UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

MAYKON SULLIVAN DE JESUS DA COSTA

ANÁLISE PEDAGÓGICA DO EXAME DE ACESSO AO PROFMAT: REFLEXÕES SOBRE A AVALIAÇÃO E FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Santarém - PA
2020

MAYKON SULLIVAN DE JESUS DA COSTA

ANÁLISE PEDAGÓGICA DO EXAME DE ACESSO AO PROFMAT: REFLEXÕES SOBRE A AVALIAÇÃO E FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Ciências Exatas– Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Mário Tanaka Filho

Santarém-PA
2020

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/UFOPA

C837a Costa, Maykon Sullivan de Jesus da
Análise pedagógica do exame de acesso ao PROFMAT: reflexões sobre avaliação e formação de professores de matemática./ Maykon Sullivan de Jesus da Costa. – Santarém, 2020.
110 p. : il.
Inclui bibliografias.

Orientador: Mário Tanaka Filho
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências da Educação, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.

1. Formação de professores. 2. Teoria clássica de testes. 3. Avaliação. I. Tanaka Filho, Mário, *orient*. II. Título.

CDD: 23 ed. 371.12

Bibliotecária - Documentalista: Renata Ferreira – CRB/2 1440

MAYKON SULLIVAN DE JESUS DA COSTA

ANÁLISE PEDAGÓGICA DO EXAME DE ACESSO AO PROFMAT: REFLEXÕES SOBRE A AVALIAÇÃO E FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação Matemática em Rede Nacional – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Parecer da Banca: APROVADO em 02 de setembro de 2020.

Banca Examinadora:

Mário Tanaka Filho

Prof. Dr. Mário Tanaka Filho
Orientador - UFOPA

Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra
Avaliador Interno - UFOPA

Prof. Dr. Damião Pedro Meira Filho
Avaliador Externo - IFPA

Santarém-PA
2020

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à todos que torceram pelo meu sucesso na realização desta pós graduação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus por me proporcionar força e sabedoria nesta jornada, à minha família pelo apoio, ao meu local de trabalho pelo incentivo, aos professores do Profmat e companheiros de curso pelos conhecimentos compartilhados, possibilitando meu sucesso no curso e ao orientador pela paciência e compreensão durante a realização desse estudo.

"Mas há uma outra razão que explica a elevada reputação das Matemáticas, é que elas levam as ciências naturais exatas uma certa proporção de segurança que, sem elas, essas ciências não poderiam obter"

(Albert Einstein)

RESUMO

O presente trabalho objetiva analisar descritivamente, as respostas dos professores/candidatos submetidos ao Exame Nacional de Acesso (ENA), Edital 2019 do Profmat, candidatos na Universidade Federal do Oeste do Pará, utilizando os parâmetros da Teoria Clássica de Testes, para realização de uma reflexão sobre a formação docente do professor de Matemática e o processo avaliativo ao qual esses professores foram submetidos . O ENA 2019 contém itens que abordam domínios de Matemática da Educação Básica, justificando a importância desse trabalho em revelar quais domínios importantes da Educação Básica os professores apresentam desempenho abaixo do esperado levando em conta o processo avaliativo utilizado. Metodologicamente, iniciou-se o trabalho com uma seleção literária na perspectiva de solidificar os fundamentos teóricos. Dentre as obras escolhidas destacam-se as dos autores Hoffman (2005), Luckesi (1990), Rabelo (2013) e Pasquali (2017). Sequencialmente, prosseguiu-se para a caracterização da amostra a ser analisada, tabulando as respostas coletadas nos cartões resposta para realizar o tratamento dos dados e com isso gerar a análise utilizando os parâmetros da Teoria Clássica dos Testes. Tal estudo mensurou, em âmbito regional, o desempenho dos professores/candidatos respondentes, expressos pelo índice de dificuldade, correlação ponto bisserial, análise gráfica e pedagógica dos itens respondidos por esse grupo, além de diagnosticar se o ENA tem conseguido aferir satisfatoriamente, os conhecimentos necessários ao ingresso no Profmat, através do índice de discriminação e índice de precisão do item. Esse tratamento dos dados possibilitou, uma reflexão sobre alguns aspectos a serem levados em conta na formação inicial e continuada do professor de Matemática submetidos a um processo avaliativo utilizado por eles em seu trabalho docente. Revelando mais fortemente, a falta de habilidade coletiva dos professores em questões mais laboriosas que tratam de Equações do 2° grau e Probabilidade, panorama preocupante, visto que mesmo esse desempenho tendo sido reflexo de uma formação acadêmica deficiente, esses professores têm contato diário com esses conteúdos, pois são os responsáveis em ministrar aulas sobre esses domínios na Educação básica. Esse desempenho dos professores/candidatos demonstrou também que o Exame enquanto processo avaliativo com vistas a seleção e classificação dos mesmos não está cumprindo seu objetivo com eficiência, fato constatado pelas análises em que mais da metade dos itens da prova apresenta alguma limitação ao não discriminar apropriadamente os sujeitos mais proficientes nos domínios dos demais. O trabalho está estruturado da seguinte forma: nas seções iniciais aborda-se os aspectos teóricos sobre Avaliação, Formação do Professor de Matemática e Teoria Clássica dos Testes. Em seguida, o detalhamento da Metodologia utilizada, os sujeitos e lócus da pesquisa. Na seção seguinte, estão os principais resultados obtidos da análise e tratamento dado as respostas dos professores. Por fim, as considerações finais.

Palavras-chave: Formação de Professores, Avaliação, Teoria Clássica de Testes, ENA 2019 e Matemática.

ABSTRACT

The present work aims to analyze descriptively, the responses of teachers/candidates submitted to the National Access Exam (ENA), Notice 2019 of Profmat, candidates at the Federal University of Western Pará, using the parameters of the Classical Theory of Tests, to conduct a reflection on the teacher education of the mathematics teacher and the evaluation process to which these teachers were submitted. The ENA 2019 contains items that address areas of Mathematics of Basic Education, justifying the importance of this work in revealing which important areas of Basic Education teachers perform below expected taking into account the evaluation process used. Methodologically, the work began with a literary selection in the perspective of solidifying the theoretical foundations. Among the works chosen are those of the authors Hoffman (2005), Luckesi (1990), Rabelo (2013) and Pasquali (2017). Sequentially, we proceeded to characterize the sample to be analyzed, tabulating the responses collected in the response cards to perform the data processing and thereby generate the analysis using the parameters of the Classical Theory of Tests. This study measured, at the regional level, the performance of the teachers/candidates who responded, expressed by the difficulty index, bisserial point correlation, graphic and pedagogical analysis of the items answered by this group, besides diagnosing whether the ENA has been able to satisfactorily assess the knowledge necessary to enter Profmat, through the discrimination index and the item's accuracy index. This treatment of the data allowed a reflection on some aspects to be taken into account in the initial and continued training of the mathematics teacher submitted to an evaluative process used by them in their teaching work. Revealing more strongly, the lack of collective ability of teachers in more laborious issues dealing with Equations of the 2nd degree and Probability, a worrying panorama, since even though this performance was a reflection of a deficient academic background, these teachers have daily contact with these contents, because they are responsible for teaching classes on these domains in basic education. This performance of teachers/candidates also demonstrated that the Exam as an evaluation process with a view to selecting and classifying them is not fulfilling its objective efficiently, a fact verified by the analyses in which more than half of the test items present some limitation by not properly discriminating the most proficient subjects in the domains of the others. The work is structured as follows: in the initial sections we approach the theoretical aspects on Evaluation, Teacher Training of Mathematics and Classical Theory of Tests. Then, the details of the methodology used, the subjects and locus of the research. In the following section, the main results obtained from the analysis and treatment given the teachers' answers are given. Finally, the final considerations.

Keywords: Teacher Training, Evaluation, Classical Test Theory, ENA 2019 and Mathematics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Ao analisar historicamente a Evolução da Matemática, vemos que ela se constitui como uma ciência imprescindível no desenvolvimento de qualquer civilização estudada, influenciando no desenvolvimento de outros campos do conhecimento humano, bem como no modo de vida e produção dela. No entanto, agora, não se tem mais dúvidas do papel fundamental da Matemática no mundo moderno e sua função social de formar indivíduos mais críticos, como afirma Goldberg (1998), educar é transformar; é despertar aptidões e orientá-las para o melhor uso dentro da sociedade em que vive o educando. Porém, em contraponto a tamanha importância, seu ensino ainda encontra grandes dificuldades na sociedade brasileira, por diversos fatores já difundidos em pesquisas na área.

> Ao longo dos anos, a causa deste fracasso tem sido atribuída aos alunos, o que levou os professores a procurarem diversas estratégias e alternativas metodológicas que motivassem e facilitassem a compreensão dos conteúdos. No entanto, esta procura tem provocado a conscientização da influência de uma base teórica para fundamentar a prática, pois ainda observamos professores de matemática com posturas e rigores científicos, supervalorizando a memorização de conceitos e, principalmente, o domínio de classe (RODRIGUEZ apud CHAGAS, 2004, p. 242).

Tendo em vista essa problemática, esse estudo tem foco no professor de Matemática inserido num processo avaliativo, a saber o Exame Nacional de Acesso – ENA - edital 2019. O referido Exame avalia o desempenho dos professores na resolução de questões, que versam sobre domínios de Matemática amplamente inseridos no currículo da Educação Básica, inscritos nas Instituições Associadas ao Programa, com vistas ao ingresso no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat). Para a Sociedade Brasileira de Matemática (2017), o principal objetivo do Profmat é oferecer formação profissional sólida em Matemática, que contemple as necessidades do trabalho cotidiano dos professores no espaço da escola, assim como suas necessidades de desenvolvimento e de valorização profissional. Visa, ainda, o desenvolvimento de uma postura crítica acerca do trabalho nas aulas de Matemática, na Educação Básica.

Nesse cenário, surgiram os questionamentos que motivaram essa pesquisa:

i. Quais os conteúdos do currículo de Matemática da Educação Básica, os professores de Matemática apresentam maiores dificuldades?
ii. O Exame Nacional de Acesso - ENA ao Profmat avalia bem os conhecimentos necessários ao ingresso no Programa?

Na busca pelas respostas das questões norteadoras, optou-se por um instrumento de avaliação psicométrica denominado Teoria Clássica dos Testes – TCT –. Essa teoria desenvolveu seus primeiros conceitos no final do século XIX e início do século XX, tendo início por volta da década de 1880 com Galton, atravessando as eras de Cattell, na década 1890, de Binet, na década de 1900, a era dos testes de inteligência, entre 1910 e 1930, a da análise fatorial e a era da sistematização, entre 1940 e 1980. Na era de Binet, a partir dos trabalhos de Spearman relacionados à correlação, desenvolveu-se a Teoria Clássica dos Testes. (Pasquali, 1997)

Nesse estudo, utilizou-se a correlação ponto-bisserial, como parte do método utilizado para avaliar as duas principais propriedades psicométricas dos instrumentos: a validade e a confiabilidade. A validade se refere à capacidade do instrumento de efetivamente medir um conceito teórico específico, seja este um processo psicológico ou uma característica dos indivíduos (Bruscato, 1998; Menezes & Nascimento, 2000; Strauss & Smith, 2009). A confiabilidade de um teste se refere à reprodutibilidade da medida, ou seja, o grau de concordância entre múltiplas medidas de um mesmo sujeito inter e intra indivíduos (Armstrong, White, & Saracci, 1994). Cabe ressaltar que nesse estudo, utilizou-se para mensurar a confiabilidade do instrumento o Alfa de Cronbach (α), amplamente utilizado em testes educacionais analisados na perspectiva da psicometria clássica. O modelo foi proposto em 1951 pelo pesquisador Lee J. Cronbach.

Na TCT, a análise dos itens é um instrumento que visa selecionar os melhores itens de um conjunto de itens, avaliando duas características dos itens: a dificuldade e a discriminação.

> Na TCT, o parâmetro de dificuldade do item é dado pela proporção dos indivíduos que respondem afirmativamente ao item, no caso de itens dicotômicos. Quando os itens são politômicos, a dificuldade é determinada pela proporção de respostas a uma categoria de escolha ou pela média das respostas de todos os indivíduos (GRÉGOIRE & LAVEAULT apud SARTES & FORMIGIONI, 2002).

O índice de dificuldade varia entre 0 e 1, sendo que caso seu valor seja igual a zero, significa que nenhum indivíduo respondeu ao item afirmativamente. Ao contrário, se o índice for igual a 1, significa que todos responderam afirmativamente.

O parâmetro de discriminação na TCT visa diferenciar o grupo de avaliados com alta pontuação total dos que tiveram baixa pontuação total no teste. Nesse estudo optou-se pela divisão dos avaliados em dois grupos, os 27% superiores (que obtiveram os escores mais altos) e os 27% inferiores (que obtiveram os escores mais baixos), proposta por Kelley em 1939. O item é mais discriminativo quanto maior for o seu valor. O índice de discriminação pode assumir qualquer valor entre -1 e 1, correspondendo à diferença entre o índice de dificuldade dos indivíduos que obtiveram uma pontuação elevada no escore total do teste e o índice de dificuldade dos indivíduos que obtiveram uma pontuação baixa no escore total do teste. Esses parâmetros auxiliam a Análise gráfica dos Itens – AGI – e Análise Pedagógica dos itens.

Tendo delineado os questionamentos e os instrumentos a serem utilizados na busca pelas respostas, o objetivo desse estudo é analisar descritivamente as respostas dos candidatos respondentes ao ENA Edital 2019, utilizando parâmetros da Teoria Clássica dos Testes - TCT, para realização de uma reflexão sobre o desempenho dos professores como reflexo de sua formação docente e do ENA enquanto processo avaliativo.

Para tanto, este estudo apresenta:

i. Uma revisão teórica sobre a Formação Inicial de professores de Matemática no Brasil e Tendências em Avaliação;
ii. Análise Gráfica dos itens (AGI);
iii. Análise Pedagógica dos itens.

Este estudo se mostra relevante, pois seus resultados podem viabilizar o trabalho do professor, a partir do momento em que possíveis falhas forem identificadas orientando assim o trabalho docente no sentido de aprimorá-lo. Como consequência uma melhoria no processo ensino-aprendizagem, estruturando melhor o trabalho docente em busca de metodologias que minimizem impactos possíveis falhas dos professores até os momentos de avaliação, sendo esse momento de extrema importância nesse processo, Cury (2013) afirma que não é fácil avaliar o desempenho dos alunos, especialmente se levarmos em conta que, quaisquer que sejam os instrumentos empregados, eles são incompletos e nunca podem abarcar toda a "verdade" sobre a aprendizagem. Porém, também é atribuição buscar meios para a realização de uma avaliação diagnóstica e inclusiva dos alunos, que se paute em um processo contínuo e reflexivo, não de forma fragmentada e estática, prática ainda comum no ensino brasileiro, como no próprio ENA, onde os resultados dos candidatos não são discutidos. Ademais, esse estudo tem direcionamento para professores já formados, mas seus resultados também podem auxiliar na reflexão na formação inicial docente, pensando nos currículos acadêmicos, metodologias empregadas para minimizar possíveis falhas nos futuros professores de Matemática. Desta feita, as instituições de ensino entregariam a sociedade um profissional mais bem preparado para o trabalho docente inserido em sua realidade.

Metodologicamente, iniciou-se o trabalho com uma seleção literária na perspectiva de solidificar os fundamentos teóricos. Dentre as obras escolhidas destacam-se as dos autores Hoffman (2005), Luckesi (1990), Rabelo (2013) e Pasquali (2017). Sequencialmente, prosseguiu-se para a caracterização da amostra a ser analisada, tabulando as respostas coletadas nos cartões resposta para realizar o tratamento dos dados e com isso gerar a análise utilizando os parâmetros da Teoria Clássica dos Testes, buscando mensurar o desempenho dos professores/candidatos respondentes, expressos pelo índice de dificuldade, correlação ponto bisserial, seguidas das Análises Gráficas e Pedagógicas dos Itens do Exame. Através destas, busca-se por informações latentes presentes nas respostas dos professores, inscritos para concorrerem uma vaga no Profmat na Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), sendo estes integrantes do *corpus* da pesquisa. Essa busca pode revelar problemas nos itens avaliados no Exame, na formação acadêmica desses professores e de forma geral, refletir sobre avaliação em Matemática de um indivíduo, esteja ele no papel de professor ou aluno.

Este trabalho está organizado em 7 seções, precedidas por uma breve introdução resumindo o que será tratado nelas, bem como no final de cada, propiciando uma leitura mais fluida e coesa.

A seção 1 apresenta o trabalho, apresentando alguns de seus principais elementos. A seção 2 faz um resgate histórico do desenvolvimento da formação de matemáticos no país, bem como a organização curricular desses cursos, passando por discussões sobre a prática docente e por fim tendências em avaliação. Esta seção é importante por que está permeada de reflexões, discussões que embasarão as análises feitas visando atingir o objetivo do estudo.

A seção 3 destaca a fundamentação teórica sobre a TCT, apresentando os índices que quantificaram o desempenho dos candidatos/ respondentes também necessários para as análises feitas nas próximas seções deste estudo.

A seção 4 detalha a metodologia utilizada nesse estudo, explicitando como está classificado esse estudo, o local, os sujeitos e o *corpus* do estudo. A seção 5 apresenta a análise detalhada de cada item do ENA segundo os parâmetros da TCT, finalizando com a análise geral e panorâmica do exame, onde discute-se as informações extraídas à luz da fundamentação teórica do estudo.

A seção 6 traz as considerações finais, trazendo um apanhado do desenvolvimento do trabalho e ressaltando seus pontos mais importantes. Por fim, a seção 7 mostra as fontes bibliográficas do estudo, seguida pelo Apêndice, com o script para a análise dos dados.

2 FORMAÇÃO E PRÁTICA DOCENTE DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Nessa seção será abordada a primeira parte do Referencial Teórico do estudo. Iniciando por uma abordagem histórica da formação de professores de Matemática no país, do período colonial à atualidade; seguindo por mostrar alguns aspectos da organização curricular dos cursos de licenciatura, à luz das legislações vigentes. Em seguida, discuti-se a ligação entre a formação inicial do professor de Matemática e sua prática profissional, passando por uma reflexão sobre avaliação voltada para o ensino da Matemática, processo inerente ao trabalho do professor.

2.1 Trajetória da formação de professores de matemática no Brasil

Os cursos de formação inicial para professores (licenciaturas) são essenciais para a construção do profissional, independente da área; as licenciaturas são responsáveis pela formação do conhecimento teórico, pela construção da postura profissional, pelo incentivo à pesquisa e a viabilização da disciplina como ciência, além do aprofundamento sobre conteúdos específicos e didático pedagógicos. De acordo com Fiorentini (2008 *apud* HARGREAVES, 2001), além dos novos saberes e competências, a sociedade contemporânea passou a reivindicar da escola a formação de sujeitos capazes de promover continuamente o seu próprio aprendizado. Pois os saberes estimulados outrora pela academia acabaram se tornando obsoletos. A seguir, apresenta-se um panorama da evolução histórica do percurso dos cursos de formação dos professores de Matemática.

O Brasil percorreu um longo caminho até se firmar como formador de educadores matemáticos, uma vez que o país sofreu com uma estagnação educacional de quase duzentos anos por conta do modelo educacional imposto pelos Jesuítas durante o período colonial no Brasil, onde as Universidades priorizavam o *Studia Superiora*, basicamente, programas de Filosofia e Teologia, deixando as matemáticas de lado. De acordo com Miorim (1998), este modelo:

> Era chamado de código educacional Máximo da Companhia de Jesus. Nessa proposta, na parte equivalente ao ensino médio -os *studia inferiora*-, defendia-se uma educação baseada apenas nas humanidades clássicas, cujas disciplinas eram a retórica, as humanidades e a gramática. As ciências e em particular as matemáticas eram reservadas apenas aos *studia superiora*. Entretanto, mesmo nesses estudos superiores, desenvolvidos no curso de filosofia e ciências, ou de artes, pouco estudavam as matemáticas. (MIORIM, 1998, p. 81)

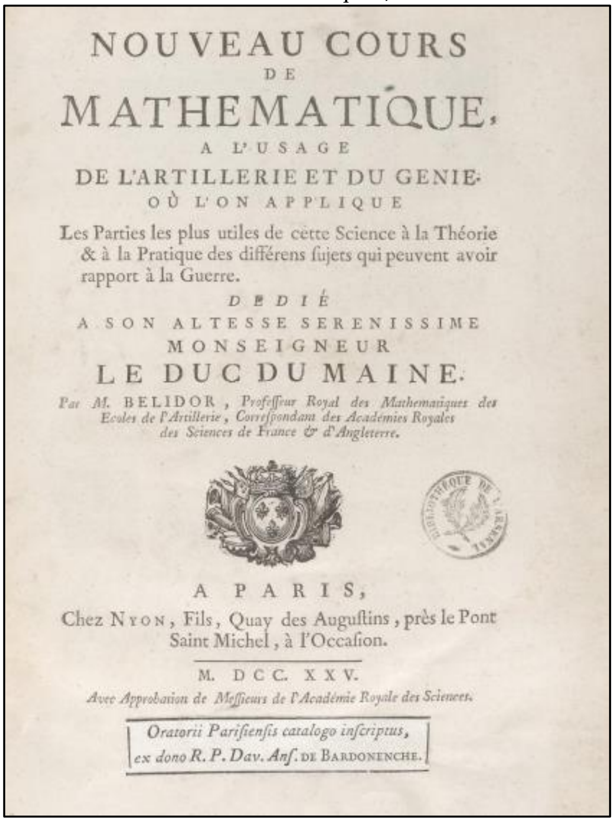
Dessa forma, se não existia a priorização da disciplina, não havia sentido algum investir-se na formação de professores para lecioná-la.

Um dos primeiros marcos históricos da formação de professores de Matemática no Brasil foi a criação do curso Matemático na Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho do Rio de Janeiro, na década de 1790. Por influência francesa, que passara substituir métodos mecânicos de ensino e dar autonomia ao aluno para aprender, assim sendo, o papel do professor passa a ser ainda mais importante, no sentido de encaminhar o aluno na direção correta; destaca-se o uso de materiais didáticos no processo formativo tanto do professor quanto do aluno, nesse período, livros franceses vieram para o Brasil. De acordo com Bueno (2011, p. 8):

> Em 1787, D. Maria I criou o Real Corpo de Engenheiros e, em 1790 a Academia Real de Artilharia, Fortificação e Desenho, simultaneamente em Lisboa e no Rio de Janeiro (1792), ampliando o escopo teórico nessa direção. Dada a necessidade de articulação de territórios, por via marítima, fluvial ou terrestre, no sexto ano do curso foi incluído, para além do ensino da Arquitetura Civil, os melhores métodos empregados na construção de caminhos e calçadas (caminhos empedrados), obras hidráulicas e partes análogas (arquitetura de pontes, canais, portos, diques e comportas) (Idem).

A obra *Nouveau cours de mathématiques*, que contém álgebra, aritmética, geometrias plana e sólida, trigonometria e geometria prática, foi um dos instrumentos didáticos mais utilizados no início da formação dos cursos de engenharias no Brasil. Além disso, muitos de seus estudos foram utilizados em diferentes obras de fortificação do período colonial do Brasil (CAVALCANTI, 2004).

Figura 1 - Nouveau Cours de Mathématiques, Bernard Forest Bélidor, 1725


NOUVEAU COURS
DE
MATHEMATIQUE,
A L'USAGE
DE L'ARTILLERIE ET DU GENIE.
OÙ L'ON APPLIQUE
Les Parties les plus utiles de cette Science à la Théorie & à la Pratique des différens sujets qui peuvent avoir rapport à la Guerre.
DEDIÉ
A SON ALTESSE SERENISSIME
MONSEIGNEUR
LE DUC DU MAINE.
Par M. BELIDOR, *Professeur Royal des Mathematiques des Ecoles de l'Artillerie, Correspondant des Académies Royales des Sciences de France & d'Angleterre.*

A PARIS,
Chez NYON, Fils, Quay des Augustins, près le Pont Saint Michel, à l'Occasion.
M. DCC. XXV.
Avec Approbation de Messieurs de l'Académie Royale des Sciences.
Oratorii Parisiensis catalogo inscriptus, ex dono R. P. Dav. Ans. DE BARDONENCHE.

Fonte: Cavalcanti (2004).

Após diversas reiterações acerca do Ensino da Matemática e a consequente formação docente na disciplina, o Brasil chega a era da tendência positivista de August Comte, através da qual aproximou-se Educação e Ciência, proporcionando um ensino mais fundamentado na ciência. Assim sendo, o professor é impulsionado a elaborar hipóteses, observar fenômenos e criar leis; entretanto, ainda não existia na prática um Curso Superior que atingisse o objetivo de formar um docente nesses parâmetros e exigências relativas às suas atribuições, de acordo com o modelo positivista.

> Depois de tantos séculos de sujeição feudal à Igreja, a burguesia estava arrancando daquela o monopólio da educação. Apresentava uma teoria educacional nova, revolucionária, que afirmava os direitos do indivíduo. Falava em 'humanidade', 'cultura', 'razão', 'luzes'.... categorias da nova pedagogia. Naquele primeiro momento de triunfo, a burguesia assumiu de fato o papel de defensora dos direitos de todos os homens, afirmando o ideal de igualdade e fraternidade. A nova classe mostrou, contudo, muito cedo – ao apagar das "luzes" da Revolução de 1789 – que não estava de todo em seu projeto a igualdade dos homens na sociedade e na educação. Uns acabaram recebendo mais educação do que outros. Aos trabalhadores, diria Adam Smith (1723-1790), economista político burguês, será preciso ministrar educação apenas em conta-gotas. A educação popular deveria fazer com que os pobres aceitassem de bom grado a pobreza, como afirmara o próprio Pestalozzi (GADOTTI, 1999, p. 92).

O início do século XX é tomado por uma onda de renovação educacional no país, tratava-se do Escolanovismo, que pretendia romper com os métodos tradicionais e arcaicos adotados até então e apresentar métodos ativos de ensino-aprendizagem. Em consequência disso, os Cursos Superiores também tiveram que passar por adequações em suas grades curriculares a fim de preparar os professores para as mudanças apresentadas pela Escola Nova. É importante definir que a Escola Nova se baseava:

> [...] na autonomia dos educandos, na atividade espontânea, no auto-governo, na experiência pessoal da criança, na liberdade, na criatividade, na individualidade e nos métodos ativos. A Escola Ativa seria, então, a escola da espontaneidade, da expressão criadora, da liberdade. [...] Todo o formalismo da escola e todas as práticas que estivessem à margem da vida deveriam ser banidas definitivamente dos meios educacionais (PERES, 2002, p.11-12).

Corroborando com isso, Lourenço Filho (2002) destaca os princípios escolanovistas como um:

> [...] processo de aquisição individual, segundo condições personalíssimas de cada discípulo. Os alunos são levados a aprender observando, pesquisando, perguntando, trabalhando, construindo, pensando e resolvendo situações problemáticas que lhes sejam apresentadas, quer em relação a um ambiente de coisas, de objetos, de ações práticas, quer em situações de sentido social e moral, reais ou simbólicas [...] o ensino ativo transfere o mestre do centro de cena para nele colocar o educando, visto que é este que importa em sua formação e ajustamento, ou na expansão e desenvolvimento de sua personalidade [...]. A aprendizagem surge de um processo ativo, resulta de impulsões naturais, carregadas do teor emotivo. (LOURENÇO FILHO, 2002, p. 234)

Nesse aspecto da Nova Escola, a formação docente estava mais ligada à formação do professor no sentido de que ele fosse um orientador do ensino, isto é, um guia que levaria os alunos a construir seus próprios saberes de forma a estimular a pesquisa, mediar situações matemáticas, facilitar a resolução de ações práticas, entre outros.

Aos poucos a formação docente foi interessando cada vez mais tanto os educadores, quanto o governo em uma perspectiva de Educação inserida nos princípios capitalistas, assim sendo, em 11 de julho de 1951, foi fundada a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) com o intuito de especializar profissionais, principalmente das áreas de Física, Matemática, Química, técnicos em Finanças e pesquisadores sociais. Como apontam Patrus, Shigaki e Dantas (2018).

> Antes mesmo da criação da Capes houve a criação do Sistema Nacional de Pós-Graduação (SNPG), em 1950, impulsionado por 2 razões: a primeiro referente à carência de pessoal altamente qualificado para o mercado; e a segunda referente à necessidade de qualificação do corpo docente. Desse modo, um grupo inicial de especialistas permitiu a criação de um sistema de pós-graduação, que foi se consolidando, principalmente, devido ao investimento do Estado na titulação de professores brasileiros em universidades da América do Norte e da Europa, bem como na presença de professores desses países no Brasil. Com isso, o SNPG tinha como missão a qualificação de professores e pesquisadores. Em 1952, o Brasil passou a conferir importância estratégica ao desenvolvimento científico e tecnológico, além do crescimento industrial. Nesse período surgiu o Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico (BNDE), que passou a atuar como órgão de fomento (SGUISSARDI, 2006; CAPES, 2010; MOREIRA, 2009 *apud* PATRUS, SHIGAKI, DANTAS, 2018, p. 643-644).

A partir da década de 1990, a CAPES tornou-se Fundação, com isso, passou a ser um importante mecanismo de avaliação de pós-graduação no país, sem contar o fato de que contribui de forma decisiva na construção e vigência de um ensino científico e relevante no meio acadêmico.

Desta feita, ao evidenciar alguns pontos do percurso da formação de professores de Matemática no Brasil, podemos notar avanços. Porém, ainda se faz necessário refletir sobre possibilidades para o aperfeiçoamento do processo de formação inicial de professores de Matemática. Para complementar as discussões, na próxima seção será feita uma explanação sobre os currículos de cursos de formação inicial de docentes, pautando a importância do mesmo na vida profissional dos egressos.

2.2 Organização curricular dos cursos de formação de professores de matemática

Não é recente a discussão ou as pesquisas na área em busca da "fórmula" ou currículo ideal para formação de um bom professor de Matemática. Nesta seção, faremos algumas discussões nesse sentido, em meio a diversos contextos.

No início do século passado, Klein (1908 *apud* GIRALDO,2018, p. 37) já afirmava em sua obra que havia uma alienação entre a formação universitária de professores de matemática e a prática de sala de aula da escola básica. Em outro contexto, Ball (1988 *apud* GIRALDO,2018, p. 37) em seu estudo, constatou que,

> [...] três suposições permeavam tacitamente as concepções dos cursos universitários de formação de professores de matemática nos EUA à época: (i) os tópicos da matemática escolar são simples e comumente entendidos; (ii) portanto, esses tópicos não precisam ser reaprendidos pelos futuros professores na universidade; (iii) o conhecimento de matemática de nível universitário será suficiente para equipar os futuros professores com um entendimento amplo e profundo da matemática escolar, suficiente para o ensino da disciplina na educação básica. (BALL, 1988 *apud* GIRALDO, 2018, p. 37)

Porém o resultado de sua pesquisa, contradisse as suposições ou hipóteses iniciais. Um exemplo disso foi durante a pesquisa, ao pedir aos acadêmicos de um curso de licenciatura em Matemática, que eles formulassem um contexto para o ensino de uma divisão por ½. Ela constatou que,

> Apenas 5 dentre 28 participantes do estudo forneceram respostas consideradas apropriadas. Os demais estudantes apresentaram respostas incorretas (em geral, confundindo divisão por ½ com divisão por 2), ou foram incapazes de responder – mesmo aqueles com desempenho avaliado como acima da média nas disciplinas de matemática universitária. (BALL, 1988 *apud* GIRALDO,2018, p. 37).

Trazendo essas discussões para o Brasil, os cursos de licenciatura exclusivamente em Matemática não eram oferecidos ainda até meados da década de 1970. O que existia desde a década de 60, era o chamado curso de licenciatura curta em Ciências/Matemática, esse curso propunha, como eixo principal a integração do conhecimento, assim sendo, sua concepção era pautada na apresentação de um currículo flexível e aberto.

O que legalizava os cursos de licenciatura em Matemática era o Parecer CFE 022/1973 - tratava da formação do magistério -, no entanto, este documento descrevia os cursos de licenciatura como sendo de formação geral, formação especial e pedagógica.

> Essas licenciaturas se caracterizavam por duas formas de habilitação: uma de curta duração com habilitação geral e outra com habilitações específicas. As licenciaturas específicas da área de Educação estavam agrupadas em três áreas do conhecimento: Comunicação e Expressão, Estudos Sociais e Ciências. A habilitação de matemática estava incorporada no curso de licenciatura curta em ciências juntamente com a Física, Química e a Biologia. (MESTRINER *apud* PEREIRA; CURI, 2007, p. 119).

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica apresentam um conjunto de princípios, fundamentos e procedimentos em relação à organização institucional e/ou curricular em cada estabelecimento de Ensino Superior. Em relação à organização curricular, destaca-se o Parecer CNE/CP 009/2001 que destaca as competências inerentes à formação para a atividade docente, entre outras:

> I - o ensino visando à aprendizagem do aluno;
> II - o acolhimento e o trato da diversidade;
> III - o exercício de atividades de enriquecimento cultural;
> IV - o aprimoramento em práticas investigativas;
> V - a elaboração e a execução de projetos de desenvolvimento dos conteúdos curriculares;
> VI - o uso de tecnologias da informação e da comunicação e de metodologias, estratégias e materiais de apoio inovadores;
> VII - o desenvolvimento de hábitos de colaboração e de trabalho em equipe. (BRASIL, 2002b, p. 61)

Em relação à análise das Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática (Parecer CNE/CP 1.302/2001), percebe-se que se destaca a finalidade de refletir sobre a constituição da identidade desses cursos (BRASIL, 2002a). Ainda com relação à análise do Parecer CNE/1.302/2001, nota-se a tendência de que os Cursos de Licenciatura em Matemática das universidades brasileiras sigam, de uma certa maneira, o modelo firmado na racionalidade técnica, apresentando uma estrutura curricular onde as disciplinas dos conteúdos específicos são priorizadas, ou seja, ensinados antes dos conteúdos das disciplinas pedagógicas. No entanto, percebe-se ainda um certo esforço tanto no sentido governamental quanto legal e de manifestações para que essa realidade seja modificada.

