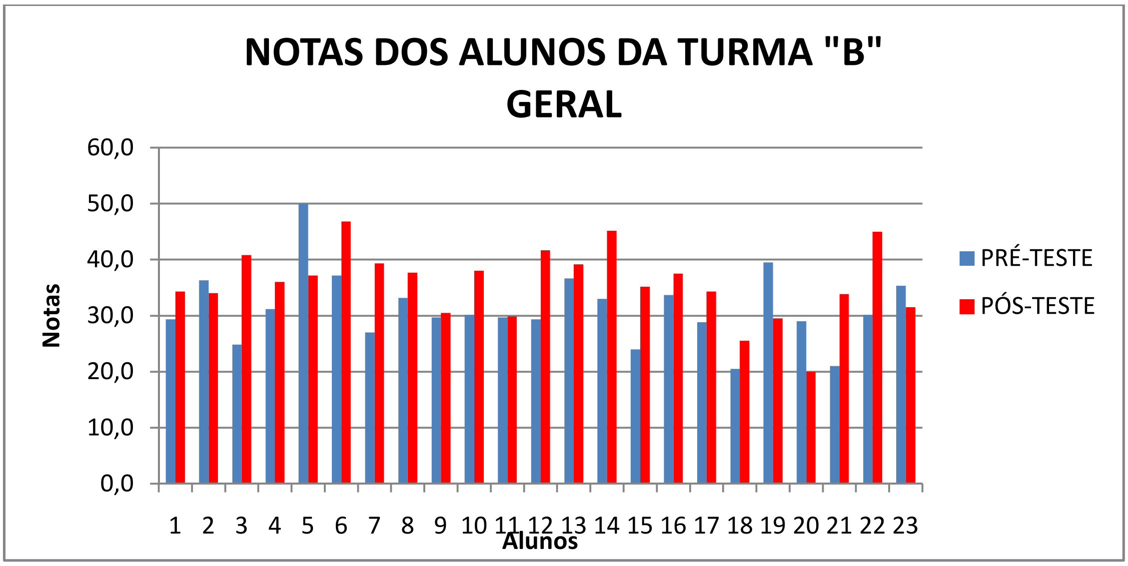


Gráfico 8

4.2.3 – O PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE NA TURMA “C”

Observando o Nível 0 da turma “C”, verifica-se que suas médias são 17,6 pontos e 18,4 pontos, nos pré-teste e pós-teste, respectivamente. Desta forma, nesse nível a turma cresceu cerca de 5% na média e 65% dos alunos aumentaram suas notas no pós-teste, contra 25% que baixaram a nota. Ver gráfico 9.

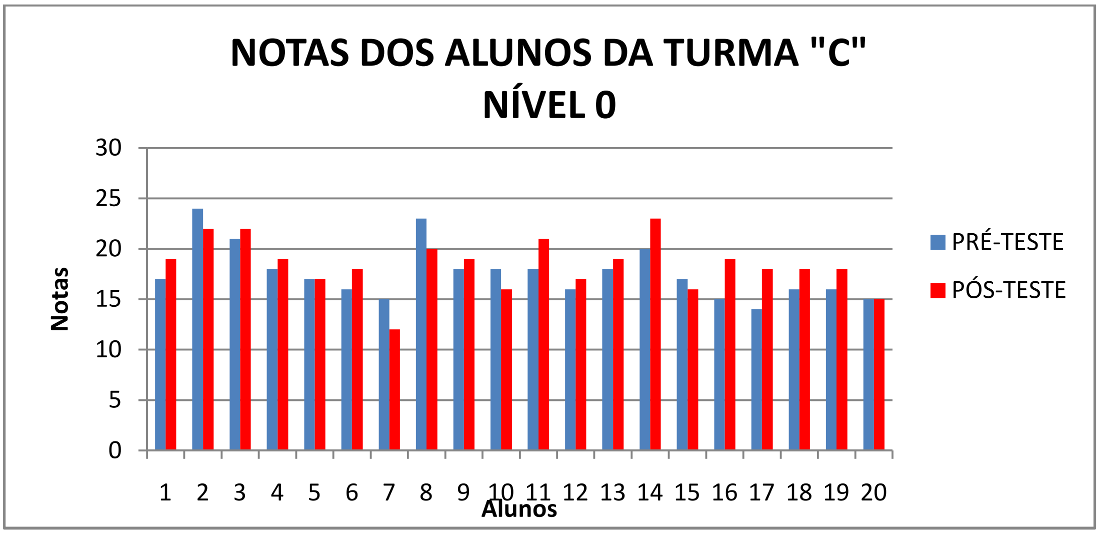


Gráfico 9

No Nível 1, a turma “C” obteve média no pré-teste de 4,3 pontos e no pós-teste de 5,0 pontos, aproximadamente. Assim, a média da turma cresceu 16,6%. Além disso, 50% dos alunos aumentaram suas notas no pós-teste e 30% obtiveram nota inferior. Veja o gráfico 10.

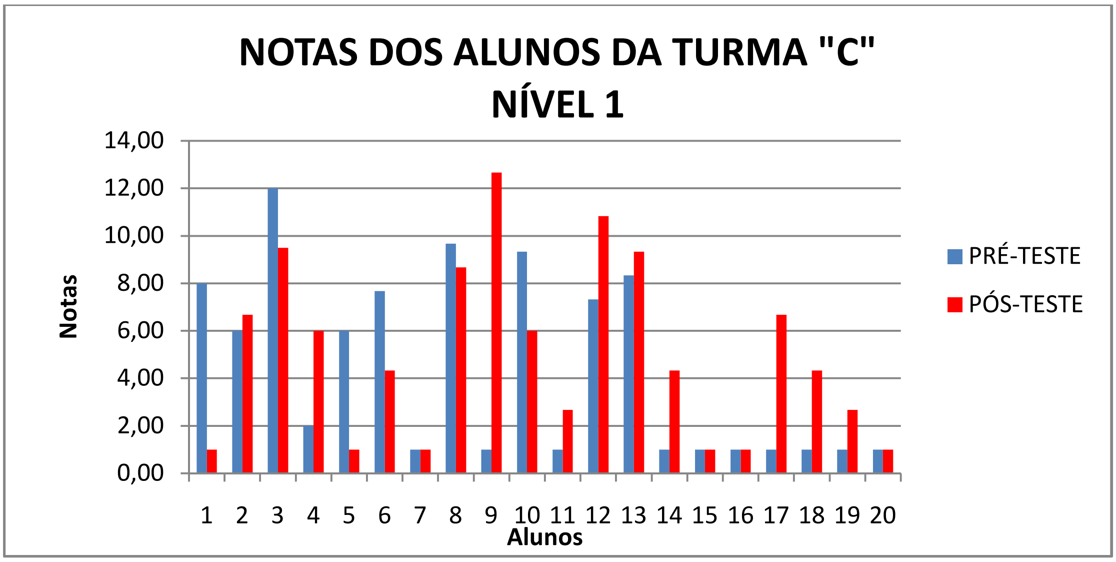


Gráfico 10

Analisando os resultados obtidos pela turma “C”, no Nível 2, verifica-se que a turma obteve média 7,0 no pré-teste e 6,7 no pós-teste. Sendo assim, a média da turma baixou, aproximadamente, 5%. Por outro lado, vemos que 55% dos alunos tiveram notas inferiores no pós-teste e somente 40% deles obtiveram resultados melhores, no pós-teste. Veja o gráfico 11.

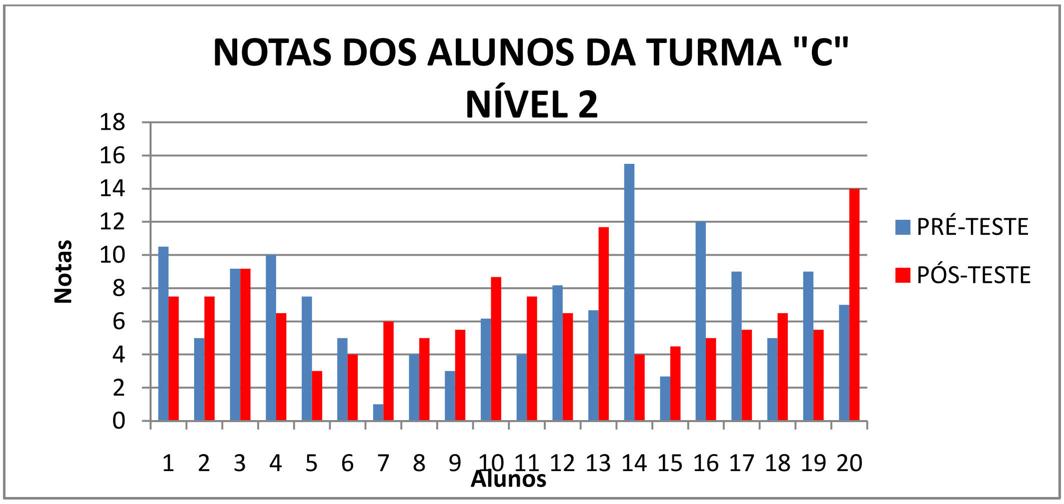


Gráfico 11

Verificando o resultado geral da turma "C", nos pré-teste e pós-teste, observa-se, respectivamente, que suas médias são 28,9 e 30,1. Apresentando assim, um crescimento de aproximadamente 4,1%. Essa turma obteve menores resultados no Nível 1, diferente das outras cujos resultados decresceram a medida que os Níveis aumentaram. Além disso, no geral, observou-se que 60% dos alunos alcançaram notas superiores no pós-teste. Veja o gráfico 12.

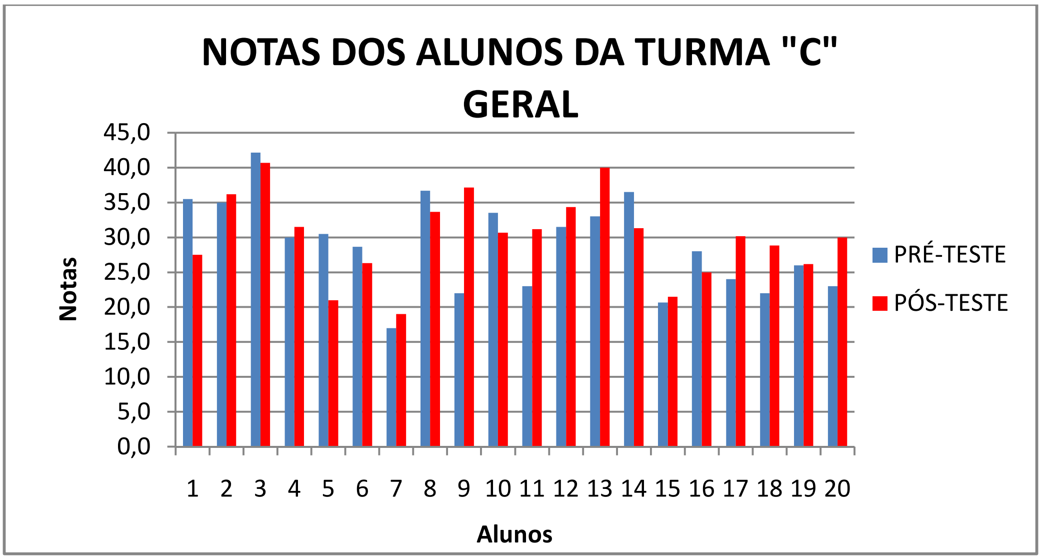


Gráfico 12

4.2.4 – AS MÉDIAS DAS TURMAS NOS PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

Analisando as médias das turmas no pré-teste e pós-teste, verifica-se que o melhor resultado no pré-teste foi da turma "A" e no pós-teste foi da turma "B". Sendo que a turma "B" obteve maior crescimento percentual, na comparação das médias obtidas. Veja gráfico 13.

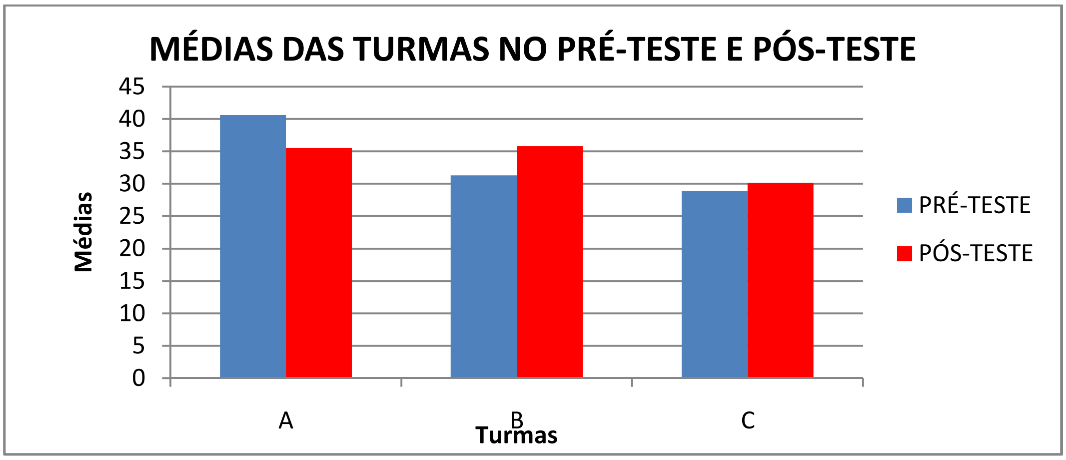


Gráfico 13

4.3 – PÓS-TESTE SOBRE GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL

Como dito anteriormente, esse Teste é composto de 10 questões, que exploravam alguns tópicos de Geometria plana, geometria espacial e questões especificamente relacionadas aos Poliedros de Platão, como mostra a tabela 7 a seguir.

