UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ
PROGRAMA DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

FRANCIRLEY MOURA PORTO

UMA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES E COM PRODUTOS NOTÁVEIS

Santarém - PA
2019

FRANCIRLEY MOURA PORTO

UMA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES E COM PRODUTOS NOTÁVEIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Medeiros dos Santos

SANTARÉM-PA
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/UFOPA

P853e Porto, Francirley Moura
Uma engenharia didática para o ensino das operações com frações e com produtos notáveis. / Francirley Moura Porto. – Santarém, Pará, 2019.
104 fls.: il.
Inclui bibliografias.

Orientador: Rodrigo Medeiros dos Santos
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências da Educação, Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Mestrado em Matemática.

1.Engenharia didática. 2. Frações. 3. Produtos notáveis. 4. Sequência didática. I. Santos, Rodrigo Medeiros, *orient*. II. Título.

CDD: 23 ed. 510.7

Bibliotecário - Documentalista: Selma Souza – CRB/2 1096

FRANCIRLEY MOURA PORTO

UMA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES E COM PRODUTOS NOTÁVEIS

.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação Matemática em Rede Nacional – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Santarém, 01 de julho de 2019.

BANCA EXAMINADORA:

Dr. EDILAN DE SANT ANA QUARESMA, UFOPA

Examinador Externo ao Programa

Dr. JOSE RICARDO E SOUZA MAFRA, UFOPA

Examinador Interno

Rodrigo Medeiros dos Santos

Dr. RODRIGO MEDEIROS DOS SANTOS, UFOPA

Presidente

DEDICATÓRIA

À minha esposa Marilda Caldas Fróz Porto, e aos meus filhos Antônio Felipe Fróz Porto e Maria Júlia Fróz Porto, por todo incentivo e compreensão.

AGRADECIMENTOS

A Deus, provedor da vida, pela força e ânimo no decorrer dessa caminhada.

Aos meus familiares, por todo apoio necessário para seguir em frente, sem o qual tudo teria sido mais difícil.

Ao meu orientador Professor Dr. Rodrigo Medeiros dos Santos, pela dedicação e paciência.

Aos meus colegas e amigos, pela torcida e companheirismo.

Aos servidores da Escola Raimundo de Sousa Coelho, em especial a diretora Professora Girlane Mariana Canto, pela sua contribuição para que eu pudesse seguir com os meus objetivos.

Aos alunos que participaram das atividades e aos servidores da Escola Américo Pereira Lima.

Aos servidores da UFOPA, em especial aos professores do PROFMAT, e a todos que contribuíram de alguma maneira para a realização desse trabalho.

“Os que se encantam com a prática sem a ciência são como os timoneiros que entram no navio sem timão nem bússola, nunca tendo certeza do seu destino.”

Leonardo da Vinci.

RESUMO

Essa pesquisa tem como objetivo a elaboração, aplicação e análise de duas sequências didáticas, uma para a abordagem das operações com frações associadas a representação figural, e a outra para os produtos notáveis relacionados com as áreas de retângulos. A metodologia de pesquisa utilizada foi a Engenharia Didática, a qual nos permitiu que a validação das atividades tenha sido feita internamente, e para a elaboração e análise das sequências didáticas foi utilizada como aporte a Teoria das Situações Didáticas. Tal investigação é classificada como pesquisa de campo, segundo o processo de coleta de dados, e como descritiva, segundo os seus objetivos. Os sujeitos da pesquisa foram alunos do sexto e do oitavo anos de duas turmas do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Juruti-PA. Os dados foram coletados por meio da produção dos alunos e das observações feitas no decorrer da aplicação das sequências didáticas, além da aplicação de um questionário de forma complementar. Na turma do sexto ano houve um melhor desempenho nas operações de soma, subtração e multiplicação de frações. A maior dificuldade foi nos itens relacionados a operação de divisão. No oitavo ano a inserção de frações em alguns itens das atividades influenciou negativamente o percentual de acertos. Os alunos demonstraram dificuldades nos itens pertinentes à produção de algum texto, sem que isso estivesse necessariamente relacionado a sua compreensão do conceito abordado. A aplicação das sequências didáticas propiciou a estruturação de situações didáticas que apresentaram o potencial de permitir a sua reaplicação.

Palavras-chave: Engenharia Didática. Sequências Didáticas. Teoria das Situações Didáticas. Operações com frações. Produtos notáveis.

ABSTRACT

This research aims at the elaboration, application and analysis of two didactic sequences, one for the approach of operations with fractions associated with figural representation, and the other for notable products related to the rectangle areas. The methodology used was Didactic Engineering, which allowed us to validate the activities internally, and for the elaboration and analysis of the didactic sequences the Theory of Didactic Situations was used. Such research is classified as field research regarding data collection, and as descriptive when addressing its objectives. The subjects of the research were students of the sixth and eighth years of two classes of elementary school in a public school in Juruti-PA. The data were collected through the production of the students and the observations made during the course of the application of the didactic sequences, besides the application of a questionnaire in a complementary way. In the sixth grade class there was a better performance in addition, subtraction and multiplication of fractions. The greatest difficulty was in the items related to the division operation. In the eighth year the insertion of fractions in some items of the activities negatively influenced the percentage of correct answers. The students demonstrated difficulties in the items pertinent to the production of some text, without this necessarily being related to their understanding of the concept approached. The application of the didactic sequences provided the structuring of didactic situations that presented the potential to allow its reapplication.

Keywords: Didactic Engineering. Didactic Sequences. Theory of Didactic Situations. Operations with fractions. Notable products.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 IDEIAS INICIAIS

Começamos a desenvolver esta pesquisa no decorrer das aulas da disciplina Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), ministrada no primeiro semestre de 2018 no Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), ocasião em que nos foi apresentada a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa e teoria educacional, bem como algumas das ideias de teóricos da Didática da Matemática. Utilizar a Engenharia Didática nos pareceu bem conveniente em função da sua aplicabilidade em sala de aula, considerando a nossa trajetória docente, na qual atuamos desde 2005 como professor de Matemática no ensino médio da rede pública estadual, na cidade de Juruti-PA.

A Didática da Matemática teve seu início a partir dos anos 1970, nos trabalhos desenvolvidos por diversos pesquisadores no Instituto de Pesquisa no Ensino da Matemática (IREM) da Universidade de Bordeaux, na França.

Vale ressaltar que a Didática da Matemática, na França, é reconhecida como área de pesquisa educacional matemática, enquanto que no Brasil ela tem um tratamento de tendência de ensino na área da Educação Matemática. Segundo Pais (2011),

> A didática da matemática é uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica. (PAIS, 2011, p. 11).

Nesse contexto, surgiu a metodologia da Engenharia Didática, delineada por Guy Brousseau[1] e desenvolvida por Michèle Artigue [2], como um meio de consolidar os princípios e pressuposições de pesquisa da escola da Didática da Matemática Francesa, bem como a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008).

Brousseau (2008), ao discutir a Teoria das Situações Didáticas, explica que é importante o favorecimento de situações de aprendizagem nas quais os estudantes atuem diante de jogos educativos e situações-problema, que mobilizem esquemas de base e conhecimentos precedentes, para que possam realizar procedimentos de seleção, organização e interpretação

---

[1] Guy Brousseau, um dos pioneiros da Didática da Matemática Francesa, é professor aposentado do IUFM (Instituto Universitário de Formação de Professores), em Aquitaine e da Universidade Bordeaux, situados na França.

[2] Michèle Artigue é uma pesquisadora matemática francesa, desenvolvedora e divulgadora da metodologia e teoria educacional Engenharia Didática.

de informações, representando-os de formas distintas e tomando decisões, de maneira que o processo de construção do conhecimento matemático ocorra de forma efetiva, e, como consequência, haja a formação de significado para o aprendiz.