> As aplicações da Matemática têm se expandido nas décadas mais recentes. [...] As habilidades e competências adquiridas ao longo da formação do matemático tais como o raciocínio lógico, a postura crítica e a capacidade de resolver problemas, fazem do mesmo um profissional capaz de ocupar posições no mercado de trabalho também fora do ambiente acadêmico, em áreas em que o raciocínio abstrato é uma ferramenta indispensável. (BRASIL, 2002a, p. 1)

Corroborando com esse cenário, segundo Moreira (2012) já existe o consenso que,

> [...] o chamado modelo “3+1” (três anos de disciplinas de “conteúdo”, seguidos de um ano de disciplinas de “pedagogia”) tenha sido abandonado na maior parte dos cursos de licenciatura em matemática, seu princípio basilar permanece presente. Esses cursos continuam se estruturando por meio da justaposição de módulos sobre o “conteúdo matemático” e módulos sobre “pedagogia” que, apesar de em geral não serem mais separados em anos letivos diferentes, ainda são projetados e executados sem articulação. (MOREIRA, 2012 *apud* GIRALDO,2018, p. 37).

Esse panorama exposto por Moreira (2012), nos mostra que esse princípio basilar que permeia muitos de nossos cursos de formação de professores de Matemática no país, influencia diretamente no perfil dos egressos desses cursos. O que leva a reflexão “para que escola estamos formando esses professores? ”, pois o panorama que temos atualmente revelam índices educacionais baixos na disciplina no ensino básico, e evidenciam as diversas pesquisas que surgem na área da Educação Matemática.

As reflexões feitas aqui deixam claro que, os currículos de cursos de formação de professores de Matemática, não podem se deixar levar pela ideia de que basta saber muita Matemática para ser um bom professor da matéria, o desafio de nossas instituições de ensino é forma um profissional notoriamente qualificado na área de Matemática, mas que também esse egresso seja qualificado para enfrentar os novos desafios que a profissão exige.

Diante do exposto anteriormente, não resta dúvidas de que estamos diante uma questão complexa, visto que essa dicotomia entre a concepção de formação de professores de Matemática e formação efetivamente necessária para a docência na educação básica, surge em contextos sócio culturais e tempos distintos.

2.3 Formação inicial e a concepção da prática docente

É de extrema importância haver uma singularidade entre o que o professor aprende na graduação, enquanto discente, e a práxis disso quando este torna-se docente na Educação Básica.

A motivação está presente como processo em todas as esferas de nossa vida, trabalho, lazer, escola. A preocupação do ensino tem sido a de criar condições para que o aluno "fique a fim" de aprender (BOCK, 1999).

Para Brunner (1998), para que isso seja possível, é necessário que o professor apresente matéria à criança em termos de visualização que ela tem das coisas. Isto é, a criança poderá aprender qualquer coisa, se a linguagem do professor lhe for acessível e se seus conhecimentos anteriores lhe possibilitarem a compreensão do novo conteúdo.

O trabalho do professor é um verdadeiro trabalho de tradução: da linguagem da ciência para a linguagem da criança (aluno). O autor propõe que o docente utilize a teoria de Piaget, na qual as possibilidades e os limites da criança em cada fase do desenvolvimento estejam claramente definidos. Vygotsky (1991) considera que a aprendizagem sempre inclui relações entre as pessoas. A relação do indivíduo com o mundo está sempre em consonância do outro. Não há como aprender e apreender o mundo se não tivermos o outro, aquele que nos fornece os significados que permitem pensar o mundo a nossa volta. Defende a ideia de que não há um desenvolvimento pronto e previsto dentro de nós, e sim, que vai se atualizando conforme o tempo passa ou recebemos influência externa.

Entende-se que o desenvolvimento do indivíduo é um processo que se dá de fora para dentro, sendo que o meio influencia o processo de ensino-aprendizagem. Vygotsky enfatiza, ainda, que a aprendizagem está em função não só da comunicação, mas também do nível de desenvolvimento alcançado, adquire então relevo especial – além da análise do processo de comunicação – análise do modo como o sujeito constrói os conceitos comunicados e, portanto, a análise qualitativa das "estratégias", dos erros, do processo de generalização. Trata-se de compreender como funcionam esses mecanismos mentais que permitem a construção dos conceitos e que se modificam em função do desenvolvimento (VYGOSTSKY, 1991, p. 2).

Para a construção de suas ideias, Piaget (1967) utilizou o método biológico: o ser humano é guiado pela busca do equilíbrio entre as necessidades biológicas fundamentais de sobrevivência e as agressões ou restrições colocadas pelo meio para a satisfação dessas necessidades. O desenvolvimento intelectual resulta da construção de um equilíbrio progressivo entre a assimilação e acomodação, o que propicia o aparecimento de novas estruturas mentais. Isso é um processo de evolução.

Nas situações escolares, o interesse é indispensável para que o aluno tenha motivos de ação no sentido de apropriar-se do conhecimento. Brunner e Piaget podem auxiliar muito na organização do ensino, mas será sempre necessário que o professor conheça a realidade de vida de seus alunos – classe social, experiências de vida, dificuldades, a realidade de sua família etc., para que o ensino possa ter algum significado e importância para eles. Assim, não basta conhecer teoricamente o educando, é preciso conhecê-lo concretamente (BOCK, 1999).

Bock (2009) destaca que a motivação continua sendo um complexo tema para a Psicologia e, particularmente, para as teorias de aprendizagem e ensino. A motivação é um fator que deve ser equacionado no contexto da educação, ciência e tecnologia, tendo grande importância na análise do processo educativo. A motivação apresenta-se como o aspecto dinâmico da ação: é o que leva o sujeito a agir, ou seja, o que o leva a iniciar uma ação, a orientá-la em função de certos objetivos, a decidir a sua prossecução e o seu termo.

2.4 Avaliação da aprendizagem: tendências na educação básica

Nesta seção discute-se sobre um tema muito corriqueiro no ensino básico, a avaliação da aprendizagem. Muitos pesquisadores têm dedicado tempo sobre este tema, tentando responder perguntas tais como, o que é e qual a melhor forma de avaliar um aluno? A partir de agora, apresenta-se algumas ideias e concepções de alguns pesquisadores que o autor considera possuirem destaque na literatura que trata do assunto.

Segundo Libâneo (2013), o processo de avaliação é inerente ao trabalho do professor, ou seja, é um elemento necessário e permanente de toda a atividade pedagógica realizada. Para tanto, é um processo de que deve seguir todas as ações que serão desenvolvidas ao longo do processo educacional que se deseja realizar, pois, os resultados que serão obtidos tornam-se orientadores de todo o processo, ou seja, são os resultados que indicarão a necessidade de rever e de tomar decisões diante da aprendizagem dos alunos.

Outra ótica de avaliação é que ela não esteja inserida somente na aprendizagem do aluno, mas verifique todos os recursos e métodos utilizados pelo professor e se seu alcance é realmente satisfatório ao processo de aprendizagem. Desse modo, o docente pode reorganizar seu trabalho, analisar as potencialidades e dificuldades de seu alunado. Essa visão de avaliação, segundo Libâneo (2013), mostra a forma de avaliação de todo o processo educacional, no que tange principalmente a relação professor e aluno.

Corroborando com isso, Luckesi (1990), aponta que “a prática da avaliação da aprendizagem, em seu sentido pleno, só será possível na medida em que se estiver efetivamente interessado na aprendizagem do educando, ou seja, há que se estar interessado em que o educando aprenda aquilo que está sendo ensinado”, dessa forma, para se ter êxito no processo avaliativo, o educador deve levar em consideração o interesse, a motivação e significância à vida do educando, pois sem isso, tanto a avaliação quanto o aprendizado tornam-se vagos e incoerentes, não alcançando a plenitude avaliativa esperada.

Ainda segundo Luckesi (1990), o ato de avaliar é algo formulado através de vários elementos avaliativos, de acordo com características como coleta de dados, verificação, análise, entre outros, levando em consideração padrões de qualidade preestabelecidos para tal avaliação. Dessa maneira, o autor defende que a partir do levantamento desses dados, através do uso de elementos avaliativos, se estabelece assim um parâmetro de atuação, onde o professor vai decidir como procederá a partir desse parâmetro.

> O ato de avaliar importa coleta, análise e síntese dos dados que configuram o objeto da avaliação, acrescido de uma atribuição de valor ou qualidade, que se processa a partir da comparação da configuração do objeto avaliado com um determinado padrão de qualidade previamente estabelecido para aquele tipo de objeto. O valor ou qualidade atribuídos ao objeto conduzem a uma tomada de posição a seu favor ou contra ele. E, o posicionamento a favor ou contra o objeto, ato ou curso de ação, a partir do valor ou qualidade atribuídos, conduz a uma decisão nova, a uma ação nova: manter o objeto como está ou atuar sobre ele. (LUCKESI, 1990, p. 07)

É importante frisar que, de acordo com Luckesi (1990), a posição de enfrentamento do professor, com relação aos dados obtidos na avaliação, deve agir no sentido de permanência ou mudança frente ao que foi alcançado, ou seja, caso precise, deve-se mudar o rumo dessa avaliação, ou ainda, permanecer no sentido inicial do processo, desde que alcançadas os objetivos esperados.

Dessa maneira, nota-se que o ato de avaliar é complexo, porém essa complexidade se dá no sentido de estruturação do processo avaliativo em si, e não no objeto em si. Uma vez que o processo avaliativo é algo complexo por sua estruturação, ele torna-se algo indispensável, bem como todas as suas características e elementos. É o que aponta Luckesi (1990):

> A avaliação só pode funcionar efetivamente num trabalho educativo com estas características. Sem esta perspectiva dinâmica de aprendizagem para o desenvolvimento, a avaliação não terá espaço; terá espaço, sim, a verificação, desde que ela só dimensione o fenômeno sem encaminhar decisões. A avaliação implica a retomada do curso de ação, se ele não tiver sido satisfatório, ou a sua reorientação, caso esteja se desviando. (LUCKESI, 1990, p. 11.)

É de suma importância também, lembrar que para que “a avaliação se tome um instrumento subsidiário significativo da prática educativa, é importante que tanto a prática educativa como a avaliação sejam conduzidas com um determinado rigor científico e técnico”, conforme aponta Luckesi (1990). Sendo assim, é importante que se mantenha o rigor metodológico e científico, para que essa avaliação seja significativa e proveitosa para o processo de aprendizagem.

Ainda nesse sentido, Hoffman (2009) defende um processo avaliativo pautado em dois pilares: diálogo e acompanhamento. Entendendo o diálogo não simplesmente como uma conversa com os alunos, buscando estimulá-los ao processo de aprendizagem, mas uma “conexão entendida como reflexão aprofundada a respeito das formas como se dá a compreensão do educando sobre o objeto do conhecimento”, embasando suas ideias em Paulo Freire. Essa relação dialógica permite inclusive, um espaço para discussões e reflexões sobre os erros e dificuldades dos alunos, encaminhando os alunos a superar seus desafios.

> Pretendo alertar que, numa concepção mediadora de avaliação, a subjetividade inerente à elaboração e correção de tarefas avaliativas não é um problema, mas um elemento a trabalhar positivamente. [...] Nesse sentido, o momento de correção passa a existir como momento de reflexão sobre as hipóteses que vierem sendo construídos pelo o aluno e não para considerá-las como definitivamente certas ou erradas (HOFFMAN, 2009, p. 60-61).

O acompanhamento defendido pela autora, não é no sentido do professor estar junto ao aluno registrando ou quantificando seu conhecimento, mas criar ambientes favoráveis ao desenvolvimento dos alunos, responsabilizar-se por propiciar vivências enriquecedoras e significativas a todos os alunos, como instrumento de mensuração da qualidade do ensino no ponto de vista de uma avaliação subjetiva.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1998), a avaliação em Matemática deve tanto no âmbito processual como diagnóstico deve ser tratada como parte fundamental do processo de ensino e aprendizagem pelo fato de permitir detectar problemas, corrigir estratégias, apreciar e estimular projetos bem-sucedidos. Nessa perspectiva, apresentam, para cada ciclo, alguns critérios de avaliação considerados como indicadores das expectativas de aprendizagem possíveis e necessárias de serem desenvolvidas pelos alunos.

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática no ensino fundamental estão pautados por princípios decorrentes de estudos, pesquisas, práticas e debates desenvolvidos nos últimos anos, cujo objetivo principal é o de adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, marcada pela crescente presença dessa área do conhecimento em diversos campos da atividade humana (BRASIL, 1998, p. 56).

Dentro do Ensino de Matemática são propostos métodos de avaliação que destaquem atribuição ou competências relevantes à uma dimensão social e uma dimensão pedagógica (BRASIL, 1998).

> É fundamental que os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, quais sejam, provas, trabalhos, registros das atitudes dos alunos, forneçam ao professor informações sobre as competências de cada aluno em resolver problemas, em utilizar a linguagem matemática adequadamente para comunicar suas ideias, em desenvolver raciocínios e análises e em integrar todos esses aspectos ao seu conhecimento matemático (BRASIL, 1998, p. 54).

Além disso, os PCNs também destacam que as formas de avaliação devem contemplar também as explicações, justificativas e argumentações orais, pelo motivo que estas revelam aspectos do raciocínio que muitas vezes não ficam evidentes nas avaliações escritas. Se os conteúdos estão dimensionados em conceitos, procedimentos e atitudes, cada uma dessas dimensões pode ser avaliada por meio de diferentes estratégias (BRASIL, 1998).

A avaliação de conceitos acontece por meio de atividades voltadas à compreensão de definições, ao estabelecimento de relações, ao reconhecimento de hierarquias, ao estabelecimento de critérios para fazer classificações e também à resolução de situações de aplicação envolvendo conceitos. A avaliação de procedimentos implica reconhecer como eles são construídos e utilizados. A avaliação de atitudes pode ser feita por meio da observação do professor e pela realização de auto avaliações (BRASIL, 1998).

Ao ler e analisar os PCNs de Matemática para o Ensino Fundamental, por exemplo, percebe-se que as categorias do conhecimento matemático - conceitos, procedimentos e atitudes - propostas por esse documento, e de acordo com os mesmos PCNs os objetivos propõem, para os alunos do Ensino Fundamental, a aprendizagem de um conhecimento matemático de linguagem muito subscrita, ou seja, não expresso por palavras do que explícita, frisa-se ainda que esse fato também estendem-se aos PCNs para o Ensino Médio (BRASIL, 1998).

Conforme os PCNs, existem certos instrumentos de avaliação que poderão preferencialmente favorecer o desenvolvimento da capacidade de auto avaliação. É, por exemplo, o caso do portfólio ou dossiê do aluno, onde se inclui não a totalidade dos produtos realizados pelo aluno durante um período de tempo, ano letivo ou ciclo, mas sim, uma seleção de produtos significativos para o aluno, significativos do ponto de vista cognitivo ou afetivo, ilustrativos daquilo que, num dado momento, já é capaz de fazer, e representativos da diversidade das tarefas desenvolvidas, assim entendemos que essa estratégia de ensino resulta no acompanhamento da construção do conhecimento do docente e discente durante o processo de ensino/aprendizagem, é a identificação e a construção do registro, análise, seleção e reflexão das produções mais significativas ou a identificação dos maiores desafios/dificuldades em relação ao objeto de estudo e das formas encontradas para a superação (BRASIL, 1998).

A partir de todo o exposto, é possível notar que são diversos mecanismos de avaliação que o professor pode e dever apropriar-se, além disso, os PCNs também evidenciam formas de processos avaliativos que proporcionem um ensino e aprendizagem significativos que são inerentes à concepção de um sujeito crítico.

Ainda segundo os PCNs, é preciso pensar num ensino de matemática que leva o aluno a construir seu próprio conhecimento e depois ser capaz de aplicá-lo nas mais variadas situações a que este for exposto. Nessa perspectiva, o ensino deve fugir da máxima que a avaliação é somente de caráter classificatório ou que esta seja o ponto final do processo de ensino e aprendizagem. Ou seja, é preciso ter uma postura avaliativa que se fundamente na preocupação em promover a aprendizagem, levando em consideração o aspecto diagnóstico e interpretativo que ajuda o professor enquanto elemento mediador do ensino.

O advento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), trouxe luz às ideias de avaliação em um âmbito global, que leve em consideração o meio social, as práticas de vivência individual, bem como o processo histórico e geográfico em que a escola e o aluno estão inseridos. Levando em consideração ainda, o fato de que a avaliação deve estar inserida em um currículo que favoreça habilidades e competências, pois estas são referências adotadas

> [...] nas avaliações internacionais da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) que coordena o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa na sigla em inglês) e da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e Cultura (Unesco, na sigla em inglês), que instituiu o Laboratório Latino-americano de Avaliação da Qualidade da Educação para a América Latina (LLECE, na sigla em espanhol) (BRASIL, 2017, p. 13).

De acordo com o exposto acima, pode-se perceber que a BNCC proporciona um processo inverso ao que se estava acostumado até então, no que diz respeito à relação entre o currículo e a avaliação, posto que atualmente o currículo direciona o processo avaliativo, dando prioridade às habilidades e competências desenvolvidas pelos alunos.

Dessa forma, ressalta-se aqui a amplitude avaliativa da BNCC, que não se restringe tão somente à aplicação de provas, simulados, ou outros elementos avaliativos que venham a fazer parte desse processo, ou ainda que a avalição seja direcionado prioritariamente aos alunos, por exemplo, quando este documento faz referência ao ensino e aprendizagem, mostrando a necessidade da "[...] competência pedagógica das equipes escolares para adotar estratégias mais dinâmicas, interativas e colaborativas em relação à gestão do ensino e da aprendizagem" (BRASIL, 2017, p.16).

Com as mudanças no processo avaliativo, propostas pela BNCC, evidentemente também surgem algumas dúvidas com relação ao posicionamento dos exames nacionais e seus respectivos métodos e tendências avaliativas, ou ainda de que forma, as secretarias de educação municipais, estaduais e órgãos federais deverão se posicionar em detrimento à essas normativas de avaliação propostas pela BNCC, considerando se tratar de um documento que busca tornar o processo ensino-aprendizagem homogêneo, em um país continental com muitas realidades diferentes em suas diversas regiões e inerente a isso o processo avaliativo também se torna um grande desafio para os educadores, visto as diversas realidades que estão inseridos os alunos envolvidos nesse contexto. Dessa forma, nossa realidade ainda está distante da proposta por esse documento. Porém, BRASIL (2018) aponta:

> As avaliações nacionais serão também alinhadas à Base no futuro, respeitando o tempo de implementação e adaptação das redes. As matrizes de avaliação da prova Brasil/Saeb e Enem serão revistas de acordo com a BNCC e envolverão os gestores municipais e estaduais e instituições de ensino e pesquisa na sua elaboração. A implantação das novas avaliações seguirá cronograma negociado com as redes de ensino. A implantação das mudanças no Enem seguirá cronograma negociado com redes municipais e estaduais, instituições de ensino e pesquisa e as Instituições de Ensino Superior (IES) públicas e privadas. (BRASIL, 2018)

Analisando essa perspectiva, pode-se perceber que as mudanças no processo avaliativo direcionadas pela BNCC, nos dão a sensação de um próspero alicerce, no que tange a avaliação, bem como seu direcionamento que é essencial para a viabilização de uma avaliação proveitosa e significativa, isso pelo fato de que a partir dos estímulos dados pela BNCC, poderemos ter não apenas uma simples análise e verificação de dados, mas uma completa e verdadeira avaliação.

3 TEORIA CLÁSSICA DOS TESTES

Segundo Pasquali (2009), de um modo geral, a psicometria procura explicar o sentido que têm as respostas dadas pelos sujeitos a uma série de tarefas, tipicamente chamadas de itens. A Teoria Clássica dos Testes (TCT) se preocupa em explicar o resultado total, isto é, a soma das respostas dadas a uma série de itens, expressa no chamado escore total (T).

A análise clássica dos itens de uma prova baseia-se em seus parâmetros descritivos, os quais auxiliam na interpretação da distribuição das respostas para cada alternativa. As propriedades psicométricas dos itens de uma prova correspondem aos seguintes parâmetros: índice de dificuldade; índice de discriminação e correlação bisserial (BORGATTO e ANDRADE, 2012).

3.1 Análise Gráfica de Itens

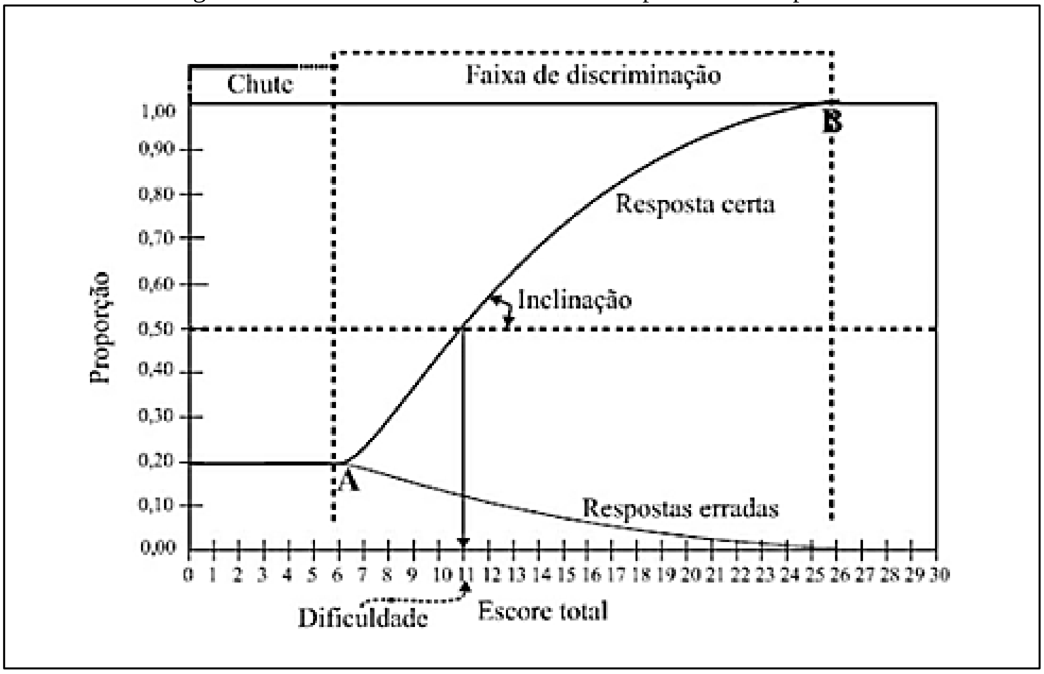
Uma representação visual bastante utilizada na análise pedagógica dos testes é a análise gráfica de item (AGI). O método baseia-se nas ideias da TCT e pressupõe que indivíduos com maior número de resposta correta sabem mais do que indivíduos com menores proporção de acerto a um conjunto de itens. Isso quer dizer, então, que dado um item qualquer de um teste educacional, espera-se que grupos de alunos com maiores desempenhos tenham optado pela resposta correta em maior proporção (Pasquali, 2017).

A AGI é uma representação gráfica da proporção de resposta às alternativas de um item em função do escore (pontuação) alcançado no teste. Ela é representada por meio de um gráfico de linhas, no eixo das ordenadas a AGI exibe a proporção de respostas fornecidas a cada alternativa de um item e o eixo das abscissas contém o escore correspondente de cada aluno ou grupo de alunos.

Analisando qualitativamente um item na AGI, espera-se que a linha correspondente a alternativa correta cresça a medida em que o escore aumenta. De maneira análoga, que as linhas correspondentes a alternativas erradas diminuam quando o escore aumenta. Isto denota que alunos com alto desempenho no teste tendem a acertar esse item e indivíduos com baixo desempenho tendem a errar.

A Figura 2 mostra os elementos de uma AGI. O item teórico exibido faz parte de um teste composto por 30 itens. Podemos notar que à medida que o escore total dos sujeitos aumenta, aumenta também a proporção de respostas corretas. Isso quer dizer que alunos com bons desempenhos tendem a marcar a resposta correta, enquanto sujeitos com má preparação tendem a optar pelos distratores.

Figura 2 - AGI de um item teórico com comportamento esperado.



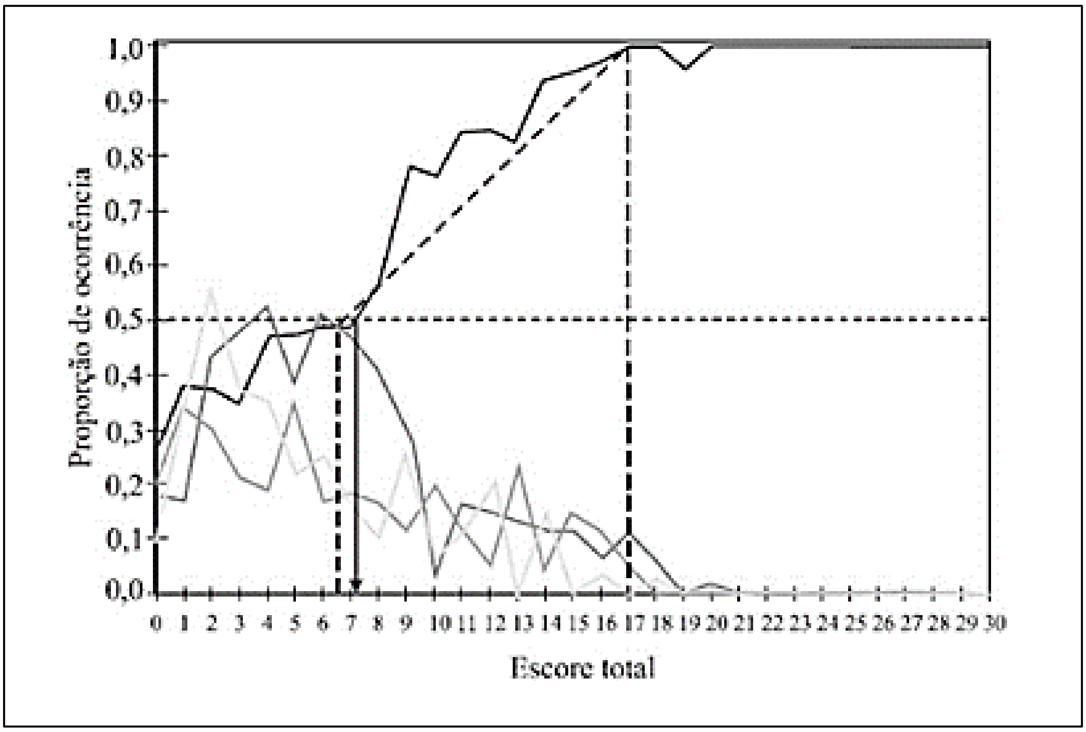
Fonte: Pasquali, 2017.

De acordo com Pasquali (2017), a AGI envolve um intervalo de acerto ao acaso (chute), discriminação do item e medida de dificuldade. O intervalo de chute é baseado no fato de que o respondente possui chance de responder um item corretamente ao selecionar uma alternativa ao acaso. No exemplo da Figura 1, o intervalo de chute fica definido entre 0 e 6, ou seja, um indivíduo que optasse por responder os 30 itens de 5 alternativas ao acaso, teria em cada item 1/5 de chances de sucesso. Assumindo que os eventos sejam independentes, então somamos as chances de acerto a cada item do teste e obtemos um escore máximo provável desse respondente. Portanto, qualquer valor de escore de 0 a 6 poderia ser obtido chutando as respostas de cada item do teste.

A medida de discriminação do item, por outro lado, é obtida visualmente a partir da inclinação da curva da resposta correta em relação ao eixo das abscissas no ponto em que proporção de resposta é de 50%. Uma estimativa da dificuldade do item se encontra no eixo das abscissas correspondente a uma proporção de resposta também de 50%.

No exemplo da Figura 3 - AGI de um item de boa qualidade, nota-se que uma das alternativas, indicada pela linha mais escura, cresce em função do aumento dos escores. As demais alternativas, por outro lado, decrescem. Esse é um exemplo de um item de boa qualidade, pois separa grupos com bons desempenhos de grupos de baixo desempenho. É desejável que a alternativa que apresente tais característica seja o próprio gabarito e não um distrator. Um distrator que tem uma proporção de respostas crescentes com o escore pode ser considerado uma típica pegadinha ou mesmo indicador de um conceito que foi aprendido incorretamente.

Figura 3 - AGI de um item de boa qualidade.



Fonte: Pasquali (2017).

3.2 Índice de dificuldade do item

No índice de dificuldade é calculada a proporção de acertos de uma dada questão, conforme explica Vilarinho (2015, p. 27).

> Para definir o nível de dificuldade do item, calcula-se a proporção de acertos, isto é, a razão entre o número de estudantes que responderam o item corretamente e o número total de estudantes submetidos ao item. O índice varia de 0 a 1, em que o extremo inferior significa que ninguém acertou e o extremo superior que todos acertaram. Logo, quanto menor a porcentagem de erro, maior o grau de dificuldade do item (VILARINHO, 2015, p. 27).

Pasquali (2003) recomenda uma distribuição de níveis de dificuldade de itens no teste dentro de uma curva normal, de acordo com a Tabela 1:

Tabela 1 - Classificação e percentual para os índices de dificuldade na TCT

Quantitativo ideal de itens na avaliação (% esperado)	Índice de dificuldade do item	Classificação do item em relação ao índice de dificuldade
10%	Superior a 0,9	Muito fáceis
20%	De 0,7 a 0,9	Fáceis
40%	De 0,3 a 0,7	Medianos
20%	De 0,1 a 0,3	Difíceis
10%	Até 0,1	Muito difíceis

Fonte: Adaptado pelo autor. Vilarinho, 2015, p.27.

3.3 Índice de discriminação do item

Nesse item, determina-se o percentual de acertos dos estudantes com melhor e pior desempenho. Este item, mede a capacidade do item de diferenciar os participantes com maior habilidade daqueles com menor habilidade.

Esse índice é definido pela diferença entre as proporções de acertos de um grupo superior e um grupo inferior de alunos testados. O grupo superior é definido pelos 27% de alunos com melhor desempenho (maiores escores) e o grupo inferior pelos 27% de alunos de pior desempenho (menos escores no teste) (KLEIN, 2005).

O índice de discriminação será a diferença entre o índice de dificuldade para o grupo superior e para o grupo inferior. Para Vilarinho (2015), almeja-se que, a porcentagem de acerto seja maior para o grupo com melhor desempenho e, quanto maior for a diferença entre as porcentagens de acertos dos dois grupos, maior será a discriminação do item.

Para exemplificar o que foi dito, vamos analisar a Tabela 2 a seguir:

Tabela 2 - Exemplo de índices de discriminação

Item	Índice de dificuldade calculado para o grupo superior	Índice de dificuldade calculado para o grupo inferior	ID_i
1	0,20	0,60	-0,40
2	0,60	0,50	0,10
3	0,75	0,20	0,55
4	0,90	0,05	0,85

Fonte: Adaptado pelo autor. Vilarinho, 2015, p.28.

Analisando o item 1, podemos constatar que apenas 20% dos alunos do grupo superior -os 27% com melhores notas- acertaram essa questão, enquanto 60% dos alunos do grupo inferior - 27% com as piores notas-, marcaram a resposta certa. Desse modo, para esse item, o índice de discriminação seria –0,40. Podemos inferir que esse item foi mal formulado. Isso porque se o item fosse bem formulado, de modo a identificar os alunos que sabem, diferenciando-os dos que não sabem, os alunos com maior escore deveriam, em geral, acertar o item. Considerando que seu alto desempenho no teste, evidenciado pelo seu alto escore implicaria em maior proficiência no conteúdo. De forma análoga, os alunos com menores escores deveriam, em geral, errar o item.

Diante da análise, verifica-se que para os alunos com maiores escores, o índice de dificuldade deve ser maior que o índice para o grupo com menores escores, fazendo a diferença entre eles ser positiva. De fato, quanto maior o índice de discriminação, mais o item é eficiente em discriminar se o aluno tem ou não proficiência na habilidade avaliada no item.

Um exemplo disso pode ser verificado no item 4 da tabela. Nesse caso, 90% dos alunos com maiores escores acertaram o item e apenas 5% dos alunos com menores escores acertaram o item, de forma a obtermos um índice de discriminação de 0,85. Podemos inferir que os alunos que apresentam maior proficiência no conteúdo - maiores escores - acertaram a questão, enquanto os alunos com menor desempenho – menores escores – erraram. Isso revela que esse item, só acerta quem alcançou as habilidades necessárias no assunto, logo é um bom item para diagnosticar proficiência.

Para Vilarinho (2015), espera-se que em uma avaliação educacional, que o poder de discriminação do item seja superior a 0,40, conforme mostra o Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - Classificação dos itens de acordo com o poder de discriminação na TCT

Valores	**Classificação**
Discriminação $< 0{,}20$	Item deficiente, deve ser rejeitado
$0{,}20 \leq$ Discriminação $< 0{,}30$	Item marginal, sujeito a reelaboração
$0{,}30 \leq$ Discriminação $< 0{,}40$	Item bom, mas sujeito a aprimoramento
Discriminação $\geq 0{,}40$	Item bom

Fonte: Rabelo, 2013.