Questão 1 (OBM-2005/FASE 1)	Identificação das vistas superiores de sólidos geométricos.
Questão 2 (ENEM-2002)	Congruência de áreas em um paralelogramo.
Questão 3 (ENEM-2002)	Associação de polígonos regulares.
Questão 4 (ENEM-2007)	Construção de sólidos geométricos.
Questão 5 (ENEM-2011)	Circunscrição de um hexaedro regular a uma pirâmide de mesma base.
Questão 6 (UEL)	Propriedades dos Poliedros de Platão.
Questão 7 (ENEM-2011)	Associação do Poliedro de Platão a sua respectiva planificação.
Questão 8 (ENEM -2011)	Relação de Euler.
Questão 9 (ENEM-2011)	Inscrição e Circunscrição de Poliedros de Platão.
Questão 10 (ENEM-2011)	Propriedades dos quadriláteros e dos Hexaedros.

Tabela 7

Obedecendo a ordem apresentada na tabela 7, as questões 1 e 4 referem-se ao **NÍVEL 0**; as questões 2, 3, 6, 7 e 8 ao **NÍVEL 1** e as questões 5, 9 e 10 ao **NÍVEL 2** do modelo de Van Hiele.

O teste de verificação dos conhecimentos adquirido diante do estudo dos Poliedros de Platão foi composto de 10 (dez) questões, totalizando **70** (setenta) pontos. Veja tabela 8, abaixo.

As questões 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 10 são de múltipla escolha, com apenas uma alternativa correta. Cada uma dessas questões assinaladas corretamente vale 5,0 (cinco) pontos e questões assinaladas incorretamente recebem nota zero. Veja tabela 8 a seguir.

Questões	1	2	3	4	5	6	10	Total dos pontos
Valor da Questão	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	35,0

Tabela 8

Na questão 7 (sete) o aluno deve reconhecer a planificação dos Poliedros de Platão e registrar o nome correto do poliedro. Para cada acerto, o aluno recebe 1,0 (um) ponto e para cada erro zero ponto, podendo totalizar 5,0 (cinco) pontos na questão. Veja tabela 9.

Questão 7	Itens					Total dos pontos
	A	B	C	D	E	
Valor dos itens	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	5,0

Tabela 9

A questão 8 (oito) consiste em uma tabela composta de seis colunas, as quais devem ser completadas corretamente pelo o aluno, de acordo com os conhecimentos abordados. Esta questão vale **25** (vinte e cinco) pontos. Observa-se na tabela 10 que o valor do acerto por cada item é 1,0 (um) ponto, já o erro por item recebe zero ponto.Veja a distribuição dos pontos da questão 8 na tabela 10 a seguir.

Questão 8							Total de pontos
Colunas	8.1	8.2	8.3	8.4	8.5	8.6	25,0
Itens por coluna	5	—	5	5	5	4	
Valor de cada item da coluna	1,0	—	1,0	1,0	1,0	1,25	
Valor da coluna	5,0	—	5,0	5,0	5,0	5,0	

Tabela 10

A questão 9 (nove) é composta de 3 (três) itens de mesma pontuação. Esta questão, também, vale 5,0 (cinco) pontos e o itens incorretos recebem zero ponto. Veja a distribuídos de pontos na tabela 11.

Questão 9	Itens			
	1	2	3	Total dos pontos
Valor dos itens	5/3	5/3	5/3	5,0

Tabela 11

Ressalta-se que, nesse teste de verificação do conhecimento adquirido nas abordagens dos Poliedros de Platão, o estudo das respostas foi realizado de forma global, isto é, não foram agrupadas por níveis de aprendizagem. Desta forma, avaliou-se somente o rendimento global adquirido a partir das metodologias aplicadas.

4.4 – OS RESULTADOS ALCANÇADOS PELAS TURMAS NO PÓS-TESTE DE GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL

Na turma “A” detectou-se maior homogeneidade, dentre as três estudadas, a nota mais alta foi 15 e a mais baixa 5,0.

O maior número de acertos dessa turma está nas cinco primeiras questões. Desta forma, dois alunos assinalaram corretamente a sexta questão, somente, um aluno acertou, parcialmente, a questão sete e dois alunos conseguiram pontuar em dois itens da questão oito. A questão dez foi marcada corretamente por quatro alunos.

Analisando os resultados obtidos pela turma “A”, verifica-se que, apenas, 33% dos alunos conseguiram pontuar nas questões que exploravam as propriedades relacionadas aos Poliedros de Platão (questões: 6, 7, 8 e 9), porém nenhum aluno pontuou na questão nove.

Veja na tabela 12 a Média Aritmética, Desvio Padrão, Mediana e Moda, obtida pela turma “A”.

TESTE QUE EXPLOROU OS POLIEDROS DE PLATÃO			
TURMA “A”			
MÉDIA ARITMÉTICA	DESVIO PADRÃO	MEDIANA	MODA
10,33	3,9	10,0	15,0

Tabela 12

A turma “B” foi a turma menos homogênea, contudo obteve maior média. A maior nota obtida pelos alunos foi 50 e a menor 8. Verifica-se que dos alunos avaliados, nove assinalaram corretamente a questão seis, dezessete pontuaram na questão sete, sendo que desses, mais de 70% acertou a questão completamente. Observou-se que 100% dos alunos pontuaram na questão oito, sendo que, somente, nessa turma houve preenchimento correto da coluna que explorava a Relação de Euler. Dois alunos pontuaram na questão nove e cinco assinalaram corretamente a questão dez.

Na tabela 13 temos a Média Aritmética, Desvio Padrão, Mediana e Moda, obtida pela turma “B”.

TESTE QUE EXPLOROU OS POLIEDROS DE PLATÃO			
TURMA “B”			
MÉDIA ARITMÉTICA	DESVIO PADRÃO	MEDIANA	MODA
27,97	11,7	27,8	19,0

Tabela 13

A média aritmética que a turma “C” obteve nesse teste foi a segunda maior, sendo, aproximadamente, 25% superior a média da turma “A” e, aproximadamente, 53% menor que a média da turma “B”. A maior nota da turma foi 42 e a menor foi zero. Verificou-se que 4 alunos marcaram corretamente a questão seis, três alunos pontuaram na questão sete, 60% pontuaram na questão oito, nenhum aluno pontuou a questão nove e, apenas, um aluno assinalou corretamente a questão dez.

A tabela 14 mostra a Média Aritmética, Desvio Padrão, Mediana e Moda atingida pela turma "C".

TESTE QUE EXPLOROU OS POLIEDROS DE PLATÃO			
TURMA "C"			
MÉDIA ARITMÉTICA	DESVIO PADRÃO	MEDIANA	MODA
12,95	10,4	10,5	5,0

Tabela 14

Observando o gráfico 14, percebesse claramente a superioridade da média obtida pela turma "B" que foi submetida a Metodologia de Van Hiele. Sendo que sua média superou em mais de 63% a turma "A" e em mais de 53% a turma "C".

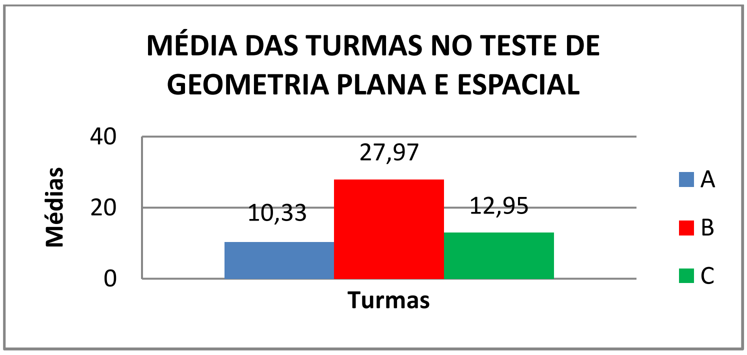


Gráfico 14

Quando comparamos graficamente os resultados obtidos pelas turmas nas seis primeiras questões, verificasse que nas cinco primeiras questões há certo equilíbrio dos resultados, enquanto que na sexta questão a superioridade da turma "B" é bastante expressiva. Na questão seis, 39% dos alunos da turma "B" acertaram essa questão, contra 20% dos alunos da turma "C" e 13% na turma "A". Ressalta-se que, na questão seis, explora-se propriedades dos Poliedros de Platão, enquanto que nas cinco primeiras, os Poliedros de Platão ainda não são o centro do discurso. Veja o gráfico 15.

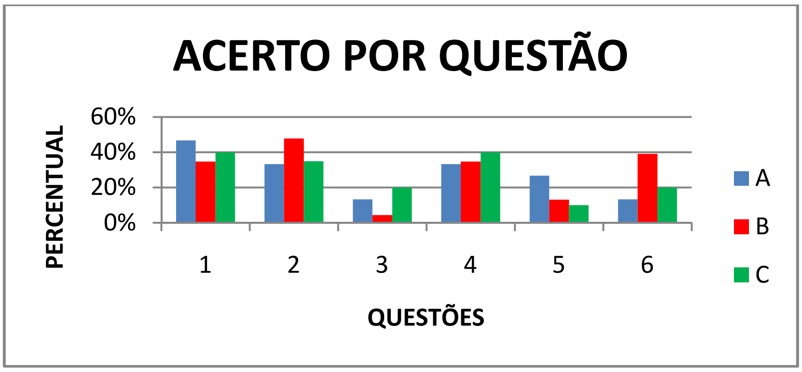


Gráfico 15

Observando a questão sete, percebe-se claramente que os alunos que passaram pela Metodologia de Van Hiele conseguiram melhor associar a planificação dos Poliedros de Platão aos seus respectivos nomes. Nessa questão, 73% dos alunos da turma “B” pontuaram, por outro lado, apenas um aluno da turma “A” e três da turma “C” conseguiram pontuar na questão. Observe o gráfico 16.

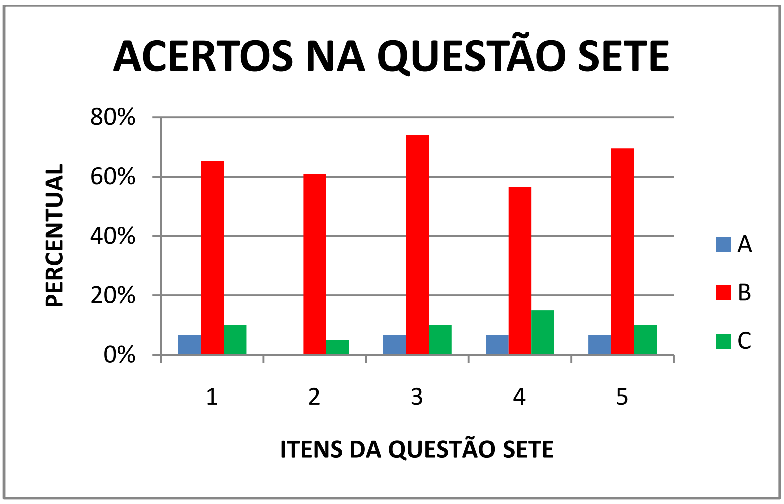


Gráfico 16

Acerca da questão oito, repete-se o ocorrido nas questões seis e sete, os alunos da turma “B”, demonstraram melhores resultados nos itens nessa questão. Aproximadamente 13% dos alunos da turma “A” e 60% dos alunos da turma “C” obtiveram pontuaram na questão oito. Enquanto que 100% dos alunos da turma “B” pontuaram e demonstraram superioridade de pontos em todos os seus itens. Observe o gráfico 17.

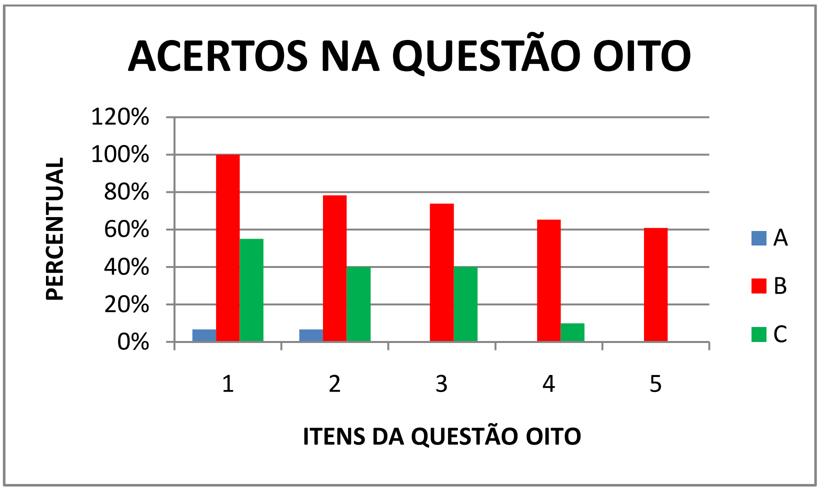


Gráfico 17

Na questão nove, os alunos deveriam reconhecer Poliedros de Platão inscritos em outros, contudo não se apresentava nenhuma imagem auxiliar. Apesar da baixa pontuação, a única turma que pontuou foi a que passou pela Metodologia de Van Hiele. Veja o gráfico 18.

Gráfico 18

A questão dez é uma questão objetiva que explora propriedades dos quadriláteros e do hexaedro regular. Nessa questão, quatro alunos da turma “A”, que correspondem a, aproximadamente, 27%, cinco da turma “B”, que correspondem a, aproximadamente, 22% e um aluno da turma “C”, que correspondem a 5% acertaram tal questão. Nessa questão, a turma “A” demonstrou superioridade, mesmo assim, não ocorreu grande vantagem percentual. Veja o gráfico 19.