Elaborar atividades que favoreçam a aprendizagem das noções que se pretende ensinar é um dos pressupostos básicos para o trabalho docente, trabalho este que acarreta diversos desafios, e precisa de frequente atualização dos conteúdos e das estratégias de ensino. Neste sentido, o uso de sequências didáticas estruturadas (PAIS, 2011), tendo com aporte a Teoria das Situações Didáticas pode mostrar-se como importante ferramenta de uso didático e metodológico em sala de aula. A sua utilização adequada no ensino de Matemática deve propiciar situações didáticas nas quais o aluno se insere em uma prática social e interativa, tendo um papel participativo na construção do seu próprio conhecimento.

Atuando como educador no ensino básico pudemos notar que os alunos costumam apresentar dificuldades de aprendizagem relacionadas a certos conteúdos da disciplina Matemática, dentre os quais destacamos as frações e os produtos notáveis. Isso nos motivou a elaborar atividades com estratégias de ensino não tradicionais para a abordagem desses conteúdos. Assim, estruturamos duas sequências didáticas para serem aplicadas em turmas do turmas do 6º e 8º anos do Ensino Fundamental, séries cujo conteúdo programático contempla as frações (6º ano) e os produtos notáveis (8º ano). Esperamos com a aplicação dessas sequências didáticas promover em classe um ambiente de investigação, interação e reflexão, valorizando a descoberta por parte dos alunos.

Na próxima seção, apresentamos algumas pesquisas que utilizaram a Engenharia Didática como metodologia da investigação, e, em seguida, a justificativa da pesquisa bem como os objetivos gerais e específicos. No segundo capítulo descreveremos os procedimentos metodológicos utilizados nessa investigação. No capítulo três, no qual se encontra o referencial teórico dessa pesquisa, consta uma discussão a respeito da Engenharia Didática, bem como da Teoria das Situações Didáticas. O quarto capítulo trata da discussão e análise das sequências didáticas que foram aplicadas em duas turmas do ensino Fundamental. No quinto capítulo constam as considerações finais e os principais resultados.

1.2 ALGUMAS EXPERIÊNCIAS DE USO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Ao desenvolvermos a nossa pesquisa e com a intenção de melhor entendermos a utilização da Engenharia Didática como metodologia científica, investigamos algumas pesquisas que se apoiaram nessa metodologia.

A pesquisa de Oliveira (2015) teve por objetivo levar um grupo de estudantes do quinto ano do ensino Fundamental a construir significado para as regras operatórias fundamentais com números fracionários a partir da utilização de calculadoras científicas com representação fracionária. Foi desenvolvida uma sequência de ensino com quatro alunos de uma escola pública e como aporte teórico foi utilizada a Teoria das Situações Didáticas e a Teoria de Registros de Representação Semiótica, e a metodologia científica adotada foi a Engenharia Didática.

Segundo o autor, na análise das atividades ficou verificado que os alunos conseguiram, após o emprego da calculadora, se expressar e escrever regras para a adição e subtração de números fracionários com mesmo denominador, e também para a multiplicação de quaisquer números fracionários e para a divisão de números fracionários que apresentavam os numeradores e os denominadores múltiplos. O autor explica ainda que os alunos não conseguiram, a partir da estratégia utilizada, perceber as regras para a adição e divisão de números fracionários quaisquer. Para o autor, a ausência de outros recursos didáticos inviabilizou que os alunos percebessem as relações entre numeradores e denominadores para as operações de adição e subtração nesses casos, mas ressalta que o uso da calculadora permitiu que os alunos buscassem relações entre os números fracionários e não simplesmente trataram-nos como números naturais.

O trabalho de Alves (2015) apresenta uma Engenharia Didática desenvolvida no contexto do ensino de Matemática por meio de sua História. A aplicação foi em um curso de licenciatura em Matemática com a participação de quatro duplas de alunos e foram desenvolvidas cinco atividades envolvendo a sequência. O objetivo dessa pesquisa foi investigar a possibilidade da definição da sequência de Fibonacci no campo dos inteiros. A metodologia Engenharia Didática foi aplicada com amparo em uma visão de complementaridade que utilizou a Teoria das Situações Didáticas em sua fase de experimentação. Segundo o autor, a análise dos resultados indica que os alunos manifestam surpresa ao perceberem a possibilidade de descrição dos demais termos de índices inteiros da sequência de Fibonacci. O autor observa ainda que os alunos manifestaram dificuldades em sistematizar e formalizar suas conjecturas e os argumentos formulados nas fases iniciais de ensino previstas na Teoria das Situações Didáticas, e que os estudantes percebem as relações intrínsecas entre as sequências descritas nos naturais e inteiros.

No trabalho de Cavalcante (2017) foi abordado o conceito de parábola, conceito este ensinado no terceiro ano do ensino médio, dentro do conteúdo de geometria analítica, tendo como base uma sequência didática. Para a elaboração e aplicação das atividades o autor buscou aporte teórico na Teoria das Situações Didáticas. Como metodologia de pesquisa o autor utilizou os preceitos indicados pela Engenharia Didática. A sequência didática desenvolvida teve como objetivo o ensino do conceito de parábola baseada no uso do programa Geogebra como ferramenta auxiliar ao processo de ensino/aprendizagem. Na análise dos resultados o autor pondera que o uso do Geogebra em sala de aula mostrou-se satisfatório, pois segundo ele os conceitos abordados foram compreendidos por boa parte dos alunos no teste e durante o desenvolvimento da atividade, anotando ainda como fator positivo a motivação dos alunos em participar da atividade. O autor afirma que o retorno apresentado pelos alunos foi favorável, e que os alunos relataram que a aula foi mais interessante, e que a aprendizagem foi mais agradável comparado aos outros conteúdos já trabalhados pelo método tradicional.

A pesquisa de Oliveira (2014) consta da elaboração de uma Engenharia Didática, e focou na definição dos componentes dessa engenharia, tendo por alvo abordagens gráfica, algébrica e numérica, que envolvessem situações de aprendizagem, por meio da utilização do software Geogebra como recurso didático. Essa pesquisa teve por objetivo investigar estratégias de ensino para favorecer a aprendizagem dos estudantes a respeito do conteúdo de Equações Diferenciais Ordinárias e suas aplicações em cursos de graduação em Engenharia. A Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e a Engenharia Didática compõem os aportes teórico-metodológicos principais da pesquisa. Os sujeitos da pesquisa foram dezesseis alunos do segundo ano de graduação em Engenharia Ambiental e Engenharia de Produção de uma Instituição de Ensino Superior. A coleta de dados foi realizada por meio de guias de atividades, teste inicial e final de conhecimentos e diário de campo. A análise dos resultados, segundo Oliveira (2014), indicou que o uso do software favoreceu a realização das atividades e as discussões em dupla se mostraram bastante férteis. O autor afirma ainda que as características da engenharia didática desenvolvida no trabalho favoreceram a construção de conceitos de Equações Diferenciais Ordinárias pelos alunos, atendendo os objetivos da pesquisa.

1.3 JUSTIFICATIVA DA PESQUISA

Atualmente as estratégias utilizadas no ensino de Matemática são, em sua maioria, baseadas em metodologias tradicionais. O ensino se desenvolve em um contexto em que o aluno é mais um expectador do que um sujeito participante. O cumprimento do programa tende a ser a maior preocupação do professor e há pouca articulação entre o conteúdo e a metodologia utilizada com o objetivo de que o ensino favoreça a inserção social do aluno, para o seu desenvolvimento e interação com o meio.

Fleith e Alencar (2010, apud KRUSCHEWSKY, 2016) relacionam a desmotivação dos alunos com as estratégias de ensino pouco eficientes. Afirmam que uma metodologia de ensino que tem como centro o professor, pouca expectativa do docente com relação ao desenvolvimento do aluno e procedimentos rígidos com padronização de conteúdo, são fatores que cooperam para reduzir a motivação dos alunos.

Por outro lado, Brousseau (2008) alerta para o fato de que aprender não consiste em cumprir ordens ou copiar soluções para problemas, afirma ainda que o conhecimento dos alunos, de fato, se manifesta apenas nas decisões que ele toma em situações apropriadas, e, dessa forma, o professor não pode dizer o que faça, e nem determinar as suas decisões.