3.4 Índice de correlação bisserial e ponto bisserial

O índice de correlação bisserial e ponto bisserial são outros indicadores de discriminação usuais em avaliação por meio de testes quantitativos. Segundo Borgatto e Andrade (2012), o coeficiente bisserial – uma medida de associação entre o desempenho no item e o desempenho na prova – estima a correlação entre a variável de desempenho no teste e uma variável latente (não-observável) com distribuição normal que, por hipótese, representa a habilidade que determina o acerto ou erro do item. O coeficiente bisserial é dado por:

$$p_b = \frac{p_{bis}\sqrt{p(1-p)}}{h(p)}.$$

Portanto,

$$p_{bis} = \frac{p_b\ .h(p)}{\sqrt{p(1-p)}},$$

Em que p_{bis} é uma medida de correlação de Pearson para dados dicotomizados, conhecida como correlação ponto Bisserial, a qual também serve como indicador de discriminação do item. A função h(p) consiste no valor da função de densidade da distribuição normal com média nula e variância unitária no ponto cuja área da curva à esquerda desse ponto é igual a proporção de acerto p no item (KLEIN,2005).

Fazendo essa análise para cada alternativa do teste, podemos dizer que um item está aferindo com precisão as habilidades dos alunos quando esse coeficiente tem valor positivo associado à alternativa correta e valores negativos associados a alternativas erradas.

Alguns itens merecem atenção, como itens com coeficientes bisseriais positivos em uma ou mais alternativas consideradas erradas. Isto significa que a alternativa atraiu alunos com bom desempenho no teste. Itens com coeficientes bisseriais ou índices de discriminação negativos ou muito pequenos. Estes itens podem estar com o gabarito errado, ter mais de uma solução, ou não ter solução, e até mesmo estarem corretos (KLEIN,2005). Esta última possibilidade revela um quadro de baixa proficiência generalizada na amostra de estudantes estudada.

3.5 Precisão clássica do teste

Preocupada em explicar o significado que os escores fornecem sobre os sujeitos testados, a TCT também dispõe de derivações e modelos usados como indicador de precisão do instrumento, o que é importante, pois como qualquer instrumento de medida, um teste possui erros (Pasquali, 2017).

Dentre os modelos usados como indicador de precisão, aqui denotado por consistência interna do instrumento, o Alfa de Cronbach (α) é amplamente utilizado em testes educacionais analisados na perspectiva da psicometria clássica. O modelo foi proposto em 1951 pelo pesquisador Lee J. Cronbach.

O índice (α) consiste numa medida do grau de covariância entre os itens, denotado pela seguinte equação:

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum s_i^2}{s_T^2}\right)$$

Em que $\sum s_i^2$ é a soma das variâncias dos n itens e s_T^2 é a variância total dos escores do teste. O modelo prever que uma baixa soma de variâncias produz medidas alfa próximas a 1, o que é desejável, pois quanto menor a variabilidade dos itens, melhor ele avalia os sujeitos. O coeficiente alfa é um valor entre 0 e 1, em que 0 indicando ausência total de consistência interna dos itens e 1, presença de consistência de 100% (PASQUALI, 2017).

3.6 Análise pedagógica dos itens

Com auxílio da AGI, é possível analisar pedagogicamente o item podendo-se detectar alguma falha na sua elaboração. Esse modelo pode revelar se os indivíduos estão sendo atraídos para alguma resposta incorreta, se existe algum distrator “meio de caminho” ou “peguinha”, além de outras conclusões acerca das habilidades e competências exigidas que possivelmente não foram alcançadas pelos respondentes. No caso de uma avaliação educacional, a AGI contribui também para que o professor entenda melhor o processo de aprendizagem do aluno.

4 METODOLOGIA

Na presente Seção, encontram-se os aspectos metodológicos da pesquisa realizada, indicando o instrumento de coleta de dados e os demais procedimentos metodológicos adotados para sua construção.

De acordo com Fonseca (2002 *apud* GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 12), "[...] metodologia é o estudo da organização, dos caminhos a serem percorridos, para se realizar uma pesquisa ou um estudo, ou para se fazer ciência".

Para realizar-se uma pesquisa é necessário estabelecer de que forma esta acontecerá, para tanto, é essencial definir sua metodologia, ou seja, a maneira ou processo que levará a obtenção dos dados, descrevendo as técnicas a serem utilizadas na obtenção do conhecimento a ser captado, em que os resultados obtidos precisam ser minuciosamente analisados.

No que diz respeito aos estudos acadêmicos é primordial que o conhecimento adquirido na pesquisa seja de cunho científico, abrangendo as mais diversas possibilidades, onde Matias-Pereira (2010) conceitua como:

> O conhecimento cientifico e realizado por meio de investigação metódica escrupulosa e rigorosa e suprime tudo que há de individual e particular no conhecimento vulgar; recolhe os elementos comuns a uns tantos intelectos e que poderiam ser comum a todos [...] Resulta de constatar fatos e raciocinar sobre eles visando a descoberta de relações invariáveis, entre eles (MATIAS-PEREIRA, 2010, p. 25).

A partir da análise das ideias do autor pode-se compreender que é de imensurável importância que haja o rigor científico em estudos acadêmicos, principalmente naqueles que sejam de relevância para a finalização de cursos de graduação e pós-graduação, a exemplo o trabalho de conclusão de curso mais conhecido como TCC (monografia, dissertação ou tese, dependendo da circunstância), onde este é considerado uma maneira de fazer ciência, e para tal feito é imprescindível que haja todo rigor científico válido para construção do mesmo. O autor ressalta ainda que é essencial a utilização de métodos rigorosos, para que desta forma se alcance um tipo de conhecimento sistemático, baseado na verificação da realidade dos fatos (MATIAS-PEREIRA, 2010).

4.1 Classificação da pesquisa

O estudo foi desenvolvido através de pesquisa descritiva e exploratória sobre a qual Gil (1999, p. 44) explica que o objetivo primordial é a "descrição das características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis, propõem também a estudar o nível de atendimento dos órgãos públicos de uma comunidade".

De acordo com Severino (2007, p. 123) a pesquisa exploratória, “busca apenas levantar informações sobre um determinado objeto, delimitando assim um campo de trabalho, mapeando as condições de manifestação desse objeto.” Assim observa se neste tipo de pesquisa que objeto é analisado em sua integra forma, investigando todos os detalhes possíveis no estudo.

O estudo teve início na disciplina eletiva de Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado, com a elaboração do pré-projeto e escolha do orientador. O enfoque inicial do estudo eram as questões da Prova Brasil, onde se tinha acesso aos microdados com as respostas dos alunos. Porém, por sigilo dos itens, visto que eles podem aparecer novamente nas próximas edições da prova, não foi possível o prosseguimento da pesquisa.

Em contato com o orientador e coordenador do Profmat/UFOPA, foi possível ter acesso as respostas dos professores/ candidatos ao ENA, edital 2019, sendo que as questões da prova são amplamente divulgadas. Optou-se por esse exame, por ele também abordar habilidades e conteúdo de Matemática inseridos no currículo da Educação Básica. Segundo a SBM (2018), o Exame é composto de 30 questões de múltipla escolha, que terão como objetivo avaliar os conhecimentos numéricos, geométricos, de estatística e probabilidade, algébricos e algébricos/geométricos dos candidatos, de forma a aferir o domínio matemático necessário ao ingresso no Profmat.

Ainda segundo a SBM (2018), os tópicos que versaram as questões foram:

i. Proporcionalidade e Porcentagem;
ii. Equações do Primeiro Grau;
iii. Equações do Segundo Grau;
iv. Teorema de Pitágoras;
v. Áreas;
vi. Razões Trigonométricas;
vii. Métodos de Contagem;
viii. Probabilidade;
ix. Noções de Estatística;
x. Triângulos: Congruências e Semelhanças.

Desse modo, o enfoque do trabalho tornou-se o Exame Nacional de Acesso - ENA do Profmat, edital 2019. O que gerou nosso novo objetivo: analisar descritivamente as respostas dos candidatos respondentes ao ENA Edital 2019, utilizando parâmetros da TCT, para realização de uma reflexão sobre o desempenho dos professores como reflexo de sua formação docente e do ENA enquanto processo avaliativo.

A classificação desse estudo quanto à sua abordagem, considera-se o mesmo como um estudo quali-quantitativo, pois através da AGI e com a TCT podemos extrair o Índice de Discriminação e Dificuldade, Coeficiente Bisserial e Alfa de Cronbach que nos dão subsídio para medir habilidades e competências nos conteúdos da Educação Básica dos candidatos.

A modalidade de pesquisa quali-quantitativa “interpreta as informações quantitativas por meio de símbolos numéricos e os dados qualitativos mediante a observação, a interação participativa e a interpretação do discurso dos sujeitos (semântica)” (KNECHTEL, 2014, p. 106).

Por fim, descreve-se a classificação desta pesquisa de acordo com os procedimentos adotados, assim sendo, foi realizada uma Pesquisa Bibliográfica, uma vez que se fez necessária para o levantamento e coleta de dados na fase de construção do referencial teórico desse estudo. Conforme esclarece Boccato (2006), a pesquisa bibliográfica busca a resolução de um problema (hipótese) por meio de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas. Esse tipo de pesquisa trará subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto apresentado na literatura científica. Para tanto, é de suma importância que o pesquisador realize um planejamento sistemático do processo de pesquisa, compreendendo desde a definição temática, passando pela construção lógica do trabalho até a decisão da sua forma de comunicação e divulgação. (BOCCATO, 2006, p. 266)

Nesse estudo, buscou-se autores que embasaram a Fundamentação Teórica do estudo nos seguintes temas:

i. Currículo e Avaliação em Matemática na Educação Básica;
ii. Teoria Clássica de Testes (TCT);
iii. Formação de professores de Matemática;
iv. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN);
v. Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Sequencialmente, com os dados coletados na coordenação do Profmat/UFOPA, partiu-se para a análise documental, pois ela

> oferece [para a pesquisa em política educacional] dados necessários para a pesquisa, a partir de documentos – registros estatísticos, diários, atas, biografias jornais, revistas, entre outros, fazendo-se assim, o [...] resgate histórico e a contextualização das políticas públicas do presente com as transformações que ocorrem ao longo da história (RODRIGUEZ, 2004, p. 19-22).

A partir dessa análise, obteve-se o panorama sobre o *corpus* da pesquisa exposto na próxima seção desse estudo.

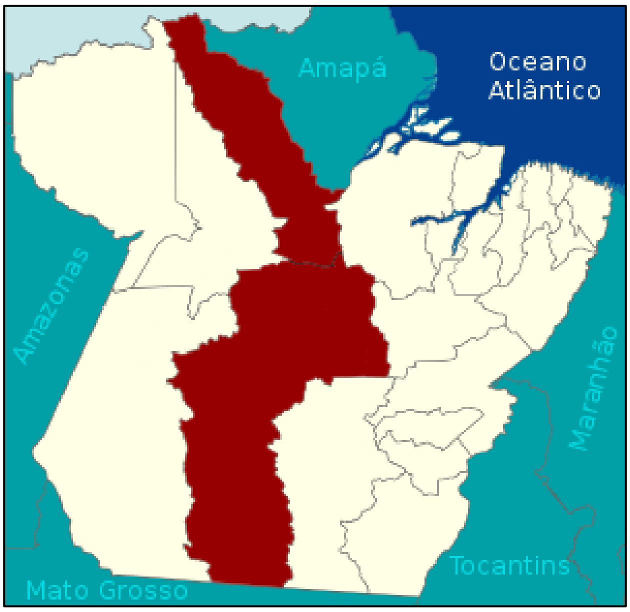
4.2 Local e sujeitos da pesquisa

Os candidatos/ professores que se submeteram ao Exame estão distribuídos em uma grande região do país, visto que a UFOPA atende diretamente as Regiões Geográficas Intermediárias de Santarém (Figura 4) e Altamira (Figura 5), segundo a nova classificação do IBGE; perfazendo uma área de 744.409,108 Km^2 e uma população de 1.286.136 habitantes distribuída em 29 municípios (IBGE,2018).

Figura 4 - Região Geográfica Intermediária de Santarém.

Fonte: Wikipédia, 2019.

Figura 5 - Região Geográfica Intermediária de Altamira.



Fonte: Wikipédia, 2019.

Além dessa região diretamente afetada, pelo levantamento de dados pode-se constatar que houve candidatos/professores de outras regiões do país, como revela a Tabela 3.

Tabela 3 - Quantidade de candidatos participantes do ENA edital 2019, por município

Município de Atuação	Quantidade de candidatos/ professores
Santarém/PA	46
Itaituba/PA	10
Parintins/AM	4
Oriximiná/PA	3
Medicilândia/PA	3
Óbidos/PA	3
Monte Alegre/PA	3
Macapá/AP	2
Porto de Moz/PA	2
Juruti/PA	2
Vitória do Xingu/PA	2
Prainha/PA	2
Curuá/PA	1
Alenquer/PA	1
Terra Santa/PA	1
Vitória do Jari/AP	1
Barreirinha/AM	1
Belém/PA	1
Manaus/AM	1
Aveiro/PA	1
Rio Preto da Eva/AM	1
Imperatriz/MA	1
Altamira/PA	1
Itupiranga/PA	1
TOTAL	**95**

Fonte: Autor, 2020.

Nesses municípios, esses candidatos/ professores atuam nas diversas modalidades:

i. Ensino Regular;
ii. Ensino Profissionalizante;
iii. Educação de Jovens e Adultos;
iv. Educação Indígena e Quilombola;
v. Educação do Campo.

Podemos constatar, analisando a Tabela 4 e Tabela 5, também a maioria candidatos/ professores são do sexo masculino e atuam efetivamente como professores nas redes municipais, estaduais ou federal de ensino.

Tabela 4 - Quantidade de candidatos/professores participantes do ENA edital 2019, por sexo.

Sexo	Quantidade de candidatos/ professores
Masculino	63
Feminino	32
TOTAL	**95**

Fonte: Autor, 2020.

Tabela 5 - Quantidade de candidatos/ professores participantes do ENA edital 2019, por vínculo empregatício.

Vínculo	Quantidade de candidatos/ professores
Efetivo	60
Não-efetivo	35
TOTAL	95

Fonte: Autor, 2020.

Como pré-requisito para ingresso no Profmat, todos possuíam nível superior. A grande maioria em Licenciatura em Matemática. Porém foram detectados alguns candidatos/ professores com formações afins:

i. Licenciatura Integrada em Matemática e Física;
ii. Ciências com habilitação em Matemática;
iii. Segunda Licenciatura em Matemática;
iv. Bacharelado em Engenharia Civil;

4.3 *Corpus* da pesquisa

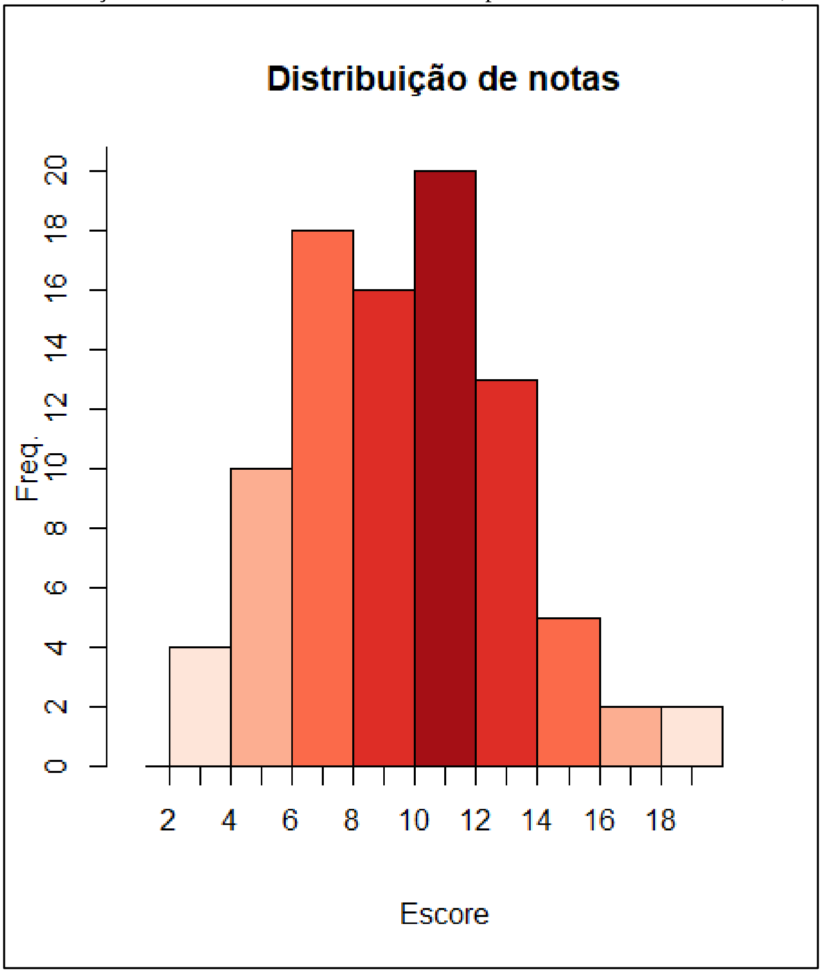
O *corpus* da pesquisa foi composto pelos candidatos/ professores participantes do ENA 2019-Profmat no dia 20 de outubro de 2018, perfazendo um total de 95 candidatos presentes no dia do Exame.

Após a coleta e organização das respostas dos candidatos/ professores, partiu-se para a análise dos dados de forma qualitativa e quantitativa extraídos do *corpus* da pesquisa, para tanto usou-se o software "R" e o script apresentado no Apêndice, gerando as análises e reflexões apresentadas na próxima seção desse estudo.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A prova do ENA 2019, composta por 30 itens de múltipla escolha, foi respondida por *N=95* candidatos/ professores oriundos das Regiões Geográfica Intermediária de Santarém e de Altamira, tendo pontuação máxima na ordem de 19 pontos (número de acertos) e mínimo de 3 pontos, distribuídas conforme a Figura 6. O exame teve nota média $\bar{x}$ =10,08 e desvio padrão S_x = 3,57. As notas seguem uma distribuição normal de probabilidade.

Figura 6 - Distribuição de notas de N=95 candidatos respondentes ao ENA/UFOPA, ano de 2019.



Fonte: Autor, 2020.

Quanto aos domínios e habilidades exigidos para resolução da prova, o Quadro 2 mostra uma classificação realizada com base no edital 2019 do ENA, que será útil nas discussões que seguem.

Quadro 2 - Guia dos conteúdos e habilidades por item do ENA edital 2019.

Itens	Domínios matemáticos	Habilidade

1	Proporcionalidade e áreas	Conhecimentos algébricos e geométricos
2	Razão	Conhecimentos algébricos
3	Equação do segundo grau	Conhecimentos algébricos
4	Equação do segundo grau	Conhecimentos algébricos
5	Equação do segundo grau	Conhecimentos algébricos
6	Números inteiros e produtos notáveis	Conhecimentos numéricos e algébricos
7	Triângulos: congruências e semelhanças	Conhecimentos algébricos e geométricos
8	Teorema de Pitágoras	Conhecimentos algébricos e geométricos
9	Razão e equação do primeiro grau	Conhecimentos algébricos
10	Razão e Tratamento de informação	Conhecimentos algébricos e Interpretação de informações em gráfico
11	Áreas de figuras planas	Conhecimentos algébricos e geométricos
12	Equação do segundo grau	Conhecimentos algébricos
13	Áreas de figuras planas	Conhecimento geométrico
14	Teorema de Pitágoras e equação do segundo grau	Conhecimentos algébricos e geométricos
15	Áreas de figuras planas	Conhecimentos algébricos e geométricos
16	Razões trigonométricas	Conhecimentos algébricos e geométricos
17	Triângulos: propriedades	Conhecimentos algébricos e geométricos
18	Áreas, teorema de Pitágoras e equação do segundo grau	Conhecimentos algébricos e geométricos
19	Razões trigonométricas	Conhecimentos algébricos e geométricos
20	Contagem	Conhecimentos numéricos
21	Triângulos: congruências e semelhanças	Conhecimentos algébricos e geométricos
22	Porcentagem	Conhecimentos numéricos
23	Proporcionalidade e porcentagem	Conhecimentos algébricos
24	Contagem	Conhecimentos numéricos
25	Noções de estatística	Conhecimentos de estatística
26	Probabilidade	Conhecimentos de probabilidade
27	Probabilidade	Conhecimentos de probabilidade
28	Semelhança de triângulos e noções de geometria analítica	Conhecimentos algébricos e geométricos
29	Noções de estatística	Conhecimentos de estatística
30	Contagem	Conhecimentos numéricos

Fonte: Autor, 2020.

As Subseções desta Seção apresentam um olhar detalhado sobre os itens da prova, de acordo com os pressupostos da TCT, visando identificar dificuldades e conceitos que os professores não dominam completamente e do processo avaliativo.

5.1 Análise pedagógica dos itens

Nesta Seção será explicitado as Análises Pedagógicas dos Itens, apoiando-se em toda teoria abordada até agora nesse estudo. As informações aqui detalhadas servem como indicadores para uma discussão objetiva sobre dificuldades e falhas de aprendizagem oriundas de uma formação docente ainda passível de melhorias. Assim, precisamos saber do que tratam os itens, em que matriz de referência estão baseados e quais habilidades são exigidas do professor para suas resoluções.

Cada item é seguido de uma solução proposta pelos elaboradores do certame, análise gráfica do item (AGI), contendo também medidas de correlação Ponto Bisserial de cada alterativa com o escore do indivíduo, e um gráfico de barras que indica a proporção com que cada alternativa é marcada pelos respondentes. Os indicadores de discriminação e dificuldade darão embasamento às discussões, reforçando hipóteses levantadas. O Quadro 2 também será utilizado para guiar a análise pedagógica dos itens.

5.1.1 Item 1

O item 1 busca avaliar conhecimentos algébricos e geométricos, cujos domínios matemáticos envolvidos são proporcionalidade e áreas. O problema proposto exige que os respondentes conheçam a relação entre lados e área de um triângulo equilátero, estabelecendo uma relação de proporcionalidade entre as duas grandezas. O item e sua solução são apresentados na Figura 7.

Figura 7 - Item 1 e solução.

[01] Se ℓ é o lado e A é a área de um triângulo equilátero, então é correto afirmar que:

(A) A e ℓ são grandezas diretamente proporcionais.

(B) A e ℓ^2 são grandezas diretamente proporcionais.

(C) A e ℓ são grandezas inversamente proporcionais.

(D) A^2 e ℓ são grandezas inversamente proporcionais.

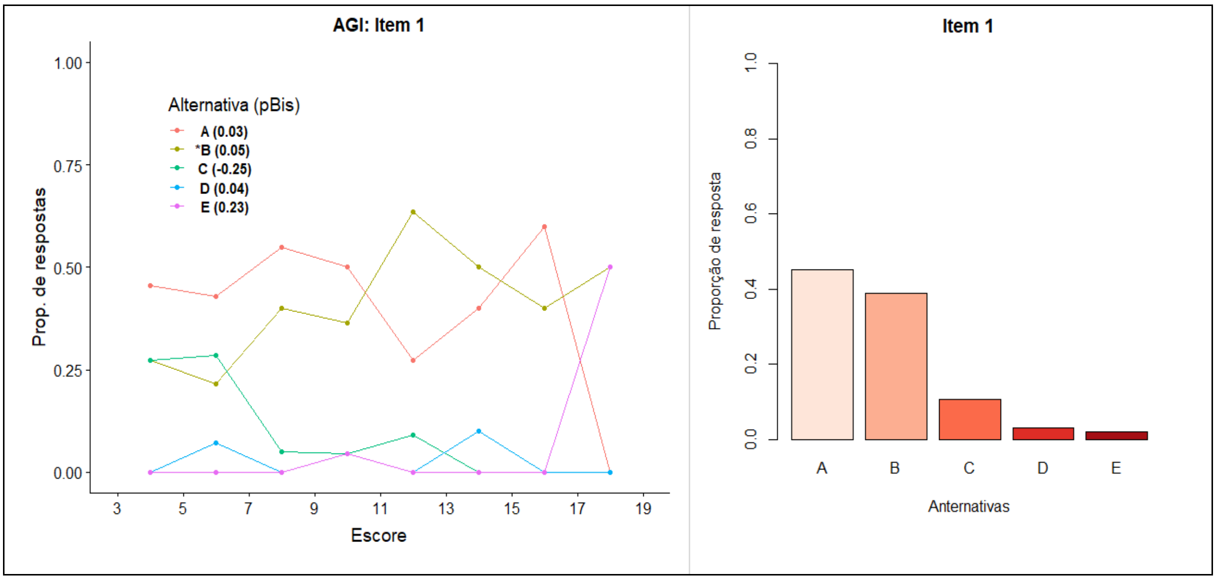
(E) A^2 e ℓ^2 são grandezas inversamente proporcionais.

Solução
Resposta: B
A área do triângulo equilátero de lado ℓ é dada por $A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \ell^2$, logo A e ℓ^2 são diretamente proporcionais.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Apesar do item não exigir conceitos e procedimentos laboriosos, observa-se no gráfico de barras apresentado na Figura 8, que a maioria dos respondentes optaram pelo distrator A, somando um total de 45,26%. O gabarito, indicado pela letra B, teve proporção de 38% das respostas. O item em questão é de média dificuldade e não possui bom poder discriminativo.

Figura 8 - AGI do item 1 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

A AGI exibida na Figura 8 destaca que, uma expressiva parcela de candidatos/ professores com boa pontuação, não domina as habilidades exigidas para a resolução do problema, conforme indica as proporções de respostas aos distratores A e E, por grupos de candidatos/ professores com essa característica. Nota-se na AGI que o distrator E possui a maior correlação Ponto Bisserial dentre as alternativas, indicando que uma parcela dos respondentes de alto desempenho de fato confunde a relação de proporcionalidade entre os lados de um triângulo equilátero e sua área. O que chama atenção, visto que os conceitos exigidos na situação descrita, estão previstos no currículo da educação básica, conforme propõem os PCNs do Ensino Fundamental.

> Neste ciclo, o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento do raciocínio que envolva proporcionalidade, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade. (BRASIL, 1998, p. 65)

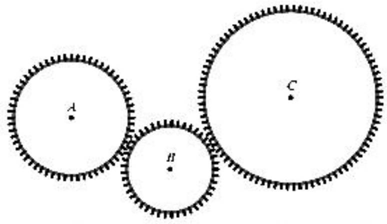
5.1.2 Item 2

O item 2 da prova, exibido na Figura 9, versa sobre razão e envolve conhecimentos algébricos e geométricos. Na situação proposta, os candidatos/ professores deveriam usar o conceito de razão para descobrir a relação entre o número de volta dado pelas engrenagens A e C.

Figura 9 - Item 2 e solução.

[02] Na f gura, estão representadas as engrenagens A, B e C, que possuem, respectivamente, 60, 45 e 90 dentes cada uma. Quantas voltas completas dará a engrenagem A se a engrenagem C der 4 voltas completas e mais $\frac{2}{3}$ de volta?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

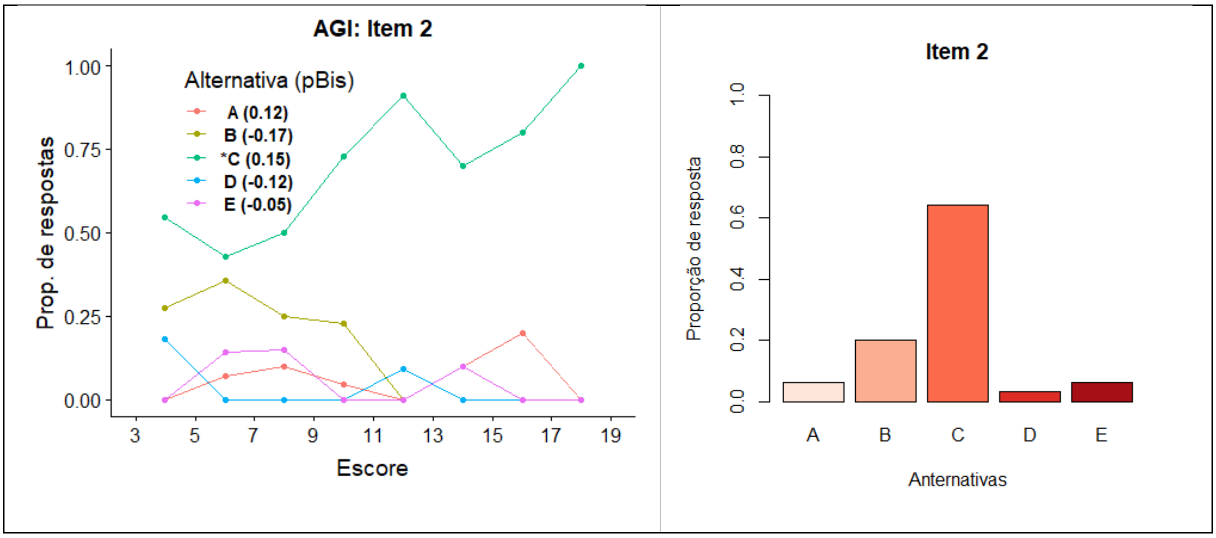


Solução
Resposta: C
A engrenagem B não é relevante para o problema. O que realmente importa é a relação entre o número de dentes das engrenagens A e C. Como a razão entre o número de dentes das engrenagens A e C é $\frac{60}{90} = \frac{2}{3}$, isto signif ca que a cada 3 voltas da engrenagem A, a engrenagem C dará 2 voltas. Como $4 + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$, chamando de n o número de voltas dados pela engrenagem A quando a engrenagem C dá 4 voltas completas mais $\frac{2}{3}$ de volta temos que:

$$\frac{2}{3} = \frac{\frac{14}{3}}{n}, \text{ ou seja, } n = 7.$$

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 10 - AGI do item 2 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

Esse foi o item com maior proporção de acertos entre os respondentes do Exame, tendo um índice de dificuldade de 64,2%, sendo categorizado como de dificuldade mediana. No entanto, o item apresenta baixo poder discriminatório, como pode-se verificar ao analisar o índice de discriminação de $P_{bis} = 0{,}282$, que coloca esse item na classe de itens marginais, sujeito a reelaboração. Esse comportamento pode ser verificado na AGI, onde cerca de 50% dos candidatos/ professores com mau desempenho do Exame – escores entre 4 e 8 – assinalaram a alternativa correta C, um grupo desses candidatos/ professores optou pelo distrator B, segunda alternativa com maior proporção de respostas. Entre os candidatos/ professores com médio desempenho no Exame – escores entre 9 e 14 -, a alternativa correta chega a atingir 90% dos respondentes, mas oscila com alta do distrator A. Para os candidatos/ professores de alto desempenho, escores entre 15 e 19 -, a proporção de respostas corretas cresce progressivamente, com até atingir 100% dos candidatos/ professores com escore máximo. O fato do distrator A ter medida de correlação positiva revela que mesmo professores com alto desempenho no teste, ainda tem errado questões desse tópico matemático de fundamental importância na vida escolar e cotidiana do aluno.

5.1.3 Item 3

Consideremos agora o item 3, representado na Figura 11. O item envolve conceitos e procedimentos sobre equação do segundo grau, tratando essencialmente de conhecimentos algébricos. Notemos que o item não exige apenas procedimentos de resolução de equações quadráticas, mas reconhecimento de tipos de soluções (real e não-real) que uma equação desse tipo pode ter.

Figura 11 - Item 3 e solução.

[03] Qual é a soma dos valores de $k \in \mathbb{R}$ para os quais a equação $\dfrac{k}{x^2-4} + \dfrac{1}{x+2} = 0$ não possua solução real?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Solução
Resposta: E

Temos que $\dfrac{k}{x^2-4} + \dfrac{1}{x+2} = 0 \iff \dfrac{k+x-2}{x^2-4} = 0.$

A equação possui solução real se, e somente se, $k = 2 - x$, com $x \neq -2$ e $x \neq 2$.

Portanto, para $k = 0$ ou $k = 4$ a equação não possui solução real e a resposta é igual a $0 + 4 = 4$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

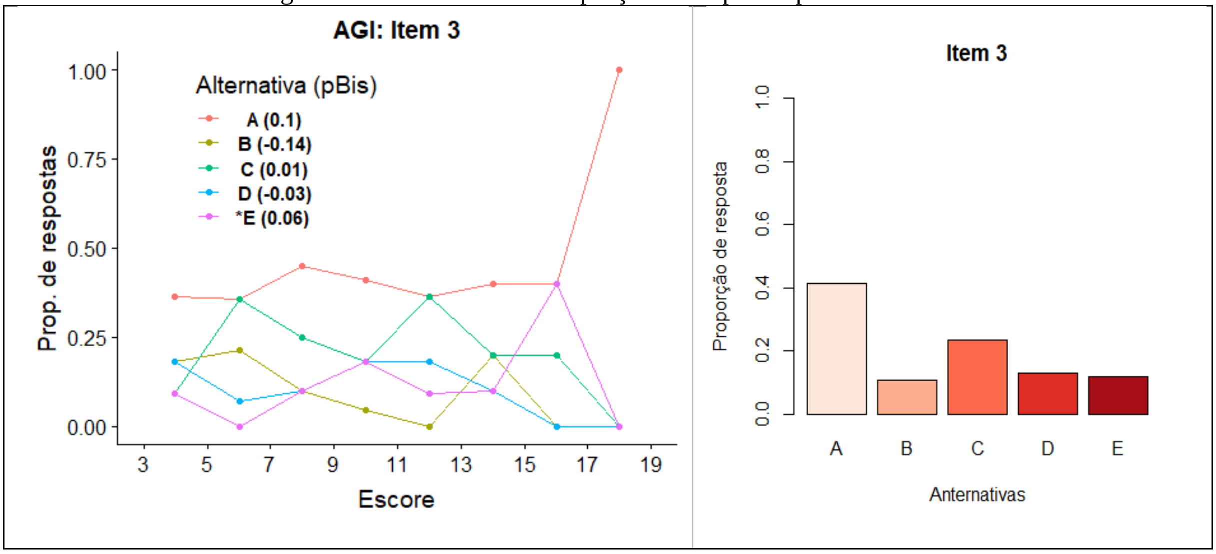
O item em discussão é considerado difícil para o grupo de respondentes deste estudo, com proporção de acerto ao item na ordem de 0,11. Notemos no gráfico de barras exibido na Figura 12 que mais de 40% dos professores/ candidatos optaram pelo distrator A. É interessante notar que os respondentes consideram como resposta somente o valor de k = 0, ignorando que existe um outro valor de k que faz com que a equação não tenha solução real.