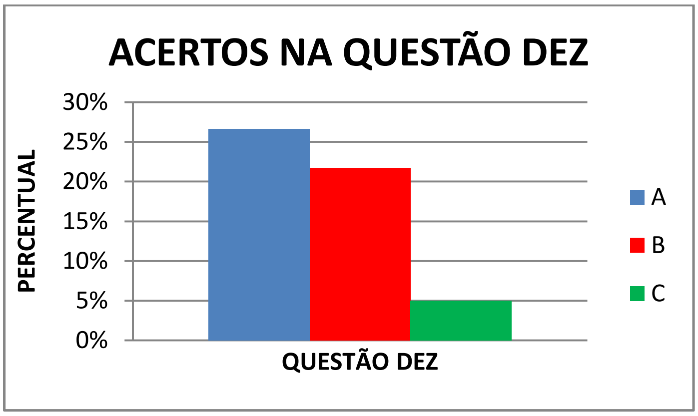


Gráfico 19

Em linhas gerais, a turma que experimentou a Metodologia de Van Hiele, demonstrou melhores resultados no teste que explorou os Poliedros de Platão. Diante disso, mesmo considerando que não ocorreu uma superioridade tão expressiva e que em alguns itens as turmas demonstraram certo equilíbrio, não se pode negar a melhor compreensão e eficiência dos alunos da turma “B”, acerca do conteúdo abordado.

4.4 – IMPRESSÕES DO PROFESSOR

Na atualidade muitos professores da educação básica são favoráveis a existência de uma avaliação qualitativa do aprendizado, pois se acredita que associar o aprendizado, simplesmente, a uma nota é desvalorizar variáveis que podem indicar o crescimento intelectual do aluno. Ressalta-se que na Escola Pedro Álvares Cabral, a avaliação qualitativa é uma prática acertada por professores e equipe pedagógica.

Contudo, em conversas com professores da escola se evidencia os mesmos relatos acerca da postura da maioria dos alunos que aparentemente mostram-se pouco motivados e apáticos ao ensino. Por outro lado, os alunos relatam que as aulas tem sempre o mesmo formato - o professor conduzindo a aula através de exposição oral.

Este trabalho não tem como objetivo procurar culpados e nem, muito menos, desvalorizar o ensino tradicional, contudo é necessário refletir acerca desse processo, a fim de se buscar meios que possam contribuir para melhores dias na educação. Assim, julga-se importante o registro das impressões do professor sobre o processo de aplicação do ensino dos Poliedros de Platão nas três turmas (A, B e C) envolvidas neste trabalho.

Na turma “A” explorou-se o conteúdo, como dito anteriormente, através de exposição oral, tendo como recurso didático, somente, o livro adotado pela escola. Notou-se que os alunos se mantiveram, durante todo o processo, sentados em filas indianas e em poucos momentos a aula foi interrompida por perguntas sobre o conteúdo abordado, porém por várias vezes a explanação do conteúdo parou devido solicitações para ir ao banheiro ou beber água.

Em alguns momentos foi necessário interromper a explicação para solicitar silêncio, pois conversas paralelas foram bastante frequentes. Observou-se ainda que alguns alunos nem se quer tentavam resolver as atividades propostas e simplesmente procuravam copiar de colegas resoluções prontas.

Devido a quantidade de questões propostas, não foi possível realizar correções individuas, para sanar dúvidas particulares. Sendo assim, deu-se somente visto nos cadernos dos alunos seguido das resoluções das questões no quadro.

Neste momento, surgiram algumas perguntas, porém sempre do mesmo grupo de alunos.

Durante a correção das atividades lançou-se perguntas à turma, no entanto poucas vezes obteve respostas. Os alunos da turma “A”, em nenhum momento, externaram aversão a metodologia adotada, demonstraram bastante familiaridade com o processo de ensino.

Na turma “C”, também como dito anteriormente, utilizou-se além do livro didático adotado pela escola os cinco Poliedros de Platão regulares construídos em papel cartão. Os alunos mantiveram-se dispostos em filas indianas e durante a explanação do conteúdo os sólidos eram apresentados e em seguida eram manuseados pelos alunos.

Esses demonstraram grande curiosidade e interesse pelos sólidos construídos, desde o primeiro instante que os viram em sala, contudo após a primeira aula os sólidos não despertavam mais tanto interesse. Solicitações para ir ao banheiro e beber água foram constantes, além das interrupções realizadas para solicitação de silêncio e atenção. É importante registrar que muitos alunos desta turma perguntaram sobre a construção dos poliedros, demonstrando interesse em replicá-los.

Durante as atividades propostas, os alunos poderiam manipular os sólidos, porém poucos o fizeram. Vistos foram dados nos cadernos dos alunos que realizaram as atividades e a correção foi realizada em quadro. Poucas perguntas foram realizadas e a atenção dos alunos, aparentemente, diminuía a cada aula que passava. Nas últimas aulas os sólidos já não despertavam o interesse dos alunos.

Na turma “B”, que passou pelo Modelo de Van Hiele, imediatamente os alunos perceberam que se tratava de outra metodologia do ensino da matemática, pois as poucas vezes que formavam grupos em sala de aula era para resolverem questões de trabalhos avaliativos, contudo acontecia sempre o mesmo, os alunos dividiam as questões entre os componentes do grupo e resolviam isoladamente, o quê não aconteceu, pois ao invés de receberem as questões impressas, receberam os Poliedros de Platão, construídos em papel cartão e suas planificações.

O material concreto entregue as equipes já chamavam a atenção dos alunos antes do inicio das atividades, pois não estavam acostumados com esses objetos presentes em sala. Perguntas acerca da construção dos sólidos foram realizadas antes do inicio da aula, assim como a manipulação dos mesmos.

Iniciou-se então um processo de adaptação dos alunos ao Modelo, pois não estavam acostumados a discutirem entre si para chegarem a conclusões e, muito menos, a questionamentos acompanhados de orientação específicas. Acredita-se que foi a primeira vez que esses alunos perceberam o professor como um mediador do conhecimento e não como o detentor dele.

As atividades práticas de manipulação e construção dos poliedros envolveram todos os membros das equipes, impedindo a divisão interna, como acontecia anteriormente. As sínteses que encerravam cada nível do Modelo faziam os membros refletirem sobre tudo que haviam discutido e as socializações de suas conclusões contribuíram com o crescimento intelectual da turma, além de exercitar a oralidade dos alunos.

As atividades propostas que foram apresentadas e resolvidas pelas equipes com auxílio do material concreto gerou bastante discussão, logo tiveram que, através de argumentos fundamentados em seus conhecimentos prévios, contornar conflitos e assim, concluírem as atividades. Ressalta-se que todas as atividades propostas foram realizadas pelas equipes e, as solicitações dos membros das equipes para ir ao banheiro e beber água sempre aconteciam, somente, após a conclusão da atividade proposta.

Como a cada aula as atividades exploravam os sólidos de maneira diferente o interesse pela manipulação dos mesmos continuou durante todo o processo de ensino. Assim, poucas vezes precisou-se chamar a atenção dos alunos e não houve tentativa de cópia das atividades de outra equipe.

Era possível perceber o processo evolutivo dos alunos, nas discussões em grupo e no encerramento de cada nível de compreensão, através dos seus argumentos e linguagem usada na socialização das atividades.

Com isso, o “abismo” entre o professor e os alunos estreitou-se permitindo o dialogo e o prazer da descoberta, mostrando que o conhecimento prévio do aluno existe e quando valorizado permite melhor entendimento da formalização dos conceitos abordados, sem imposição e com menor grau de estresse dos entre os envolvidos no processo de ensino.

CAPÍTULO 5: VISÃO DOS ALUNOS SOBRE O ENSINO APLICADO

Percebe-se que no processo ensino/aprendizagem a correria do dia-a-dia, a falta de planejamento ou até o receio sobre o posicionamento do aluno frente à prática do professor, impossibilita ouvir um dos principais atores desse processo – o aluno. Isso implica na perda de informações importantíssimas, que poderia contribuir para uma mudança positiva do atual cenário educacional.

Tal prática nos remete a necessidade de repensar o papel do aluno no contexto educacional, pois se tornou um mero figurante, sem fala, sem expressão e totalmente a margem do processo de formação intelectual de sua própria vida. Sendo assim, neste trabalho, o autor procurou ouvir alguns alunos das turmas submetidos às metodologias e a partir de suas análises críticas, acerca do ensino, sobre os poliedros de Platão destacaram pontos relevantes para melhoria do ensino/aprendizagem da Matemática.

Com isso, surgem questionamentos dignos de destaque e análise do autor deste trabalho, os quais foram direcionados aos alunos, a fim de aprimorar a prática educacional e, assim, obter melhores rendimentos. Entre os questionamentos, destacam-se: Como foi o Ensino de Poliedros de Platão? Qual a contribuição do método aplicado na turma?

Contudo, a limitação temporal e a quantidade de alunos envolvidos (cinquenta e oito) tornou-se inviável ouvir e registrar individualmente as impressões de todos. Por isso, registrou-se em vídeo e transcreveu-se para este trabalho, de forma fidedigna, seis entrevistas que podem ser encontradas, na integra, no apêndice “B”.

5.1 – COMO FOI O ENSINO DE POLIEDROS DE PLATÃO?

Ensinar não é uma tarefa fácil e requer, principalmente, conseguir envolver o aluno na dinâmica da aula, a fim de torná-la mais prazerosa e, assim, dá sentido ao conteúdo abordado, sempre considerando o conhecimento prévio do aluno.

> O conhecimento prévio dos alunos, tema que tem mobilizado educadores, especialmente nas últimas duas décadas, é particularmente relevante para o aprendizado científico e matemático. Os alunos chegam à escola já trazendo conceitos próprios para as coisas que observam e modelos elaborados autonomamente para explicar sua realidade vivida, inclusive para os fatos de interesse científico. (PCN, 1999, p.104)

Nessa perspectiva, o ensino tradicional vem perdendo a credibilidade dos alunos geração a geração, pois firma-se em uma metodologia, na qual a terna: professor, quadro e livro didático são constantes na rotina de algumas escolas. Logo, conduz o ensino da Matemática a uma relação monótona, estressante e sem significado para vida do aluno.

É importante registrar que não se está considerando o ensino tradicional totalmente ineficiente, mesmo porque muitos passaram por este e conseguiram aprender, contudo não é, e nem pode ser, a única metodologia aplicada na atual conjuntura educacional.

Hoje, os alunos conseguem perceber que existem outros caminhos e que a insistência em uma única metodologia pode deixar lacunas em sua formação. É o que diz a aluna Gleice Poliana (turma "A"), quando questionada sobre o ensino dos poliedros de Platão: *Bom na verdade, ele, o ensino foi bom. Só que, na verdade, sempre dá pra melhorar. Porque a gente tinha mais aquela questão da aula teórica, então acabou faltando mais a questão da aula prática.* Essa prática continua evidencia-se na citação, a seguir.

> [...] presenciei uma maneira rotineira do seu ensino reduzido então à exposição dos conteúdos e à resolução dos problemas-modelo, feitas pelo professor para os alunos. Alunos acostumados de forma contínua à passividade, que por não terem uma visão esclarecedora do que ocorria, imersos no cotidiano da Escola, iam, pouco a pouco, introjetando uma sensação de impotência, de separação do professor e, ao mesmo tempo, de dependência quando solicitados a resolver situações fora dos padrões a que estavam acostumados. (MEDEIROS, 1985 apud BICUDO, 1996, p.17)

Por outro lado, se o professor fizer uso de outras metodologias que possam motivar, envolver e dinamizar o ensino da matemática, então conseguirá a atenção e participação dos alunos, além de dar sentido ao ensino. É o que afirma o aluno Cássio Dutra (turma "B"), quando questionado sobre o ensino dos poliedros de Platão: *Foi bem interessante, porque você foge de toda uma metodologia tradicional que é professor, pincel, quadro, aluno, caderno, fórmulas e... esse método que é de Van Hiele nos ajudou é... a reconhecer esses sólidos de Platão é... de uma forma que deixou bem inusitada. Porque você começa a reconhecer, identificá-los como se você usasse eles no seu dia-a-dia.*

É importante salientar a necessidade que os alunos sentem de passarem por uma etapa prática do ensino, na qual possa construir e interagir com os entes geométricos. Essa necessidade evidencia-se nas falas dos alunos, quando questionados sobre o uso de material concreto. É o diz o aluno Rafael (turma "C"): *Bom, o ensino foi um pouco de explicar no quadro, também um pouco de pegar nos sólidos e verificar os vértices, as arestas. [...] uma técnica muito boa, porém o que faltou foi isso, nós não participamos da montagem dos sólidos*. Também mencionada pela aluna Anny Camille (turma "A"): *[...] é fundamental a gente aprender a parte prática também. Não só a teórica. Com certeza ajudaria muito.*

Tais respostas demonstram a necessidade do aluno em fazer parte do processo, não apenas como mero receptor de informações, mas agente ativo do ensino/aprendizagem. Tornando-se fundamental uma analise a partir da perspectiva do aluno sobre o método, ao qual foi submetido, para evitar equívocos e, assim sistematizar positivamente o ensino.

5.2 – O METÓDO TRADICIONAL E O MODELO DE VAN HIELE

É de conhecimento de todos que o método tradicional de ensino da Matemática pouco desperta o interesse e motivação nos alunos, a não ser para aqueles que já possuem afinidade e interesse nato pela disciplina. Sua forma de ensino tem distanciado os alunos e submetido os professores a uma reflexão sobre a aplicabilidade de novas formas e métodos de ensino.

Desta forma, se faz necessário e urgente à aplicação de uma metodologia diferenciada e que possa resgatar ou, até mesmo, gerar maior interesse pelo ensino da Matemática. Caso contrário, será negado ao aluno o direito de julgar, pois não terá parâmetro e, então, talvez, juntar-se-á ao conjunto daqueles que criaram aversão a esta disciplina.