Assim, é importante para o educador utilizar metodologias de ensino que valorizem a construção do conhecimento por parte do aluno, que não o deixem como mero espectador do que o professor pretende ensinar, e que tenha como foco, conforme sugere a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) (BRASIL, 2015), a formação social do aluno.

Partindo do pressuposto de que a aplicação das sequências didáticas venha a facilitar a aprendizagem por proporcionar ao aluno condições favoráveis à construção e institucionalização dos conceitos envolvidos, elaboraremos duas propostas de sequências didáticas e aplicaremos em duas turmas, 6º e 8º anos do Ensino Fundamental. Esta proposta justifica-se por sua utilidade como modelo aplicável em diversos contextos na medida em que pode integrar os acervos disponíveis que servem como apoio ao professor e ao estudante de licenciatura interessados em alternativas não tradicionais de ensino, tendo como aporte a teoria da Engenharia Didática.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo Geral

Conceber, elaborar e aplicar duas sequências didáticas em turmas do Ensino Fundamental da Escola Deputado Américo Pereira Lima, localizada no município de Juruti-PA.

1.4.2 Objetivos específicos

- Fazer uma revisão teórica de algumas pesquisas que utilizam a Engenharia Didática como aporte teórico.
- Elaborar, sob o aporte da Teoria das Situações Didáticas, duas sequências didáticas para o ensino dos conceitos de frações, área de figuras planas e produtos notáveis.
- Aplicar as sequências didáticas em aulas da disciplina Matemática, com alunos das turmas do 6º e 8º anos do Ensino Fundamental.
- Fazer a análise dos dados coletados na fase de aplicação das sequências didáticas.

A seguir, no Capítulo 2, traremos o referencial teórico da nossa pesquisa, com ideias de alguns teóricos da Didáticas da Matemática. A Teoria das Situações Didáticas norteou a elaboração, aplicação e análise das sequências didáticas, e a Engenharia Didática foi útil na estruturação da pesquisa.

2 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E ENGENHARIA DIDÁTICA

2.1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações Didáticas é uma metodologia de ensino com base construtivista, proveniente da didática francesa e desenvolvida por Guy Brousseau. Ela abrange a relação entre os conteúdos de ensino, o discente e os métodos utilizados pelo professor para efetivar o aprendizado.

É importante esclarecer que o objeto central dessa teoria, de acordo com Almouloud (2007), não é o sujeito cognitivo, e sim as situações didáticas nas quais são identificadas as interações entre o professor, o aluno e o saber.

Em contraposição aos métodos de ensino tradicionais, que priorizam a memorização de regras, fórmulas e teoremas, seguidos da sua aplicação quando necessário, segundo os princípios propostos por essa teoria, é importante sugerir situações problema que estimem o raciocínio, a criatividade e ofereçam condições ao aprendiz de desenvolver táticas individuais de julgamento, e que colaborem para que o aluno possa construir o seu próprio conhecimento. O trabalho do aprendiz deve ser investigativo, e o aluno deve ser capaz de, entre outras coisas, formular regras, evidenciar, perceber padrões, e de interagir com outros alunos.

O "*milieu*" (ou meio, na sua tradução literal) é um conceito importante na Teoria das Situações Didáticas. Conforme Pommer (2013), o meio representa os vários recursos que auxiliam o aluno a interagir com a intenção de vencer o jogo ou resolver os problemas a ele apresentados, de modo a progredir em seus conhecimentos.

O meio pode abranger, dentre outros recursos, situações-problema, jogos, os conhecimentos dos colegas e do professor, uma história contada, uma simulação ou uma experiência realizada (POMMER, 2013). Ele deve estar munido de intenções didáticas nas quais o aluno é provocado a agir de forma ativa, mais como um sujeito cognitivo do que como um aprendiz, devendo envolver-se com os problemas, não só utilizando os seus prévios conhecimentos, mas também alterando-os, ou ainda, rejeitando-os para construir novos conhecimentos.

Segundo Almouloud (2007), a Teoria das Situações Didáticas apoia-se principalmente nas seguintes hipóteses:

- O aluno aprende adaptando-se ao meio antagonista que oferece a resistência adequada ao aluno, de forma parecida com o que acontece na sociedade humana, e as novas respostas dadas pelo aluno demonstram que houve aprendizagem.
- O meio necessita de intenções didáticas para que haja aprendizagem de conhecimentos matemáticos. Assim, o professor deve criar e organizar situações que favoreçam essa aprendizagem.
- O meio e as situações devem envolver saberes matemáticos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem.

Brousseau (2008) define situação como um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado. A respeito dessa interação, ele afirma:

> Uma interação torna-se didática, se e somente se, um dos sujeitos demonstra a intenção de modificar o sistema de conhecimentos do outro (os meios de decisão, o vocabulário, as formas de argumentação nas referências culturais) (BROUSSEAU, 2008, p. 53).

A Teoria das Situações Didáticas estuda principalmente as situações didáticas, definidas como “entorno do aluno, que inclui tudo o que especificamente colabora no componente matemático de sua formação.” (BROUSSEAU, 2008, p. 53).

Uma situação didática se caracteriza pelas interações provocadas pelo problema proposto pelo professor. Como já afirmado, esse problema deve ter como uma das características permitir que o aluno tenha um desenvolvimento autônomo, para isso deve ser compatível com o nível intelectual do aluno.

A situação adidática[3] é parte fundamental das situações didáticas. Na situação adidática o professor desenvolve as estratégias que favorecem a aprendizagem de um novo saber, mas não revela ao aprendiz a intenção de ensinar.

Nesse contexto é importante que o professor não apresente de imediato as respostas para os problemas apresentados por ele em sala de aula, devendo antes o aluno ter agido, refletido, questionado e possivelmente validado as suas formulações no decorrer da resolução do problema proposto. Tal problema deve ser escolhido de modo a fazer o aluno adquirir novos conhecimentos que precisam ser construídos sem a necessidade de apelos didáticos, ou seja, o aluno deve aprender por necessidade própria e não do professor ou da instituição.

Para Brousseau (2008) cada conhecimento pode ser caracterizado por pelo menos uma situação que preserva o seu sentido, chamada de situação fundamental. A situação fundamental

[3] Diferente da situação não-didática, na qual não há intenção de aprendizagem, na situação adidática essa intenção existe de forma implícita, o professor não assume o controle direto, agindo apenas como mediador/observador e o aluno trabalha de forma independente.

constitui um grupo de situações que caracterizam uma mesma noção a ensinar, tal noção é a resposta mais adequada. Segundo Almouloud (2007) estas situações permitem introduzir os conhecimentos em sala de aula numa epistemologia propriamente científica.

2.1.1 Diferentes Tipos de Situações Didáticas

Para analisar as relações que existem entre as atividades propostas com objetivos de aprendizagem, a Teoria das Situações Didáticas divide esse processo em diferentes fases, nas quais o saber matemático tem diferentes funções e o aluno não tem a mesma relação com o saber.

2.1.1.1 Situação de Ação

Em uma situação de ação o aprendiz realiza procedimentos mais imediatos, de natureza mais experimental e intuitiva, na tentativa de resolução do problema a ele apresentado. A melhor solução para esse problema é o conhecimento a ensinar.

Brousseau (2008) explica que é a sucessão dessas situações que vai constituir o processo pelo qual o aluno vai aprender um método para a resolução de um problema.

A respeito desse tipo de situação, Almouloud (2007) observa que deve provocar no aluno uma aprendizagem por adaptação.

> Uma boa situação de ação não é somente uma situação de manipulação livre ou que exija uma lista de instruções para o seu desenvolvimento. Ela deve permitir ao aluno julgar o resultado de sua ação e ajustá-lo se necessário, sem a intervenção do mestre, graças a retroação do *milieu*[4]. (ALMOULOUD, 2007, p. 37).

Nesta fase o aluno chega à solução do problema, mas não explicita os argumentos por ele utilizados para chegar a essa solução. Cabe ao professor escolher estratégias que levem o aluno a agir sobre o problema sem ter que explicitar argumentos.

2.1.1.2 Situação de Formulação

Nessa situação o aluno já utiliza algum argumento ou esquema de natureza teórica que utiliza informações anteriores.