A AGI exibida na Figura 12 aponta um destaque do distrator A em toda a faixa de escore, reforçando que os respondentes de fato possuem dificuldades em equações do segundo grau. Podemos ainda ressaltar o que a Base Nacional Comum Curricular propõe quanto aos conhecimentos a serem desenvolvidos na Educação básica:

> A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2019)

Desta feita, os resultados desse item revelam um panorama, que requer uma reflexão quanto a formação de professores de Matemática, visto que apesar de equação do segundo grau ser um conteúdo valorizado pelos professores na sala de aula, observa-se que eles ainda não dominam conceitos mais gerais sobre o conteúdo.

Figura 12 - AGI do item e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.4 Item 4

O item 4, apresentado na Figura 13, também exige conceitos e procedimentos sobre equação do segundo grau e, portanto, envolve conhecimentos algébricos. Observe-se que o item pede a quantidade de solução real da equação em questão, exigindo que os respondentes saibam distinguir solução real de soluções que envolvem números complexos.

Figura 13 - Item 4 e solução.

[04] Quantas raízes reais possui a equação $3+\sqrt{3+x^4}=x^2$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Solução

Resposta: A

Consideremos a equação $3+\sqrt{3+x^4}=x^2$, ou equivalentemente, $\sqrt{3+x^4}=x^2-3$ e assim $x^2-3\geqslant 0$.

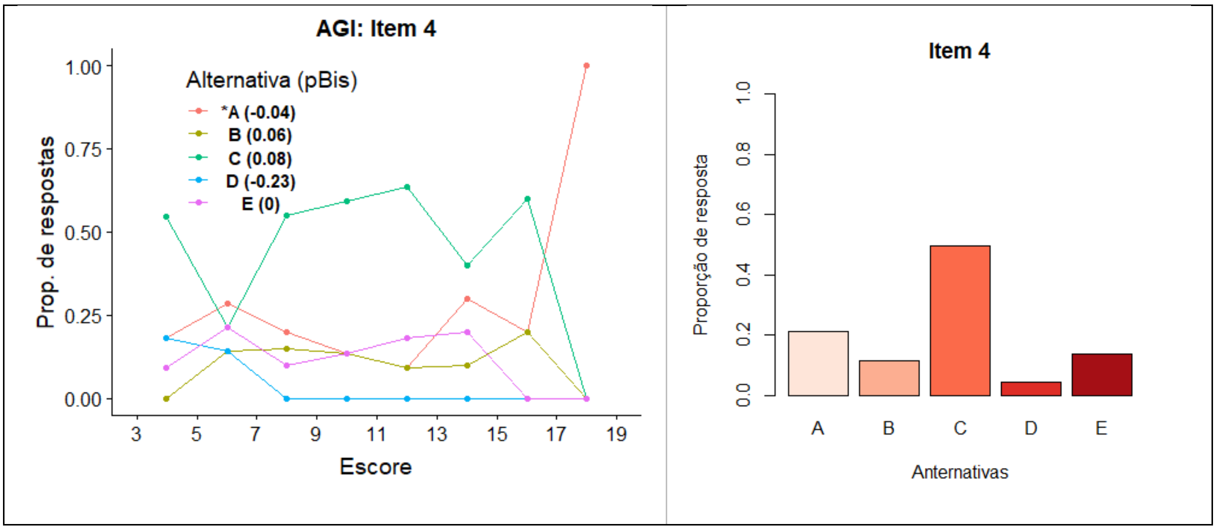
Elevando ao quadrado, obtemos $3+x^4=x^4-6x^2+9$, logo $x^2=1$.

Como devemos ter $x^2-3\geqslant 0$, a equação não tem solução.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Apesar de não exigir procedimentos algébricos laboriosos, o item foi considerado difícil pelos respondentes, pois conforme exibe o gráfico de barras houve uma proporção de acerto de apenas 21%. Surpreendentemente o distrator C recebeu 49,4% das respostas. A AGI exibida na Figura 14 mostra com mais detalhe que o distrator C se destaca entre sujeitos com escores entre 3 e 16, ao mesmo tempo que medidas de correlação Ponto Bisserial exibem valores positivos nos distratores B ($P_{Bis}=0{,}06$) e C ($P_{Bis}=0{,}08$), enquanto a alternativa correta possui correlação negativa. É importante lembrar que se espera correlação positiva para as respostas corretas e correlação negativa para as respostas erradas.

Figura 14 - AGI do item e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

Assim, conforme mencionado na Seção 4, o item 4 não cumpre a função de discriminar sujeitos quanto ao desempenho. Para finalidade avaliativas, o item em questão deveria ser retirado do certame, cabendo ressaltar que nas Diretrizes curriculares para os cursos de

Matemática, aprovado pelo parecer CNE n° 1302/2001 preconiza que, no currículo proposto pela Instituição de Ensino Superior (IES) devem ter disciplinas contemplando desenvolver habilidades nos egressos em Fundamentos de Álgebra, ao longo de todos os cursos de Licenciatura. Porém o que observamos, foi a falta habilidade coletiva dos sujeitos na resolução do problema, uma vez que mais de 49% dos alunos cometeram o erro de supor 1 e -1 como solução real da equação, sem verificar se essa informação procede.

5.1.5 Item 5

Analisando o item 5, o mesmo aborda um tópico de Equações do segundo grau, exigindo do candidato conhecimentos algébricos sobre a soma e produto de raízes de polinômios do segundo grau, onde os candidatos/ professores deveriam julgar logicamente duas asserções. Conforme segue o item e sua solução, mostrado na Figura 15.

Figura 15 - Item 5 e solução.

[05] Considere as asserções abaixo e a relação proposta entre elas.

I. A soma e o produto das raízes da equação $2x^2 + 5x + 2 = 0$ são -5 e 2, respectivamente.

PORQUE

II. Se s e p são, respectivamente, a soma e o produto das raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, então $s = -b$ e $p = c$.

A respeito dessas asserções, assinale a opção correta.

(A) As asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa da I.

(B) As asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa correta da I.

(C) A asserção I é uma proposição verdadeira, e a II é uma proposição falsa.

(D) A asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira.

(E) As asserções I e II são proposições falsas.

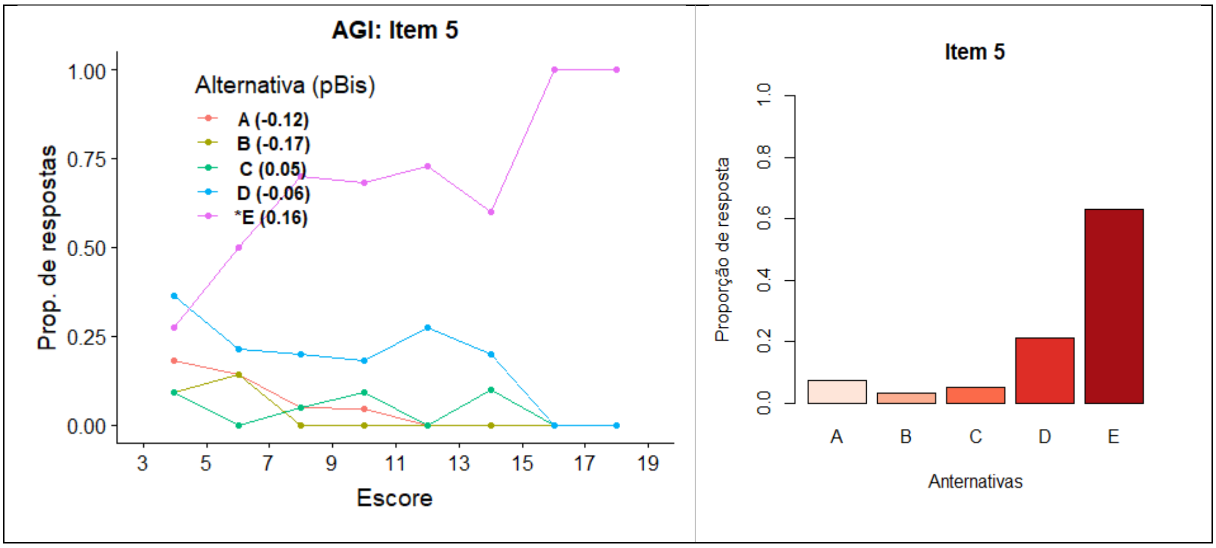
Solução
Resposta: E
Se s e p são, respectivamente, a soma e o produto das raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, então $s = -\frac{b}{a}$ e $p = \frac{c}{a}$. Portanto, as asserções I e II são proposições falsas.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Com um índice de dificuldade de 0,368, o item pode ser classificado de média dificuldade para os candidatos/ professores. Com índice de discriminação de 0,28, demonstra que candidatos/ professores com alto e baixo escore acertaram a questão, classificando-o como um item sujeito a reelaboração, pois não cumpre seu papel de discriminar com eficiência os candidatos/ professores que possuem maior proficiência no conteúdo.

A AGI representada na Figura 16 demonstra que 100% dos candidatos/ professores com maiores escores acertaram a questão, porém alguns candidatos/ professores com bom desempenho assinalaram o distrator C, apesar de se tratar de um conteúdo previsto no currículo da Educação Básica esse comportamento revela que um pequeno grupo de respondentes com alto desempenho não tem domínio algébrico sobre a soma e produtos de equações do segundo grau, panorama citado no item anterior.

Figura 16 - AGI do item e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.6 Item 6

Este item exigia dos candidatos/ professores conhecimentos numéricos e algébricos sobre números reais e produtos notáveis, mostrados no item e solução apresentados na Figura 17. O item apresentou índice de dificuldade mediana ao revelar o valor de 0,59 para os respondentes do Exame. Além de um índice de discriminação de 0,321, classificando como um item bom, porém sujeito a reelaboração.

A AGI (Figura 18) demonstra que os candidatos/ professores com alto desempenho no teste acertaram a questão, porém um pequeno grupo de assinalou o distrator C, podendo revelar uma falha nos conhecimentos nesse conteúdo, apesar de ser amplamente ministrado em sala de aula no Ensino Fundamental, em questões menos laboriosas, como propõe a BNCC (BRASIL, 2019) onde o aluno deve ser capaz de “Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.”

Figura 17 – Item 6 e sua solução.

[06] Que número inteiro pode ser escrito como $\sqrt{19+6\sqrt{10}}-\sqrt{19-6\sqrt{10}}$?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Solução
Resposta: D
Considere $n=\sqrt{19+6\sqrt{10}}-\sqrt{19-6\sqrt{10}}$. Note que $n>0$.
Elevando os dois membros da igualdade ao quadrado obtemos

$$n^2 = 19+6\sqrt{10}-2\sqrt{19+6\sqrt{10}}\cdot\sqrt{19-6\sqrt{10}}+19-6\sqrt{10},$$

logo

$$n^2 = 38-2\sqrt{\left(19+6\sqrt{10}\right)\left(19-6\sqrt{10}\right)}$$

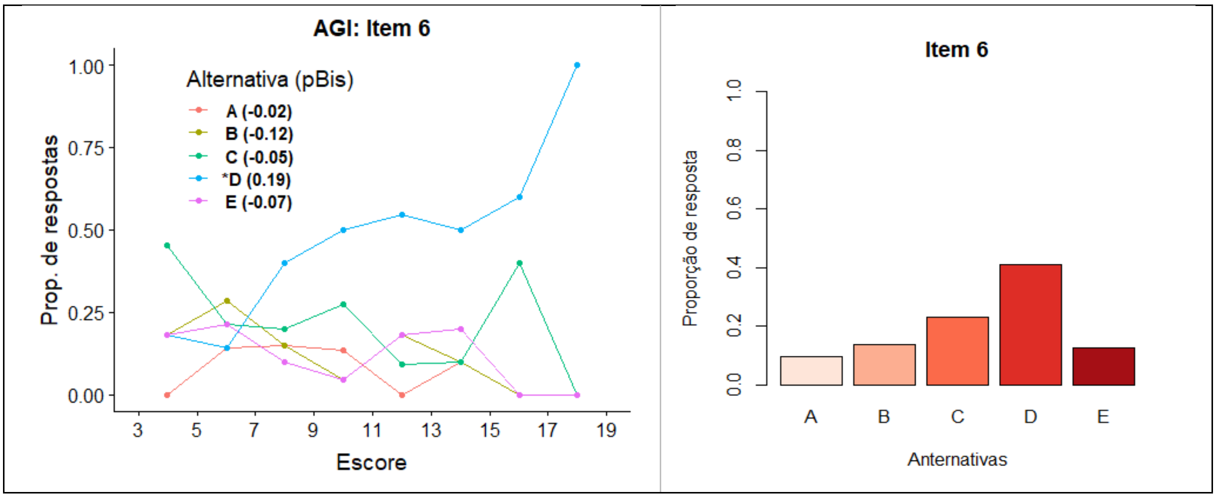
e assim

$$n^2 = 38-2\sqrt{(19)^2-\left(6\sqrt{10}\right)^2} = 38-2\sqrt{361-360} = 36.$$

Como $n>0$, segue que $n=6$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 17 - AGI do item 6 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.7 Item 7

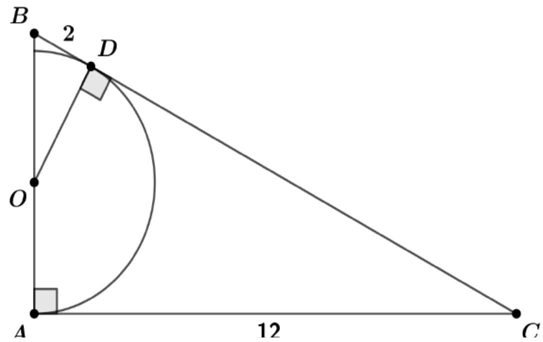
Este item exige dos candidatos/ professores habilidades em os conceitos de congruência e semelhança de triângulos e Teorema de Pitágoras, para solucionar o item da Figura 18**.**

Este item apresentou um grau de dificuldade mediana, porém bem próximo de ser um item difícil para os respondentes, ao apresentar um índice de dificuldade de 0,347. Em contraponto, ficou no outro extremo quanto ao índice de discriminação, ao explicitar o valor de 0,391, quase o item poderia ser classificado como um bom item discriminatório.

A AGI (Figura 20) revela um alto valor na correlação ponto bisserial para a solução correta, reforçando o fato de que somente candidatos/ professores com boa proficiência no conteúdo exigido resolveram corretamente o item. Porém esse valor ficou nulo para o distrator D e ligeiramente positivo para o distrator E, revelando que alguns candidatos/ professores com bom desempenho estão optando por esses itens, fato observado ao analisar a AGI onde 50% dos candidatos/ professores com escore máximo optaram pelo distrator D e a outra metade apenas assinalou a opção correta.

Figura 18 - Item 7.

[07] Na figura abaixo, o semicírculo de centro O é tangente à hipotenusa BC e ao cateto AC do triângulo retângulo ABC. Se $\overline{BD} = 2$ e $\overline{AC} = 12$, determine o raio do semicírculo.



(A) $\dfrac{2}{\sqrt{13}}$

(B) $\dfrac{7}{\sqrt{13}}$

(C) $\dfrac{12}{\sqrt{13}}$

(D) $\dfrac{13}{\sqrt{13}}$

(E) $\dfrac{15}{\sqrt{13}}$

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 19 - Solução do Item 7.

Solução
Resposta: C
Observe que $\overline{AC} = \overline{DC}$, pois ambos são segmentos determinados por retas tangentes ao círculo, com extremos no mesmo ponto C. Assim, $\overline{DC} = 12$.

Aplicando Pitágoras nos triângulos retângulos BAC e ODB obtemos $\overline{AB}^2 = (14)^2 - (12)^2 = 196 - 144 = 52$ e $\overline{OB}^2 = 4 + r^2$.

Temos ainda que, $\overline{OB} = \overline{AB} - r = \sqrt{52} - r$.

Logo $4 + r^2 = (\sqrt{52} - r)^2$ e assim $4 + r^2 = 52 - 2r\sqrt{52} + r^2$, ou seja, $2r\sqrt{52} = 48$.

Portanto $r = \dfrac{24}{\sqrt{52}} = \dfrac{12}{\sqrt{13}}$.

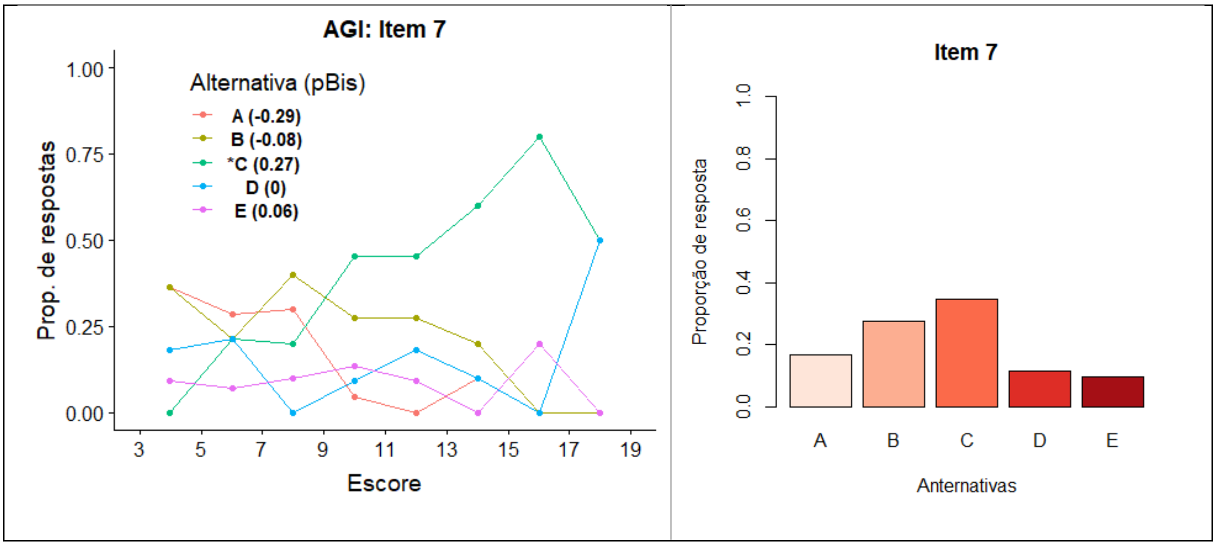
Solução alternativa: Chamemos $\overline{OB} = x$ e $\overline{OA} = r$. Por propriedades de tangência segue que $\overline{CD} = 12$.

Os triângulos OBD e ABC são semelhantes, logo valem as relações: $\dfrac{2}{r+x} = \dfrac{r}{12} = \dfrac{x}{14}$.

Então $x = \dfrac{7}{6}r$ e $r^2 + \dfrac{7}{6}r^2 = 24$, logo $\dfrac{13}{6}r^2 = 24$; portanto $r = \dfrac{12}{\sqrt{13}}$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 20 - AGI do item e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.8 Item 8

Este item exige do candidato conhecimentos algébricos e geométricos na aplicação do Teorema de Pitágoras, conforme observa-se no item e sua solução apresentado na Figura 21.

Figura 21 - Item 8 e sua solução.

[08] A hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles T_1, cujos catetos medem ℓ, é o cateto de um triângulo retângulo isósceles T_2. A hipotenusa de T_2 é o cateto de um triângulo retângulo isósceles T_3, cuja hipotenusa é cateto do triângulo retângulo isósceles T_4 e assim por diante. O valor de ℓ que torna a medida da hipotenusa de T_{100} igual a 2^{50} é:

(A) $\sqrt{2}$

(B) 1

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

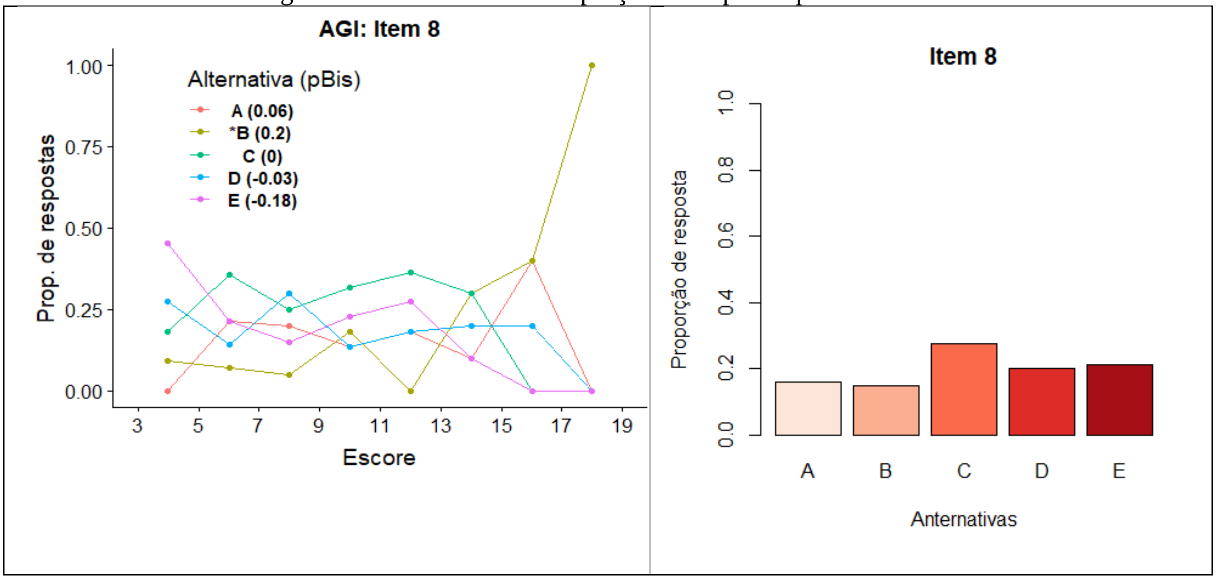
(D) 2

(E) $2\sqrt{2}$

Solução
Resposta: B
Utilizando o teorema de Pitágoras pode-se concluir facilmente que as hipotenusas de T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, ... medem, respectivamente, $\ell\sqrt{2}, 2\ell, 2\ell\sqrt{2}, 4\ell, 4\ell\sqrt{2}, 8\ell, \ldots$. Assim, se considerarmos apenas os triângulos de índice par T_2, T_4, T_6, T_8, ..., veremos que suas hipotenusas medem $2^1\ell, 2^2\ell, 2^3\ell, 2^4\ell, \ldots$, isto é, que a hipotenusa de T_{2n} medirá $2^n\ell$. Como para $n = 100$ temos que a hipotenusa de T_{100} mede $2^{50}\ell$, concluímos que $\ell = 1$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 22 - AGI do item e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

Apenas 14,9% dos candidatos/ professores responderam corretamente este item, revelando que para este grupo de respondentes, o item apresentou o maior índice de dificuldade do Exame, sendo classificada como uma questão difícil. Observa-se também que a alternativa correta B teve o menor percentual entre as cinco alternativas, ao passo que o distrator C obteve maior proporção de respostas. O item possui discriminação $P_{bis}=0,289$, o que o caracteriza como um item marginal sujeito a reelaboração e no limite de ser classificado como um item deficiente, que deveria ser rejeitado.

A AGI (Figura 22) revela que candidatos/ professores com escore entre 4 e 14 marcaram aleatoriamente o item, somente após esse escore, a AGI sugere que candidatos/ professores com ótimo desempenho no Exame acertaram a questão. Por se tratar de um item que aborda um tópico introduzido no Ensino Fundamental Final e Médio, acredita-se que há uma falta de habilidade coletiva destes candidatos/ professores na utilização do Teorema de Pitágoras, aplicando-o em situações-problema.

5.1.9 Item 9

O item 9 (Figura 24) exige habilidades que pertencem aos conhecimentos algébricos e propõe que os alunos apliquem equações de primeiro grau e noção de razão entre grandezas para resolver uma situação problema.

Figura 23 - Item 9 e sua solução.

[09] Dois carros partem da cidade A para a cidade B pela mesma estrada, cujo trecho entre A e B mede 120km. O primeiro carro parte às 10h com velocidade constante de 60km/h e o segundo carro sai às 10h10min com velocidade constante de 80km/h. A que horas o segundo carro alcançará o primeiro?

(A) 10h30min

(B) 10h40min

(C) 10h50min

(D) 11h10min

(E) 11h20min

Solução
Resposta: B
Indicaremos por d a distância percorrida pelos carros quando o segundo encontra o primeiro. Sejam t_1 e t_2 os tempos gastos, em horas, para o primeiro e o segundo carro percorrerem a distância d, respectivamente.

Temos que $t_1 = t_2 + \frac{1}{6}$, logo $\frac{d}{60} = \frac{d}{80} + \frac{1}{6}$.

Resolvendo a equação do primeiro grau, acima, obtemos $d = 40$ e assim $t_1 = \frac{2}{3}$.

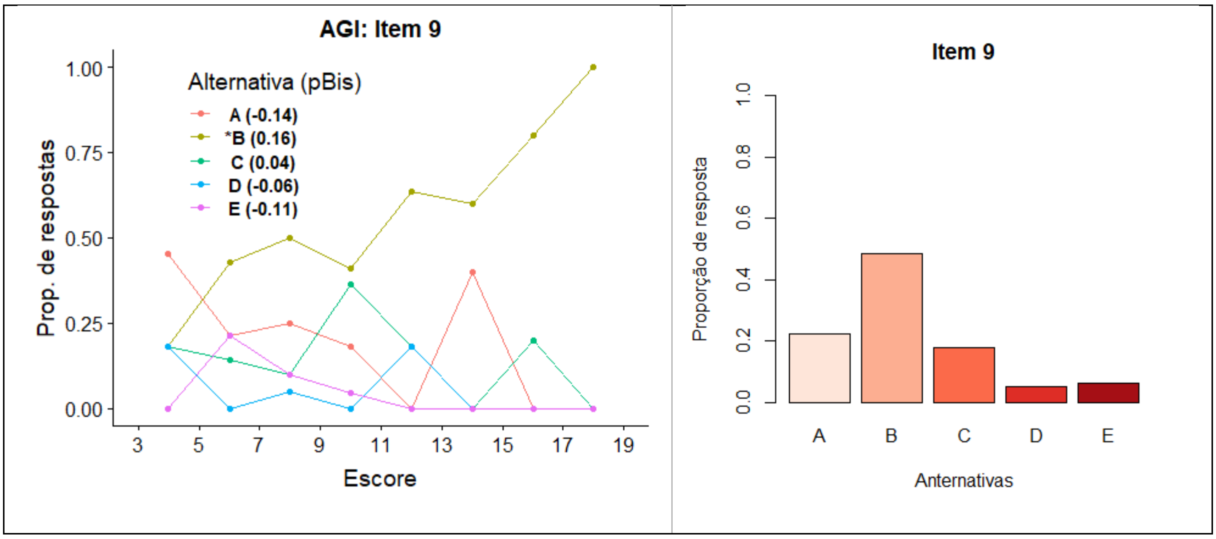
Portanto, a resposta correta é 10h40min.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Com medida de correlação $P_{bis}=0,294$, considera-se que o item não empreende uma boa distinção de grupos com bons desempenhos de grupos de sujeito com baixas habilidades. Porém a AGI (Figura 24) e as correlações ponto Bisserial das alternativas podem trazer informações específicas do item para seu melhor entendimento.

É interessante notar na AGI do item 9 que conforme aumenta o escore dos sujeitos, aumenta também a proporção de respostas corretas – o que mostra, em termos qualitativos, que este item possui papel importante na avaliação dos sujeitos. O índice de dificuldade ID (0,484) indica que o item possui média dificuldade segundo as respostas do grupo de respondentes. No gráfico de barras da Figura 24 percebe-se que uma proporção de 48% dos alunos marcou a alternativa correta – percentual consideravelmente elevado em comparação com vários dos itens discutidos até aqui.

Figura 24 - AGI do item 9 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.10 Item 10

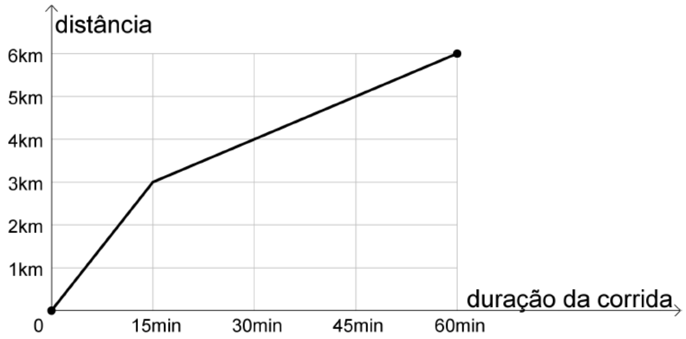
O item 10 exige dos candidatos/ professores habilidades em analisar um gráfico, aplicando conceitos de razão, conforme exposto no item e solução explicitados na Figura 25.

Um índice de dificuldade de 49,5% mostra que praticamente metade dos candidatos/ professores acertaram esse item, classificando-o como um item de média dificuldade para esse grupo de respondentes. A questão apresentou um índice de discriminação P_{bis}=0,377, classificando-o como um item bom, mas sujeito a aprimoramento. Esse item está entre os mais eficientes do Exame para separar os candidatos/ professores com bom desempenho dos demais.

A AGI (Figura 26) reforça as informações reveladas pelos dados anteriores. Nota-se que um grupo de candidatos/ professores com alto desempenho, também optaram pelo distrator A, que difere da alternativa correta D em seu enunciado ao usar sentenças comparativas opostas, a saber “maior’ e “menor”, o que sugere que seu erro derivou de alguma falta de atenção na interpretação dos enunciados.

Figura 25 - Item 10 e sua solução.

[10] O gráfico abaixo mostra o progresso de um corredor, em uma corrida de 6km de extensão.



Costuma-se chamar de *pace* a razão $\frac{t}{d}$, onde t é o tempo, em minutos, que um corredor leva para percorrer uma distância d, em quilômetros. Desta forma, considerando a corrida representada pelo gráfico acima, é correto afirmar que

(A) o *pace* do corredor foi maior nos 15 primeiros minutos do que na corrida inteira.

(B) o *pace* do corredor foi menor nos 15 últimos minutos do que na corrida inteira.

(C) o *pace* do corredor foi menor nos 30 últimos minutos do que na corrida inteira.

(D) o *pace* do corredor foi menor nos 3 primeiros quilômetros do que na corrida inteira.

(E) o *pace* do corredor foi menor nos 3 últimos quilômetros do que na corrida inteira.

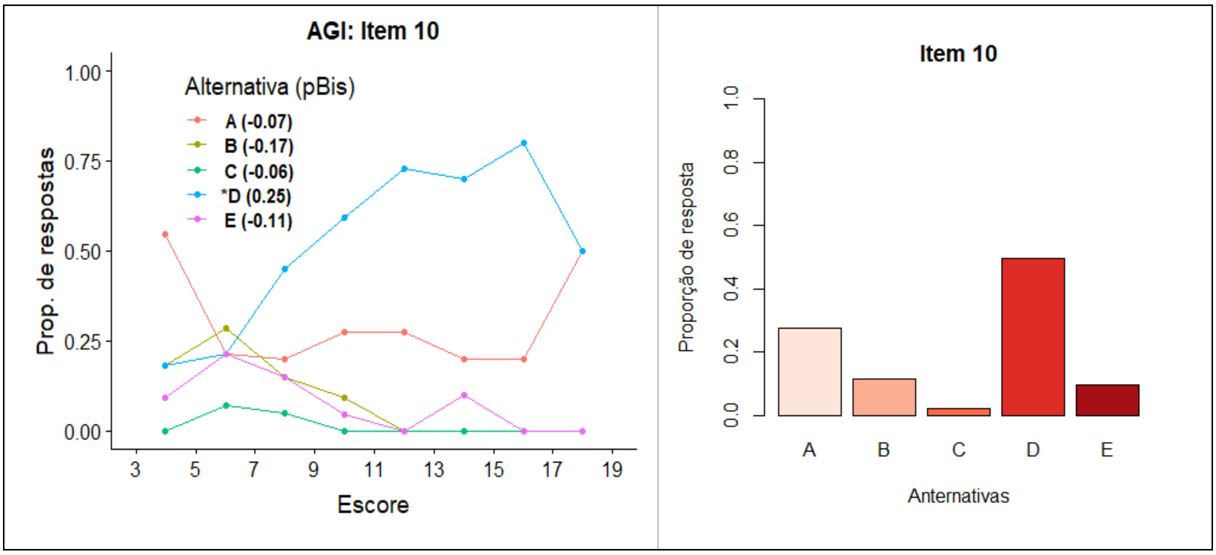
Solução
Resposta: D
Calculando o *pace* em cada um dos intervalos de tempo ou distância citados, a partir das informações do gráfico, temos

- *pace* na corrida inteira: $\frac{60\text{min}}{6\text{km}} = 10\text{min/km}$
- *pace* nos 15 primeiros minutos: $\frac{15\text{min}}{3\text{km}} = 5\text{min/km}$
- *pace* nos 15 últimos minutos: $\frac{15\text{min}}{1\text{km}} = 15\text{min/km}$
- *pace* nos 30 últimos minutos: $\frac{30\text{min}}{2\text{km}} = 15\text{min/km}$
- *pace* nos 3 primeiros quilômetros: $\frac{15\text{min}}{3\text{km}} = 5\text{min/km}$
- *pace* nos 3 últimos quilômetros: $\frac{45\text{min}}{3\text{km}} = 15\text{min/km}$

Assim, de todos os itens, o único que se aplica é o D.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 26 - AGI do item 10 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.11 Item 11

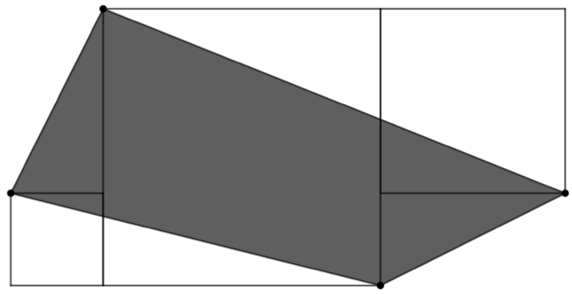
Analisando o item 11, observa-se que ele propõe aos candidatos/ professores um problema sobre Área de Figuras planas, exigindo conhecimentos algébricos e Aritmética básica, visto que as alternativas se apresentam como números especiais: pares ou ímpares, primos ou compostos, quadrados ou cubos perfeitos.