Essa impossibilidade de julgar e comparar metodologias explicitasse na fala da aluna Gleice Poliana (turma "A"), quando questionada sobre a contribuição do ensino tradicional para sua formação: *Contribui. É ... como é ... eu acho que é a maneira que agente tem mais presente na sala de aula, então é o que mais contribui pra gente. [...] É... a gente sempre acha que dá pra melhorar, mas como a gente só tem esse estudo tradicional, com certeza é... ele é... o que mais empenha a gente na sala de aula.*

Entretanto, os alunos que puderam experimentar de outra metodologia do ensino da Matemática, deixam uma impressão diferente, como afirma a aluna Katiane (turma "B"), quando questionada sobre sua preferência acerca do ensino da matemática: *Com certeza a metodologia de Van Hiele, porque é muito mais fácil a gente aprender por ela, do que simplesmente um desenho no quadro ou o professor falando horas e horas*. Sendo enfatizado pela aluna Mariana (turma "B"): *Porque nós temos um contato melhor. Tem uma base de entendimento melhor. Você passa é... a ter é... como se fala? Ter um contato, a ter... a saber como isso foi construído, o que é uma aresta, o que é um vértice. Você tem entendimento melhor.*

Nas afirmativas, constata-se que o método tradicional possui suas qualidades, logo não pode ser simplesmente renegado, mas precisa pelo menos ser associado a outros métodos possibilitando ao aluno a experimentação do concreto, como faz o modelo de Van Hiele.

Assim, o aluno é capaz de perceber e acompanhar sua evolução cognitiva, podendo fazer um paralelo do antes e depois do ensino. E isso, é notório na fala do aluno Cássio (turma "B"), quando questionado sobre a clareza de conceitos vistos anteriormente: *Claro eles não estavam, mas com esse projeto que nós tivemos no 2º ano ficou claramente visto que a metodologia tradicional, ela pode ser aplicada, mas ela não, não... como eu posso dizer? Ela não é 100% aprendizagem, porque nesse método de Van Hiele nós temos o contato com o sólido, as planificações, nós podemos construir, contar as arestas visivelmente, os vértices e tudo mais.*

Observa-se nos argumentos dos alunos, que o Modelo de Van Hiele é uma metodologia viável e motivadora, que envolve e dinamiza o ensino da Matemática através da valorização do conhecimento prévio, construção e manipulação de materiais didáticos. Sendo assim, não se pode omiti-lo da prática do professor e nem negar, como mencionado anteriormente, o direito do aluno, desfrutar de uma nova metodologia do ensino da Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Escola Pública passa por um processo de transformação em que se pensa numa educação democrática, firmada no compromisso do professor como mediador do conhecimento e do aluno como ser ativo de sua formação escolar.

No entanto, o modelo adotado pela maioria dos professores, em especial, de matemática prega o ensino firmado em uma metodologia em que o aluno prostra-se em carteiras perfiladas e desconfortáveis, assiste uma exposição de quarenta minutos que muitas vezes não permite indagações ou reflexões concretas acerca do conteúdo e muito menos leva em consideração o desnível de conhecimento. Fato salientado por PERRENOUD (2001, p.93), *no ensino médio, a diferenciação do ensino consiste, sobretudo, em levar em conta as desigualdades acumuladas, direcionando os alunos a cursos adaptados a seu nível.*

A rigidez desse modelo, muitas vezes, herdado de antigos professores, conduz a um cenário militar, em que o professor de matemática é uma espécie de sargento que define regras e estratégias para o cumprimento de uma missão que parece impossível e fora de contexto. Nesse sentido, D'AMBROSIO (1996, p.91) destaca que *todo professor, ao iniciar sua carreira, vai fazer na sala de aula, basicamente, o que ele viu alguém, que o impressionou, fazendo.*

Outros professores de matemática, por falta de conhecimento, acabam acreditando que a utilização esporádica e aleatória de materiais didáticos pode melhorar o ensino da Matemática. Muitas vezes, adquirem materiais concretos que ornamentam e dão certa leveza ao cenário escolar, contudo, tornam-se simples acessórios que "flutuam" entre as mãos dos alunos durante as aulas expositivas.

A simples manipulação desses materiais concretos, na ausência de uma metodologia norteadora, não consegue conduzir o aluno a resultados significativos no ensino/aprendizagem. Desta forma, o uso do material concreto fará sentido quando associado a uma metodologia que direcione as atividades propostas.

> Na manipulação do material didático a ênfase não está sobre objetos e sim sobre as operações que com eles se realizam. Discordo das propostas pedagógicas em que o material didático tem a mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor, respondendo sim ou não a perguntas feitas por ele. (CARVALHO,1991, p.107)

É importante ratificar que a aula expositiva tradicional ou o simples uso de um material didático sem uma metodologia norteadora pode gerar bons resultados, mesmo porque bons matemáticos e outros profissionais são frutos desse trabalho. Além disso, não se pode acreditar que o uso de uma única metodologia irá transformar, milagrosamente, o cenário atual. Principalmente, por serem anos de um ensino tradicional firmado na memorização de conteúdo e fórmulas pela repetição.

Assim, os resultados obtidos pela turma "B", submetida a uma metodologia bem definida, não são tão distantes dos obtidos pelas outras duas turmas. Mas, é relevante destacar que a turma submetida ao modelo de Van Hiele apresentou melhores resultados, com maior crescimento percentual em suas médias do teste de geometria plana e, ainda, mobilizou uma maior quantidade de alunos. Fato observado durante o desenvolvimento das atividades propostas, pois gerou discussão e logo interação entre os alunos/alunos e alunos/professor, o que os conduziu a uma maior responsabilidade para com o seu processo de aprendizagem, já que o mesmo sentiu-se parte desse processo inovador.

O mesmo não foi constatado nas outras duas turmas. Aparentemente, o ensino tradicional continua motivando pouco o aluno e a simples manipulação de materiais concretos não prende a atenção por um período muito longo. Esses fatos tornam-se explícitos quando se observa o percentual de alunos que frequentaram as aulas no decorrer das aplicações das metodologias.

Na turma "A", aproximadamente 54% dos alunos frequentaram todas as 8 horas/aula que exploraram os poliedros de Platão. Observou-se, ainda, que esse grupo de alunos é formado, exatamente, por aqueles alunos que já adquiriram maturidade para reconhecerem a importância do ensino da disciplina Matemática, independente da metodologia utilizada pelo professor, o que poderia explicar o melhor desempenho deste grupo, em alguns tópicos dos testes, quando comparado à turma "B". Principalmente nas questões que envolviam conhecimento prévio de geometria plana.

Na turma "C", o uso do material concreto gerou um diferencial, que mesmo não mobilizando a turma por um período tão longo, conseguiu gerar uma participação de, aproximadamente, 84% dos alunos, nas 12 horas/aulas destinadas ao conteúdo. Revela-se, então, que a manipulação de material concreto desperta um maior interesse, contudo, reafirma-se, a importância de uma metodologia norteadora, para que esse material possa ser explorado com eficiência.

Na turma “B”, mesmo explorando o conteúdo em uma quantidade de aulas maior, 16 horas/aula, o modelo de Van Hiele conseguiu despertar o interesse nos alunos pelo conteúdo abordado, conduzindo assim a uma participação de aproximadamente 89% dos alunos, inclusive daqueles que em outros momentos não demonstravam tanto interesse pelo ensino da Matemática.

É importante, também, atentar para o número de horas/aula que as turmas foram submetidas para explorarem o mesmo conteúdo. A turma que passou pelo Modelo de Van Hiele teve quatro horas/aula a mais em relação à turma que usou material concreto e o dobro de horas/aula daquela que não usou nenhum material concreto. Será que o número de horas/aula foi o principal fator que conduziu aos resultados obtidos?

Não se pode negar que o questionamento acerca do tempo de aplicação é uma hipótese plausível, contudo as metodologias aplicadas possuem características e fins distintos. Enquanto, a metodologia tradicional do ensino da Matemática prioriza o conteúdo através da resolução de exercícios e visa o aprendizado por meio da repetição, tentando assim preparar o aluno para a resolução de avaliações do tipo conteudista, o Modelo de Van Hiele firma-se no aprendizado crítico, analítico e construído com o aluno a partir de sua vivência e conhecimento informal, contemplando assim uma avaliação mais qualitativa do ensino da Matemática.

É claro que o Modelo de Van Hiele precisa de um maior tempo para seu desenvolvimento, ao contrário do ensino tradicional, devido suas características particulares. Porém, mesmo o teste sobre geometria espacial aplicado às turmas, sendo do tipo conteudista e não gerando médias tão distantes umas das outras, demonstrou que a turma “B” possui melhor conhecimento sobre os poliedros de Platão. Logo, acredita-se, caso o teste sobre geometria espacial fosse menos conteudista e avaliasse melhor as qualidades inerentes ao Modelo de Van Hiele, a turma “B” obteria resultados mais significativos em relação às turmas “A” e “C”.

Por outro lado, caso o teste valoriza-se unicamente o currículo escolar de Matemática, o ideal seria o método tradicional. Entretanto, não se pode ignorar a necessidade social de dispor ao aluno a oportunidade de participar do seu processo de formação como um sujeito ativo, valorizando-se a vivência do aluno. Então, se há nas aulas de matemática momentos de construção, análise e diálogo, o aluno, será libertando do silêncio monótono e desinteressante que impera em muitas aulas de Matemática.

> Compreendendo que a Matemática revela certos aspectos do mundo e que existem outras áreas de conhecimento que revelam outros aspectos, o professor de Matemática não pode olhá-la como isolada, como algo que existe por si, sem relação alguma com o homem, com o mundo humano e com aquilo que o homem conhece desse mundo. (BICUDO, 1996, p.53)

Nessa perspectiva, os dados percentuais não revelam, necessariamente, todas as informações qualitativas durante o processo ensino/aprendizagem, mas é possível percebê-las em depoimentos orais dos alunos ou em registros deixados em suas atividades a contribuição do Método de Van Hiele, afirmado pela equipe que escolheu o nome universo: *No final foi bom que conhecemos o que era face vértice e aresta e o mais importante foi que a gente aprendeu mais sobre as figuras geométricas. Na nossa opinião essas aulas que tivemos foi muito bom para o nosso conhecimento.*

É importante registrar que a equipe que escolheu o nome de universo, que segundo Platão é representado pelo dodecaedro, era formada por alunos que normalmente não participavam ativamente das aulas e por uma aluna em dependência escolar. Durante a aplicação do Modelo de Van Hiele, a postura anteriormente apática, mudou completamente, desenvolvendo-se todas as atividades propostas, aproximando-se do professor e interagindo com as outras equipes.

O Método permitiu ao professor uma visão sobre a percepção do aluno e associação dos sólidos aos elementos da natureza e objetos de seu cotidiano, por exemplo, a uma pedra preciosa, a um balão de São João, a um carrossel visto de cima, a bolas, a pipas e outros. Foi possível ainda, identificar o nível dos alunos da turma “B” e contribuir positivamente para o desenvolvimento intelectual desse grupo.

Percebeu-se, ainda, que o Modelo contribui para a aplicação de atividades em grupo que naturalmente desenvolvem nos alunos o interesse pela pesquisa, a expressão oral, capacidade de síntese e poder de administrar conflitos. Sendo tais essas características pontos importantíssimas que não podem ficar a margem do processo ensino/aprendizagem de matemática.

Assim, constatou-se que conceitos julgados simples por professores apresentaram-se como algo distante da realidade do aluno. Como exclamado por alguns alunos: *então é isso o vértice?!*. Isso é evidenciado no relato da equipe que recebeu o nome de água: *Começamos a atividade fazendo análises dos sólidos, para darmos um nome atribuído a cada figura, depois tivemos contar o número de vértices, das arestas e das faces. Dentre uma e outra teve algumas dúvidas relacionadas há arestas e vértices, mas enfim conseguimos esclarecer todas as dúvidas. Chegamos a conclusão que a aresta é a quina de cada face sendo que o vértice é o ponto que liga as faces umas as outras; e que a face são os lados que complementam cada sólido estudado.*

Outra contribuição do Método de Van Hiele é permitir ao aluno a percepção de sua evolução e o exercício do questionamento sobre conhecimentos anteriores. Com destaque para o diálogo entre aluno e professor, que acontece com maior desenvoltura, como relata a equipe fogo: *O primeiro objeto que pegamos denominamos 'Prisma Triangular', obviamente está errado. Passados alguns dias, mudamos de ideia, ele agora se chama Tetraedro Regular, Tetra de três lados, 'edro', superfície que se pode apoiar e Regular, porque seus lados, faces e ângulos são iguais.*

Isso nos remete ao questionamento, há uma metodologia universal? Não se acredita em sua inexistência, contudo, o Modelo de Van Hiele fornece continuamente, no processo de ensino/aprendizagem, resultados e impressões que permitem uma intervenção pontual e mais eficaz, pois o professor é capaz de perceber o ver e o pensar do aluno. O que torna o processo menos angustiante, pois professor e aluno sabem onde pretendem chegar e compartilham a evolução do conhecimento.

Considerando os pontos destacados neste trabalho, é fundamental lembrar que o SABER e o SABOR possuem a mesma origem etimológica, então se há métodos como o de Van Hiele que podem tornar o processo ensino/aprendizagem mais saboroso, porque não usá-lo para atingir o saber? Mesmo porque, o mais belo na resolução de um problema matemático não está nas técnicas que um dia foram apresentadas, mas na infinita capacidade humana de pensar e isso, indubitavelmente, o Modelo Van Hiele do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico ajuda a desenvolver!

REFERÊNCIAS

BICUDO, Maria Viggiani. **Educação Matemática**. São Paulo: Editora Moraes, 1996.

Brasil. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/Secretária de Educação Média e Tecnológica, 1999.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do ensino de matemática**. São Paulo: Editora Cortez, 1991.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia didática: características e seus usos em trabalhos. **REVEMAT**. UFSC: 2008. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/dowload/1981-1322.2008v3n1p62/12137>. Acesso em: 10 jan.2014.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: Da teoria à prática**. 12.ed. Campinas, SP: Papirus, 1996.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. **Aprendendo e ensinando Geometria**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora Atual, 1994.

LORENZATO, Sergio. **Por que não ensinar geometria?** A educação Matemática em Revista, n. 4, 1995.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua**. 5.ed. São Paulo: Editora Cortez, 2001.