Pais (2011) afirma que:

---

[4] Neste caso o autor deu preferência ao termo *milieu* no lugar da sua tradução em português "meio".

> Trata-se do caso em que o aluno faz afirmações sem ter a intenção de julgar o conhecimento, embora contenham implicitamente intenções de validação. Portanto tais situações se caracterizam por não explicitar as razões lógicas da validação, pois o aluno não sente nenhuma exigência nessa direção. (PAIS, 2011, p. 72)

O seu raciocínio passa a ser mais elaborado comparado com um procedimento experimental e o saber ainda não possui a função de justificação e de controle, mesmo que o aluno tente explicitar as suas justificativas, pois essa não é a característica essencial desse tipo de situação didática.

> Uma dialética[5] de ação consistiria em desenvolver progressivamente uma linguagem compreensível por todos e que leva em conta os objetos e as relações pertinentes de forma adequada (isto é, permitindo raciocínios úteis e ações). A cada instante essa linguagem construída será testada do ponto de vista de sua inteligibilidade, da facilidade de construção, do tamanho das mensagens que se podem trocar. A construção ou código (repertório, vocabulário, algumas vezes a sintaxe) na língua natural ou linguagem formal torna possível a explicitação das ações e dos modelos de ação. (BROUSSEAU, 1998, p.36, apud ALMOULOUD, 2007, p.39)

Assim, o objetivo desta fase é a troca de informações entre o aluno e o meio. O aluno explicita as ferramentas que utilizou e as soluções encontradas por meio de uma linguagem mais adequada, sem que seja obrigatório o uso explícito de linguagem matemática. Nessa fase os alunos tentam modificar a linguagem utilizada usualmente, buscando uma adequação às informações que desejam passar.

2.1.1.3 Situação de validação

Nesta etapa o aluno deve apresentar uma argumentação racional, e a genuinidade do conhecimento é importante. Para resolver o problema o aluno poderá apresentar alguns exemplos de esquemas teóricos explícitos com argumentação bem mais elaborada.

Para Pais (2011) esta situação está relacionada à veracidade do conhecimento, que, segundo o autor, é um dos problemas mais complexos, seja do ponto de vista epistemológico ou didático, porque “[...] é praticamente impossível assegurar a universalidade do conceito de verdade, tendo em vista a diversidade das posições filosóficas existentes.” (PAIS, 2011, p. 73).

Nas discussões entre alunos, na busca por aporte teórico, o aluno poderá contestar ou rejeitar proposições que ainda não compreende, ele poderá também apresentar alguma justificativa genuína e específica que a desmascare.

> Nesse novo tipo de situação, os alunos organizam enunciados em demonstrações, constroem teorias – na qualidade de conjuntos de enunciados de referência – e tanto aprendem a convencer os demais alunos como a se deixarem convencer sem ceder a

[5] Para Brousseau (2008, p. 32) dialética é “[...] uma sucessão (espontânea ou não), de novas perguntas e respostas [...].”

> argumentos retóricos, à autoridade, à sedução, à soberba, a intimidação etc. (BROUSSEAU, 2008, p. 27).

Assim, na situação de validação o trabalho intelectual do aprendiz envolve afirmações, elaborações, declarações a propósito da validade do saber, nas quais ele utiliza a linguagem matemática apropriada.

2.1.1.4 Situação de Institucionalização

Brousseau (2008) comenta que a princípio eram consideradas somente os três tipos de situações vistas anteriormente, e acreditava que tais situações abrangiam todas os tipos de situações de aprendizagem, mas no decorrer das experiencias desenvolvidas percebeu que os professores sentiam a necessidade de organizar um espaço, hesitando em passar de uma lição para a seguinte sem analisar o que já haviam feito.

Surgiu assim a necessidade de considerar as fases de institucionalização, afim de garantir a consistência do conjunto de modelagens resultantes do processo de ensino, eliminando as contraditórias, por meio de um trabalho teórico, dando a determinados conhecimentos o estatuto cultural do saber.

Dessa forma, nesta fase o professor deve validar os conhecimentos construídos pelos alunos, pra que que venham a ter caráter de universalidade, impessoalidade oficializando-os e conferindo o status de constituidor do patrimônio de saberes matemáticos da classe.

Segundo Almouloud (2007, p. 40) “Depois da institucionalização, feita pelo professor, o saber torna-se oficial, e os alunos devem incorporá-los aos seus esquemas mentais tornando-o assim disponível para a resolução de problemas matemáticos”.

Cabem alguns cuidados ao professor em relação a essa fase, pois se for antecipada, ela interrompe a construção do saber, por outro lado, se ela vier muito tarde, ela atrasa a aprendizagem além de reforçar interpretações inexatas por parte dos alunos.

Em relação às situações discutidas anteriormente, destacamos aqui que elas encontram -se, na maioria das vezes, entrecruzadas entre si. A separação proposta tem como principal justificativa viabilizar uma análise didática.

2.1.2 Obstáculos Epistemológicos e Didáticos

A noção de obstáculos epistemológicos foi descrita inicialmente por Gaston Bachelard, filósofo francês, na obra publicada em 1983, intitulada Formulação do Espírito Científico, uma obra que segundo o autor tem exercido influência devido a sua originalidade e clareza (PAIS, 2011). Bachelard se referiu aos obstáculos epistemológicos para mencionar a dificuldade da Ciência ao longo da história. Para este filósofo, os obstáculos epistemológicos são constituídos de um conhecimento que faz resistência a um novo conhecimento.

Brousseau (2008) explica que Bachelard considerava que esses obstáculos não aconteciam na Matemática, e a modelagem das situações levou Brousseau a propor uma outra definição para os obstáculos epistemológicos, a qual considerou mais adequada.

Os obstáculos são efeito de um conhecimento anterior, que tinha o seu interesse, o seu sucesso, mas que agora se apresenta falso ou simplesmente inadaptado. Eles se apresentam por meio de alguns erros que não são aleatórios ou imprevisíveis, característicos do conhecimento adquirido. Dado o êxito que esse conhecimento alcançou antes, apesar dos insucessos nas novas situações, a tendência é que permaneça o conceito já confirmado, e isto se revela uma barreira para novas aprendizagens. Nesse contexto o aluno necessita de um conhecimento mais sofisticado, que generalize a situação conhecida e inclua a nova na qual fracassou.

Segundo Brousseau (2008) :

> Um obstáculo é um "conhecimento" no sentido que lhe demos de "forma regular de considerar um conjunto de situações".
> Tal conhecimento dá resultados corretos ou vantagens observáveis em determinados contextos, mas revela-se falso ou totalmente inadequado em um contexto novo ou mais amplo.
> O conhecimento novo, verdadeiro ou válido sobre um contexto mais amplo não é determinado "de acordo" com o conhecimento anterior, mas em oposição a ele: utiliza outros pontos de vista, outros métodos etc. Entre eles não existe relações "lógicas" evidentes que permitam desacreditar facilmente o erro antigo por meio do conhecimento novo. Ao contrário, a competição entre eles acontece no primeiro contexto.
> Os conhecimentos aqui considerados não são construções pessoais variáveis, mas, sim, respostas "universais" em contextos precisos. Portanto, surgem quase necessariamente na origem de um saber, seja ela histórica ou didática. (BROUSSEAU, 2008, p. 49).

Dessa forma, um obstáculo é da mesma natureza do conhecimento resistindo e sendo rejeitado, tentando adaptar-se localmente e a sua superação exige trabalho análogo ao da aplicação do conhecimento no que diz respeito a interação frequente, a dialética entre o educando e o elemento de seu conhecimento.

Conforme aponta Pais (2011) , no contexto pedagógico é mais adequado se referir à existência de obstáculos didáticos, considerando que a noção de obstáculo epistemológico nos remete ao contexto histórico das ciências. Por outro lado, a comprovação de um obstáculo didático não passa pelos registros do método histórico-crítico, conforme adotava Bachelard.