Cerca de 42,1% dos respondentes assinalaram a alternativa correta, o que nos faz concluir que a questão foi de média dificuldade. O item também apresentou um índice de discriminação razoável ($P_{bis}=0,344$), pondo-o na categoria de um bom item discriminativo, necessitando de pequenos aprimoramentos.

A AGI apresentada na Figura 28 mostra que mesmo candidatos/ professores com escore mediano - entre 8 e 14 -, acertaram a questão, reforçando o ligeiro equilíbrio apresentado pelo índice de dificuldade da questão. Nos chama a atenção, o fato de que metade dos candidatos/ professores com mais alto desempenho no Exame optaram pelo distrator C, visto que tanto o tópico de área de figuras planas e aritmética básica estão presentes no currículo da Educação básica a partir do Ensino Fundamental menor, reforçando a necessidade do aprimoramento na abordagem da questão.

Figura 27 - Item 11 e sua solução.

[11] O quadrado central da figura abaixo tem seus lados inferior e superior alinhados com os quadrados da esquerda e da direita, respectivamente. O lado superior do quadrado da esquerda está alinhado com o lado inferior do quadrado da direita.



Sabendo que a área do quadrado central é igual a 9 e que os quadrados possuem lados de medidas distintas, a área do quadrilátero destacado é um

(A) número par.

(B) quadrado perfeito.

(C) número primo.

(D) múltiplo de 5.

(E) cubo perfeito.

Solução
Resposta: B
Vamos indicar por x a medida do lado do quadrado da esquerda. Como o lado do quadrado central mede 3, a medida do lado do quadrado da direita é igual a $3 - x$. Fazendo prolongamentos dos lados dos quadrados completamos a área formada pelos três quadrados de modo a formar um retângulo cujos lados medem 3 e 9.
A área A do quadrilátero destacado é igual a diferença entre a área do retângulo obtido e a soma das áreas dos 4 triângulos retângulos que completam o retângulo, isto é,

$$A = 18 - \left[\frac{(3-x)x}{2} + \frac{(6-x)(3-x)}{2} + \frac{(3-x)x}{2} + \frac{(3+x)x}{2}\right].$$

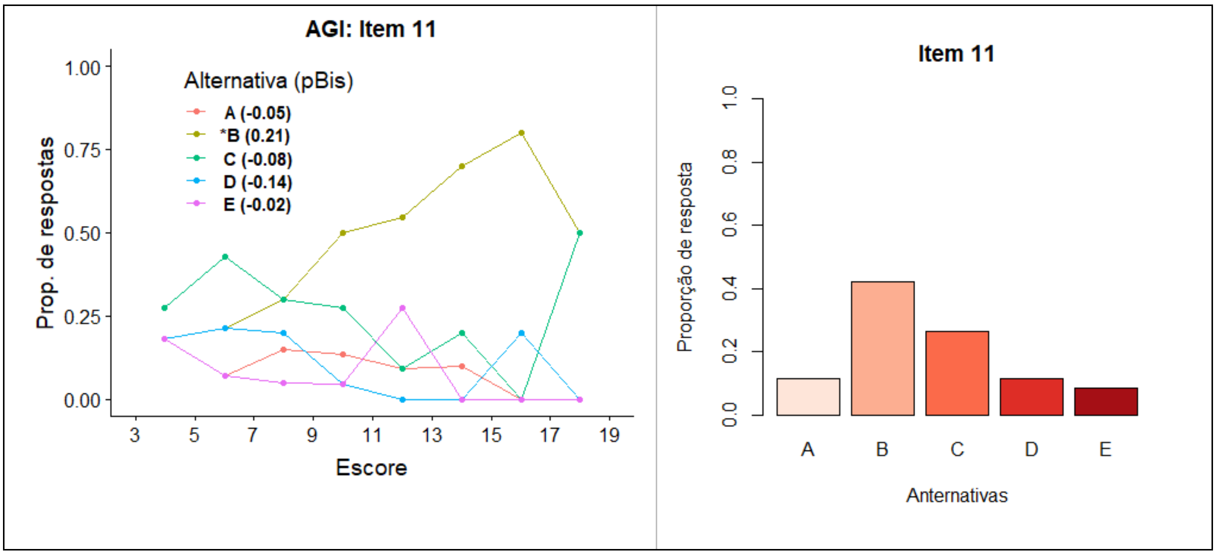
Fazendo as contas obtemos

$$A = 18 - \left[\frac{3x - x^2 + 18 - 6x - 3x + x^2 + 3x - x^2 + 3x + x^2}{2}\right] = 18 - 9 = 9.$$

Portanto a resposta é um quadrado perfeito.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 28 - AGI do item 11 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.12 Item 12

Este item aborda o tópico de equações do 2° grau, com ênfase nos conhecimentos algébricos do candidato sobre o mesmo, mostrada na Figura 29.

Figura 29 - Item 12 e solução.

[12] Dado $n \in \mathbb{Z}$, com $n \geqslant 1$, para quantos valores **inteiros** de m a equação

$$x^2 + mx + mn = 0$$

não possui soluções reais?

(A) $4n - 1$

(B) $4n$

(C) $4n + 1$

(D) $4n + 2$

(E) infinitos valores

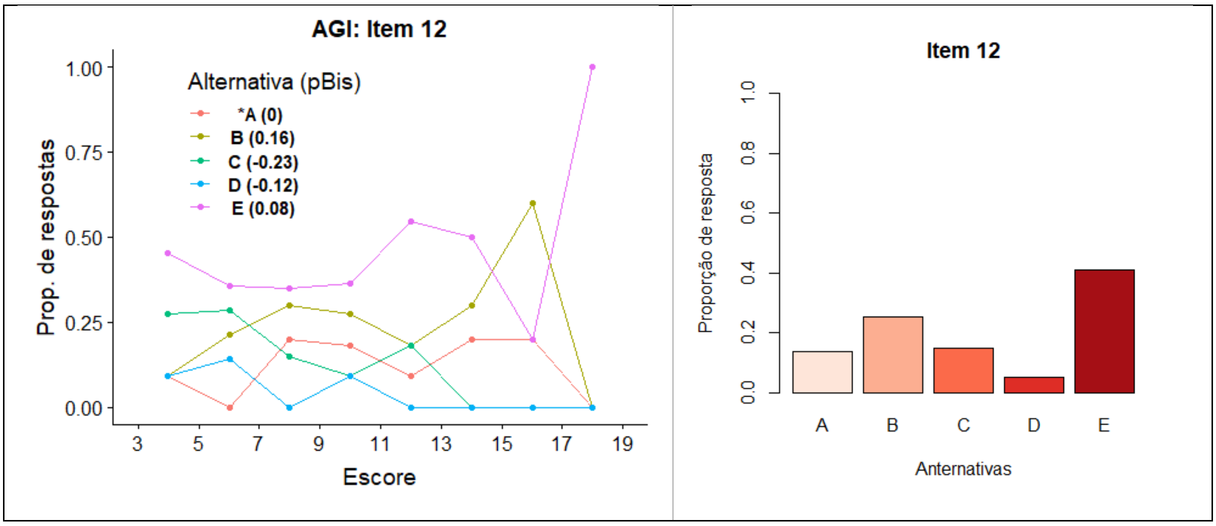
Solução
Resposta: A
Considerando a equação $x^2 + mx + mn = 0$ temos que
$\Delta = m^2 - 4mn = m(m - 4n) < 0$ se, e somente se, $0 < m < 4n$.
Portanto, para $m \in \{1, 2, \ldots, 4n - 1\}$ a equação não possui soluções reais.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Este item foi corretamente respondido por apenas 13,7% dos candidatos/ professores, apresentando-se como o segundo item com maior índice de dificuldade para esse grupo, categorizando-o como um item difícil.

Ademais, apresentou o baixíssimo índice de discriminação $P_{bis}=0{,}093$, sendo claramente um item deficiente (RABELO, 2013). A maioria dos candidatos/ professores optaram pelo distrator E, até mesmo os com alto desempenho no Exame, seguido do distrator B. Esse quadro pode ser mais bem explorado com uma categorização e análise dos erros aprofundada.

Figura 30 - AGI do item 12 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

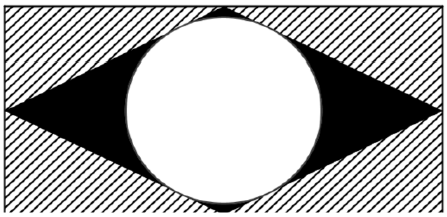
Nota-se que a alternativa correta (A) não tem correlação com o escore total (Figura 30) sugerindo que até mesmo os candidatos/ professores que acertaram a questão, não o fizeram por ter a habilidade na aplicação correta dos conteúdos de equação do segundo grau para a resolução da questão. Essa falta de habilidade coletiva dos candidatos/ professores revela um quadro preocupante, posto a importância desse tópico tanto no Ensino fundamental, quanto no Ensino médio.

5.1.13 Item 13

O item em questão exige habilidades pertinentes aos conhecimentos geométricos, mais precisamente sobre cálculo de área de figuras planas. No problema, os respondentes devem utilizar ainda conceitos de semelhança a razão entre áreas.

Figura 31 - Item 13 e solução.

[13] Na figura abaixo temos um círculo inscrito em um losango cujos vértices são os pontos médios dos lados de um retângulo, cuja base tem o dobro da altura. A razão entre a área preenchida de preto e a área listrada é dada por:



(A) $\dfrac{1-\pi}{5}$

(B) $\dfrac{1+\pi}{5}$

(C) $2-\dfrac{5}{\pi}$

(D) $1-\dfrac{\pi}{5}$

(E) $\dfrac{5}{\pi}-1$

Solução
Resposta: D
Como queremos calcular a razão entre as áreas podemos supor que a base do retângulo mede 2 unidades e a altura mede uma unidade.

Cada lado do losango mede $\sqrt{1+\dfrac{1}{4}}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Indicando por r o raio do círculo, por semelhança de triângulos obtemos $\dfrac{r}{1}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}}$, logo $r=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Calculando as áreas obtemos:

a área do losango é igual a $2\cdot\left(2\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\right)=1$.

a área da região listrada é igual a $2-1=1$.

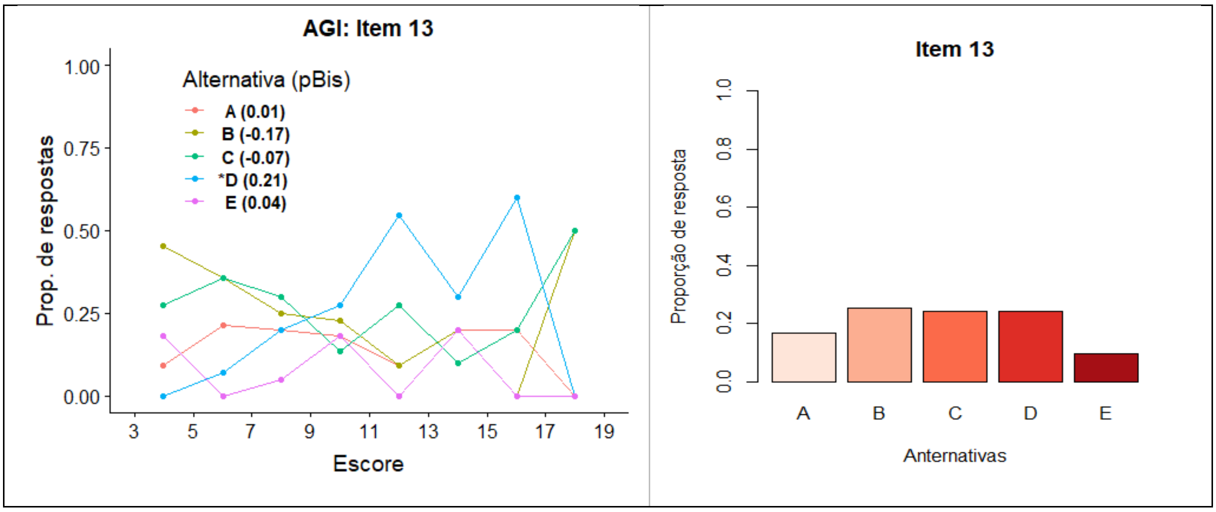
a área do cìrculo é igual a $\dfrac{\pi}{5}$.

a área preenchida de preto é igual a $1-\dfrac{\pi}{5}$.

Portanto, a razão entre a área preenchida de preto e a área listrada é dada por $\dfrac{1-\frac{\pi}{5}}{1}=1-\dfrac{\pi}{5}$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 32 - AGI do item 13 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

De acordo com as respostas fornecidas, os alunos tiveram dificuldade para resolver o item, o qual teve proporção de respostas corretas na ordem de 24,2%. Em termos qualitativos, a AGI (Figura 32) mostra que o item não possui bom poder discriminativo, uma vez que a proporção de respostas à alternativa correta não apresentou crescimento no intervalo de 12 a 19. O gabarito apresentou correlação positiva, porém apresentou estas mesmas medidas positivas nos distratores A e E conforme Figura 32.

5.1.14 Item 14

O item 14 (Figura 33) propõe aos candidatos/ professores habilidades algébricas envolvendo dois importantes tópicos que são recorrentes nesse Exame: Teorema de Pitágoras e equações do segundo graus. Novamente apresenta alternativas usando números com propriedades especiais tratadas na aritmética.

Figura 33 - Item 14 e solução.

[14] Denomina-se terno pitagórico um trio (a, b, c) de números inteiros positivos tais que satisfazem a expressão $a^2 + b^2 = c^2$. Se $(x + 2, 2x, 5\sqrt{x})$ é um terno pitagórico, então x é

(A) múltiplo de 5.

(B) primo.

(C) divisível por 3.

(D) divisível por 7.

(E) par.

Solução
Resposta: E
Como $(x+2, 2x, 5\sqrt{x})$ é um terno pitagórico, aplicando a definição temos que

$$(x+2)^2 + (2x)^2 = (5\sqrt{x})^2 \Leftrightarrow 5x^2 - 21x + 4 = 0.$$

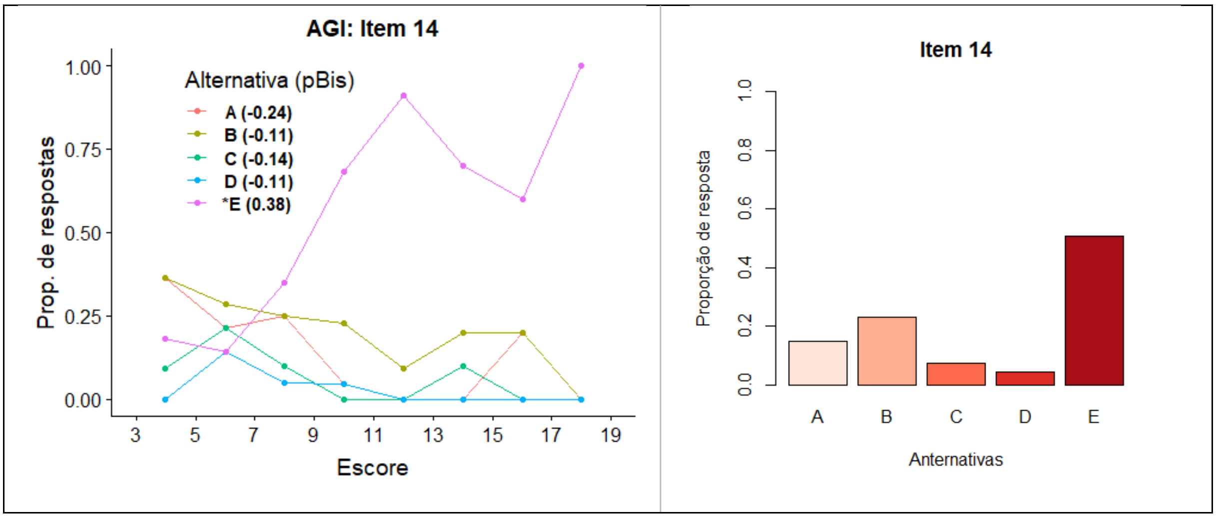
Nas condições do problema os valores do terno precisam ser inteiros positivos, logo, resolvendo a equação acima, temos que $x = 4$. Portanto, x é par.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Novamente houve um equilíbrio entre o número de acertos e erros nesse item pelos respondentes, no qual 50,5% dos candidatos/ professores acertaram o item. Desta forma, o item em discussão possui dificuldade mediana (Figura 34).

Do ponto de vista do poder discriminativo do item ($P_{bis}=0,32$), tem-se um bom item, porém sujeito a aprimoramento. A AGI nos mostra que candidatos/ professores de médio desempenho - com escore entre 8 e 13 - acertaram o item, com uma ligeira queda para os candidatos/ professores com escore superior - entre 13 e 16 -, concomitantemente o distrator B, segundo com maior número de candidatos/ professores optantes por essa alternativa, apresenta alta, o que reforça o fato de que o item necessita de aprimoramento, pois candidatos/ professores com bom desempenho erraram o item, acrescido de 100% dos candidatos/ professores com alto desempenho acertando a resposta do item. Essa oscilação entre os as alternativas B e E necessitaria de um estudo mais aprofundado, auxiliado pela Análise de Erros, para buscar as causas desse comportamento.

Figura 34 - AGI do item 14 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.15 Item 15

Este item propõe aos candidatos/ professores que os mesmos tenham conhecimentos geométricos nos tópicos de Área de Figuras planas e Semelhança e congruência de triângulos, explicitado na

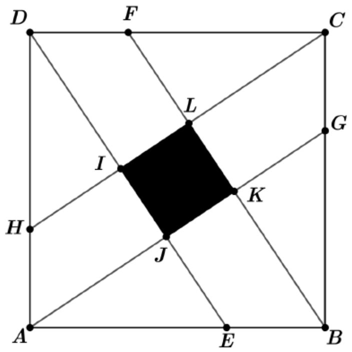
Figura 35.

Esse item apresentou um dos mais altos índices de dificuldade, apenas 18,95% dos candidatos/ professores acertaram esse item, estando na categoria difícil, ligeiramente próximo a categoria subsequente de item muito difícil. Com um índice de discriminação de apenas 0,272 o item está sujeito a reelaboração, pois não cumpriu seu papel de separar satisfatoriamente os indivíduos mais proficientes no conteúdo dos demais (Figura 36).

O fato comentado anteriormente está explicitado na AGI do item (Figura 36), revelando que pouco mais de 50% dos candidatos/ professores com alto desempenho acertaram a questão, nota-se também que os demais candidatos/ professores dessa faixa marcaram o distrator B. Os distratores A e D tiveram um índice de candidatos/ professores optantes por essa alternativa superior a alternativa correta C, com destaque para o distrator A, com mais de 40%, esse quadro se acentua entre os candidatos/ professores com escores medianos – entre 6 e 13 -. Essa falta de habilidade coletiva entre candidatos/ professores de médio e alto desempenho revelam um quadro preocupante, posto a importância que a Geometria deveria ter no currículo da Educação básica.

Figura 35 - Item 15 e sua solução.

[15] Na figura, $ABCD$ é um quadrado. Além disso, AG é paralelo a CH, BF é paralelo a DE, $\overline{FC} = 2 \cdot \overline{DF}$ e $\overline{DH} = 2 \cdot \overline{AH}$. A área do quadrilátero $IJKL$, que possui como vértices os pontos de interseção dos segmentos AG, CH, BF e DE, representa que fração da área do quadrado $ABCD$?



(A) $\frac{1}{9}$

(B) $\frac{1}{8}$

(C) $\frac{1}{13}$

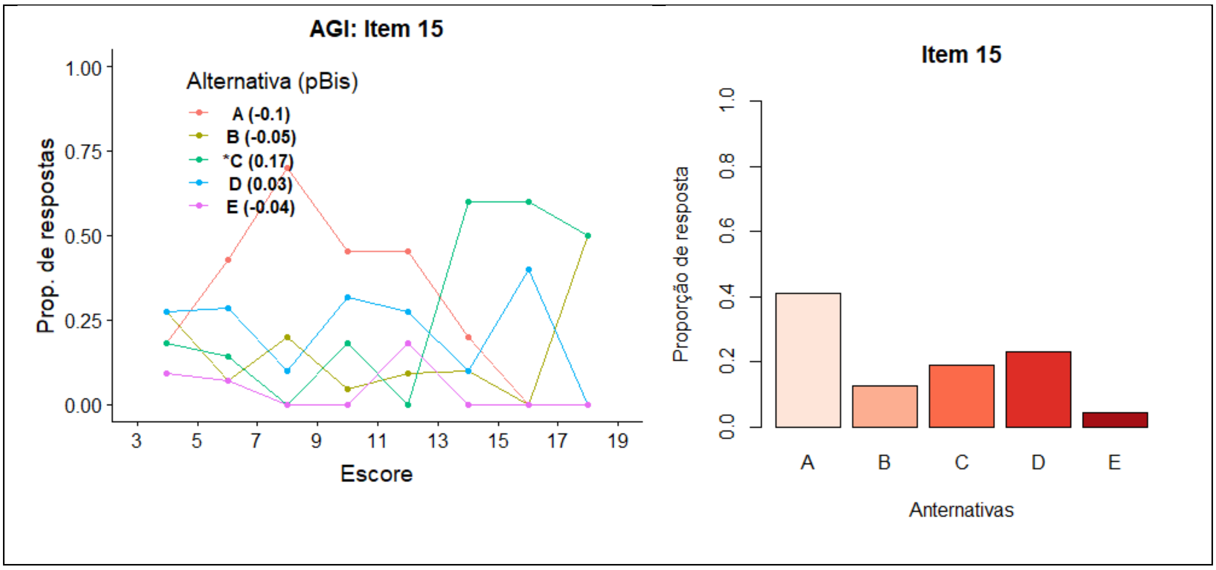
(D) $\frac{1}{16}$

(E) $\frac{1}{17}$

Solução
Resposta: C
Por argumentos de simetria é fácil ver que os triângulos AEJ, BGK, CFL e DHI são todos triângulos retângulos congruentes entre si, bem como os triângulos ABK, BCL, CDI e DAJ. Designaremos a área de cada um dos quatro primeiros por s e a área de cada um dos quatro últimos por S. Como $EJ//BK$, então AEJ e ABK são semelhantes e como $\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{2}{3}$, isso significa que a razão entre as áreas desses dois triângulos é $\frac{s}{S} = \frac{4}{9}$, já que é o quadrado da razão de semelhança. Note ainda que ABG, cuja área é a soma das áreas de ABK com BGK, possui $\frac{1}{3}$ da área de $ABCD$, que designaremos por Q. Assim, $\frac{Q}{3} = S + s = S + \frac{4S}{9} = \frac{13S}{9}$, isto é, $S = \frac{3Q}{13}$. Agora, designando por q a área de $IJKL$, temos que $q = Q - 4S = Q - 4 \cdot \frac{3Q}{13} = \frac{Q}{13}$. Logo a área do quadrado $IJKL$ corresponde a $\frac{1}{13}$ da área de $ABCD$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 36 - AGI do item 15 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.16 Item 16

O item em questão aborda conhecimentos algébricos e geométricos, exigindo domínio sobre razões trigonométricas. Na situação proposta os alunos devem dominar propriedades básicas de geometria e trigonometria, tais como lei dos cossenos, congruência e ângulos.

Com base na AGI apresentada na Figura 38 supõe-se a falta de habilidade coletiva dos respondentes para resolver a situação proposta no item, uma vez que tanto a resposta correta quanto os distratores são respondidos aleatoriamente.

O item em discussão exibe índice de dificuldade de 0,263, o caracterizando como difícil para este grupo de respondentes. Quanto a medida de correlação com o escore total, as correlações p_{bis} positiva no distrator D indica alguma tendência dos alunos a responderem essa alternativa, tendência esta que para seu entendimento haveria a necessidade de uma investigação mais profunda, com enfoque na teoria de erros.

Figura 37 - Item 16 e solução.

[16] Considere dois triângulos isósceles ABC e DEF de mesma área, não congruentes e tais que $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DE} = \overline{DF}$. Podemos afirmar que se $\overline{BC} < \overline{EF}$, então a razão $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{EF}}$ entre as bases desses dois triângulos é igual a:

(A) $\dfrac{\text{sen } \hat{A}}{1 + \cos \hat{A}}$

(B) $\dfrac{\text{sen } \hat{A}}{1 - \cos \hat{A}}$

(C) $\dfrac{1 - \cos \hat{A}}{1 + \cos \hat{A}}$

(D) $\dfrac{\cos \hat{A}}{1 + \text{sen } \hat{A}}$

(E) $\dfrac{\cos \hat{A}}{1 - \text{sen } \hat{A}}$

Solução
Resposta: A

Como os triângulos ABC e DEF possuem a mesma área, então $\dfrac{\overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \text{sen } \hat{A}}{2} = \dfrac{\overline{DE} \cdot \overline{DF} \cdot \text{sen } \hat{D}}{2}$ e como os lados AB, AC, DE e DF têm todos a mesma medida, concluímos que $\text{sen } \hat{A} = \text{sen } \hat{D}$ e que, portanto, os ângulos $\hat{A}$ e $\hat{D}$ são suplementares, com $\hat{A}$ agudo, já que $\overline{BC} < \overline{EF}$.
Utilizando a lei dos cossenos e o fato de que $\cos \hat{D} = -\cos \hat{A}$, já que são suplementares, chegamos à:

$$\frac{\overline{BC}^2}{\overline{EF}^2} = \frac{2\overline{AB}^2 - 2\overline{AB}^2 \cos \hat{A}}{2\overline{AB}^2 + 2\overline{AB}^2 \cos \hat{A}} = \frac{1 - \cos \hat{A}}{1 + \cos \hat{A}}$$

Multiplicando o numerador e o denominador do segundo membro por $1 + \cos \hat{A}$ obtemos:

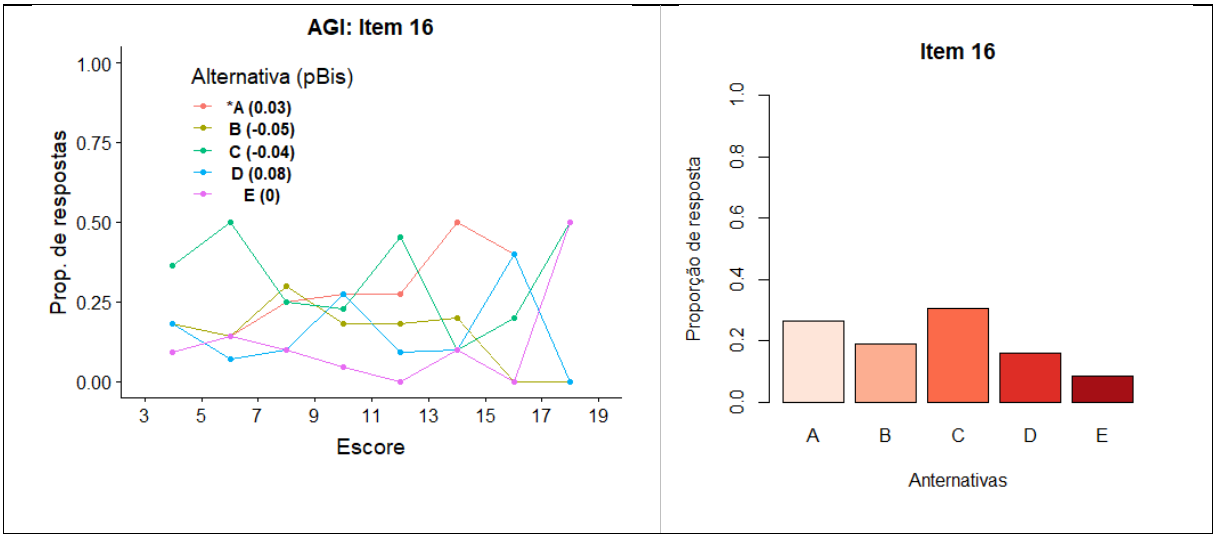
$$\frac{\overline{BC}^2}{\overline{EF}^2} = \frac{1 - \cos^2 \hat{A}}{(1 + \cos \hat{A})^2} = \frac{\text{sen}^2 \hat{A}}{(1 + \cos \hat{A})^2}$$

e assim

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\text{sen } \hat{A}}{1 + \cos \hat{A}}.$$

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 38 - AGI do item 16 e Proporção de respostas por alternativa.



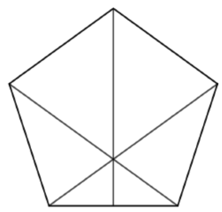
Fonte: Autor, 2020.

5.1.17 Item 17

Este item (Figura 39) apresenta um problema em que o candidato precisa de habilidades em diferenciar triângulos quanto aos lados bem como demais propriedades dele.

Figura 39 - Item 17 e solução.

[17] A figura abaixo representa um pentágono regular, duas de suas diagonais e um segmento ligando um de seus vértices ao ponto médio do lado oposto a este vértice. Quantos triângulos isósceles aparecem na figura?

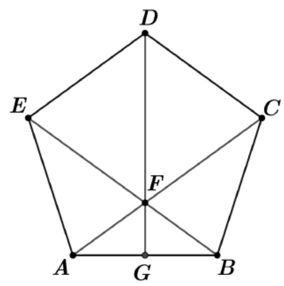


(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

Solução

Resposta: D

Na Figura aparecem 9 triângulos: ABC, ABE, ABF, AFG, AEF, DEF, CDF, BCF e BFG. Destes, apenas AFG e BFG não são isósceles.



Vejamos, ABC e ABE são isósceles porque $AB = BC$ e $AB = AE$, já que $ABCDE$ é regular.
Quanto a ABF verifica-se facilmente que é isósceles por argumentos de simetria.
Vamos provar que BCF é isósceles. Utilizando o fato de que ABC é isósceles de base AC e de que ABF é isósceles de base AB, concluímos que $C\hat{A}B = A\hat{C}B = F\hat{A}B = F\hat{B}A = \alpha$. Assim, pelo teorema do ângulo externo, $B\hat{F}C = 2\alpha$ e como a soma dos ângulos internos de BCF deve ser igual a $180°$, então $C\hat{B}F = 180° - 3\alpha$. Portanto, como $A\hat{B}C = A\hat{B}F + C\hat{B}F$ e cada ângulo interno de um pentágono regular mede $108°$, temos $A\hat{B}C = 180° - 2\alpha = 108°$, de modo que $\alpha = 36°$. Desta forma $B\hat{F}C = 2\alpha = 72° = 180° - 3\alpha = C\hat{B}F$. Logo, BCF é isósceles de base BF. Por argumento análogo prova-se que AEF é isósceles de base AF.
Para provar que CDF é isósceles (a prova para DEF se faz de forma completamente análoga) basta observarmos que CD=BC, pois são lados do pentágono regular e que BC=CF uma vez que já provamos que BCF é isósceles de base BF. Logo CD=CF e, portanto, CDF é isósceles de base DF.
Quanto aos triângulos AFG e BFG, percebe-se facilmente que não são isósceles, pois são ambos retos em G e temos $G\hat{A}F = G\hat{B}F = \alpha = 36° \neq 45°$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

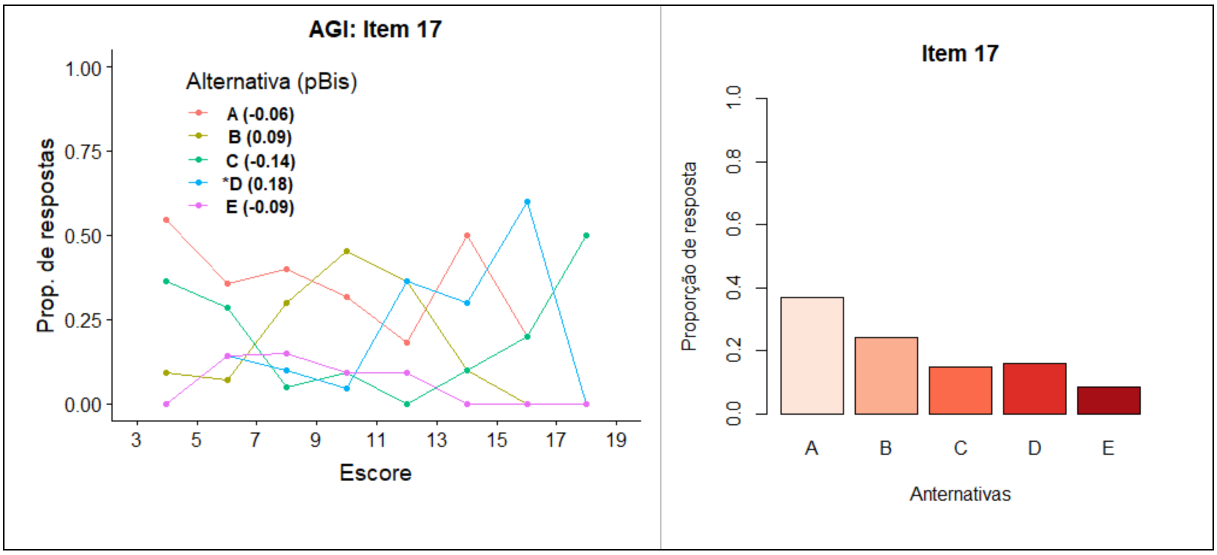
Apesar de exigir um conteúdo relativamente simples, o item 17 foi o terceiro mais difícil para os respondentes, com apenas 15,8% de acertos, posicionando na categoria de item difícil, bem próximo do limite para a categoria seguinte de item muito difícil.