MEIER, Marcos; GARCIA, Sandra. **Mediação da aprendizagem: contribuições de Feuerstein e de Vygotsky**. Curitiba: Editora Venezuela, 2010.

PERRENOUD, Philippe. **Ensinar: agir na urgência, decidir na incerteza**. 2.ed. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

TEXTOS COMPLEMENTARES

ARAÚJO, Abraão Juvêncio de; GITIRANA, Verônica. **Construção do conceito de simetria rotacional através de um ambiente no Cabri-Gèomètre: Análise de uma sequência didática**. Disponível em:<http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/contrucao_concreto.pdf. Acesso em 8 jan.2014

BAIRRAL, Marcelo Almeida; SILVA, Marcelo Angelo. **Instrumentação do ensino da geometria**. v.1. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2006.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim (RS), v.27, n.98, jun.2003. Disponível em: <http://www.uefs.br/nupemm/perspectiva.pdf>. Acesso em: 10 fev.2014.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática – uma nova estratégia**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 ano de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, n.2, jul.2009. Disponível em: <http://alexandria.ppgect.ufsc.br/files/2012/03/mariasalett.pdf>. Acesso em: 10 fev.2014.

COÊLHO, Saul Mark Lima. **O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas usando material concreto**. Disponível em: <http://www.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/eventos/evento2004/GT14/GT9.PDF>. Acesso em: 08 jan.2014.

CRISTOFOLLETTI, A. **Modelagem de sistemas ambientais**. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1999.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 5.ed. São Paulo: Summus editorial; Campinas: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática contexto & Aplicações**. 3.ed. São Paulo: Editora Ática, 2008.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar**. V.10. 6.ed. São Paulo: Editora Atual, 2005.

FERNANDES, Rúbia Juliana Gomes; JUNIOR, Guataçara dos Santos. **Modelagem matemática: um recurso pedagógico para o ensino de matemática**. Revista Práxis, ano IV, n.8, agosto/2012.

FERNANDES, Rúbia Juliana Gomes; JUNIOR, Guataçara dos Santos. Modelagem matemática: um recurso pedagógico para o ensino de matemática. **Revista Práxis**, ano 4, n.8, ago.2012. Disponível em: <http://web.unifoa.edu.br/praxis/numeros/08/21-29.pdf>. Acesso em: 10 fev.2014.

FERRUZZI, E. C. et al. **Modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem nos cursos superiores de tecnologia**. São Paulo, 2004. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/84624 >. Acesso em: 10 fev.2014.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Editora Paz e Terra, 1996.

GAZZETTA, Marineusa. **A modelagem como estratégia de aprendizagem na matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores**. Dissertação – Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 1989.

GOMES, Helena Carina Malagues. **Reflexões sobre uma prática de ensino: uma engenharia didática**. Monografia – UFRGS. Porto Alegre, 2008.

GUIMARÃES, Rosângela de Resende. **Professores das séries iniciais do ensino fundamental e o modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. Belo Horizonte, 2006. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~espec/monografiasPdf/Monografia_Rosangela.pdf>.Acesso em: 20 nov.2012.

LIMA, Elon; CARVALO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A matemática do ensino médio**. v.2. 6.ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LIVIO, Mario. **Deus é matemático?** Tradução Jesus Paula Assis. 2.ed. Rio de Janeiro: Editora Record, 2011.

MELLO, Elizabeth Gervazoni Silva de. **Demonstração em geometria: uma sequência didática para a introdução de seu aprendizado no ensino da matemática**. São Paulo: Dissertação, PUC, 1998.

NASSER, Lilian; SANT'ANNA, Neide F.P. **Geometria segundo o Teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro, Editora UFRJ, 1997.

NEHRING, Cátia Maria. **A multiplicação e seus Registros de Representação nas séries iniciais**. Dissertação - UFSC, 1996.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. V. (organizadora) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**, São Paulo: Editora UNESP, 1999.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas: Um Novo Aspecto do Método Matemático**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1986.

RANGEL, Alcyr Pinheiro. **Poliedros**. Rio de Janeiro: Editora S.A., 1982.

RODRIGUES, Rose Mari de Souza. **Os sólidos de Platão sob a visão da Teoria de Van Hiele aliada ao origami**. Araucária, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/374-4.pdf> Acesso em: 20 nov.2012.

SILVA, Claudenira Oliveira; SILVA, Elaine de Sousa. **Uma proposta para o ensino de poliedros**. TCC – UFOPA. Santarém(PA), 2010.

SILVA, Luciana. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele**. Disponível em: <http://www.ime.usp.br/~cpq/main/arquivos/outro/Luciana%Silva.pdf> Acesso em: 28 fev.2014.

SILVA, Veleida Anahí da. **Por que e para que aprender a matemática?: a relação com a matemática dos alunos de séries iniciais**. São Paulo: Editora Cortez, 2009.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar matemática**. v.3. São Paulo: Editora FTD, 2010.

VILA, Antoni; CALLEJO, María Luz. **Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas**. Porto Alegre: Editora Artmed, 2006.

VIZOLLI, Idemar. **Registro de representação semiótica no estudo de porcentagem**. Florianópolis: Dissertação, UFSC, 2001.

APÊNDICE A – Registro fotográfico.

EQUIPE: FOGO

André, Cássio, Jackson, Katiane e Wandreanze

EQUIPE TERRA

Ândria, Athila, Felipe e Mariana

EQUIPE AR

Allan, Fabricio, Jacilane, Joseph e Maxiane

EQUIPE UNIVERSO

Alice, Daniel, Danielson e Maria de Fátima

EQUIPE ÁGUA

Ana Paula, Brenda, Daniela Elana e Julia

EQUIPE ÁGUA ANALISANDO DODECAEDRO CONSTRUIDO COM VARETAS DE CHURRASCO

Ana Paula, Brenda, Daniela Elana e Julia

EQUIPE FOGO ANALISANDO ICOSAEDRO CONSTRUIDO COM VARETAS DE CHURRASCO

André, Cássio, Jackson, Katiane e Wandreanze

SOCIALIZAÇÃO DE ATIVIDADE

Allan e Jacilane

SOCIALIZAÇÃO DE ATIVIDADE

André e Wandreanze

SOCIALIZAÇÃO DE ATIVIDADE

Daniela

APÊNDICE B – Entrevistas com alunos.

Entrevista com a aluna GLEICE POLIANA

Turma: A

GLEICE: Meu nome é Gleice Poliana. Faço o 2º ano na A.

ENTREVISTADOR: Gleice, você estudou os sólidos platônicos?

GLEICE: Estudei sim.

ENTREVISTADOR: Como foi o ensino?

GLEICE: Bom na verdade, ele, o ensino foi bom. Só que, na verdade, sempre dá pra melhorar. Porque a gente tinha mais aquela questão da aula teórica, então acabou faltando mais a questão da aula prática.

ENTREVISTADOR: Que recursos o professor utilizou?

GLEICE: Bom, na questão da... Como foi aula teórica foi mais a questão de quadro, exercício e o livro, também que a gente utilizou.

ENTREVISTADOR: O livro didático?

GLEICE: Livro didático.

ENTREVISTADOR: Você acha que o ensino tradicional contribui bastante para sua formação?

GLEICE: Contribui. É... como é ... eu acho que é a maneira que agente tem mais presente na sala de aula, então é o que mais contribui pra gente.

É... a gente sempre acha que dá pra melhorar, mas como a gente só tem esse estudo tradicional, com certeza é... ele é... o que mais empenha a gente na sala de aula.

ENTREVISTADOR: Você acredita que se houvesse uma etapa prática do ensino, teria contribuído também pra sua formação?

GLEICE: Teria, eu acho que teria contribuído. Tanto pra mim como pro resto dos alunos, porque seria algo a mais no nosso ensino.

ENTREVISTADOR: Obrigado Gleice!

Entrevista com a aluna ANNY CAMILLE

Turma: A

ANNY: Meu nome é Anny Camille dos Santos Viegas, curso o 2º ano, turma A.

ENTREVISTADOR: Anny, você estudou os sólidos platônicos?

ANNY: Sim estudei.

ENTREVISTADOR: Como foi o ensino?

ANNY: Bom, o ensino foi mais da parte teórica. O professor usou pincel, o quadro e passou exercícios, trabalho. Não passou disso.

ENTREVISTADOR: Você acha que o uso de materiais concretos, como esses que você está vendo aí, poderia ter contribuído com o ensino?

ANNY: Com certeza porque é... esses são... é fundamental a gente aprender a parte prática também. Não só a teórica. Com certeza ajudaria muito.

ENTREVISTADOR: O ensino tradicional contribui, tá contribuindo para sua formação ou falta algo a mais?

ANNY: Contribui sim, porque deis da 5ª séria, por aí, quando a gente começou a aprender a matemática, a ter ensino da matemática contribui sim, mas também a gente precisa da parte, da parte prática.

Como assim? É pra gente ter uma aula diferenciada, porque mais é... um, um ensino mais diferente, não ficar só naquilo. Ter é... a.... é... aprendizado dessas... dessas... dessas, dessas..

ENTREVISTADOR: Conhecer é... o físico mesmo, o concreto?

ANNY: Isso, e não só a teoria e sim a parte física.

ENTREVISTADOR: Obrigado Anny.

Entrevista com o aluno CÁSSIO

Turma: B

CÁSSIO: Meu nome é Cássio. Faço o 2º ano do Ensino Médio da turma B.

ENTREVISTADOR: Cássio, você estudou os sólidos platônicos?

CÁSSIO: Sim.

ENTREVISTADOR: Como foi o ensino?

CÁSSIO: Foi bem interessante, porque você foge de toda uma metodologia tradicional que é professor, pincel, quadro, aluno, caderno, fórmulas e... esse método que é de Van Hiele nos ajudou é... a reconhecer esses sólidos de Platão é... de uma forma que deixou bem inusitada. Porque você começa a reconhecer, identificá-los como se você usasse eles no seu dia-a-dia.

ENTREVISTADOR: Ficou mais fácil reconhecer vértices faces e arestas?

CÁSSIO: Com certeza ficou super mais fácil, por causa das planificações e construções dos objetos que nós tivemos no decorrer da aplicação desse método.

ENTREVISTADOR: Antes de ter chegado nos sólidos platônicos, você há tinha estudado geometria e já tinha visto as propriedades e partes de um sólido, como vértices, faces e arestas. Estava claro esses conceitos ou não?

CÁSSIO: Claro eles não estavam, mas com esse projeto que nós tivemos no 2º ano ficou claramente visto que a metodologia tradicional, ela pode ser aplicada, mas ela não, não... como eu posso dizer? Ela não é 100% aprendizagem, porque nesse método de Van Hiele nós temos o contato com o sólido, as planificações, nós podemos construir, contar as arestas visivelmente, os vértices e tudo mais.

ENTREVISTADOR: Entre o tradicional e o Método, o que você prefere?

CÁSSIO: Eu prefiro o Método de Van Hiele. Na verdade você pode aplicar os dois, mas de forma que os dois sejam subordinados pra que o seu entendimento fique 100%.

ENTREVISTADOR: Obrigado Cássio!

Entrevista com a aluna KATIANE

Turma: B

KATIANE: Sou Katiane do 2º ano, turma B.

ENTREVISTADOR: Katiane, você estudou os sólidos platônicos?

KATIANE: Estudei.

ENTREVISTADOR: Como foi o ensino?

KATIANE: Foi bem prático, porque diferente do método comum a gente tinha contato, tinha a presença dos sólidos nas aulas. E ficou mais fácil reconhecer é... denominar nomes a cada um deles, porque na 1ª fase desse ensino a gente reconheceu cada sólido com algo comum no nosso dia-a-dia. Por exemplo, a gente reconheceu esse dodecaedro como uma bola de futebol que é muito comum pra gente que joga.

ENTREVISTADOR: O quê você prefere o ensino tradicional ou a Metodologia de Van Hiele?

KATIANE: Com certeza a metodologia de Van Hiele, porque é muito mais fácil a gente aprender por ela, do que simplesmente um desenho no quadro ou o professor falando horas e horas.

ENTREVISTADOR: Durante a construção dos objetos foi mais fácil identificar as propriedades deles?

KATIANE: Com certeza, porque, a gente tem ajuda da internet, do professor e dos livros, mas isso fez com que a gente exercitasse o nosso raciocínio, por entender: ah... eu corto, junto essa aresta e tal. E foi realmente mais fácil.

ENTREVISTADOR: Ficou mais sólido o ensino? E mais claro o que seria o vértice, as faces e as arestas?

KATIANE: Sim. Tanto que em todos as aulas o professor frisava sobre isso, sobre aresta, sobre vértice. Então ficou bem claro na nossa mente.

ENTREVISTADOR: Obrigada Katiane.

Entrevista com a aluna MARIANA

Turma: B

MARIANA: Sou Mariana é... curso a 2ª série do Ensino Médio, minha turma é a B.

ENTREVISTADOR: Mariana, você estudou os sólidos platônicos?

MARIANA: Sim.

ENTREVISTADOR: Como foi o ensino?

MARIANA: O ensino foi ótimo. Primeiro porque você sai daquele método tradicional que é só aula e não tem o contato com os sólidos.

ENTREVISTADOR: Com os objetos?

MARIANA: Isso.

ENTREVISTADOR: Conta, um pouquinho, como se passou o processo?

MARIANA: O processo em 1º lugar foi de reconhecimento. Foi de associação dos objetos com algo ao nosso redor. Depois dá nomes sem mesmo saber. Pra ver se nós tínhamos é... uma... um conhecimento melhor sobre isso, é... sobre os sólidos.

ENTREVISTADOR: E aí, vocês reconheceram alguma propriedade dos sólidos?

MARIANA: De... de início não. Porque... você... é melhor tendo contato. No método tradicional o professor passa ali no quadro, você... você fica por entender ou não. Já no Método é... de Van Hiele é bem melhor, pois você já vai ter uma base do que é aresta, do que é vértice dos sólidos.