Segundo Almouloud (2007), os obstáculos são próprios do saber, e as dificuldades que os matemáticos se depararam na história podem identifica-los, citando como exemplo o desenvolvimento do conceito de probabilidade, o trabalho com medidas continuas nesse conceito foi um obstáculo até o desenvolvimento da Teoria das Medidas e Teoria da Integração. O autor cita ainda outros fatores e concepções que deram origem a obstáculos epistemológicos: o estatuto de números, o zero, o infinito, o conceito de função e o conceito de probabilidade, obstáculos que são observados até hoje nos alunos.

2.1.3 O Contrato Didático

O contrato didático, de acordo com a definição de Brousseau (2008), é um conjunto de comportamentos característicos do professor esperados pelo aluno, e um conjunto de comportamentos do aluno esperados pelo professor.

São as regras, que funcionam como se fossem cláusulas de um contrato formal, que determinam o que cada elemento da relação didática deverá fazer. De forma explicita, poucas vezes, quando elas são declaradas pelo professor em sala de aula, mas principalmente, de forma implícita, quando elas acompanham a formação de cada indivíduo dentro do ambiente escolar.

O contrato didático não deve ser encarado como um contrato convencional entre o professor e o aluno, a respeito dos conhecimentos a serem adquiridos pelos alunos, destinado a estabelecer uma regulamentação de interesses entre as partes.

Segundo Brousseau (2008):

> Admitindo-se que pudesse existir um contrato sobre a natureza dos conhecimentos a serem adquiridos, ele estaria fadado a ser quebrado, porque os conhecimentos adquiridos substituem ou destroem os conhecimentos anteriores. A aquisição é amiúde, uma quebra, uma ruptura das próprias convicções. (BROUSSEAU, 2008, p. 75).

A percepção do contato didático ocorre principalmente com a sua violação por um dos parceiros da relação didática. Por exemplo, uma quebra do contrato didático ocorre quando o professor pretende abordar um conceito novo por meio de uma atividade em que os alunos, partindo de uma situação problema, resolvem questões individualmente ou em pares, e no final o professor faz algumas considerações afim de promover a institucionalização do conceito que se pretende construir. Se nesta situação os alunos estiverem habituados com métodos tradicionais, nas quais o procedimento mais comum é o de aula expositiva com definições, propriedades e exemplos seguidos de exercícios, será natural que os alunos façam questionamentos. Haverá, portanto, uma ruptura do contrato didático que se caracteriza pelo fato do professor não atuar conforme o esperado pelo aluno. Essa quebra no contrato anteriormente estabelecido, favorece o estabelecimento de um novo contrato, que deverá se consolidar por meio da negociação com os alunos.

Pais (2011) exemplifica a ruptura do contrato didático com o caso em que o aluno não mostra interesse na resolução do problema oferecido a ele pelo professor, ou quando não há envolvimento aceitável nas atividades propostas. Essa ruptura se evidencia porque o que se espera é o envolvimento do aluno nas atividades didáticas.

Uma ruptura do contrato didático também ocorre quando é proposto um problema cuja resolução não é compatível com o nível intelectual e cognitivo do aluno, ou ainda quando há um desvio da função do professor como orientador das situações de aprendizagem, ficando impaciente e passando a aplicar punições aos alunos que não apresentam uma conduta esperada, pois este descontrole leva ao rompimento de uma ética pedagógica, que normalmente não é explicitada na formação do professor (PAIS, 2011).

2.1.3.1 Alguns Efeitos do Contrato Didático

Brousseau (2008) discute o que chamou de "efeitos do contrato didático", situações que podem ocorrer em sala de aula e que são momentos importantes para a continuidade do processo de aprendizagem escolar e que podem ser superados, dependendo para isso tanto do professor quanto do aluno.

O efeito Topázio, segundo Brousseau (2008), se verifica quando ocorrem certos tipos de mudanças nas perguntas feitas pelo professor, a fim de obter a resposta esperada do aluno. Diante de sucessivos fracassos na tentativa de ensinar algum conceito, o professor facilita de forma demasiada a resposta do aluno.

Ao incidir em tal efeito, o professor, ao esperar melhores resultados dos alunos, facilita-lhe a tarefa de diversas formas, como por exemplo, exagerando na quantidade de explicações, ensinando-lhe pequenos "truques" para que ele chegue ao resultado esperado, ou mesmo, mostrando pequenos passos do problema. Neste sentido, podemos afirmar que a incidência de um efeito Topázio vai contra os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas, que prioriza a construção do conhecimento pelo próprio aluno.

Segundo Pais (2011),

> Esse tipo de situação é bem característico de uma certa vertente do ensino tradicional da matemática, na qual o professor, indevidamente, toma para si uma parte essencial da tarefa da compreensão do problema em questão. O que deveria ser resultado do

> esforço do aluno passa a ser visto como uma tentativa de transferência de conhecimento (PAIS, 2011, p. 90).

Ao incorrer no efeito Topázio, o professor pode estar respaldado pelas circunstancias condicionadas pelo tipo de contrato didático que predomina naquela situação. Assim, para Pais (2011) , não basta condenar tal postura sem antes considerar os pressupostos pelos quais assenta sua prática docente.

O Efeito Jourdain pode ser observado quando alguns professores relacionam, por exemplo, procedimentos triviais dos alunos a conhecimentos elaborados, afirmando ter percebido nos alunos sinais de conhecimentos de conceitos e propriedades matemáticas. Esquivando-se de um possível fracasso, o professor opta por não discutir os seus conhecimentos com o aluno, dando preferência a dar como aprendido um conhecimento que deveria ser ensinado.

Pais (2011), ao discutir o efeito jourdain, afirma que o considera como uma degeneração do efeito Topázio, pois reconhecer uma resposta ingênua do aluno como aparecimento do conhecimento escolar válido deixa de ser apenas uma antecipação de resposta do professor ao aluno, sendo, portanto, mais grave.

Almouloud (2007) exemplifica o efeito jourdain com o caso do professor que ao perceber que o aluno chega ao resultado correto de uma equação, utilizando uma estratégia falsa, passa a cobrar do aluno apenas o tipo de equação específica que se enquadra nessa estratégia de resolução, com o intuito de mostrar que houve aprendizado.

Um outro efeito do Contrato Didático é o uso abusivo da analogia. Fazer comparações é sempre útil para facilitar o entendimento, mas o seu uso abusivo pode limitar o conceito em questão. Abordar a resolução de uma questão buscando a resposta em uma situação equivalente é uma boa estratégia heurística, no entanto, limitar a conclusão de um problema à uma solução previamente examinada pode fazer com que o aluno evite abordar diretamente o problema proposto. O uso indiscriminado de analogias também pode produzir o efeito Topázio.

De acordo com Pais (2011):

> E por um lado, o uso de uma analogia é um recurso utilizado para facilitar a aprendizagem, por outro, há o risco que ela seja uma porta de entrada para outros efeitos do contrato didático. O aluno chega a uma solução não porque ele aprendeu realmente, mas porque ele reconhece indícios com situações análogas que o professor propôs para que ele repetisse e, após algumas tentativas, compreende que a melhor alternativa é buscar semelhanças com a analogia utilizada pelo professor. (PAIS, 2011, p. 95).

Dessa forma, a utilização da analogia pode ser um recurso didático eficiente, em certas situações, mas para que exista essa eficiência a sua utilização deve ser acompanhado de alguns cuidados na forma como ele é empregado.

2.2 ENGENHARIA DIDÁTICA

A noção de Engenharia Didática surgiu oficialmente no início dos anos oitenta, na França, como metodologia de pesquisa e teoria educacional. Segundo Artigue (1996, apud PAIS 2011) a Engenharia Didática expressa uma forma de trabalho didático comparável com o trabalho de um engenheiro, na realização de um projeto arquitetônico. Essa comparação está relacionada às fases de concepção, planejamento e implantação de um projeto fundamentado em conhecimentos científicos e que pode ser desenvolvido tanto por um educador quanto por um pesquisador em didática, que, no caso do educador, organiza um plano de aula, e o pesquisador, um plano de pesquisa.