Também está bem abaixo de ser considerado um item com bom poder discriminativo, com apenas 0,217 está classificado com item marginal, sujeito a reelaboração.

A AGI (Figura 40) reforça esse fato, ao mostrar que os melhores resultados da questão se apresentaram entre os candidatos/ professores de desempenho mediano - com escore entre 12 e 16 -, mas nada expressivo, pois alcançam no máximo 50% de respondentes com esse escore acertando a questão. Os demais candidatos/ professores dessa classe optaram pelo distrator A, levando-o a ter 40% dos candidatos/ professores assinalando essa alternativa.

Ademais, 0% de candidatos/ professores com alto desempenho acertaram a questão, optando pelo distrator C, com 50% de respondentes dessa classe assinalando essa questão. Nota-se um alto índice de erros em candidatos/ professores com médio e alto desempenho em um item que aborda conteúdos que englobam a Geometria do Ensino fundamental, reforçando sua importância no currículo da Educação básica, e na formação do cidadão crítico.

Figura 40 - AGI do item 17e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.18 Item 18

O item 18 (Figura 41) exige o domínio de conceitos e procedimentos sobre áreas, Teorema de Pitágoras e equação do segundo grau. Portanto, além de exigir habilidades voltadas para a geometria, exige domínio de conhecimentos algébricos. Na situação proposta, o respondente deve aplicar corretamente o Teorema de Pitágoras, equacionar o problema e calcular corretamente o valor que maximiza a função. Vale ressaltar que esses conceitos costumam ser privilegiados no ensino escolar de matemática e, portanto, espera-se que os professores tenham pleno domínio sobre eles.

Figura 41 - Item 18 e solução.

[18] Um triângulo retângulo ABC, possui hipotenusa BC de medida 6cm. A maior área possível, em cm^2, para ABC é

(A) 9 (B) $\sqrt{83}$ (C) $\sqrt{87}$ (D) 10 (E) 12

Solução
Resposta: A
Indicando por b e c as medidas dos catetos, temos que $b^2 + c^2 = 36$.
Assim a área, dada por $A = \dfrac{b \cdot c}{2}$, será a maior possível se, e somente se, $A^2 = \dfrac{b^2 \cdot c^2}{4} = \dfrac{b^2 \cdot (36 - b^2)}{4}$ assumir o maior valor.
Logo vamos analisar A^2.
Colocando $b^2 = t$, segue que $A^2 = \dfrac{t(36-t)}{4}$ terá valor máximo quando $t = 18$.
Portanto, $b^2 = 18$, $A^2 = \dfrac{18 \cdot 18}{4} = 81$ e $A = 9$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

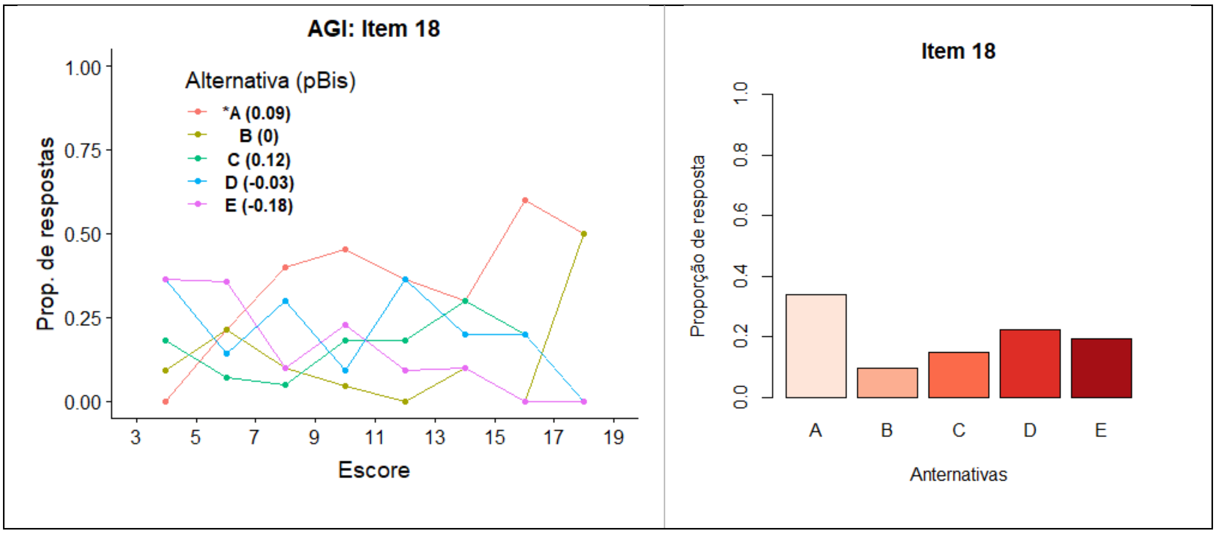


Figura 42 - AGI do item 18 e Proporção de respostas por alternativa.

Fonte: Autor, 2020.

De acordo com parâmetros da TCT o item possui dificuldade mediana, sendo respondido corretamente por 34% dos professores submetidos a prova. Apesar de não ser difícil, o item não tem bom poder discriminativo, pois possui correlação ponto Bisserial com o escore total na ordem de 0,217.

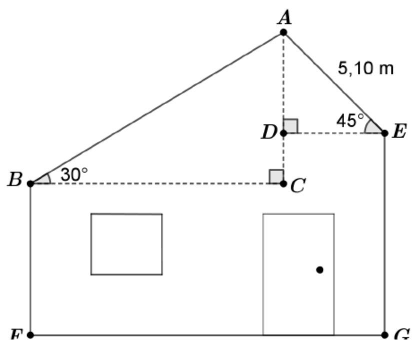
A AGI (Figura 42) apresentada mostra destaque para o distrator C, cuja correlação p_{bis} é positiva e maior que a medida de p_{bis} do gabarito. Tal constatação indica mais uma vez uma tendência por parte dos alunos de obtiveram um bom desempenho na prova a optarem por uma alternativa errônea.

5.1.19 Item 19

O item 19 trata de um problema que envolve razões trigonométricas, bem como aproximação de números irracionais, exigindo do candidato conhecimentos algébricos e geométricos para resolução correta do item, como pode ser observado no item e solução, descrito na Figura 43.

Figura 43 - Item 19 e sua solução.

[19] Adotando $\sqrt{3} \approx 1{,}7$ e $\sqrt{2} \approx 1{,}4$ e sabendo que o segmento AC é dividido pelo ponto D na razão de 2 para 1 com $\overline{AD} > \overline{DC}$, podemos afirmar, com base nas informações contidas na figura, que representa a vista frontal d uma casa, que a largura $\overline{FG}$ da casa, em metros, é aproximadamente igual a



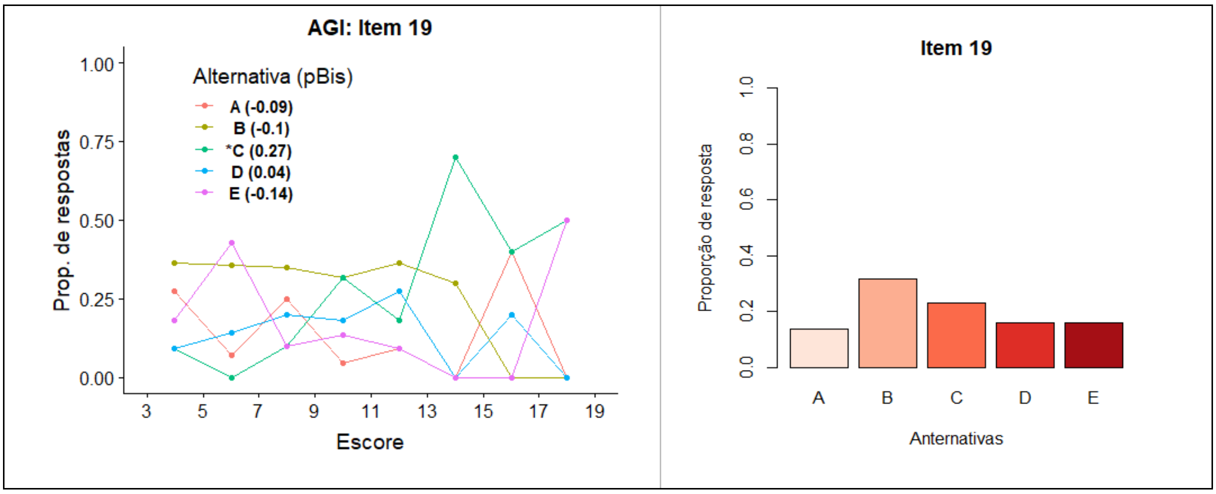
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

Solução
Resposta: C

Deseja-se saber o comprimento do segmento FG, ou seja, $\overline{FG} = \overline{BC} + \overline{DE}$. Sabemos que $cos\,45° = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$, concluímos qu $\overline{DE} \approx 3,57$. Como $\hat{A}$ e $\hat{E}$ são complementares, $\hat{A} = 45°$, de modo que ADE é isósceles e, portanto, $\overline{AD} = \overline{DE}$. Como a razã entre $\overline{AD}$ e $\overline{DC}$ é de 2 para 1, então $\overline{DC} = \dfrac{\overline{DE}}{2} \approx 1,79$. Assim, $\overline{AC} = \overline{AD} + \overline{DC} = 5,36$. Como $tg\,30° = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$ temos qu $\overline{BC} \approx 9,46$. Portanto, $\overline{FG} \approx 9,46 + 3,57 = 13,03$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 44 - AGI do item 19 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

Seguindo a tendência dos demais itens que abordam conteúdos geométricos, este item apresentou um alto índice de dificuldade para esse grupo de candidatos/ professores, com somente 23,16% de acertos por parte do grupo. Em contrapartida, o item teve um alto poder discriminatório, apresentando o terceiro maior índice de discriminação entre os itens da prova, com 0,380, categorizando-o como um item bom, sujeito a aprimoramento.

A AGI (Figura 44) revela que em torno de 38% dos candidatos/ professores com desempenho ruim - escore entre 4 e 12 - assinalaram o distrator B, fato que levou essa alternativa a ter o maior número de candidatos/ professores optando por ele. Ademais, os candidatos/ professores com desempenho entre médio e bom desempenho no Exame - escores entre 13 e 15 - tiveram o maior aproveitamento na questão, chegando a atingir 75% dos respondentes dessa classe acertando a questão, tendo uma queda de 50% de aproveitamento para candidatos/ professores com alto desempenho, o que denota a necessidade de aprimorar o item.

5.1.20 Item 20

Na situação proposta (Figura 45) os respondentes devem utilizar métodos de contagem elementares. Exige dos sujeitos habilidade sobre conhecimentos numéricos. Para resolver o problema bastaria separar a contagem em dois casos e somá-los.

Figura 45 - Item 20 e sua solução.

[20] Quantos números pares com quatro algarismos distintos existem?

(A) 1848 (B) 2230 (C) 2268 (D) 2296 (E) 2520

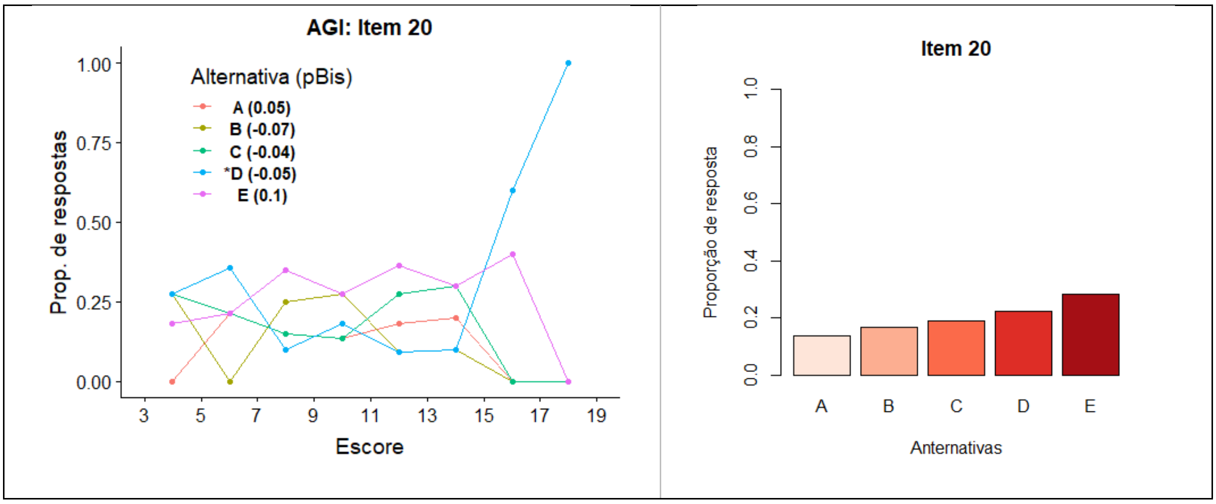
Solução

Resposta: D
Começamos a contagem pelos números que terminam com zero : $a_1a_2a_30$. Temos 9 escolhas para a_1. A partir daí 8 escolhas para a_2 e 7 para a_3. Portanto, um total de $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$.
Agora, a contagem dos números que terminam com $2, 4, 6$ ou 8 : $a_1a_2a_3a_4$. Temos 4 escolhas para a_4. A partir daí, 8 escolhas para a_1 (descartamos o zero), 8 para a_2 e 7 para a_3. Assim temos um total de $4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 = 1792$.
A resposta é igual a $504 + 1792 = 2296$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

É interessante notar que apesar de ser uma contagem simples, apenas 22,11% responderam o item corretamente. Medida de correção P_{bis} (0,1) para o distrator E **(**Figura 46) indica uma parcela de candidatos/ professores com elevado escore estão tendo dificuldade em situações de contagem como a apresentada.

Figura 46 - AGI do item 20 e Proporção de respostas por alternativa.



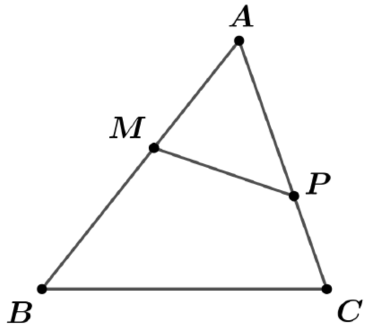
Fonte: Autor, 2020.

5.1.21 Item 21

O item 21 exige do candidato conhecimentos algébricos e geométricos sobre propriedades e semelhanças de ângulos e triângulos. Os raciocínios empregados para sua resolução requerem o emprego de poucos conceitos (Figura 47).

Figura 47 - Item 21 e sua solução.

[21] Os triângulos ABC e AMP da figura abaixo são semelhantes e os lados MP e BC não são paralelos.



É sempre correto afirmar que:

(A) Os triângulos ABC e BPC são semelhantes.

(B) Os triângulos BPC e BMP são semelhantes.

(C) Os ângulos $A\hat{M}P$ e $A\hat{B}P$ são suplementares.

(D) Os ângulos $A\hat{B}C$ e $M\hat{P}C$ são suplementares.

(E) Os ângulos $M\hat{P}B$ e $M\hat{B}P$ são congruentes.

Solução
Resposta: D
De acordo com o enunciado, temos que os ângulos $A\hat{M}P$ e $A\hat{C}B$ são congruentes; o mesmo ocorrendo com os ângulos $A\hat{P}M$ e $A\hat{B}C$. Segue-se então que os ângulos $A\hat{B}C$ e $M\hat{P}C$ são suplementares.

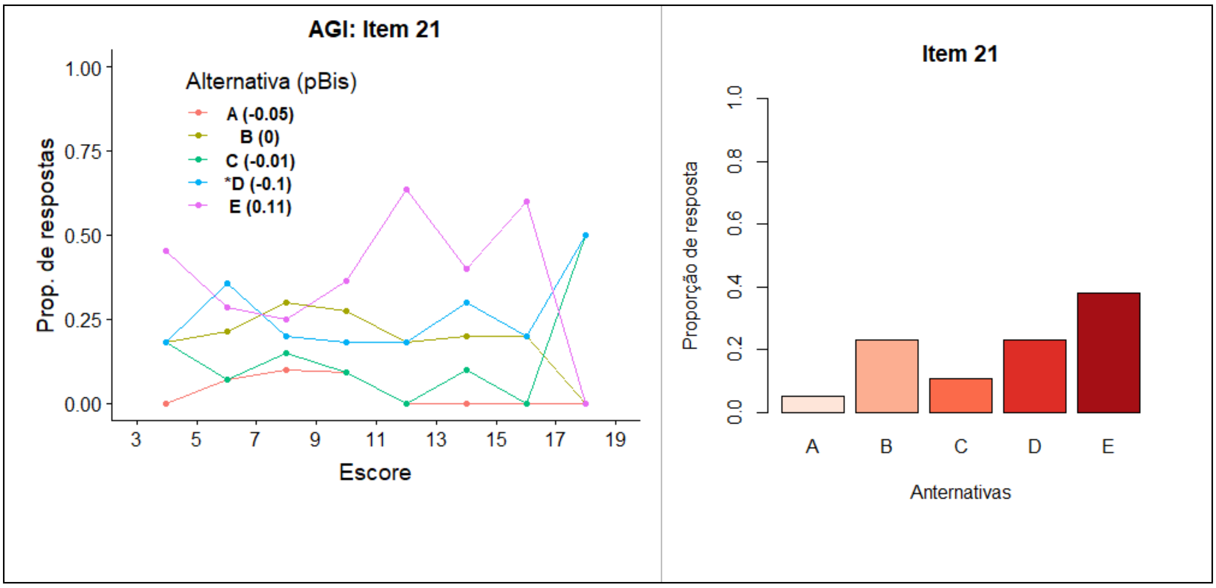
Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Assim como os demais itens que abordam Geometria, nota-se um alto índice de dificuldade para o grupo de candidatos/ professores, tendo como agravante que os tópicos abordados são considerados elementares para a Educação básica, com apenas 23,16% de candidatos/ professores acertando a questão.

Esse item apresentou o menor índice de discriminação entre todos do Exame, com apenas 0,017, sendo categorizado como um item deficiente, devendo ser rejeitado. A AGI (Figura 48) reforça o que revelam esses dados, pois nota-se que os candidatos/ professores com médio e bom desempenho - escore entre 11 e 16 - chegam a atingir mais de 70% dos candidatos/ professores assinalando o distrator E e 50% dos candidatos/ professores com alto desempenho - escores entre 17 e 19 - optando pelo distrator C.

Ademais, cerca de 40% de candidatos/ professores com mau desempenho - escores entre 5 e 7 - assinalaram a alternativa correta D. Cerca de 25% dos respondentes assinalaram a alternativa B, mas esta não apresenta correlação bisserial com o escore total, mostrando que um grupo significativo marcou aleatoriamente uma das alternativas. Essas oscilações denotam que esse item não consegue separar candidatos/ professores mais bem preparados dos demais, e continuam a revelar um quadro preocupante no desempenho desses candidatos/ professores, nos tópicos que abrangem a Geometria.

Figura 48 - AGI do item 21e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.22 Item 22

Esse item (Figura 49) aborda conhecimentos numéricos sobre porcentagens, conteúdo abrangido pelo tópico de Razão e proporção, bem como operações básicas como radiciação e multiplicação.

Os respondentes do Exame apresentaram índice de dificuldade de 38,95% nesse item, categorizando-o como de dificuldade mediana para esse grupo. Além disso, o item teve índice de discriminação de 0,371, considerado bom, porém dentro da categoria como um item sujeito a ser aprimorado.

Figura 49 - Item 22 e solução.

[22] Considere as seguintes afirmações sobre porcentagem:

I. $\sqrt{144\%} = 12\%$.

II. $\sqrt[3]{12{,}5\%} = 50\%$

III. $3\% \cdot 5\% = 15\%$.

É correto o que se afirma em

(A) II, apenas.

(B) I e II, apenas.

(C) I e III, apenas.

(D) III, apenas.

Solução

Resposta: A

Temos que

$$\sqrt{144\%} = \sqrt{\frac{144}{100}} = \frac{12}{10} = \frac{120}{100} = 120\%,$$

$$\sqrt[3]{12,5\%} = \sqrt[3]{\frac{12,5}{100}} = \sqrt[3]{\frac{125}{1000}} = \frac{5}{10} = \frac{50}{100} = 50\%$$

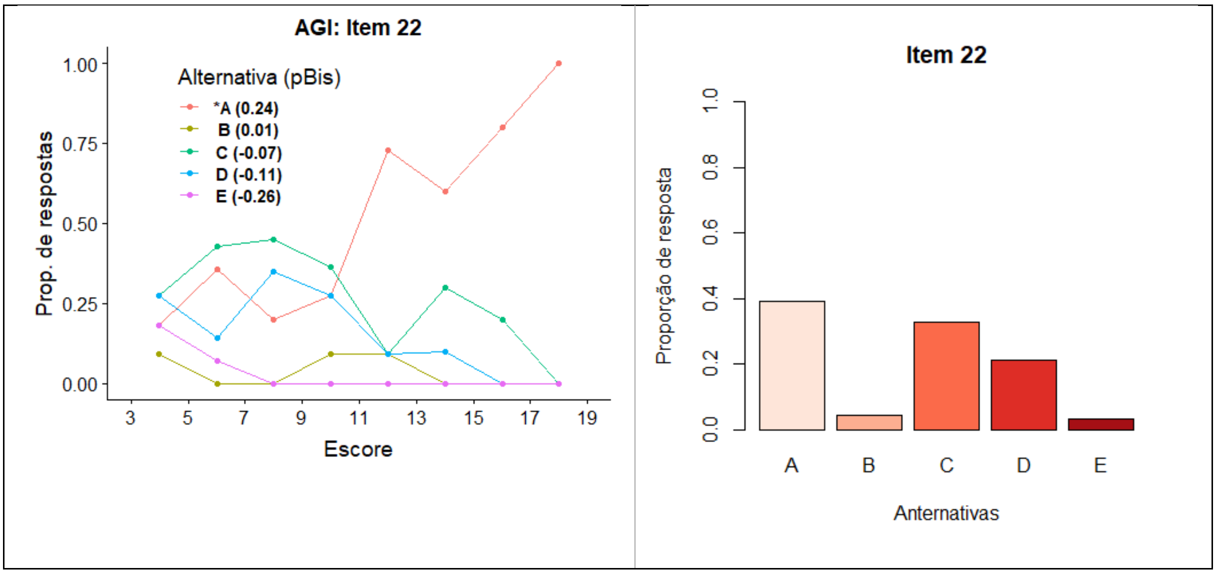
e

$$3\% \cdot 5\% = \frac{3}{100} \cdot \frac{5}{100} = \frac{15}{100} \cdot \frac{1}{100} = 0,15\%.$$

Portanto, apenas II está correta.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 50 - AGI do item 22 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

Na AGI (Figura 50) podemos destacar que cerca de 40% dos candidatos/ professores assinalaram a alternativa correta, e essa tendência predomina na correlação bisserial entre os candidatos/ professores de bom e alto desempenho – escores entre 11 e 19 – chegando a 100% para os candidatos/ professores de escore máximo. Chama atenção o fato de cerca de 35% dos candidatos/ professores com desempenho ruim, assinalaram o distrator C e em menor proporção o distrator D, demonstrando que um grupo de candidatos/ professores apresenta deficiências na aplicação dos conceitos de porcentagem, já frisado anteriormente a importância desse conceito na formação do indivíduo.

5.1.23 Item 23

Esse item exigia dos candidatos/ professores conhecimentos numéricos e algébricos envolvendo o tópico de Razão e proporção, mais especificamente o conteúdo de Porcentagem, conforme por ser observado na Figura 51.

Figura 51 -Item 23 e sua solução.

[23] No mês de janeiro um lojista aumentou o preço das roupas em 10% e em fevereiro aumentou o novo preço em mais 10%. No mês de março resolveu fazer uma liquidação e ofereceu um desconto de 20%. Em relação ao preço antes dessas três alterações, podemos afirmar que

(A) houve uma diminuição de $3,2\%$.

(B) houve um aumento de $3,2\%$.

(C) houve um aumento de $3,9\%$.

(D) houve uma diminuição de $3,9\%$.

(E) permaneceu o mesmo.

Solução
Resposta: A

Seja x o preço inicial de uma roupa. Em janeiro, passou a custar $x + \frac{10}{100}x = 1,1x$.

Em fevereiro, $1,1x + \frac{10}{100}1,1x = 1,21x$.

Em março, $1,21x - \frac{20}{100}1,21x = 0,968x = (1 - 0,032)x = x - \frac{3,2}{100}x$.

Portanto, houve uma diminuição de $3,2\%$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

O item apresentou um índice de dificuldade de 62,11%, portanto para esse grupo o item pode ser considerado de média dificuldade, porém próxima do limite de ser considerada fácil.

Com um índice de discriminação de 0,260, podemos inferir que o item precisa ser reelaborado, pois com esse baixo poder discriminatório, sugere que houve uma tendência de que candidatos/ professores com alto, médio e baixo desempenho assinalaram a alternativa correta A, não separando satisfatoriamente esses grupos de respondentes.

Analisando a AGI (Figura 52), podemos constatar que essa tendência se concentrou entre os candidatos/ professores de desempenho mediano – escores entre 9 e 14 -, alcançando quase 100% para candidatos/ professores com escore 12, ao passo que candidatos/ professores com alto desempenho – escores entre 15 e 19 - , esse desempenho cai para próximo de 50%, com alta correlação bisserial para esses candidatos/ professores para os distratores B e D, reforçando o fato de que esse pode ser considerado um item marginal. Ademais, assim como os outros itens que versam sobre esse tópico, esse quadro sugere se faz necessário um conhecimento mais sólido por parte dos candidatos/ professores nesse importante tópico matemático.

Figura 52 - AGI do item 23 e Proporção de respostas por alternativa.

Fonte: Autor, 2020.

5.1.24 Item 24

O item 24 exige que os candidatos/ professores tenham domínio de métodos contagem. O item em questão é apresentado na

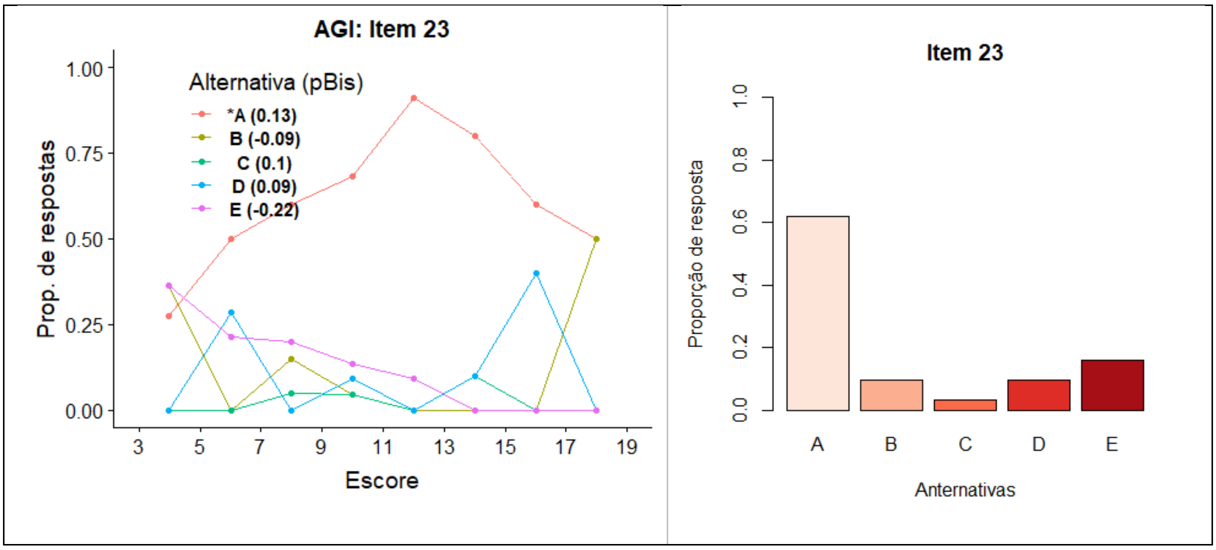


Figura 53.

Figura 53 - Item 24 e sua solução.

[24] Em um estacionamento há 5 vagas exclusivamente para carros e 7 vagas mais estreitas exclusivamente para motos. De quantas formas é possível estacionar 3 carros e 4 motos nessas vagas?

(A) 25.200

(B) 50.400

(C) 52.000

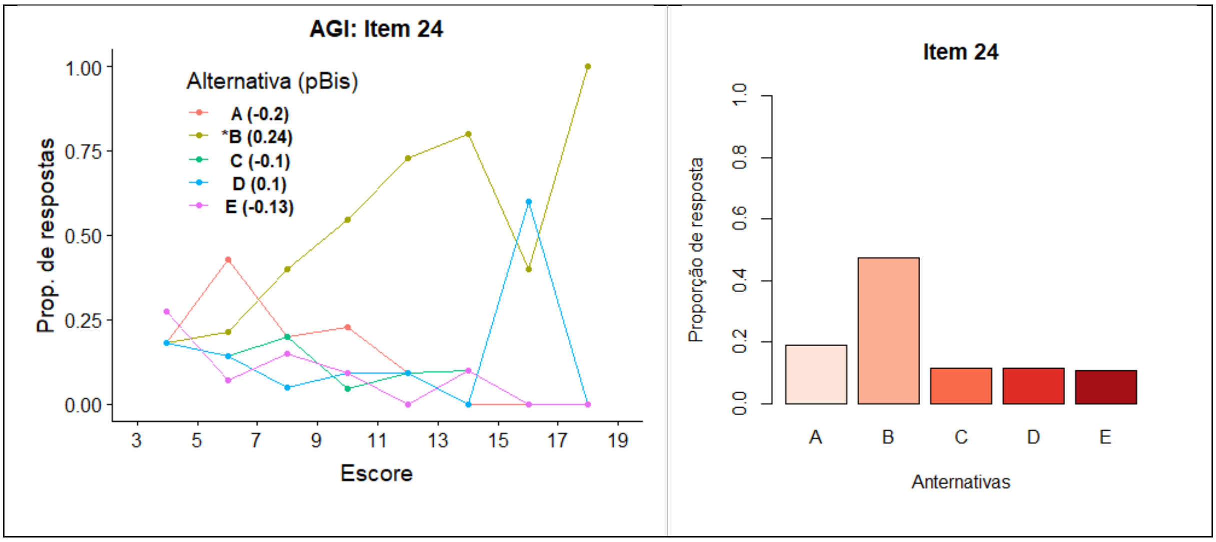
(D) 100.800

(E) 104.000

Solução
Resposta: B
Para o primeiro carro a ser estacionado temos 5 possibilidades de escolha. Uma vez estacionado o primeiro carro, sobram 4 escolhas para o segundo, logo temos $5 \cdot 4 = 20$ possibilidades para estacionar dois carros. Para cada uma destas possibilidades sobram três vagas para o terceiro carro. Logo, o número total de possibilidades para o estacionamento dos carros é igual a $20 \cdot 3 = 60$.
De modo análogo, temos $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$ possibilidades para estacionar as motos.
Para cada uma das 60 possibilidades do estacionamento dos carros temos 840 escolhas para o estacionamento das motos, portanto a resposta é igual a $60 \cdot 840 = 50.400$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 54 - AGI do item 24 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

O item teve índice de dificuldade de 47,37% para esse grupo de candidatos/ professores, categorizando-o como de média dificuldade. Quanto ao índice de discriminação, que foi de 0,365, o item pode ser considerado bom, sendo necessário algum aprimoramento.

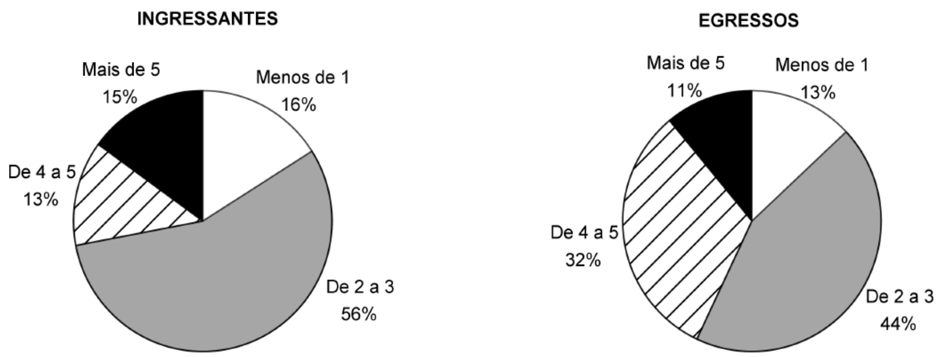
Esse bom poder discriminatório pode ser notado na AGI (Figura 54), ela mostra que houve uma tendência entre os candidatos/ professores de baixo desempenho em optar pelo distrator A, alcançando a segunda maior proporção de candidatos/ professores assinalando-a, abaixo apenas da alternativa correta B. É importante frisar nesse item também que candidatos/ professores de alto desempenho erraram o item, chegando a mais de 50% de erros para candidatos/ professores com escore 16, ao passo que houve uma alta para o distrator D. Porém, em seguida o item retoma seu bom poder discriminatório e alcança 100% de acertos em candidatos/ professores com escore máximo.