ENTREVISTADOR: Entre o ensino tradicional e o Método de Van Hiele, o quê você prefere?

MARIANA: O método de Van Hiele.

ENTREVISTADOR: Porque?

MARIANA: Porque nós temos um contato melhor. Tem uma base de entendimento melhor. Você passa é... a ter é... como se fala? Ter um contato, a ter... a saber como isso foi construído, o que é uma aresta, o que é um vértice. Você tem entendimento melhor.

ENTREVISTADOR: Obrigado Mariana!

Entrevista com o aluno RAFAEL

Turma: C

RAFAEL: Meu nome é Rafael, eu curso o 2º ano do Ensino Médio na turma C.

ENTREVISTADOR: Você estudo os sólidos platônicos, Rafael?

RAFAEL: Sim.

ENTREVISTADOR: Como foi o ensino?

RAFAEL: Bom o ensino foi um pouco de explicar no quadro, também um pouco de pegar nos sólidos e verificar todos os vértices, as arestas...

ENTREVISTADOR: faces.

RAFAEL: E faces.

ENTREVISTADOR: Vocês construíram os sólidos?

RAFAEL: Não nós já tivemos o material. Já pronto.

ENTREVISTADOR: É... o que você achou dessa forma de ensinar?

RAFAEL: Bom, uma técnica muito boa, porém o que faltou foi isso, nós não participamos da montagem dos sólidos.

ENTREVISTADOR: Você acha que a construção, a identificação teria contribuído mais para o seu aprendizado?

RAFAEL: Sim. Teria contribuído muito melhor.

ENREVISTADOR: O que você acha melhor o ensino tradicional que é somente quadro, professor é... pincel ou associado a algum outro modelo? Alguma forma concreta do ensino?

RAFAEL: Bom, acho que pouco estresse não é bom, porque tem que ter um pouco da explicação do quadro, mas também tem que ter a prática.

ENREVISTADOR: A prática contribui bastante?

RAFAEL: A prática contribui bastante para o aprendizado.

ENREVISTADOR: Obrigado Rafael!

APÊNDICE C – Formulário para relatórios das atividades.

UFOPA

Universidade Federal do Oeste do Pará

PROFMAT

RELATÓRIO

SBM

ESCOLA:					
EQUIPE:					
SÉRIE:		DATA:		ATIVIDADE	

APÊNDICE D – Pós-teste de Geometria de Plana e Espacial.

Universidade Federal do Oeste do Pará

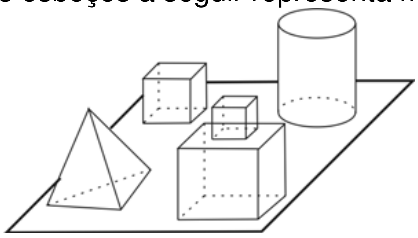
PROFMAT

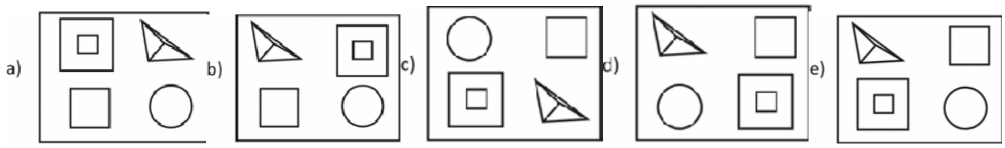
TESTE DE VERIFICAÇÃO

SBM

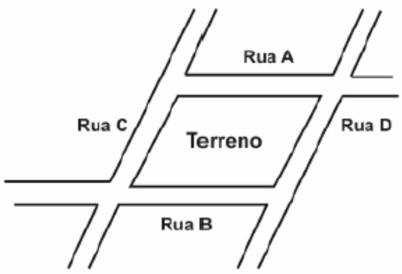
ESCOLA:							
NOME:					DATA:		
SÉRIE:		ANO LETIVO:		IDADE:		SEXO:	

01. (OBM-2005/FASE 1) Sobre uma mesa retangular de uma sala foram colocados quatro sólidos, mostrados no desenho. Uma câmera no teto da sala, bem acima da mesa, fotografou o conjunto. Qual dos esboços a seguir representa melhor essa fotografia?

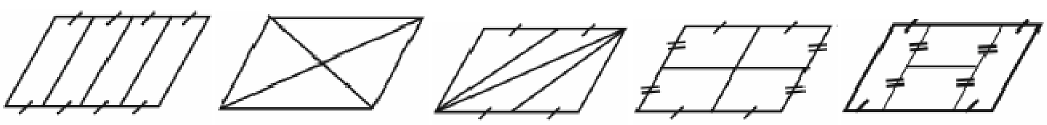




02. (ENEM – 2002) Um terreno com o formato mostrado na figura foi herdado por quatro irmãos e deverá ser dividido em quatro lotes de mesma área. Um dos irmãos fez algumas propostas de divisão para que fossem analisadas pelos demais herdeiros. Dos esquemas abaixo, onde lados de mesma medida têm símbolos iguais, o único em que os quatro lotes não possuem, necessariamente, a mesma área é:



As ruas **A** e **B** são paralelas.
As ruas **C** e **D** são paralelas.



(A) (B) (C) (D) (E)

03. (ENEM – 2002) Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrilhos, como ilustram as figuras:

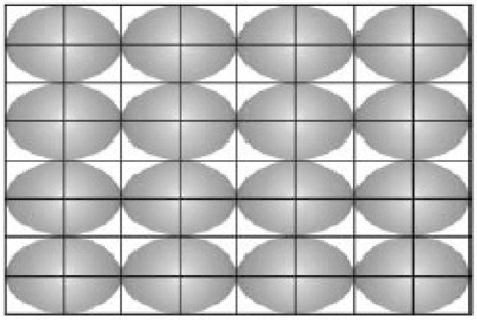


Figura 1: Ladrilhos retangulares pavimentando o plano

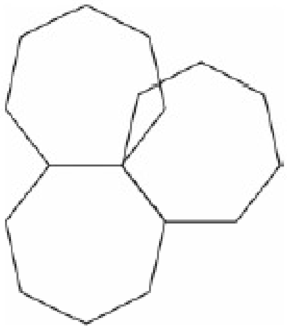
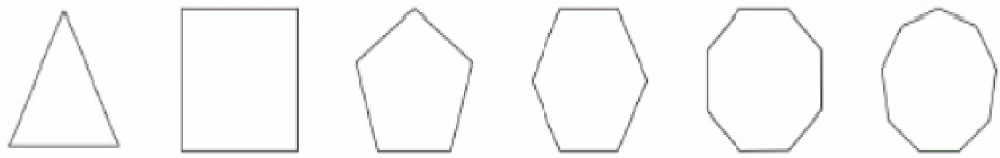


Figura 2: Heptágonos regulares não pavimentam o plano (há falhas ou superposição)

A tabela traz uma relação de alguns polígonos regulares, com as respectivas medidas de seus ângulos internos.

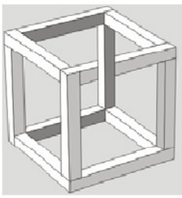
Nome	Triângulo	Quadrado	Pentágono	Hexágono	Octógono	Eneágono
Figura						
Ângulo interno	60°	90°	108°	120°	135°	140°

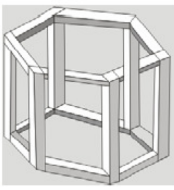
Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um:

a) triângulo. c) pentágono. e) eneágono.
b) quadrado. d) hexágono.

04. (ENEM-2007) Representar objetos tridimensionais em uma folha de papel nem sempre é tarefa fácil. O artista holandês Escher (1898-1972) explorou essa dificuldade criando várias figuras planas impossíveis de serem construídas como objetos tridimensionais, a exemplo da litografia **Belvedere**, reproduzida ao lado.

Considere que um marceneiro tenha encontrado algumas figuras supostamente desenhadas por Escher e deseje construir uma delas com ripas rígidas de madeira que tenham o mesmo tamanho. Qual dos desenhos a seguir ele poderia reproduzir em um modelo tridimensional real?

A


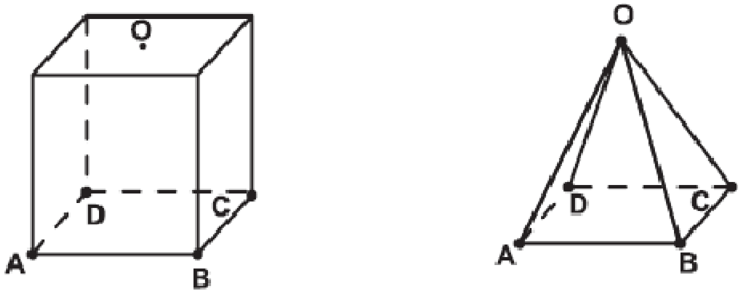
C


E


B


D


05. (ENEM-2011) Uma indústria fabrica brindes promocionais em forma de pirâmide. A pirâmide é obtida a partir de quatro cortes em um sólido que tem a forma de um cubo. No esquema, estão indicados o sólido original (cubo) e a pirâmide obtida a partir dele.

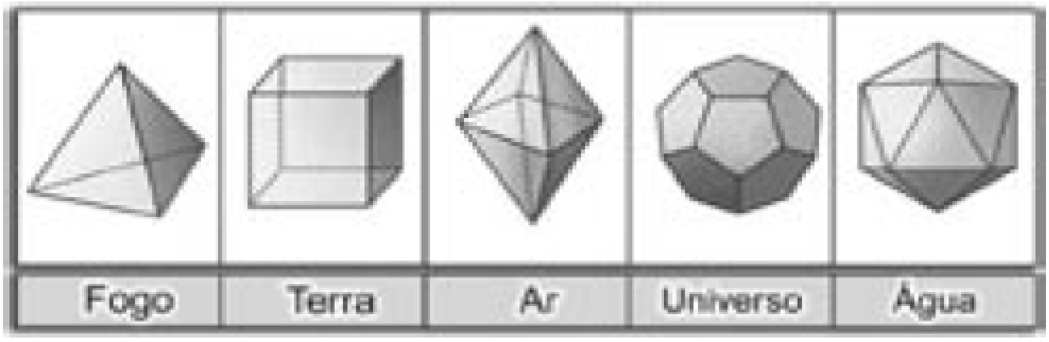


Os pontos A,B, C, D e O do cubo e da pirâmide são os mesmos. O ponto O é central na face superior do cubo. Os quatro cortes saem de O em direção às arestas $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, nessa ordem. Após os cortes, são descartados quatro sólidos.

Os formatos dos sólidos descartados são:

a) todos iguais.
b) todos diferentes.
c) três iguais e um diferente.
d) apenas dois iguais.
e) iguais dois a dois.

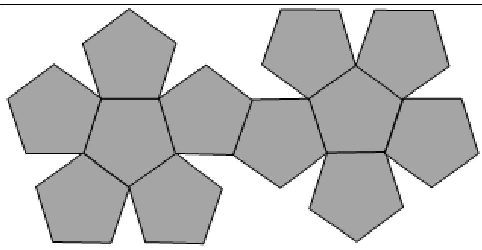
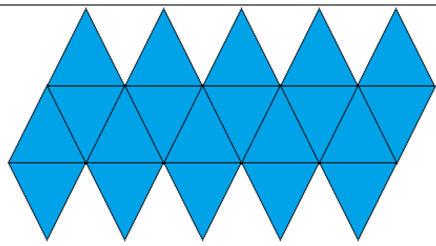
06. (UEL) Para explicar a natureza do mundo, Platão "[...] apresenta a teoria segundo a qual os 'quatro elementos' admitidos como constituintes do mundo – o fogo, o ar, a água e a terra – [...] devem ter a forma de sólidos regulares.[...] Para não deixar de fora um sólido regular, atribuiu ao dodecaedro a representação da forma de todo o universo." (DEVLIN, Keith. Matemática: a ciência dos padrões. Porto: Porto Editora, 2002. p.119.) As figuras a seguir representam esses sólidos geométricos, que são chamados de poliedros regulares.

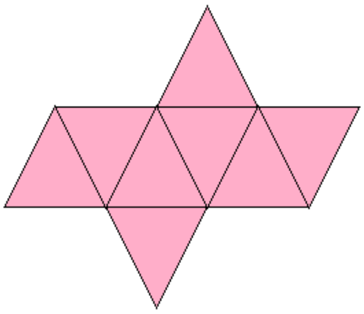
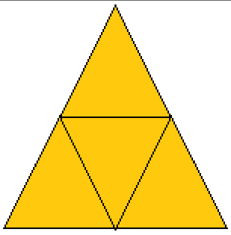
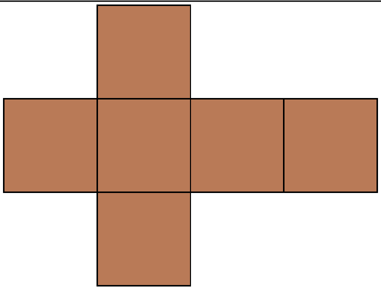


Um poliedro é um sólido limitado por polígonos. Cada poliedro tem um certo número de polígonos em torno de cada vértice. Uma das figuras anteriores representa um octaedro. A soma das medidas dos ângulos em torno de cada vértice desse octaedro é:

a) 180º b) 240º c) 270º d) 300º e) 324º

07. Identifique cada uma das planificações dos poliedros abaixo:

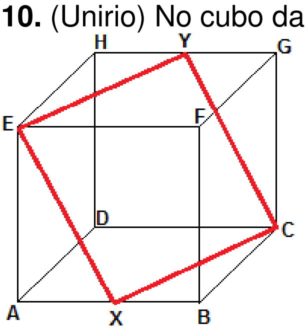
	
	

08. Complete a tabela com os nomes, número de faces, de vértices e de arestas dos poliedros convexos regulares. Coloque também a forma das faces e verifique em cada um a relação de Euler.