Segundo Pommer (2013) a Engenharia Didática, pode ser utilizada como metodologia qualitativa de pesquisa na área de Matemática, mas também é útil para a elaboração de situações didáticas que configurem um quadro de aprendizagem significativa em sala de aula.

Na perspectiva de uma metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática tem como principal característica um esquema experimental baseado na concepção, realização, observação e análise de uma sequência de ensino, formada por um número adequado de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem.

Neste sentido, Almouloud e Coutinho (2008) afirmam:

> Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise *a priori* e análise *a posteriori*. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste. (ALMOULOUD e COUTINHO, 2008, p. 67).

Para Artigue (1996, apud BRUM 2014), a Engenharia Didática surge da necessidade de uma metodologia de investigação científica que busque tirar relações entre pesquisa e ação sobre o sistema baseado em conhecimentos didáticos preestabelecidos. Assim, a Engenharia Didática enquanto metodologia de pesquisa caracteriza-se como produto didático que envolve plano de ensino, a criação de materiais didáticos e esquema experimental baseado nas realizações didáticas em sala.

Nesse contexto, segundo Brum (2014) o papel do professor é: “[...] propor ao estudante uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor" (BROUSSEAU, 1996, p. 49, apud BRUM, 2014, p.2). Esta afirmação nos remete a relação entre a Metodologia da Engenharia Didática e a Teoria das Situações Didáticas, cujos pressupostos teóricos discutimos anteriormente (seção 3.1.2). Segundo Pais (2011) o interesse pelo estudo da Engenharia Didática se justifica pelo fato de ela trazer uma proposta diferenciada de sistematizar procedimentos metodológicos de pesquisa em didática da matemática, que se baseia na aplicação de uma sequência didática em sala de aula: procedimento encadeado de passos, uma espécie de roteiro, ou etapas ligadas ente si para tornar mais eficiente o processo de aprendizagem, que é aplicado a um grupo de alunos.

De acordo com Artigue (1988, apud BERENGUER 2010) podem se distinguir dois níveis de pesquisa em engenharia didática o da Microengenharia e o da Macroengenharia.

A Microengenharia está relacionada às pesquisas que têm por objeto de estudo um assunto específico, são realizadas de forma local e analisam principalmente a complexidade dos acontecimentos de sala de aula. A Macroengenharia são aquelas pesquisas que possibilitam estabelecer a complexidade dos estudos da Microengenharia com a dos fenômenos ligados à duração nas relações de ensino e aprendizagem. Esses tipos de pesquisa são complementares e, portanto, indispensáveis.

2.2.1 Fases da Engenharia Didática

A Engenharia Didática como metodologia abrange quatro fases: as análises preliminares, a concepção e a análise a priori, a experimentação e a análise a posteriori e validação.

Pommer (2013) destaca que as quatro fases não ocorrem necessariamente de forma linear. A elaboração da Engenharia Didática necessita da articulação, da antecipação e os elementos caracterizadores destas quatro fases podem até ocorrer de forma simultânea.

2.2.1.1 Análises Preliminares

Nas Análises Preliminares é feito um levantamento a respeito do objeto matemático em estudo. As análises são feitas levando-se em consideração o quadro teórico didático sobre o qual o pesquisador se apoia e os conhecimentos didáticos já obtidos a respeito do tema em estudo. Faz-se uma análise epistemológica dos conteúdos envolvidos no ensino; se avalia como vem sendo desenvolvido o ensino atual do referido assunto e suas implicações, faz-se uma análise da percepção dos alunos, das dificuldades e obstáculos que se mostram diante do saber apresentado.

Segundo Almouloud e Coutinho (2008) nesta fase se realizam as análises que podem comportar as seguintes vertentes:

• epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino;

• do ensino usual e seus efeitos;

• das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam sua evolução;

• das condições e fatores de que depende a construção didática efetiva;

• a consideração dos objetivos específicos da pesquisa;

• o estudo da transposição didática do saber considerando o sistema educativo no qual insere-se o trabalho.

A esse respeito, Pais (2011, p. 101) afirma que:

> Para melhor organizar a análise preliminar, é recomendável proceder a uma descrição das principais dimensões que definem o fenômeno a ser estudado e que se relacionam com o sistema de ensino, tais como a epistemologia cognitiva, pedagógica, entre outras. Cada uma dessas dimensões participa na constituição do objeto de estudo.

O objetivo da pesquisa motivará se cada uma dessas análises ocorrerá ou não, determinando também o grau de profundidade.

2.2.1.2 Concepção e Análise a Priori

Nesta fase serão definidas algumas varáveis de comando do Sistema Didático, que podem interferir na constituição do fenômeno. Estas variáveis serão articulas e analisadas no transcorrer da sequência didática.

Para Artigue (1996, apud PAIS 2011) pode-se distinguir as variáveis globais (ou macro-didáticas) das variáveis locais (ou micro-didáticas). As variáveis globais dizem respeito à organização global da engenharia, enquanto as variáveis locais dizem respeito ao planejamento de uma sessão de ensino, cuja mudança nos seus valores provoca alterações nas estratégias de resolução de problemas, de modo a fazer evoluir a performance dos alunos.

Nas palavras de Almouloud e Coutinho (2008, p. 67), em uma Análise a Priori deve-se:

> • Descrever as escolhas das variáveis locais e as características da situação adidática desenvolvida.
> • Analisar a importância dessa situação para o aluno e, em particular, em função das possibilidades de ações e escolhas para construção de estratégias, tomadas de

> decisões, controle e validação que o aluno terá. As ações do aluno são vistas no funcionamento quase isolado do professor, que, sendo o mediador no processo, organiza a situação de aprendizagem de forma a tornar o aluno responsável por sua aprendizagem;
> • Prever comportamentos possíveis e tentar mostrar como a análise feita permite controlar seu sentido, assegurando que os comportamentos esperados, se e quando eles intervêm, resultam do desenvolvimento do conhecimento visado pela aprendizagem.

Assim, é nessa fase da Engenharia Didática que se busca prever as ações e os comportamentos dos alunos que poderão ocorrer no decorrer da aplicação da sequência didática. E é nesse momento que se elaboram as atividades que constituem a sequência didática, focada no aluno, pois segundo os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas ele é o agente principal de sua aprendizagem, enquanto o professor tem o papel de oferecer atividade por meio da devolução[6], de fazer a institucionalização e sua presença está também no contrato didático que vai além do desenvolvimento da sequência didática.

2.2.1.3 Experimentação

Essa é a fase da pesquisa em que o professor/pesquisador vai a campo para a aplicação da sequência didática, onde entra em prática o saber didático. De acordo com os pressupostos da Engenharia Didática, esta aplicação deverá envolver uma abordagem metodológica que favoreça a criticidade e a reflexão numa perspectiva de construção de um saber consciente.

A respeito da sequência didática Pais (2011, p. 102) afirma:

> Uma sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas sessões, tendo em vista o seu caráter especifico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas no sentido da rotina da sala de aula. Tal como acontece na execução de todo projeto, é preciso estar atento ao maior número possível de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigatório.

No decorrer da aplicação da sequência didática, considerando-se a análise do fenômeno investigado, as aulas não devem ser como de rotina. É preciso atenção para que se possa colher o maior número possível de informações que podem ser úteis, e as circunstâncias reais da aplicação devem estar descritas no relatório da pesquisa.

Para Artigue (1988, apud BERENGUER 2010) nesta fase da pesquisa deve ficar esclarecido o seguinte:

---

[6] Segundo Brousseau (2008) a devolução é ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação adidática de aprendizagem ou de um problema, e assume ele mesmo as consequências dessa transferência.

- Explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa;
- Estabelecimento do contrato didático;
- Aplicação dos instrumentos de pesquisa;
- Registros das observações feitas durante a aplicação.

Dessa forma, nessa fase da pesquisa cabe ao professor/pesquisador elaborar abordagens metodológicas que sigam os princípios acima evidenciados.