5.1.25 Item 25

Esse item exigia dos respondentes conhecimentos e habilidades em trabalhar com dados estatísticos, conforme explicitado a Figura 55.

Figura 55 - Item 25 e sua solução.

[25] Uma pesquisa sobre renda familiar foi realizada com os alunos ingressantes de um curso e mais tarde com aqueles que conseguiram concluí-lo.



Sabendo que houve evasão durante o curso e que, ao longo deste, alguns alunos mudaram sua faixa de renda, podemos afirmar, com base nos gráficos e no fato de que novos alunos não mais adentraram no curso desde então, que:

(I) certamente houve diminuição no número de alunos que recebiam mais de 5 salários mínimos do início para o final do curso.

(II) 12% dos alunos que recebiam de 2 a 3 salários mínimos não concluíram o curso.

(III) é possível que a quantidade de alunos que recebiam de 4 a 5 salários mínimos quando concluíram o curso seja menor do que a quantidade de alunos que, quando ingressaram, pertenciam a esta faixa de renda.

É correto o que se afirma em:

(A) I, apenas.

(B) II, apenas.

(C) I e III, apenas.

(D) II e III, apenas.

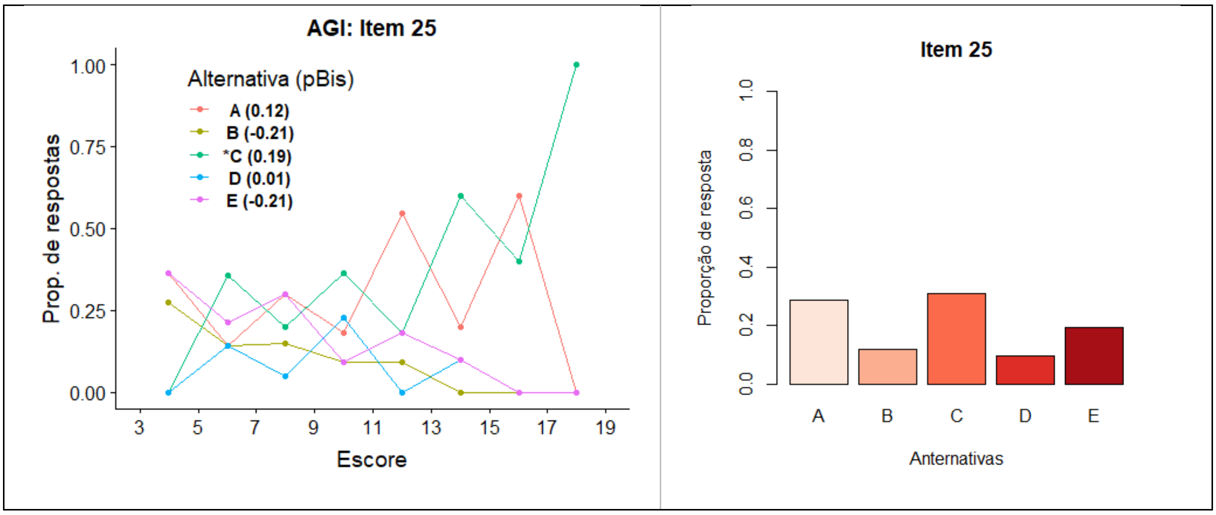
(E) I, II e III.

Solução
Resposta: C
Como o total de alunos do curso diminuiu, em valor absoluto, com a evasão, e também o percentual de alunos que recebem mais de 5 salários mínimos diminuiu, então, certamente houve diminuição do número de alunos nesta faixa de renda, logo (I) é verdadeira.
Já a afirmação (II) é falsa, pois mesmo que não houvesse evasão entre aqueles que recebiam de 2 a 3 salários mínimos, o fato de que alguns alunos mudarem sua faixa de renda seria suficiente para justificar uma redução no percentual de alunos nesta faixa de renda.
Agora a assertiva (III) é verdadeira, porque se, por exemplo, tivessem ingressado 300 alunos no curso e evadido 200, teríamos inicialmente 39 alunos (13% de 300) recebendo de 4 a 5 salários e teriam concluído o curso apenas 32 alunos (32% de 100) nesta faixa de renda.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Com um índice de dificuldade de 30,85%, esse foi mais um item que ficou categorizado como de média dificuldade, porém bem próximo do limite de ser classificado como difícil. Além disso, apresentou um índice de discriminação de 0,316. Esse índice o coloca como um item bom, sujeito a aprimoramento.

Figura 56 - AGI do item 25 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

A AGI (

Figura 56) mostra que além da alternativa correta C, boa parte dos candidatos/ professores com baixo desempenho no Exame optaram pela alternativa E, e uma oscilação entre a alternativa correta C e o distrator A entre os candidatos/ professores de médio e alto desempenho, atingindo 100% de aproveitamento entre os candidatos/ professores de escore máximo.

5.1.26 Item 26

Esse item versava sobre o tópico de Probabilidade, exigindo dos candidatos/ professores sólidos conhecimento nesse conteúdo.

Figura 58 – Item 26 e sua solução.

[26] Uma prova possui 30 questões de múltipla escolha, cada questão possui 5 itens, dentre os quais há sempre um único item correto. Se João acertou todas as 26 questões que sabia resolver e marcou aleatoriamente todas as que não sabia, qual é a probabilidade de João errar no máximo uma questão?

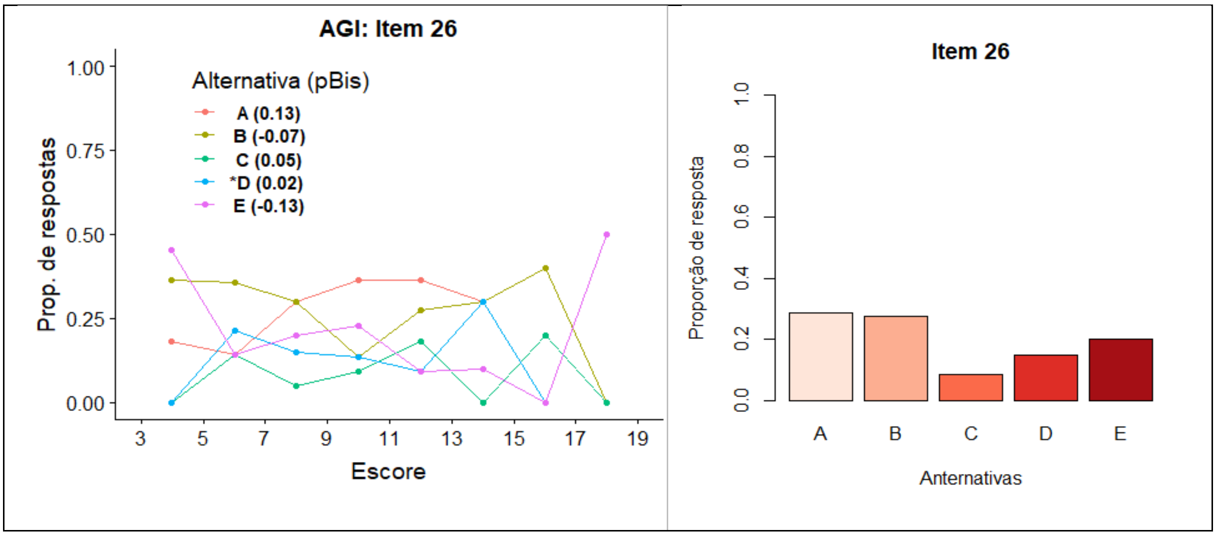
(A) $\frac{1}{625}$ (B) $\frac{16}{625}$ (C) $\frac{21}{625}$ (D) $\frac{17}{625}$ (E) $\frac{624}{625}$

Solução
Resposta: D
Já sabemos que João acertou 26 questões, então há apenas 4 questões que ele pode errar na prova. Como cada questão possui 5 itens, dos quais apenas um é correto, a probabilidade de João errar uma questão é igual a $\frac{4}{5}$ e a de ele acertar é igual a $\frac{1}{5}$. Assim, a probabilidade de João errar no máximo uma questão corresponde a probabilidade de ele acertar todas as questões, que é igual a $\left(\frac{1}{5}\right)^4$ mais a probabilidade de ele errar uma única questão, que é igual a $4 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3$, isto é, $\frac{1}{625} + \frac{16}{625} = \frac{17}{625}$.

Fonte: Autor, 2020.

Esse item (Figura 59), entre todos do Exame, foi o que apresentou o maior índice de dificuldade para os candidatos/ professores. Esse índice foi de apenas 14,89%, classificando o item como difícil, próximo ao limite de ser considerado muito difícil. Essa tendência foi seguida pelo índice de discriminação, que foi de 0,117, somente, categorizando esse item como deficiente, devendo ser rejeitado.

Figura 59 - AGI do item 26 e Proporção de respostas por alternativa



Fonte: Autor, 2020.

A AGI (Figura 59) mostra uma tendência entre os candidatos/ professores em optarem erroneamente pelos itens A, B e E. Essa análise somada as oscilações nos coeficientes bisseriais, mostram uma falta de habilidade coletiva entre os candidatos/ professores em resolver situações problemas envolvendo probabilidade.

5.1.27 Item 27

Assim como o anterior, esse item exige dos candidatos/ professores conhecimentos sobre Probabilidade, como mostra a Figura 60 com o item e sua solução.

Além disso, apresentou alto grau de dificuldade para os respondentes. Com somente 26,88%, esse item classificou-se como difícil. O item também apresentou baixo poder discriminatório de apenas 0,276, estando na categoria de item marginal, sujeito a reelaboração, mas não muito longe da classe de itens que deveriam ser rejeitados.

A AGI (Figura 61) mostra que boa parte dos candidatos/ professores com baixo desempenho optaram pelos distratores A e C, sugerindo algum erro de interpretação ou “pegadinha”. Nos candidatos/ professores de médio desempenho a correlação bisserial apresenta muitas oscilações, sugerindo que houve candidatos/ professores marcando aleatoriamente uma das alternativas. Verifica-se também que somente os candidatos/ professores com alto desempenho – escores entre 16 e 19 – acertaram o item, reforçando o fato de ser uma questão que abordava o mesmo conteúdo do item anterior, porém com menor grau de dificuldade, ainda assim, revela um quadro preocupante no tocante a esse tópico.

Figura 60 - Item 27 e sua solução.

[27] Um dado não viciado é lançado duas vezes. Neste contexto, 25% é a probabilidade de

(A) obter um número par e um número ímpar, independentemente da ordem em que aconteçam.

(B) obter dois números menores do que 3.

(C) obter dois números de mesma paridade (ambos pares ou ambos ímpares).

(D) o resultado do segundo lançamento ser menor que o do primeiro.

(E) obter dois números pares.

Solução
Resposta: E
O espaço amostral é formado por todos os pares de resultados possíveis. Como em cada lançamento há 6 possibilidade número de casos possíveis é $6 \cdot 6 = 36$, todos com a mesma possibilidade de ocorrência.

(A) No primeiro lançamento temos 6 possibilidades. Para cada escolha, como a paridade no segundo lançamento tem ser diferente, temos 3 possibilidades, logo 18 casos favoráveis. Portanto, a probabilidade, neste caso, é igual a $\frac{18}{36} =$

(B) No primeiro lançamento temos 2 possibilidades e no segundo também 2 possibilidades, logo 4 casos favoráveis. Porta a probabilidade, neste caso, é igual a $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

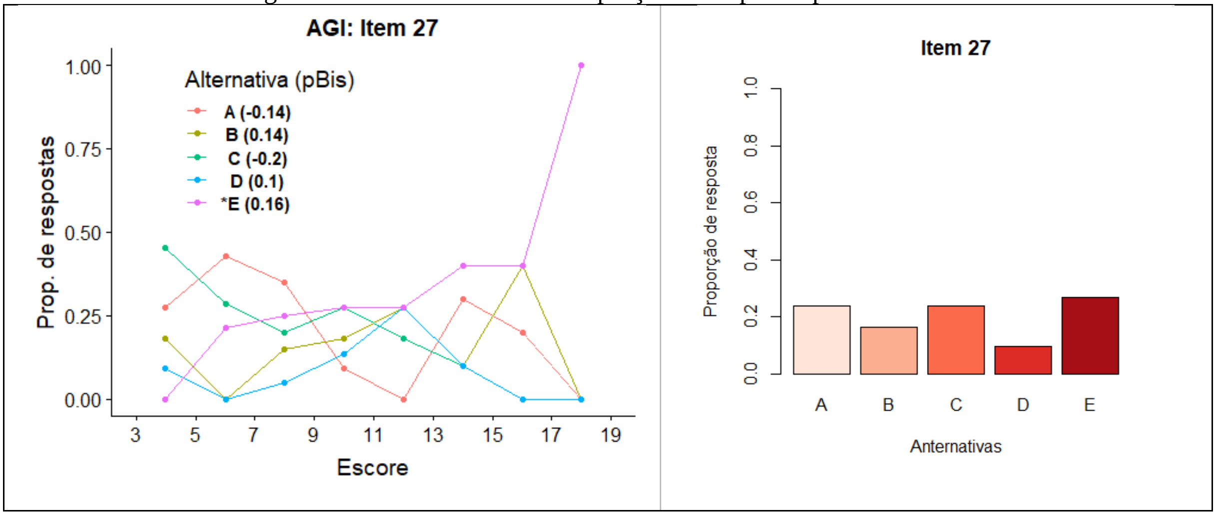
(C) Usando o item (A) concluimos que a probabilidade, neste caso, é igual a $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

(D) O número de casos favoráveis é igual a $\frac{36-6}{2} = 15$. A probabilidade, neste caso, é igual $\frac{15}{36}$.

(E) No primeiro lançamento temos 3 possibilidades e no segundo também 3 possibilidades, logo 9 casos favoráveis. Porta a probabilidade, neste caso, é igual a $\frac{9}{36} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100}$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Figura 61 - AGI do item 27 e Proporção de respostas por alternativa.



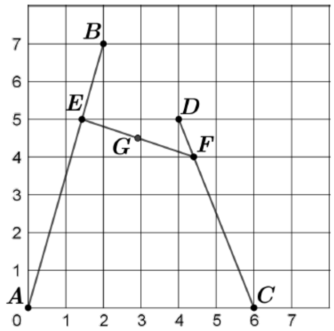
Fonte: Autor, 2020.

5.1.28 Item 28

Esse item exigia dos candidatos/ professores conhecimentos algébricos e geométricos sobre Semelhanças de triângulos, bem como noções de Geometria analítica, como pode ser observado na Figura 62 o item e sua solução.

Figura 62 - Item 28 e sua solução.

[28] Sendo A, B, C e D pontos de coordenadas inteiras e E e F os pontos de interseção dos segmentos AB e CD com as linhas horizontais da malha, podemos afirmar que a abscissa do ponto médio G do segmento EF é dada por:



(A) $\frac{20}{7}$

(B) $\frac{102}{35}$

(C) $\frac{29}{10}$

(D) $\frac{32}{11}$

(E) $\frac{62}{21}$

Solução

Resposta: B

Sejam I, J, K e L, respectivamente, os pontos de coordenadas $(2, 0)$, $(4, 0)$, $(2, 5)$ e $(4, 4)$. Podemos afirmar, a partir da semelhança dos triângulos ABI e EBK que o segmento EK mede $\frac{4}{7}$ e que, portanto, a abscissa x_1 do ponto E é dada por $x_1 = 2 - \frac{4}{7} = \frac{10}{7}$. Tendo em vista também a semelhança dos triângulos CDJ e FDL concluímos que o segmento LF mede $\frac{2}{5}$ e que, portanto, a abscissa x_2 do ponto F é dada por $x_2 = 4 + \frac{2}{5} = \frac{22}{5}$. Como G é ponto médio de EF, então a abscissa x de G corresponde a média aritmética das abscissas de E e de F. Desse modo temos:

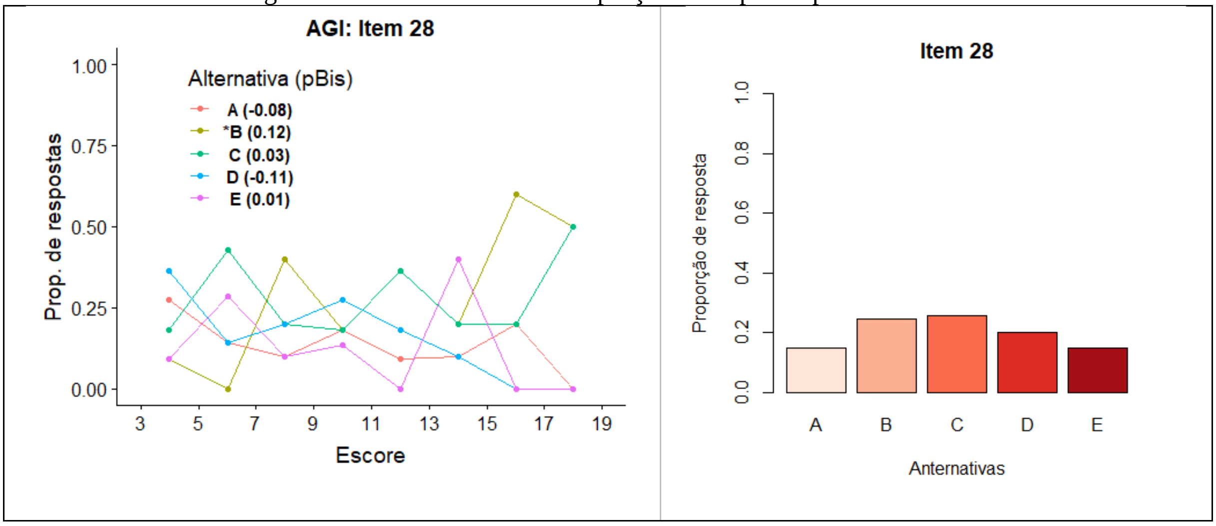
$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{102}{35}.$$

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Esse item categorizou-se como difícil para esse grupo de respondentes, conforme pode ser verificado ao analisar o índice de dificuldade de 24,47% apresentado pelo item. Com um baixo poder discriminatório, de apenas 0,24, apresentou-se como um item marginal, sujeito a reelaboração.

Na AGI (Figura 63) podemos notar que o distrator C, alternativa com maior proporção de candidatos/ professores optantes por essa alternativa, fica com quase 50% dos candidatos/ professores assinalando-a entre os que tiveram baixo e médio desempenho. Esse quadro se agrava entre os candidatos/ professores com alto desempenho, onde esse distrator fica acima dos 50% dos candidatos/ professores nessa faixa assinalando-a. Ademais, essa tendência de baixo desempenho desses candidatos/ professores nos itens que exigem conhecimentos geométricos vem à tona novamente.

Figura 63 - AGI do item 28 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

5.1.29 Item 29

Esse item exigia dos candidatos/ professores conhecimento numéricos em conceitos de Estatística, mostrado na Figura 64, explicitando seu item e solução.

Figura 64 - Item 29 e sua solução.

[29] As médias aritméticas das notas das turmas A e B são, respectivamente, iguais a 6 e 5. Sabendo que a turma A tem 30 alunos e a turma B tem 45 alunos, a média aritmética das notas dos 75 alunos das duas turmas é igual a

(A) $5,30$ (B) $5,35$ (C) $5,40$ (D) $5,42$ (E) $5,50$

Solução

Resposta: C

A média aritmética da turma A é dada por $M_A = \frac{S_A}{30}$, onde S_A é a soma das notas dos 30 alunos.

A média aritmética da turma B é dada por $M_B = \frac{S_B}{45}$, onde S_B é a soma das notas dos 45 alunos.

A média dos 75 alunos das turmas A e B é igual a

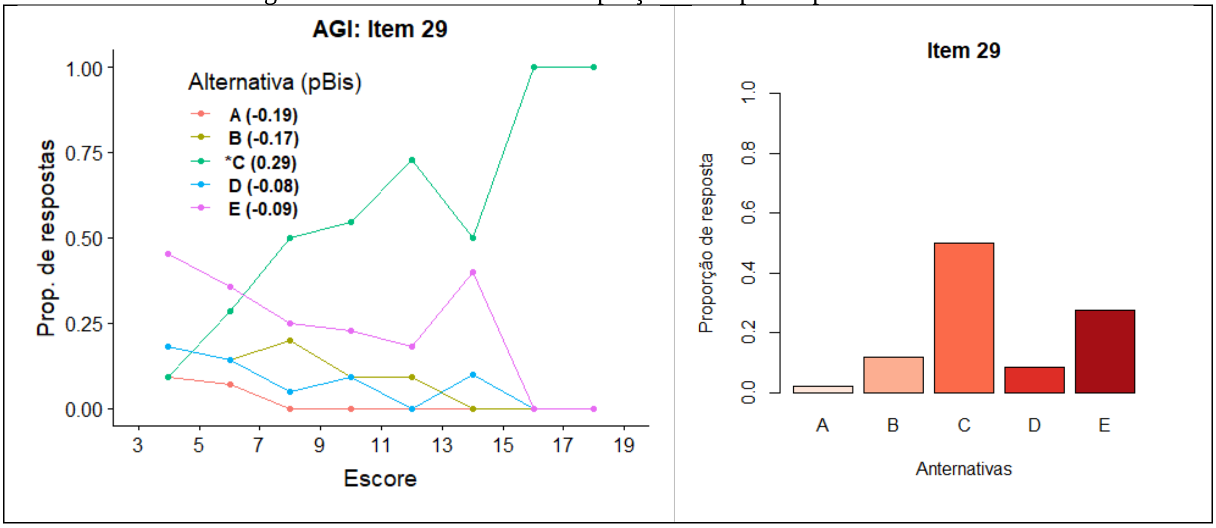
$$M = \frac{S_A + S_B}{75} = \frac{30}{75} \cdot \frac{S_A}{30} + \frac{45}{75} \cdot \frac{S_B}{45}$$

Como $M_A = 6$ e $M_B = 5$, obtemos $M = \frac{30}{75} \cdot 6 + \frac{45}{75} \cdot 5 = \frac{405}{75} = 5,40$.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

Esse item (Figura 65) apresentou índice de dificuldade de 50%, sendo considerado um item de média dificuldade. Esse foi um dos poucos itens que apresentaram um índice de discriminação satisfatório, com um valor de 0,418, esse item pode ser considerado bom em separar os candidatos/ professores com bom e mau desempenho no Exame.

Figura 65 - AGI do item 29 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

Esse fato pode ser observado ao analisar a AGI onde os candidatos/ professores de médio e alto desempenho (escores entre 8 e 19) tiveram, pelo menos, 50% de aproveitamento. Esse comportamento aumenta progressivamente até atingir 100% de aproveitamento entre os candidatos/ professores de escore máximo. O distrator, com maior proporção de candidatos/ professores assinalando-o, foi a opção E; tendência concentrada entre os candidatos/ professores de baixo desempenho (escores entre 4 e 7).

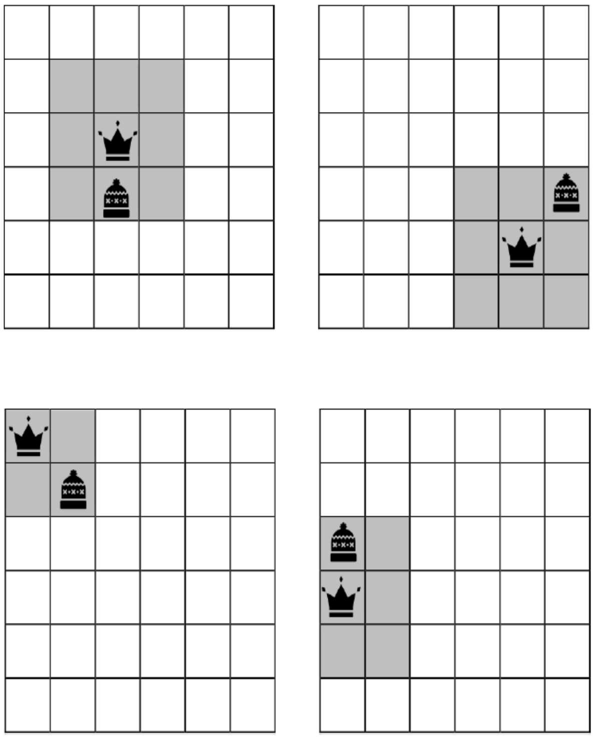
5.1.30 Item 30

Esse item exigia dos candidatos/ professores conhecimentos em Análise Combinatória, mas especificamente habilidades em Contagem, como pode ser observado na Figura 66, que mostra o item e sua solução.

Analisando esse item, podemos verificar que ele está entre os mais difíceis do Exame para os candidatos/ professores. Apenas 19,15% dos respondentes tiveram êxito na solução do item, categorizando-o como um item difícil. Somado a esse dado, o índice de discriminação de 0,199 revela um item deficiente, que deveria ser descartado do Exame para fins de separar os candidatos/ professores mais proficientes dos demais e um índice de confiabilidade abaixo do esperado, indicando que houve uma grande variância entre as respostas dos respondentes.

Figura 66 - Item 30 e sua solução.

[30] Duas peças distintas devem ser dispostas em um tabuleiro 6×6, de forma que não ocupem a mesma casa ou casas adjacentes, isto é, casas com um lado ou vértice em comum. Como exemplo, a figura abaixo mostra quatro situações que **não são admitidas**.



Observamos que, em cada uma das figuras acima, uma vez posicionada a peça com a coroa, as casas marcadas em cinza são todas aquelas onde a outra peça não poderia estar.
De quantas formas distintas é possível dispor as duas peças segundo as regras acima?

(A) 520 (B) 516 (C) 996 (D) 1032 (E) 1040

Solução
Resposta: E
Fixada a posição da coroa numa das 36 posições do tabuleiro, faremos a contagem das possibilidades de colocação da segunda peça, obedecendo as regras. Chamaremos de posições laterais as da primeira e última linha e as da primeira e última coluna, as outras posições serão chamadas de posições centrais.

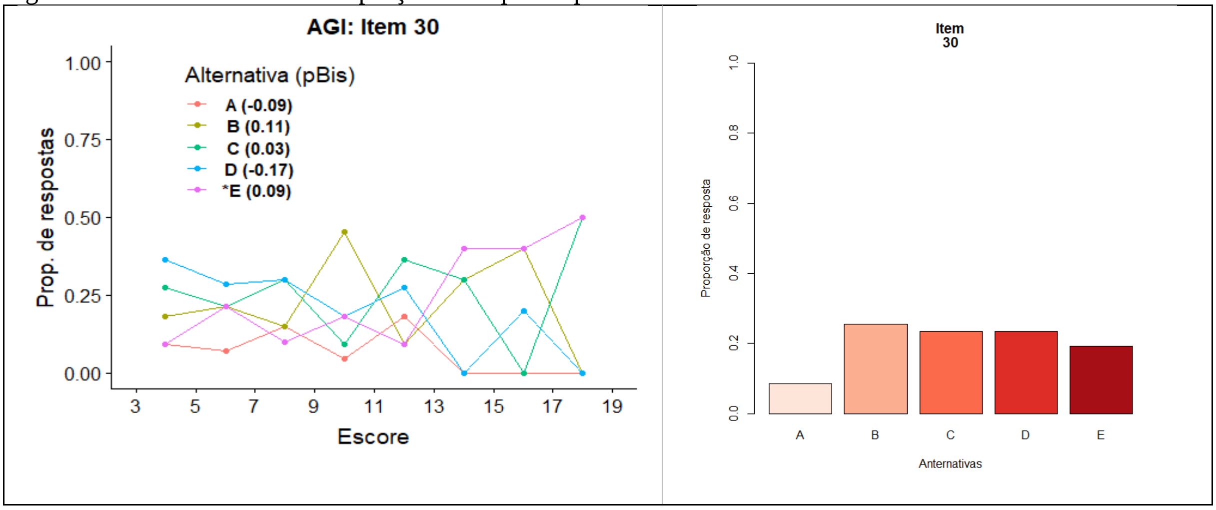
- Fixando a coroa numa das 16 posições centrais sobram $36 - 9 = 27$ posições para a segunda peça, logo temos $16 \cdot 27 = 432$ possibilidades.
- Fixando a coroa num dos 4 cantos das laterais sobram $36 - 4 = 32$ posições para a segunda peça, logo temos $4 \cdot 32 = 128$ possibilidades.
- Fixando a coroa nos 16 lugares restantes nas laterais sobram $36 - 6 = 30$ posições para a segunda peça, logo $30 \cdot 16 = 480$ possibilidades.

Portanto, temos um total de $432 + 128 + 480 = 1040$ possibilidades.

Fonte: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

A AGI (Figura 67) demonstra que houve uma variação entre as alternativas assinaladas: entre os candidatos/ professores de baixo desempenho (escores entre 4 e 8), houve uma tendência pelo distrator D, chegando a quase 40% dos respondentes desse nível optando pelo mesmo, concomitantemente, os candidatos/ professores de médio desempenho (escores entre 9 e 14) concentraram suas respostas nos distratores B e C, chegando a quase 50% desse candidatos/ professores em alguns escores desse nível, há uma melhora na proficiência entre os candidatos/ professores de alto desempenho (escores de 15 à 19), apesar dos distratores B e C ainda concentrarem candidatos/ professores optando por elas, a alternativa correta E evolui progressivamente, atingindo 50% dos candidatos/ professores com escore máximo.

Figura 67 - AGI do item 30 e Proporção de respostas por alternativa.



Fonte: Autor, 2020.

Desta forma finaliza-se a Análise Pedagógica dos itens com base nos parâmetros da TCT. Na seção seguinte, apresenta-se uma análise geral, algumas reflexões e principais resultados do estudo.

5.2 Análise geral

Nesta seção vamos refletir sobre o que consideramos ser os principais resutados do estudo. Iniciamos apresentando os conteúdos do currículo de Matemática da Educação Básica, que os candidatos/ professores ao ENA 2019 apresentaram maiores dificuldades. Para tanto, vamos sintetizar a distribuição dos itens conforme a Tabela 6 a seguir:

Tabela 6 - Distribuição dos itens quanto aos tópicos

Tópico	Itens	Total	%
Proporcionalidade e Porcentagem;	1, 2, 9, 22, 23	5	16,6
Equações do Primeiro grau	-	0	0
Equações do Segundo grau	3, 4, 5, 6, 12, 18	6	20
Teorema de Pitágoras	8, 14	2	6,66
Áreas	11, 13, 15	3	10
Razões Trigonométricas	16, 19	2	6,66
Métodos de Contagem	20, 24, 30	3	10
Probabilidade	26, 27	2	6,66
Noções de estatística	10, 25, 29	3	10
Triângulos: Congruências e Semelhanças	7, 17, 21, 28	4	13,33

Fonte: Autor, 2020.

Observa-se que uma parcela dos itens apresentava uma solução alternativa no próprio gabarito disponibilizado pela comissão organizadora do ENA, porém a classificação apresentada no Quadro 2, está dentro do que contemplava sobre quais tópicos os itens do edital 2019 versaram.

Temos que levar em conta também que, esses conteúdos estão contemplados nos currículos da formação inicial docente do professor de Matemática do país, bem como a maioria dos demais conteúdos da Educação básica, conforme discussões feitas na Seção 2 deste trabalho, elas ressaltam que apesar de estarem amplamente respaldados por órgãos reguladores como o Conselho Nacional de Educação através de seus pareceres, no geral, a formação de professores de Matemática no país ainda possui deficiências, os resultados desse estudo demonstram que o percurso para a formação de um professor de Matemática, que rompa o ciclo de déficits que muitos desses egressos trazem desde sua própria formação básica, ainda está sendo percorrido. Esse ciclo ainda está fortemente marcado pela pouca articulação entre as disciplinas do currículo de muitos cursos no país, onde ainda prevalece de maneira menos evidente a separação entre disciplinas pedagógicas e disciplinas específicas que muitas das vezes priorizam a racionalidade técnica, como afirma Moreira (2012), influenciando diretamente na dicotomia - entre a Matemática aprendida na Universidade e a Matemática praticada na escola - em que se deparam muitos desses professores em sua prática docente, muitas vezes marcada pelos traços de sua formação básica, marcada pelo formalismo e rigor, reproduzindo esses comportamentos e muitas vezes indo de encontro com o que afirma pesquisadores da área como Bock, Vygotsky e Piaget, isso aliado a um currículo desarticulado, gera nos egressos desses cursos um panorama como o apresentado nesse estudo, como pode ser notado no desempenho dos professores em alguns itens do Exame, corroborando com as discussões acerca da importância do currículo para a formação de professores de Matemática.

Os conteúdos presentes na prova estão sintetizados na Tabela 6 - Distribuição dos itens quanto aos tópicos, visualiza-se que o tópico com maior incidência de itens é o que trata de Equações do segundo Grau com 20%. Nas análises gerais desses itens, eles apresentaram resultados insatisfatórios, dado a importância com que os professores tratam desse tema nos anos finais do Ensino fundamental e Médio. Apesar dos itens serem mais laboriosos que o nível trabalhado em sala de aula, as ideias acerca do conteúdo estão intrínsecas nos itens. Pressupõe-se que esses conceitos mais sólidos sobre o conteúdo, deveriam ter sido absorvidos pelos candidatos/ professores em sua formação docente.