POLIEDRO	Nº DE FACES	Nº DE VÉRTICES	Nº DE ARESTAS	FORMA DAS FACES	RELAÇÃO DE EULER
	4				4-6+4=2
	6				
	8				
	12				
	20				

09. Que tipo de poliedro regular tem, como vértices, os centros das faces de um:
a) Tetraedro regular? b) Cubo? c) Octaedro regular?

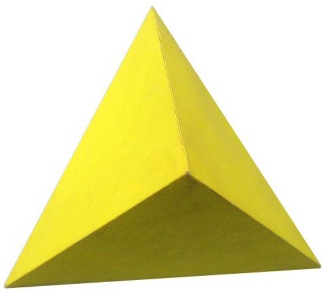
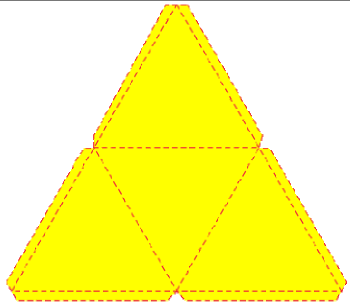
10. (Unirio) No cubo da figura, os pontos X e Y são pontos médios das arestas $\overline{AB}$ e $\overline{GH}$.



O polígono XCYE é um:
a) Quadrado, mas não é paralelogramo.
b) Paralelogramo, mas não é losango.
c) Losango, mas não é quadrado.
d) Retângulo, mas não é quadrado.
e) Quadrado.

APÊNDICE E – Moldes dos Poliedros de Platão regulares.

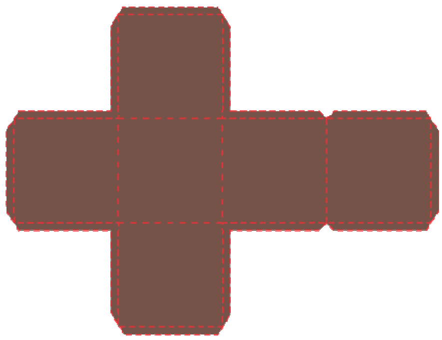
TRETRAEDO REGULAR E SEU MOLDE

MATERIAL UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

- Papel cartão amarelo, tesoura e cola

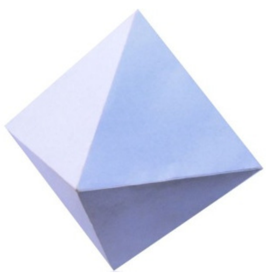
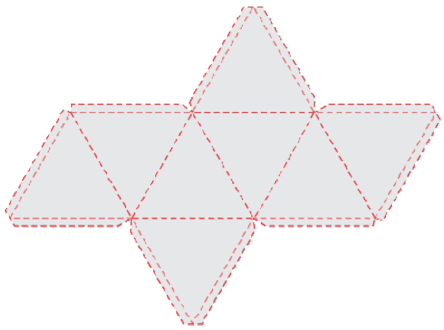
HEXAEDRO REGULAR E SEU MOLDE

MATERIAL UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

- Papel cartão marrom, tesoura e cola

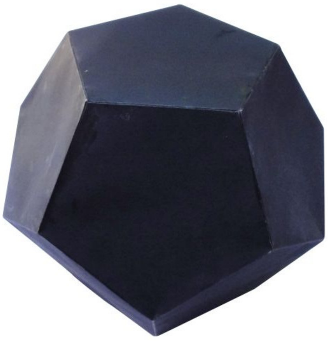
OCTAEDRO REGULAR E SEU MOLDE

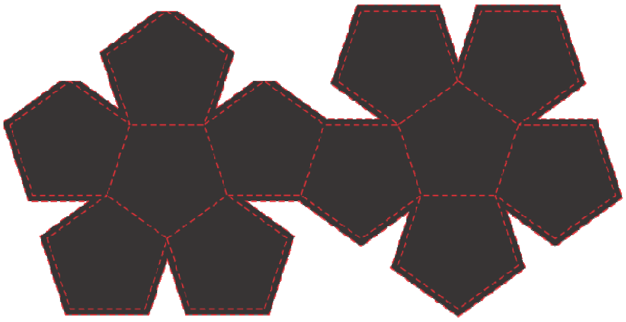



MATERIAL UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

- Papel cartão branco, tesoura e cola

DODECAEDRO REGULAR E SEU MOLDE

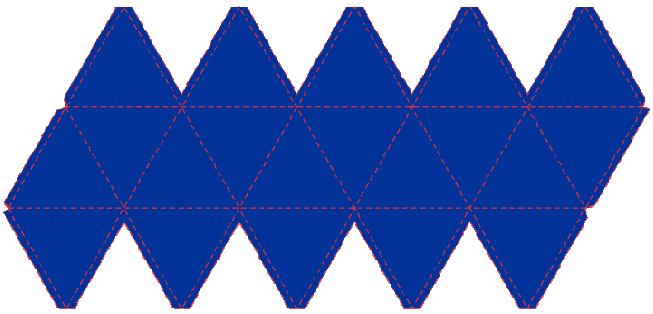




MATERIA UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

- Papel cartão preto, tesoura e cola.

ICOSAEDRO REGULAR E SEU MOLDE



MATERIAL UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

- Papel cartão azul, tesoura e cola

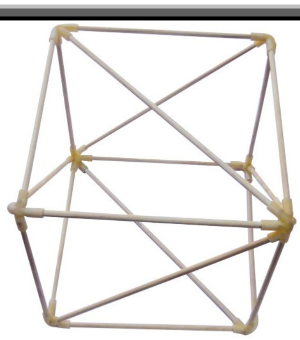
APÊNDICE F – Poliedros de Platão regulares com varetas.

TRETRAEDO REGULAR

MATERIA UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

1. Para as arestas: seis varetas para churrasco;
2. Para os vértices: 24cm de liga para soro, cortadas em oito pedaços de 3cm cada um e encaixados dois a dois.

HEXAEDRO REGULAR



MATERIA UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

1. Para as arestas: doze varetas para churrasco;
2. Para as diagonais das faces: seis varetas para churrasco;
3. Para os vértices: 54cm de liga para soro, cortadas em dezoito pedaços de 3cm cada um. Doze pedaços devem ser encaixados dois a dois e seis pedaços devem ser encaixados três a três.

OCTAEDRO REGULAR

MATERIA UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

1. Para as arestas: doze varetas para churrasco;
2. Para os vértices: 36cm de liga para soro, cortadas em doze pedaços de 3cm cada um e encaixados dois a dois.

DODECAEDRO REGULAR

MATERIA UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

1. Para as arestas: trinta varetas para churrasco;
2. Para as diagonais das faces: vinte e quatro varetas para churrasco;
3. Para os vértices: 180 cm de liga para soro, cortadas em sessenta pedaços de 3cm cada um e encaixados três a três.

ICOSAEDRO REGULAR

MATERIA UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

1. Para as arestas: trinta varetas para churrasco;
2. Para os vértices: 108 cm de liga para soro, cortadas em trinta e seis pedaços de 3cm cada um e encaixados três a três.

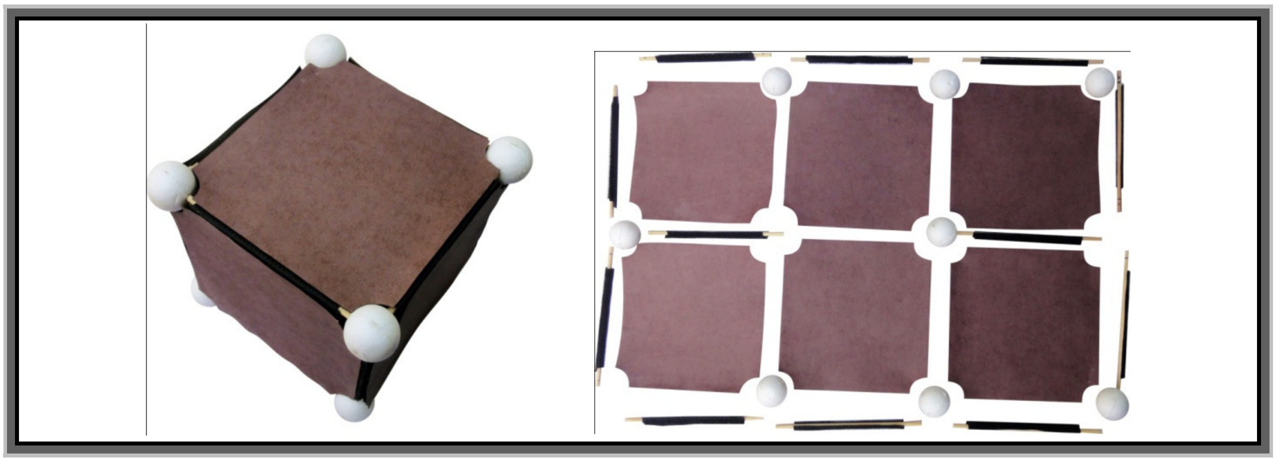
APÊNDICE G –.Tetraedro e Hexaedro para a relação de Euler.

TRETRAEDO REGULAR PARA VISUALIZAÇÃO DO RELAÇÃO DE EULER

MATERIA UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

- Vértices: quadro bolas de isopor;
- Arestas: seis varetas para churrasco;
- Faces: uma folha de papel cartão amarelo;
- Um metro de velcro para colar nas arestas;
- Uma tesoura;
- Um tubo de cola.

HEXAEDRO REGULAR PARA VISUALIZAÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER



MATERIA UTILIZADO PARA CONFECÇÃO

- Vértices: oito bolas de isopor;
- Arestas: doze varetas para churrasco;
- Faces: uma folha de papel cartão marrom;
- Um metro de velcro para colar nas arestas;
- Uma tesoura;
- Um tubo de cola.

APÊNDICE H – Resultados do teste de geometria plana.

TURMA "A"

NÍVEL	TESTE	15 ANOS		16 ANOS						17 ANOS						18 ANOS
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
N0	PRÉ	24,00	24,00	24,00	24,00	24,00	24,00	18,00	19,00	24,00	19,00	20,00	18,00	24,00	20,00	24,00
	PÓS	24,00	23,00	17,00	24,00	24,00	24,00	16,00	23,00	21,00	21,00	19,00	18,00	23,00	19,00	18,00
N1	PRÉ	19,33	12,67	15,00	21,67	11,33	15,17	6,00	10,33	11,67	9,33	6,67	1,00	15,83	14,67	1,67
	PÓS	6,83	11,00	2,00	21,67	10,33	6,00	2,00	7,83	3,33	13,50	3,67	1,00	13,33	6,83	11,67
N2	PRÉ	5,00	6,33	5,00	15,00	4,00	11,67	12,00	6,17	6,67	4,50	10,50	3,00	5,50	8,33	3,00
	PÓS	5,00	5,67	9,00	10,00	4,00	8,17	6,50	5,00	5,00	5,67	9,50	3,00	5,50	10,67	3,00
NOTA FINAL	PRÉ	48,33	43,00	44,00	60,67	39,33	50,84	36,00	35,50	42,34	32,83	37,17	22,00	45,33	43,00	28,67
	PÓS	35,83	39,67	28,00	55,67	38,33	38,17	24,50	35,83	29,33	40,17	32,17	22,00	41,83	36,50	32,67

TURMA "B"

NÍVEL	TESTE	15 ANOS		16 ANOS													17 ANOS				19 ANOS			20 ANOS
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
N0	PRÉ	16,00	14,00	12,00	13,00	20,00	17,00	18,00	16,00	17,00	18,00	18,00	17,00	15,00	17,00	15,00	18,00	10,00	12,00	19,00	15,00	16,00	12,00	10,00
	PÓS	24,00	15,00	20,00	21,00	19,00	21,00	19,00	23,00	12,00	18,00	13,00	20,00	16,00	15,00	16,00	17,00	16,00	18,00	17,00	17,00	15,00	18,00	16,00
N1	PRÉ	9,33	9,33	10,83	9,17	17,50	12,67	1,00	6,67	7,67	7,17	6,67	8,33	15,17	12,00	5,00	12,67	9,33	1,00	8,50	10,00	1,00	14,17	12,83
	PÓS	9,33	11,00	15,33	10,00	6,67	18,33	12,83	9,17	7,00	12,50	5,33	16,67	14,17	18,67	9,17	15,00	13,33	2,00	3,50	1,00	13,30	17,50	12,50
N2	PRÉ	4,00	13,00	2,00	9,00	12,50	7,50	8,00	10,50	5,00	5,00	5,00	4,00	6,50	4,00	4,00	3,00	9,50	7,50	12,00	4,00	4,00	4,00	12,50
	PÓS	1,00	8,00	5,50	5,00	11,50	7,50	7,50	5,50	11,50	7,50	11,50	5,00	9,00	11,50	10,00	5,50	5,00	5,50	9,00	2,00	5,50	9,50	3,00
NOTA FINAL	PRÉ	29,33	36,33	24,83	31,17	50,00	37,17	27,00	33,17	29,67	30,17	29,67	29,33	36,67	33,00	24,00	33,67	28,83	20,50	39,50	29,00	21,00	30,17	35,33
	PÓS	34,33	34,00	40,83	36,00	37,17	46,83	39,33	37,67	30,50	38,00	29,83	41,67	39,17	45,17	35,17	37,50	34,33	25,50	29,50	20,00	33,80	45,00	31,50

TURMA "C"

NÍVEL	TESTE	15 ANOS	16 ANOS		17 ANOS									18 ANOS					19 ANOS		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N0	PRÉ	17,00	24,00	21,00	18,00	17,00	16,00	15,00	23,00	18,00	18,00	18,00	16,00	18,00	20,00	17,00	15,00	14,00	16,00	16,00	15,00
	PÓS	19,00	22,00	22,00	19,00	17,00	18,00	12,00	20,00	19,00	16,00	21,00	17,00	19,00	23,00	16,00	19,00	18,00	18,00	18,00	15,00
N1	PRÉ	8,00	6,00	12,00	2,00	6,00	7,67	1,00	9,67	1,00	9,33	1,00	7,33	8,33	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	PÓS	1,00	6,67	9,50	6,00	1,00	4,33	1,00	8,67	12,67	6,00	2,67	10,83	9,33	4,33	1,00	1,00	6,67	4,33	2,67	1,00
N2	PRÉ	10,50	5,00	9,17	10,00	7,50	5,00	1,00	4,00	3,00	6,17	4,00	8,17	6,67	15,50	2,67	12,00	9,00	5,00	9,00	7,00
	PÓS	7,50	7,50	9,17	6,50	3,00	4,00	6,00	5,00	5,50	8,67	7,50	6,50	11,67	4,00	4,50	5,00	5,50	6,50	5,50	14,00
NOTA FINAL	PRÉ	35,50	35,00	42,17	30,00	30,50	28,67	17,00	36,67	22,00	33,50	23,00	31,50	33,00	36,50	20,67	28,00	24,00	22,00	26,00	23,00
	PÓS	27,50	36,17	40,67	31,50	21,00	26,33	19,00	33,67	37,17	30,67	31,17	34,33	40,00	31,33	21,50	25,00	30,17	28,83	26,17	30,00

APÊNDICE I – Medidas de tendência central e desvio padrão do teste de geometria plana.