2.2.1.4 Análise a Posteriori E Validação

Esta fase se apoia sobre os dados colhidos no decorrer da aplicação da sequência didática, é o conjunto de resultados que se chega a partir das observações realizadas na transcorrência de cada sessão de ensino. Analisam-se os construtos didáticos dos alunos, as observações feitas em relação ao desempenho deles durante a aplicação da sequência didática, além de todas as outras anotações feitas durante a experimentação.

Peculiar da Engenharia Didática enquanto procedimento metodológico, a validação interna das atividades também é feita nesta fase, pela confrontação entre a análise *a priori* e os dados obtidos na análise *a posteriori*.

Nas palavras e Almouloud e Coutinho (2008, p. 68)

> Assim, a análise a posteriori depende das ferramentas técnicas (material didático, vídeo) ou teóricas (teoria das situações, contrato didático...) utilizadas com as quais se coletam os dados que permitirão a construção dos protocolos de pesquisa. Esses protocolos serão analisados profundamente pelo pesquisador e as informações daí resultantes serão confrontadas com a análise a priori realizada. O objetivo é relacionar as observações com os objetivos definidos a priori e estimar a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados.

A respeito desta fase, Pais (2011) argumenta que é importante que essa análise atinja a realidade da produção dos alunos e, sempre que possível, mostre os seus procedimentos de raciocínio. O autor explica que essa análise pode ser enriquecida com dados coletados por meio de outras técnicas como questionários, entrevistas, diálogos entre outras.

No capítulo 3 descreveremos e classificaremos os procedimentos metodológicos utilizados na investigação, faremos o delineamento das atividades bem como a descrição do lócus e dos sujeitos da pesquisa.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 METODOLOGIA

A presente pesquisa é caracterizada como descritiva, segundo os seus objetivos, e naturalista ou de campo, segundo o processo de coleta de dados. Descritiva porque, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), estamos desenvolvendo uma pesquisa que deseja caracterizar com detalhes, uma situação, um fenômeno ou problema; e naturalista ou de campo, pois, de acordo com os mesmos autores, é a modalidade de investigação em que a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o fenômeno acontece e pode dar-se por diversos meios, entre eles, observação participante, teste e aplicação de questionários.

A metodologia da investigação adotada neste trabalho foi Engenharia Didática. De acordo com as ideias de Almouloud (2007), a Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa e teoria educacional que surgiu na França no início dos anos 80 no campo específico da Didática da Matemática. Por meio da Engenharia Didática une-se teoria e prática docente, pois a sua principal característica é um esquema experimental, baseado na construção, realização e análise de sessões de ensino, levando em consideração não só o desempenho individual de cada aluno, mas o processo como um todo.

Segundo Pommer (2013), a Engenharia Didática se insere na vertente da pesquisa qualitativa. Lüdke e André (1986) descrevem a pesquisa qualitativa por meio das seguintes características: coleta de dados descritivos, obtidos diretamente na fonte (ambiente), através do contato do pesquisador com a situação pesquisada, preocupando-se mais com o processo do que com o produto, de modo a retratar as perspectivas dos participantes.

Ao utilizarmos a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa pudemos fazer a validação dos resultados internamente, a partir de observações feitas em sala de aula e da análise da construção didática dos alunos, sem a necessidade de um pré-teste ou pós-teste.

Quanto ao nível da investigação, trata-se de uma Microengenharia[7] (ARTIGUE 1988, apud ALMOULOUD e SILVA, 2012), pois estamos interessados em fenômenos que ocorrem em sala de aula.

---

[7] No capítulo 3 temos uma breve definição de Microengenharia e Macroengenharia.

Na próxima seção (3.2) e subseções (3.2.1 e 3.2.2) faremos o delineamento das atividades que compõem as sequências didáticas e descreveremos alguns aspectos relativos à aplicação das sequências didáticas.

3.2 DELINEAMENTO DAS ATIVIDADES

Elaboramos duas Sequência Didáticas (APÊNDICE A e APÊNDICE B), de acordo com os pressupostos da Engenharia Didática e com o apoio da Teoria das Situações Didáticas, para serem aplicadas em turmas do 6º e 8º anos do Ensino Fundamental. A aplicação ocorreu na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Deputado Américo Pereira Lima, na Cidade de Juruti-PA. Nesta fase, coletamos os dados por meio da produção dos alunos, em uma perspectiva de observação do tipo etnográfica, definida como um tipo de estudo em que o observador frequenta os locais onde os fenômenos acontecem e a coleta de dados é realizada junto aos comportamentos naturais das pessoas (FIORENTINI e LORENZATO, 2012), e fizemos registros em diário de campo e filmagens.

> Um dos instrumentos mais ricos de coleta de informações durante o trabalho de campo é o diário de bordo. É nele que o pesquisador registra de fenômenos. Faz descrição de pessoas e cenários, descreve episódios ou retrata diálogos. Quanto mais próximo do momento da observação for feito o registro maior será a acuidade da informação. (FIORENTINI e LORENZATO, 2012, p. 118-119)

No dia 26 de outubro de 2018, ocorreu o primeiro contato com a direção da Escola Américo Pereira Lima, ocasião em que pudemos apresentar nossa proposta de investigação. Após concedida a autorização para desenvolvermos as atividades com as turmas, dirigimo-nos aos professores responsáveis pelas turmas do 6º e 8º anos na mesma escola. Eles se mostraram bastante receptivos e aceitaram pontuar as atividades como forma de motivar os alunos a participarem.

As Sequências Didáticas foram aplicadas pelo próprio pesquisador, auxiliado por uma professora que tem formação em Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA), e Especialista em Fundamentos de Matemática Elementar pela UFPA. Essa professora não tem vínculo com a escola onde foi realizada a aplicação.

Aplicamos as sequências didáticas em duas turmas do Ensino Fundamental do turno da tarde, em dois encontros em cada uma das turmas. Houve ainda um terceiro encontro em cada uma das turmas no qual ocorreu a fase de institucionalização, prevista pela Teoria das Situações Didáticas. Os encontros com a turma do 6º ano ocorreram nos dias 29 e 30 de novembro de

2018 e 06 de dezembro de 2018; e com a turma do 8º ano, nos dias 29 e 30 de novembro e 05 de dezembro de 2018. Cada encontro teve duração de duas aulas de 45 minutos cada.

No final das atividades solicitamos que os alunos respondessem a um questionário (APÊNDICE C) para termos uma melhor impressão a respeito da experiência e para entendermos melhor a aceitação dos alunos em relação ao método de ensino empregado. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012) o questionário é em um instrumento de coleta de informações, baseado em uma série de perguntas que podem ser fechadas, abertas e mistas. Na nossa pesquisa optamos por um questionário misto, que combina perguntas fechadas e abertas.

Após a fase de aplicação, conforme sugerem os pressupostos da Engenharia Didática, fizemos a análise dos resultados, com o objetivo de comparar as expectativas iniciais com os resultados obtidos. Procuramos fazer essa análise levando em consideração não só o desempenho dos alunos na resolução das atividades, mas a experiência como um todo. Utilizamos, portanto, uma abordagem predominantemente qualitativa, porém, para a análise de alguns aspectos considerados na experimentação, buscamos uma abordagem quantitativa.

Nas próximas seções (3.2.1 e 3.2.2) trataremos de como foi feita a elaboração das sequências didáticas. Esta é a fase de Análise a Priori da nossa investigação, nela descreveremos também as variáveis didáticas locais e algumas das expectativas relativas à aplicação das sequências didáticas.

3.2.1 Sexto Ano

Na turma no sexto ano foi aplicada a "Sequência Didática A" (APÊNDICE A) cujo tema é "Frações". O objetivo dessa sequência é propiciar situações didáticas de ação, formulação e validação, que favoreçam a compressão de forma significativa das operações com frações.

Utilizamos a representação figural para o aluno ter como referência no desenvolvimento das concepções de frações. Estas concepções foram as de fração como parte-todo, frações como medida e frações como operador multiplicativo.

A respeito da concepção parte-todo, Almouloud e Silva (2008) afirmam que:

> Essa concepção se caracteriza por um inteiro (grandeza discreta ou contínua), do qual uma parte pode ser associada a um número fracionário e, com este intuito, as figuras se prestam como representação desse inteiro. Convenciona-se então que ele deva estar dividido em partes "iguais" (mesma área) para que a parte em questão possa ser quantificada (ALMOULOUD e SILVA, 2008, p. 58).