Os itens que versaram sobre Proporcionalidade e porcentagem constavam em 16,66% do ENA, esse tópico é de extrema importância não só para os estudos no Profmat, mas também na Educação básica e superior, como afirma Imenes (2008) a proporcionalidade, provavelmente, é o conceito matemático mais disseminado no mundo. Sua aplicabilidade abrange campos de diversas áreas do conhecimento como a Biologia, a Física, a Química, a Engenharia, além de muitos dos tópicos da própria Matemática como regra de três, frações, porcentagem, teorema de Tales etc. Exercendo assim papel fundamental no âmbito escolar e colaborando no progresso cognitivo do aluno.

Diante de tamanha importância desse tópico**,** espera-se que o professor tenha domínio sólido dos conteúdos, para que em sua prática docente capacite o aluno a racionar proporcionalmente, e não de forma mecanizada. Nesse sentido, após as análises verificou-se que professores com bom e médio desempenho no Exame, em geral, tiveram bons rendimentos nesses itens.

Os itens que abordavam conteúdos de Geometria, a saber: Teorema de Pitágoras, Áreas, Triângulos e Razões Trigonométricas compuseram 36,66% do ENA. Nesses itens os candidatos/ professores tiveram desempenho regular. Desempenho abaixo do esperado, visto o peso que esses tópicos tiveram no Exame e na vida escolar do aluno, como preconiza os PCNs:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1998, p. 51)

Prosseguindo com nossa análise, verificou-se que 10% dos itens do Exame versavam sobre Métodos de contagem. De forma geral, os candidatos/ professores com médio e bom desempenho no Exame tiveram aproveitamento satisfatório nesses itens. Comportamento também observado nos itens que abordaram Noções de Estatística, tópico com também 10% de itens no Exame.

Nos itens que abordaram o tópico de Probabilidade, apesar de representarem 6,66% do Exame, verificou-se um desempenho insuficiente para esse grupo de candidatos/ professores, panorama preocupante visto que o tópico em questão está inserido nos currículos da Educação básica, como preconiza a BNCC (BRASIL, 2019), frisado no trecho a seguir:

> Competência Específica 5: Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.
> (...)
> Habilidade (EM13MAT511): Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades (BRASIL, 2019).

Historicamente, o Brasil não apresentou grandes esforços em difundir conhecimentos em Matemática, tão pouco uma preocupação em formar professores para tal desafio. Apesar do país ser relativamente novo no reconhecimento da importância da formação de um bom professor de Matemática, ao ter legislações recentes tratando isso, os estudos revelam que na evolução da dessa ciência em nosso país, há uma ruptura entre a matemática universitária, que o professor aprende em sua formação e a matemática praticada em sua vida profissional na Educação básica. Esse problema pôde ser evidenciado nesse estudo, onde algumas habilidades e domínios matemáticos desejáveis em alunos da Educação Básica, no geral, não foram detectadas no grupo de candidatos/professores respondentes do ENA edital 2019, como nos itens que exigiam dos candidatos habilidades em solucionar equações do 2° grau e probabilidade. Desta feita, este estudo indica quais foram esses conteúdos em que os professores da região pesquisada apresentam maiores dificuldades.

Porém deve-se reconhecer que existem ações para reverter esse quadro, como o próprio Profmat que objetiva fornecer sólida formação Matemática e valorização profissional aos professores que já estão em sala de aula. Porém, mais importante que a formação continuada desses professores, temos que pensar num currículo que maximize as possibilidades de formar inicialmente bons professores de Matemática, levando em conta que esse deve ser um docente que tenha seu perfil profissional moldado com habilidades em articular a teoria absorvida em sua formação acadêmica com sua prática, levando em conta as mudanças emergentes no processo ensino aprendizagem e métodos avaliativos, tudo isso alicerçado em sólidos conhecimentos em Matemática e suas Tecnologias.

Outra questão levantada nesse estudo foi sobre o ENA edital 2019 enquanto processo avaliativo. Com base nas discussões feitas na Seção 2 deste estudo, podemos inferir que o objetivo do ENA enquanto avaliação pauta-se num processo estático, com o objetivo de verificar a aprendizagem dos sujeitos e classificá-los, havendo pouca ou nenhuma discussão desses importantes resultados sobre professores de Matemática de todo o país. Seguindo as tendências indicadas por diversos pesquisadores da área como Luckesi, Libâneo e Hoffman, nossas reflexões sobre os resultados buscam tecer possiblidades e hipóteses sobre esse processo avaliativo, trazendo à tona, além do *feedback* do rendimento dos candidatos/ professores, análises que servem de base para refletir se o ENA está avaliando adequadamente os domínios e habilidades dos candidatos/ professores ingressantes no Profmat.

Inicia-se as reflexões por uma medida clássica que nos ajuda entender a característica da prova, que é o índice de dificuldade (ID), obtido pelo cálculo da proporção de acertos por item. Quanto maior for a proporção de acertos, mais fácil se considera o item, pois na prática um alto percentual de respondente soube fornecer a resposta correta ao item. A Tabela 7 contém tanto as proporções de acertos, que representa uma medida de dificuldade do item, quanto a proporção de erros dos itens que compõe o teste.

Tabela 7 - Proporção de acerto e erro dos itens da prova.

Item	Proporção de erros	Proporção de acertos	Item	Proporção de erros	Proporção de acertos
1	0,611	0,390	16	0,737	0,263
2	0,358	0,642	17	0,842	0,158
3	0,883	0,117	18	0,660	0,340
4	0,790	0,211	19	0,768	0,232
5	0,368	0,632	20	0,779	0,221
6	0,590	0,411	21	0,768	0,232
7	0,653	0,347	22	0,611	0,390
8	0,851	0,149	23	0,379	0,621
9	0,516	0,484	24	0,526	0,474
10	0,505	0,495	25	0,692	0,309
11	0,579	0,421	26	0,851	0,149
12	0,863	0,137	27	0,731	0,269
13	0,758	0,242	28	0,755	0,245
14	0,495	0,505	29	0,500	0,500
15	0,811	0,190	30	0,809	0,192

Fonte: Autor, 2020.

Alguns intervalos são usados para classificar os itens quanto aos seguintes níveis de dificuldade: muito fácil, fácil, médio, difícil e muito difícil (ver na Tabela 1). Usando esses intervalos, obtemos uma classificação para os itens do teste de acordo o parâmetro de dificuldade clássica. Verifica-se, assim, que os itens 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 18, 22, 23, 24, 25 e 29 são considerados de média dificuldade e todos os demais, são itens difíceis. Portanto, a 50% da prova é composta por itens de dificuldade média e a outra metade de itens difíceis.

Podemos notar que para esse grupo de respondentes, não houve itens muito fáceis, fáceis ou muito difíceis, concentrando-se igualmente os itens entre medianos e difíceis. É importante salientar que para Rabelo (2013), um teste deve conter 10% de itens muito fáceis, 20% de itens fáceis, 40% de itens medianos, 20% de itens difíceis e 10% de itens muito difíceis. Dessa forma o Exame não esteve a contento para esse parâmetro.

É natural, por outro lado, que em testes classificatórios possuam mais itens difíceis que itens fáceis e de média dificuldade, uma vez que tais testes devem selecionar apenas candidatos/ professores bem capacitados e não necessariamente deseja avaliar os níveis de aprendizagem dos sujeitos. Mas em testes que visam medir proficiência, para fins de aperfeiçoamento da educação escolar/universitária, é importante que as provas sejam compostas por itens de todos os níveis de dificuldade (RODRIGUES, 2006).

Seguindo-se com a análise, com uma medida usada para indicar a qualidade de um teste educacional, no que diz respeito ao seu poder discriminativo, que é a Correlação Ponto Bisserial (p_{bis}). Valor negativo de correlação Ponto Bisserial indica que o item não discrimina grupos de alunos com bons e maus desempenhos, pois é esperado valores de correlação positivo, mais especificamente dentro do intervalo]0,1]. Quanto mais próximo de 1 é o valor da correlação, mais discriminativo considera-se o item. A Tabela 7 a seguir indica a Correlação Ponto Bisserial de cada item do ENA.

Tabela 8 - Medidas de correlação ponto bisserial e alfa de Cronbach.

Item	**Correlação Ponto Bisserial**	**Alfa de Cronbach**	**Item**	**Correlação Ponto Bisserial**	**Alfa de Cronbach**
1	0,184	0,551	16	0,151	0,557
2	0,282	0,545	17	0,283	0,536
3	0,150	0,564	18	0,217	0,544
4	0,074	0,563	19	0,380	0,526
5	0,286	0,542	20	0,066	0,565
6	0,321	0,536	21	0,017	0,560
7	0,391	0,526	22	0,371	0,525
8	0,289	0,532	23	0,260	0,540
9	0,295	0,538	24	0,365	0,523
10	0,377	0,529	25	0,316	0,535
11	0,344	0,530	26	0,117	0,555
12	0,093	0,555	27	0,276	0,541
13	0,320	0,534	28	0,240	0,545
14	0,496	0,509	29	0,418	0,522
15	0,272	0,535	30	0,199	0,546

Fonte: Autor, 2020.

As medidas de discriminação mostram que os itens 3, 4, 12, 16, 20, 21 e 26 possuem poder discriminativo muito abaixo do esperado. De acordo com a proposta de classificação dos itens de Rabelo (2013), apenas os itens 14 e 29 possuem bom poder discriminativo.

A Tabela 9 detalha a classificação de todos os itens segundo sua capacidade de discriminação de sujeitos.

Tabela 9 - Classificação dos itens a partir das medidas de discriminação proposta por Rabelo (2013).

Poder de discriminação	Itens	Total	Total em %
Item deficiente, devendo ser rejeitado	1, 3, 4, 12, 16, 20, 21, 26, 30	09	30,0
Item marginal, sujeito a reelaboração	2, 5, 8, 9, 15, 17, 18, 23, 27, 28,	10	33,3
Item bom, mas sujeito a aprimoramento	6, 7, 10, 11, 13, 19, 22, 24, 25	09	30,0
Item bom	14, 29	02	6,7

Fonte: Autor, 2020.

Nota-se que 30% dos itens deveriam ser rejeitados, e 33,3% deveriam ser reelaborados, ou seja, mais da metade dos itens apresentou limitações, revelando um panorama preocupante.

Por outro lado, baixas medidas de discriminação não indicam necessariamente que os itens foram mal elaborados, podendo indicar falta de habilidade coletiva dos sujeitos (FONTANIVE, 2005). Pode-se notar que mesmo os professores com alto desempenho, tiveram um aproveitamento de 63,33% no Exame, denotando que mesmo esses candidatos/ professores apresentaram uma proporção de erros considerável, deixando essa distância entre eles e os candidatos/ professores com mau desempenho abaixo do esperado. Assim, cabe investigar com mais atenção se os itens foram mal elaborados de fato ou se eles conduzem os respondentes a algum tipo de erro. A análise pedagógica dos itens baseada nos índices clássicos, indicou quais foram as dificuldades e erros dos respondentes, e como já discutido, podem ter sido herdados de uma formação acadêmica deficiente.

Também foi discutido na Seção 3 desse estudo que o *Alfa de Cronbach* (α) é uma medida de consistência interna do instrumento, indicando a precisão do teste. São esperados valores de α no intervalo [0,1], em que 0 indica que não há consistência do item como o escore do teste. Os índices em questão, extraídos dos itens ENA edital 2019, aplicada ao grupo de professores inscritos na UFOPA, são apresentados na Tabela 8 acima.

A prova em questão possui medida de fidedignidade α_T=0,55, valor que indica baixa consistência interna do instrumento (PASQUALI, 2017). O valor mínimo aceitável para α_T é 0,70 (STREINER, 2003). Isso indica que se o Exame fosse reaplicado nas mesmas condições, existe uma probabilidade abaixo do esperado dos resultados se repetirem. Indicando que os candidatos/ professores marcaram ao acaso uma quantidade relevante de itens, revelando falta de habilidade nos domínios exigidos para correta resolução das questões. Corroborando para deduzir-se que há falhas tanto no exame enquanto processo avaliativo, e como já frisado, na formação inicial desses professores, visto o trabalho cotidiano desses candidatos/professores com esses domínios.

Assim, finaliza-se a visão global da prova, mostrando a qualidade dos itens segundo a TCT. Como *feedback* aos docentes, além dessas reflexões, tem-se a análise pedagógica dos itens, realizada na seção anterior, trazendo uma visualização de dificuldades que os professores submetidos às provas possuem em relação aos conteúdos cobrados por meio dos itens. Prossegue-se esse estudo apresentando na próxima seção as Considerações finais.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo pautou-se em refletir sobre o professor de Matemática e sua formação inseridos num processo avaliativo, a saber o ENA edital 2019. Originou-se na disciplina eletiva de Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado, com a elaboração do pré-projeto e escolha do orientador. O foco inicial do estudo eram as questões da Prova Brasil, onde se tinha acesso aos microdados com as respostas dos alunos. Porém, por sigilo da prova, não se teve acesso aos itens, não sendo possível prosseguir o estudo nessa vertente.

Em contato com o orientador e coordenador do Profmat/UFOPA, teve-se acesso as respostas dos candidatos/ professores ao ENA, edital 2019, sendo que as questões da prova são amplamente divulgadas. Optou-se por esse exame, pois o mesmo busca avaliar o desempenho dos candidatos/ professores na resolução de itens, que versam sobre domínios de Matemática inseridos no currículo da Educação Básica, inscritos nas Instituições Associadas ao Programa, com vistas ao ingresso no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat).

Desta feita, o enfoque do trabalho tornou-se o ENA/ Profmat, edital 2019. O que gerou nosso novo objetivo: analisar descritivamente as respostas dos candidatos/ professores respondentes ao ENA Edital 2019, utilizando parâmetros da TCT, para realização de uma reflexão sobre o desempenho dos professores como reflexo de sua formação docente e do ENA enquanto processo avaliativo.

Tendo claro o objetivo, partiu-se para a metodologia. Optou-se por um estudo de cunho descritivo e exploratório, e de abordagem quali-quantitativa. Após a organização e tratamento das respostas de 95 candidatos/ professores nos 30 itens do ENA edital 2019, partiu-se para a análise dos dados permeada por reflexões sobre alguns aspectos a serem levados em conta na formação inicial e continuada do professor de Matemática submetidos a um processo avaliativo utilizado por eles em seu trabalho docente. Esse estudo mostrou-se de grande relevância, pois essa análise descritiva do ENA edital 2019, permitiu na teoria e na prática, estudar e acompanhar como os resultados desse processo seletivo pode colaborar para aperfeiçoar a formação docente de futuros professores, bem como auxiliar no processo de formação continuada dos que já atuam na Educação Básica.

À nível nacional podemos frisar alguns pontos pertinentes do panorama local em comparação com o nacional. Explorando o último estudo realizado pela SBM, fazendo uma análise quali-quantitativa dos itens do Exames de Acesso, revelou que nos Editais dos anos de 2011, 2012 e 2013 os grupos temáticos com relação aos quais os candidatos/ professores tiveram mais dificuldade foram, em conhecimentos algébricos e em conhecimentos algébricos/geométricos os candidatos/ professores respondentes ao ENA edital 2019 inscritos na UFOPA também apresentaram desempenho insatisfatório no tópico de Equações do 2° grau, inserido no grupo temático que trata dos conhecimentos algébricos, e um desempenho abaixo do esperado em conhecimentos geométricos/algébricos, como na aplicação do Teorema de Pitágoras. Esse mesmo estudo revelou que os itens que exigiam conhecimentos em estatística e probabilidade mostraram o melhor desempenho por parte dos candidatos/ professores. No tópico de Noções de Estatística, os respondentes do ENA Edital 2019 a nível local com bom e médio desempenho no Exame apresentaram conhecimento adequado, situação não observada no tópico de probabilidade, onde os dados sugerem um desempenho insuficiente nesse conteúdo. Panorama preocupante, visto que mesmo esse desempenho tendo sido reflexo de uma formação acadêmica deficiente, esses professores têm contato diário com esses conteúdos, pois são os responsáveis em ministrar aulas sobre esses domínios na Educação básica.

Esse desempenho dos professores/candidatos demonstrou também que o Exame enquanto processo avaliativo com vistas a seleção e classificação dos mesmos não está cumprindo seu objetivo com eficiência, fato constatado pelas análises em que mais da metade dos itens da prova apresenta alguma limitação ao não discriminar apropriadamente os sujeitos mais proficientes nos domínios dos demais.

Essa análise temporal nos permite inferir que políticas educacionais, como o Profmat, são necessárias e precisam ser cada vez mais expandidas para o fortalecimento da formação dos professores de Matemática no país. Aliado a outros esforços como a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas – OBMEP -, ou ainda os estudos e pesquisas em Educação Matemática, promover um ensino de Matemática de mais qualidade para os estudantes brasileiros, em qualquer nível de ensino, visto a importância dessa ciência para o desenvolvimento de qualquer civilização ao longo do tempo.

Ademais, esse trabalho pauta sua relevância por apresentar, uma parte da teoria adotada nos principais exames de larga escala, podendo também ser utilizada dentro das escolas de educação básica, visando aperfeiçoar o processo avaliativo dos professores. O profissional que tiver conhecimento dos principais índices da TCT, pode aperfeiçoar seu trabalho, pois torna-se capaz de elaborar avaliações mais adequadas à finalidade que se destina, tendo como analisar quais as competências e habilidades foram adquiridas pelos seus alunos, bem como quais precisam serem mais bem trabalhadas ou retomadas.

Dessa forma, ações como essas, podem melhorar significativamente a qualidade das aulas ministradas por esses professores para os seus alunos, corroborando assim para uma melhor formação desses indivíduos, principais sujeitos no processo ensino aprendizagem.

Enquanto autor desse estudo, e também na qualidade de docente da educação básica nos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará, o mesmo certamente enriqueceu meus conhecimentos sobre avaliação e como a Teoria Clássica dos Testes, bem como teorias mais modernas que tem o mesmo viés, como a Teoria de Resposta ao Item, utilizada no Exame Nacional do Ensino Médio podem auxiliar na prática docente. Concomitante a isso, estive envolvido na construção do Projeto Pedagógico do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do campus que atuo, onde pude refletir e atuar diretamente na construção do mesmo, tecendo e aplicando os conhecimentos aqui adquiridos.

Vale ressaltar, que essa pesquisa foi feita em uma região do país no interior da Amazônia, podendo direcionar políticas educacionais específicas onde esse diagnóstico foi realizado, visto que se refere a amostra de professores atuantes na mesma. Uma dessas políticas poderia ser a inclusão, nos currículos de cursos de formação inicial e continuada de professores, disciplinas objetivando trabalhar as competências e habilidades que os candidatos/ professores apresentarem desempenho insatisfatório revelados pelo estudo. Outros estudos país a fora pode ser feito, gerando outros panoramas e políticas específicas para o público que foi alvo da pesquisa, permitindo suscitar debates e avaliar as grades curriculares empregadas na formação de professores de Matemática da região diretamente pesquisada.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. Q. D. E. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Santa Catarina, p. 62-77, 2008. Disponivel em: <periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/download/19811322.2008v3n1p62/12137+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br>. Acesso em: Ago. 2019.

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia Didática: Evolução e Diversidade. **REVEMAT – Revita Eletrônica de Educação Matemática**, Santa Catarina, 2012. Disponivel em: https://pt.scribd.com/document/297215518/Engenharia-Didatica-Evolucao-e-Diversidad-Saddo-Ag-Almouloud-e-Maria-Jose-Ferreira-d. Acesso em: Ago. 2019.

BOCK, A. M. B. **Aventuras do Barão de Münchausen na Psicologia**. São Paulo: Cortez, 1999.

BOCK, A. M. B.; GONÇALVES, M. G. M. (orgs). **A Dimensão Subjetiva da Realidade**: Uma Leitura Sócio- Histórica. São Paulo: Cortez, 2009.

BORGATTO, A. F. e ANDRADE, D. F de. Análise Clássica de Testes com diferentes graus de dificuldade. **Revista Estudos em Avaliação Educacional**. São Paulo, 2012. Disponível em: < www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1733/1733.pdf>. Acesso em: Out. 2019.

BRASIL, Conselho Nacional de Educação. **Parecer CNE/CES 1.302/2001**. Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura. Diário Oficial da União, Brasília, 05 mar. 2002a, Seção 1, p. 15. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf >. Acesso em: Out. 2019.

_______, Conselho Nacional de Educação. **Parecer CNE/CP 9/2001**. Diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores da educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Diário Oficial da União, Brasília, 18 jan. 2002b, Seção 1, p. 31. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf>.Acesso em: Out. 2019.

_______, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. – Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: Ago. 2019.

_______, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf. Acesso em: Dez. 2019.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas**: Conteúdos e Métodos de Ensino. São Paulo: Ática, 2008.

BRUNER, J. S. **O Processo da Educação**. Lisboa: Edições 70, 1998.

BUENO, B. P.S. Com as mãos sujas de cal e de tinta, homens de múltiplas habilidades: os engenheiros militares e a cartografia na América Portuguesa (sécs. XVI-XIX), 2011. Publicado originalmente nos arquivos dos anais do **I Simpósio Brasileiro de Cartografia Histórica**, Paraty, pg. 14, 2011. Disponível em: <

https://www.ufmg.br/rededemuseus/crch/simposio/_BUENO _BEATRIZ_P.pdf >. Acesso em Set. 2019.

CARNEIRO, V. C. G. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. **Revista Zetetiké**, Campinas UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118. Disponível em < http://www.ufrgs.br/e spmat/disciplinas/midias _digitais _II_2014/ modulo_III/ENGENHARIA_ZETEIKE2005.pdf > Acesso em: Dez. 2019.

CAVALCANTI, N. O. **O Rio de Janeiro Setecentista**: a vida e a construção da cidade da invasão francesa até a chegada da corte. Rio de Janeiro: Jorge Zarah, 2004.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; DA SILVA, R. **Metodologia Científica**. 6ª. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

CHAGAS, E. M. P. F. Educação Matemática na Sala de Aula: Problemáticas e Possíveis Soluções. **Revista do ISPV**, n° 29, 2004. Disponível em: < http://www.ipv.pt/millenium/millenium29/31.pdf >. Acesso em Ago. 2019.

CURY, H. N. SILVA, P. N. Análise de Erros em Resolução de Problemas em uma Experiência de Estágio em um Curso de Licenciatura em Matemática. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**. v. 1, n° 1, p. 85, 2008. Disponível em: < https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/226 >. Acesso em: Set. 2019.

CURY, H. N. Uma Proposta Para Inserir a Análise de Erros em Cursos de Formação de Professores de Matemática. Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 15, n° 3, p. 547-562, 2013. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/16693>. Acesso em: Mar. 2020.

D´AMBROSIO, U. **Educação matemática**: Da Teoria à Prática. São Paulo: Papirus, 2012.

FIORENTINI, D. A Educação Matemática enquanto campo profissional de produção de saber: a trajetória brasileira. **Revista Tecno-Científica DYNAMIS**, v. 2, n. 7, 2008. Disponível em: < https://www.cempem.fe.unicamp.br/prapem/producao-do-grupo/periodicos >. Acesso em: Set. 2019.

___________, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**. Ano 3, nº 4, 1995, p. 1-38. Disponível em: < https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/download/8646877/15035 >. Acesso em: Set. 2019.

GADOTTI, M. **Concepção Dialética da educação**: um estudo introdutório. 10 ed. São Paulo: Cortez, 1997.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. v. 5. São Paulo: Atlas, 2010.

GIRALDO, Victor. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. **Revista Ciência e Cultura**. São Paulo, vol. 70, n°. 1. P. 37-42, 2018. Disponível em: < http://cienciaecultura.bvs.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0009672520180001000012&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em : Mar. 2020.

GRÉGOIRE, J., LAVEAULT, D. **Introdução às Teorias dos Testes em Ciências Humanas**. Porto, Portugal: Porto, 2002.

GOLDBERG, M. C. Educação e qualidade: repensando conceitos. **Revista Brasileira De Estudos Pedagógicos**. São Paulo, v. 79,1998. Disponível em: < https://www.oei.es/historico/n4163.htm >. Acesso em 31 de ago. 2019.

IBGE. **Divisão regional do Brasil em regiões geográficas imediatas e regiões geográficas intermediárias**. Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: < https://biblioteca.ibge.gov.br/index.php/biblioteca-catalogo?view=detalhes&id=2100600 >. Acesso em Out. 2019.

KLEIN, R. Alguns aspectos da teoria de resposta ao item relativos à estimação das proficiências. **Revista Ensaio**: avaliação de políticas públicas educacionais. vol. 21, n° 78, pp 35-56, 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0104-40362013005000003&script=sci_abstract&tlng=pt> . Acesso em: Out. 2018.

KRUSCHEWSKY, A. A. **A Importância da Motivação para a Participação e Aprendizagem Matemática dos Alunos**. Vitória da Conquista: UESB, 2016. Monografia (Licenciatura em Matemática). Disponível em: < http://www2.uesb.br/cursos/matematica/matematicavca/wp-content/uploads/TCC-finalizado-%C3%9ALTIMA-2.pdf >. Acesso em: Nov. 2019.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. 2 Ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LOURENÇO, M. B. F. A Formação de Professores: da Escola Normal à Escola de Educação. Brasília, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, 2001, p. 125 (Coleção Lourenço Filho, v.4). Publicado originalmente nos Arquivos do **Instituto de Educação**, Rio de Janeiro, v. 1, n. 3, p. 271-281, 1937. Disponível em: < http://portal.inep.gov.br/informacao-da-publicacao/-/asset_publisher/6JYIsGMAMkW1/document/id/485844 >. Acesso em: Out. 2019.

LUCKESI, C. C. **Verificação ou avaliação: o que pratica a escola?** In: CUNHA, M. C. A. A. (et alii). A construção do Projeto de Ensino e a Avaliação. SP: Fundação para o Desenvolvimento da Educação: FDE, 1990. (Série Ideias, n° 8)

MARCONI, M. D. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos De Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: ATLAS, 2003.

MIORIM, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática.** São Paulo: Atual, 1998.

OLIVEIRA, M. M. **Sequência Didática Interativa no Processo de Formação de Professores**. Petrópolis: Vozes, 2013.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PASQUALI, L. **Psicometria:** Teoria e aplicações. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 1997.

PASQUALI, L. Psicometria. **Revista da Escola de Enfermagem da USP**, v. 43. São Paulo: 2009. Disponível em < http://www.scielo.br/pdf/reeusp/v43nspe/a02v43ns.pdf >. Acessado em 12 de setembro de 2018.

___________. **Psicometria**: Teoria dos Testes na Psicologia e na Educação. Petrópolis: Vozes, 2017.

PASQUALI, L.; PRIMI, R. Fundamentos da teoria de resposta ao item - TRI. **Revista Avaliação Psicológica**, v. 2, 2003.

PATRUS, R; SHIGAKI, H.; DANTAS, D. C. Quem não conhece seu passado está condenado a repeti-lo: distorções da avaliação da pós-graduação no Brasil à luz da história da Capes. **Caderno EBAPE.BR** vol.16, n.4. Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/cebape/v16n4/1679-3951-cebape-16-04-642.pdf >. Acesso em: Set. 2019.

PEREIRA, M.N.L; CURI. E. Formação de Professores sob o Ponto de Vista de Alunos Formandos**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática**. v. 3, n. 2. São Paulo, 2012.

PERES, E. T. O diabo inventou a escola? A Escola Ativa na visão de Adolphe Ferrière. REUNIÃO ANUAL DA ANPED. Caxambu, 2002. Publicado nos anais da Reunião Anual da **ANPED**, 2002. Disponível em: < http://www.miniweb.com.br/educadores /teoria_educ /resenha_FERRI%C8RE.pdf. Acesso em: Set. 2019.

RABELO, M. **Avaliação Educacional**: Fundamentos, Metodologia E Aplicações No Contexto Brasileiro. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

RODRIGUEZ, R. C. M. C. **(Re) construindo a matemática. Fazer pedagógico – construções e perspectivas**. Série Interinstitucional Universidade – Educação Básica. Ijuí. 1994.

SBM. **ENA – 2019 – Gabarito Com Soluções**. Rio de Janeiro: 2018. Disponível em: < https://www.profmat-sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/23/2018/10/Gabarito-ENA-2019-com-solu%c3%a7%c3%b5es.pdf >. Acesso em Mar. 2020.

_____. **Profmat**: Uma reflexão e alguns resultados. Rio de Janeiro: 2017. Disponível em: < https://www.profmat-sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/23/2017/07/PROFMAT-relatorio _D IGITAL.pdf >. Acesso em: Dez. 2019.

______. **Uma análise quali-quantitativa de perfis de candidatos ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)**. Rio de Janeiro: 2013. Disponível em: < https://www.profmat-sbm.org.br/2013/01/24/analise-quali-quantitativa-de-perfis-de-candidatos-ao-profmat/ >. Acesso em Dez. 2019.

SEVERINO, J. A. **Metodologia do Trabalho Científico**. 23 Ed. São Paulo: Cortez, 2007.

SILVA , M. J. F. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. São Paulo: PUC-SP, 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Disponível em: < https://docplayer.com.br/18822861-Sobre-a-introducao-do-conceito-de-numero-fracionario.html >. Acesso em: Nov. 2019.

VELOSO, E. Educação Matemática dos Futuros Professores. In: BORRALHO, A. et al. (Org). **A Matemática Na Formação Do Professor**. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática, 2004.

VIGOTSKY, L. S. Aprendizagem e Desenvolvimento Intelectual na Idade Escolar. In: LURIA, A. R. et. al. **Psicologia e Pedagogia**: Bases Psicológicas da Aprendizagem e do Desenvolvimento. 2 Ed. Lisboa: Estampa, 1991.

VILARINHO, A.P.L. **Uma proposta de análise de desempenho dos estudantes e de valorização da primeira fase da OBMEP**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade de Brasília, Brasília: 2015. Disponível em: < http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/19335/3/2015_AnaPaulaLimaVilarinho.pdf > Acesso em Out. 2019.

WIKIPÉDIA. C. da. J. K. Wikipédia, a enciclopédia livre, 2013. Disponível em: < https://pt.wikipedia.org/wiki/Regi%C3%A3o_Geogr%C3%A1fica_Intermedi%C3%A1ria_de_Santar%C3%A9m >. Acesso em: Mar. 2020.

WIKIPÉDIA. C. da. J. K. Wikipédia, a enciclopédia livre, 2013. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Regi%C3%A3o_Geogr%C3%A1fica_Intermedi%C3%A1ria_de_Altamira. Acesso em: Mar. 2020.

APÊNDICES

APÊNDICE A - SCRIPT PARA ANÁLISE DOS DADOS

```
library(ltm)
library(ggplot2)
library(reshape)
library(itan)
library(ggplot)
library(cowplot)
dado <- read.table("D:/OneDrive/ENA/ENA2019.txt", header=T)
head(dado)

#dicotomização dos dados

prova = as.matrix(dado[-1,])
prova
gab=as.character(as.matrix(dado[1,]))
gab
prova.d <- mult.choice(prova, gab)
prova.d
dados_s<- na.omit(prova.d)
dados_s
#Desempenho
nota <- rowSums(prova.d)
an.nota <-summary(nota)


#Plotanto um histograma de notas
hist(nota, axes = F, xlab="Escore", ylab="Freq.", main="Distribuição de notas",
col = c("#FEE5D9", "#FCAE91", "#FB6A4A", "#DE2D26", "#A50F15",
"#DE2D26","#FB6A4A","#FCAE91" ))
axis(1, at = seq(0, 19, by = 1), pos = 0)
axis(2, at = seq(0, 50, by = 2), pos = 0)


#descrição via TCT
descricao.prova <- descript(prova.d)
descricao.prova


#Analisando os índices da TCT
dados_s<- na.omit(prova.d)
dados_s
```

```
cpbs<- c()
for (j in 30:1) {bicor<-  biserial.cor(rowSums(dados_s[-1,]), dados_s
                       [-1,j],level=2)
 cpbs<- rbind(bicor, cpbs)}
correlacao.pbs <- data.frame(item=1:30, cpbs)
clas.pbs <- data.frame(correlacao.pbs, classificacao = 0)
for (i in 1:30) {
  ifelse(clas.pbs[i,2]<0.2, clas.pbs[i,3]<-"Item deficiente, deve ser rejeitado",
         ifelse(clas.pbs[i,2]< 0.3, clas.pbs[i,3]<-"Item marginal, sujeito a reelaboração",
                ifelse(clas.pbs[i,2]< 0.4, clas.pbs[i,3]<-"Item bom, mas sujeito a aprimoramento",
                       clas.pbs[i,3]<-"Item bom" )))}
clas.pbs
plots <- agi(prova, gab, nGrupos = 8, nOpciones = 5)
plots[[1]][[1]]
plots[[1]][[2]]
plots[[1]][[3]]
plots[[1]][[4]]
plots[[1]][[5]]
plots[[1]][[6]]
plots[[1]][[7]]
plots[[1]][[8]]
plots[[1]][[9]]
plots[[1]][[10]]
plots[[1]][[11]]
plots[[1]][[12]]
plots[[1]][[13]]
plots[[1]][[14]]
plots[[1]][[15]]
plots[[1]][[16]]
plots[[1]][[17]]
plots[[1]][[18]]
plots[[1]][[19]]
plots[[1]][[20]]
plots[[1]][[21]]
plots[[1]][[22]]
plots[[1]][[23]]
plots[[1]][[24]]
plots[[1]][[25]]
plots[[1]][[26]]
plots[[1]][[27]]
plots[[1]][[28]]
plots[[1]][[29]]
plots[[1]][[30]]
```

```
#Plotando gráfico de proporções Barra

for (k in 1:30) {
prop <- prop.table(table(dado[-1,k]))
barplot(prop , col = c("#FEE5D9", "#FCAE91", "#FB6A4A", "#DE2D26", "#A50F15" ),
        ylim=c(0,1), space=.2,width=c(.1,.1),
        main=paste("Item", k),
        xlab="Anternativas", ylab="Proporção de resposta")
}
```