TURMA “A”

MÉDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DISPERSÃO			
TESTE	MÉDIA ARITMÉTICA	DESVIO PADRÃO	MEDIANA
PRÉ	40,6	9,0	42,3
PÓS	35,4	7,8	35,8

TURMA “B”

MÉDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DISPERSÃO			
TESTE	MÉDIA ARITMÉTICA	DESVIO PADRÃO	MEDIANA
PRÉ	31,3	6,25	30,2
PÓS	35,8	6,19	36,0

TURMA “C”

MÉDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DISPERSÃO			
TESTE	MÉDIA ARITMÉTICA	DESVIO PADRÃO	MEDIANA
PRÉ	28,9	6,45	29,3
PÓS	30,1	5,81	30,4

APÊNDICE J – Resultados do teste de geometria plana e espacial.

TURMA "A"

ALUNO	IDADE	1	2	3	4	5	6	7 A	7 B	7 C	7 D	7 E	8.1 A	8.1 B	8.1 C	8.1 D	8.1 E	8.3 A	8.3 B	8.3 C	8.3 D	8.3 E	8.4 A	8.4 B	8.4 C	8.4 D	8.4 E	8.5 A	8.5 B	8.5 C	8.5 D	8.5 E	8.6 A	8.6 B	8.6 C	8.6 D	9 A	9 B	9 C	10	NOTA	RENDIMENTO (%)
1	15	5	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,0	21%
2	15	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10,0	14%
3	16	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	10,0	14%
4	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5,0	7%
5	16	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,0	7%
6	16	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10,0	14%
7	16	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8,0	11%
8	16	0	0	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,0	21%
9	17	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10,0	14%
10	17	5	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,0	21%
11	17	5	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,0	21%
12	17	5	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	15,0	21%
13	17	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,0	7%
14	17	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,0	7%
15	18	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	12,0	17%

TURMA “B”

ALUNO	IDADE	QUESTÕES																																												NOTA	RENDIMENTO (%)
		1	2	3	4	5	6	7					8																											9			10		
													8.1					8.3					8.4					8.5					8.6									
								A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	A	B	C			
1	15	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	19,0	27%
2	15	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	17,0	24%
3	16	0	5	0	0	0	5	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	21,0	30%
4	16	5	0	0	0	5	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	45,0	64%
5	16	0	5	0	5	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	28,8	41%
6	16	0	0	0	0	0	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	27,8	40%
7	16	5	5	0	5	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	38,5	55%
8	16	0	5	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	19,0	27%
9	16	5	5	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	38,0	54%
10	16	0	5	0	5	0	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	5	50,0	71%
11	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	13,3	19%
12	16	5	0	0	5	0	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	39,8	57%
13	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	26,7	38%
14	16	5	5	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	40,7	58%
15	16	5	5	0	5	5	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	43,5	62%
16	17	5	5	0	0	5	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25,0	36%
17	17	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14,0	20%
18	17	0	0	0	5	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	5	30,0	43%
19	17	5	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	5	33,0	47%
20	19	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8,0	11%
21	19	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,0	40%
22	19	0	0	5	5	0	5	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	23,0	17%
23	20	0	0	0	5	0	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	5	33,5	27%

TURMA "C"

ALUNO	IDADE	QUESTÕES																																							NOTA	RENDIMENTO (%)
		1	2	3	4	5	6	7					8																								9			10		
								A	B	C	D	E	8.1					8.3					8.4					8.5					8.6				A	B	C			
													A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D						
1	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8,0	11%
2	16	5	0	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	42,0	60%
3	16	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	22,0	31%
4	17	0	0	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19,0	27%
5	17	0	5	0	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,0	21%
6	17	5	5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14,0	20%
7	17	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10,0	14%
8	17	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	29,0	41%
9	17	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7,0	10%
10	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5,0	7%
11	17	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12,0	17%
12	17	0	0	5	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,0	21%
13	18	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,0	7%
14	18	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7,0	10%
15	18	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,0	7%
16	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0	0%
17	18	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,0	7%
18	19	0	5	0	5	0	5	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	28,0	40%
19	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0	0%
20	19	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11,0	16%

APÊNDICE K – Algumas atividades das equipes da turma 202.

Universidade Federal do Oeste do Pará

PROFMAT

RELATÓRIO

SBM

ESCOLA:	Pedro Alvares Cabral				
EQUIPE:	Universo				
SÉRIE:	2º ano	**DATA:**	23-01-2013	**ATIVIDADE**	02

Atividade de matemática que aconteceu no dia 23 de janeiro na escola pedro alvares cabral. Bom na atividade tivemos um pouco de dificuldade pois não tavamos sabendo define o nº de faces e o nº de arestas, fizemos a atividade foi bom pois fizemos o quer nós sabia não acresentamos mais do nosso conhecimento atribuimos o nome a todos os objetos que pegamos.

Vimos uma quantidades totalmente desiguais. A dife-rença é que nos solidos feitos de palito, tem arestas que cortam faces, que estão inteiras nos sólidos colorido, mas discutindo essa questão incontramos a solução. E no final foi bom que conhecemos oque era face, vertice e aresta e o mais importante, foi que a gente aprendeu mais sobre as fi-guras geometricas. Na nossa opinião essas aulas que tivemos foi muito bom para o nosso conhecimento.

Podemos define oque é uma face, um vertice e arestas. Bom face é a superficie é toda a área de um solido, lugar onde ele possa ser tocado exteramente a definiça-ção geometrica de área do objeto. E a arestas, intem que compõe o solido e vertice: são as diagonais do solido, formado por arestas.

UFOPA
Universidade Federal do Oeste do Pará

PROFMAT

RELATÓRIO

SBM

ESCOLA:	Pedro Álvares Cabral				
EQUIPE:	Águia				
SÉRIE:	2º ano	DATA:	23/01/13	ATIVIDADE	2

Começamos a atividade fazendo análises dos sólidos, para darmos um nome atribuído a cada figura, depois tivemos contar o número de vértices, das arestas e das faces. Dentre uma e outra tive algumas dúvidas relacionada há arestas e vértices, mas enfim conseguimos esclarecer todas as dúvidas. Chegamos a conclusão que a aresta é a quina de cada face sendo que a vértice é o ponto que liga as faces umas as outras; e que a face são os lados que complementam cada sólidos estudados.

UFOPA
Universidade Federal do Oeste do Pará

PROFMAT

RELATÓRIO

SBM

ESCOLA:	Pedro Álvares Cabral				
EQUIPE:	Água				
SÉRIE:	2º ano	DATA:	21-01-13	ATIVIADE	01

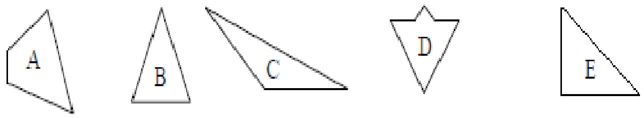
Analizamos o sólido e percebemos que ele tem o formato de um balão de papel de festa junina, contendo 20 faces, 30 vértices e 10 arestas. Chegamos a conclusão de que é um pentágono. Observamos o segundo sólido é formado por 4 faces, 8 arestas e 12 vértices, e contém lados iguais e idêntico há um dado conclui-se que é um quadrilátero. O próximo objeto tendo a aparência de uma pirâmide formado por 3 faces, 6 vértices e 4 arestas e chegamos a um tetraedo. Tendo a figura com um formato de uma pipa, contendo 8 faces, 12 vértices e 6 arestas, definimos que é um Octaedro. Ao observamos a figura concluimos que se parece com uma bola de Handebol contendo 20 vértices 20 arestas e 10 faces e damos o nome de dodecaedro.

Chegamos à conclusão que cada figura possui números de vértices, arestas e faces diferentes, porém esse trabalho exige conhecimento sobre os poliedros de platão para o empenho da atividade.

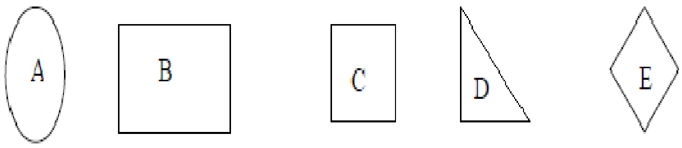
ANEXO – Teste de geometria plana retirado do livro “Geometria segundo o Teoria de Van Hiele”.

PRÉ E PÓS-TESTE

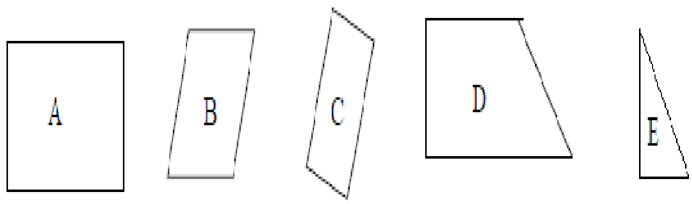
01. Assinale o(s) triângulo(s):



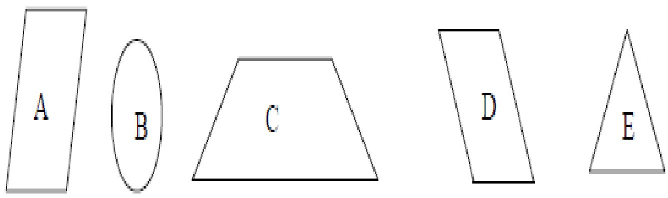
02. Assinale o(s) quadrado(s):



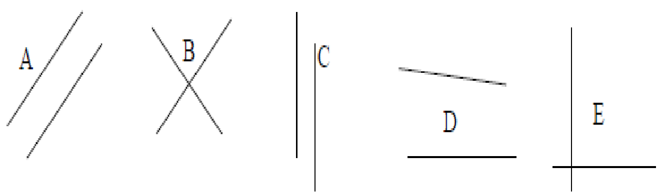
03. Assinale o(s) retângulo(s):



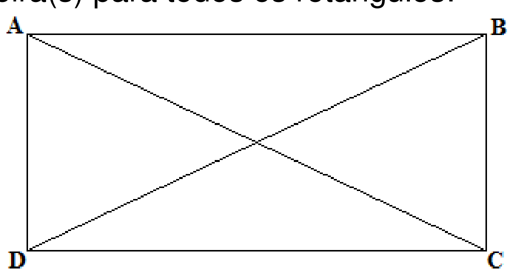
04. Assinale o(s) paralelogramo(s):



05. Assinale os pares de retas paralelas:



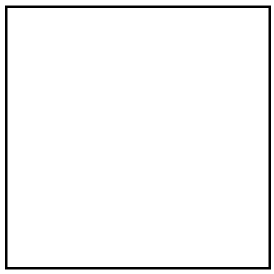
06. No retângulo ABCD, as linhas AD e BC são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:



a) Tem 4 ângulos retos.
b) Tem lados opostos paralelos.
c) Tem diagonais de mesmo comprimento.
d) Tem os 4 ângulos iguais.
e) Todas são verdadeiras.

07. Dê três propriedades dos quadrados:

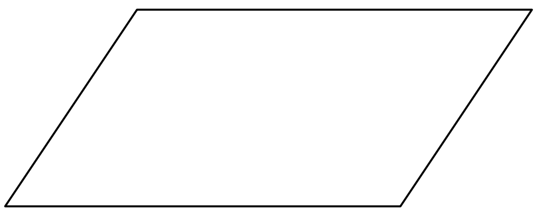
1	
2	
3	



08. Todo triângulo isósceles tem dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:
a) Pelo menos um dos ângulos mede 60º
b) Um dos ângulos mede 90º.
c) Dois ângulos têm a mesma medida.
d) Todos os três ângulos tem a mesma medida.
e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

09. Dê três propriedades dos paralelogramos:

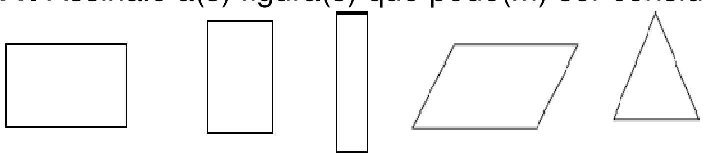
1	
2	
3	



10. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não tem o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

NOME:

11. Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulo(s):



12. Os quatro ângulos A,B,C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.

a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? ____________________________________

b) Por quê? _____________________________________

c) Que tipo de quadrilátero é ABCD? ______________________________

13. Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo? ____________________________________

Por quê? ____________________________________

14. Considere as afirmações:
(I) A figura X é um retângulo.
(II) Se I é falsa, então II é verdadeira.
Assinale a afirmativa verdadeira:
a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
d) I e II não podem ser ambas falsas.
e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

15. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados.
a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
c) Qualquer propriedade dos retângulos é também válida para os quadrados.
d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
e) Nenhuma das afirmativas anteriores.