Almouloud e Silva (2008) declaram ainda que ao se ensinar as operações com frações é importante desenvolver outras concepções além da concepção parte-todo, porque é inadequado associá-la com frações maiores que um inteiro.

Conforme sugerem os pressupostos da Engenharia Didática, indicamos as variáveis didáticas locais: a representação figural e os esquemas apresentados, cujos diferentes valores foram dados pela variação nas formas das figuras, pela divisão das figuras em quantidades diferentes de partes, bem como pela inclusão e retirada das figuras e dos esquemas.

Identificamos os alunos dessa turma pelo número 6 (em referência à turma), seguido de uma letra maiúscula do nosso alfabeto (A, B, C, ...,).

Na elaboração das Sequências evitamos envolver os alunos com conceitos inadequados ao seu nível de desenvolvimento, o que acarretaria ruptura de uma regra do Contrato Didático. Para Pais (2011), a ruptura de uma regra do Contrato Didático ocorre quando é apresentado aos alunos um problema que não é compatível com o nível de conhecimento dos mesmos. Assim, evitamos, nesse momento, uma abordagem mais rigorosa do conceito de frações.

Tivemos como expectativas gerais para essa sequência didática que ela viesse propiciar aos alunos um ambiente de reflexão e discussão das regras associadas às operações com frações, bem como do conceito de frações equivalentes, avaliando que esses são fatores importantes na construção do conhecimento pelo próprio aluno, e dessa forma a sequência didática deveria contribuir para a aprendizagem desse conteúdo.

Na atividade 1, nos itens (a) e (b) elaboramos uma situação de ação cujo objetivo foi apresentar a concepção de fração parte-todo. Tivemos como expectativas que os alunos a desenvolvessem sem dificuldades, e que fizessem o uso da concepção parte-todo, juntamente com a dupla contagem das partes a partir da referência figural em outras atividades dessa sequência.

Na atividade 2 buscamos desenvolver situações didáticas para explorar o conceito de frações equivalentes. Nos itens (a) e (b), objetivamos estabelecer uma situação de ação, na qual o aluno deveria escrever as frações. Esperamos nesses itens que os alunos escrevessem as frações correspondentes nas lacunas efetuando a dupla contagem das partes, com base na concepção parte-todo.

Nos itens (c) e (d) constam situações de formulação. No item (c) o aluno foi questionado a respeito das frações que ele deve ter escrito nos itens (a) e (b) desta atividade, frações estas que são equivalentes. A nossa expectativa com esse item da atividade foi a de que o aluno começasse a perceber, a partir de reflexões provocadas pela atividade, que uma mesma fração pode ser representada de mais de uma forma, preparando o seu entendimento das frações equivalentes, e na fase de institucionalização apresentamos uma definição formal do conceito. No item (d) Esperávamos que o aluno percebesse com o auxílio dos itens (a), (b) e (c) desta atividade, que as frações $\frac{20}{24}$ e $\frac{5}{6}$ representam a mesma quantidade.

Na atividade 3 objetivamos colocar o aluno frente a uma situação de ação que buscou favorecer o desenvolvimento do conceito de frações equivalentes. No item (a) os alunos deveriam fazer a dupla contagem das partes, pintadas e não, das figuras apresentadas, e escrever as frações equivalentes correspondentes às partes pintadas.

No item (b) dessa atividade tivemos uma situação de formulação, na qual apresentamos três figuras, e esperávamos que o aluno tivesse percebido que qualquer uma das frações relacionadas ao problema pode ser representada por $\frac{1}{3}$. A nossa expectativa com esse item da atividade foi a de que o aluno formulasse, baseado na representação figural, uma justificativa para o fato de $\frac{1}{3}$ poder representar as outras frações.

Na atividade 4 trouxemos uma situação de ação, na qual versamos a respeito da operação de adição e subtração de frações com mesmos denominadores. Nos itens (a) e (b) os alunos deveriam somar e subtrair, respectivamente, as frações com mesmos denominadores com o auxílio da representação figural. No item (c) retiramos a representação figural, e esperávamos que o aluno viesse a proceder da mesma forma que nos itens (a) e (b). No item (d) dessa atividade, no qual consta uma situação de formulação, esperávamos que os alunos descrevessem como procederam para chegar às somas e subtrações das frações com mesmos denominadores.

Na atividade 5 abordamos a adição de frações com diferentes denominadores. Nos itens (a) e (b) constam situações de ação. A estratégia inicial foi a de favorecer com que os alunos viessem a somar as frações de duas formas diferentes, com o auxílio da referência da representação figural. No item (a) as frações tem os denominadores diferentes e, no item (b), denominadores iguais. Porem as frações do item (b) são equivalentes as do item (a), e, portanto, a adição no item (b) leva ao mesmo resultado que a do item (a). Tínhamos como expectativa que o aluno viesse a perceber que tanto o item (a) quanto o item (b) levariam ao mesmo resultado.

Nos itens (c) e (d) dessa atividade favorecemos situações de formulação. No item (c) o questionamento foi a respeito do aluno ter chegado à resposta do item (a), e no item (d) o aluno foi questionado a respeito de qual relação existe entre os itens (a) e (b). Esperávamos com isso propiciar aos alunos reflexões a respeito da utilização das frações equivalentes para se chegar ao resultado de uma soma de frações com diferentes denominadores.

Nos itens (e) e (f) dessa mesma atividade, seguimos a mesma estratégia dos itens (a) e (b), mas com figuras de geometrias diferentes. E nos itens (g) e (h) da atividade 5 propusemos que o aluno calculasse a soma de frações cujos denominadores eram primos entre si, a partir da sugestão dada pela representação figural.

No item (i) objetivamos promover uma situação de formulação, na qual o aluno deveria descrever como fez para somar as frações dos itens (g) e (h). Para o item (j) dessa atividade buscamos favorecer uma situação de validação, na qual o aluno foi solicitado a descrever alguma regra que ele tivesse percebido no desenvolver da atividade para a soma de frações. Esperávamos que o aluno percebesse alguma regra para a soma de frações com diferentes denominadores, e que utilizassem essa regra para desenvolver os itens (k) e (l), que trouxeram adições de frações com diferentes denominadores, sem a referência da representação figural.

Na atividade 6 tratamos da multiplicação de frações. Inicialmente, nos itens (a) a (b) favorecemos uma situação de ação, na qual o aluno deveria multiplicar um número inteiro por uma fração, seguida de uma situação de formulação, em que o aluno deveria descrever, mesmo que à sua maneira, o procedimento que ele deveria ter realizado. Utilizamos a concepção de fração como medida, a referência da reta numérica e um esquema para auxiliar na multiplicação de um inteiro por uma fração. Esse esquema se baseia na soma de parcelas iguais dessa fração na mesma quantidade de vezes quanto representa esse número inteiro.

O item (c) dessa atividade abordou uma situação de ação, que buscou favorecer a compressão da regra da multiplicação de uma fração por outra. Esperávamos que o aluno viesse a refletir e a agir a respeito da operação, a partir da referência da representação figural e da sugestão dada por um esquema. Nos itens (d) e (e) trouxemos situações de formulação, nas quais o aluno deveria, a partir da referência do esquema a ele apresentado, explicar como se deve proceder para multiplicar duas frações.

Nos itens (f) e (g) desta atividade, apresentamos duas multiplicações de frações, e esperamos que o aluno as faça, sem a referência da representação figural. Para o item (h) planejamos uma situação de validação. Aqui esperávamos que o aprendiz, a partir da sua percepção no decorrer dos outros itens dessa atividade, descrevesse alguma regra, que foi solicitada, para a multiplicação de duas frações.

Tratamos da divisão de frações nas atividades 7 e 8. Esse tipo de operação com frações normalmente é a que os alunos sentem mais dificuldades (ALMOULOUD e SILVA, 2008).

Essa abordagem deve servir principalmente para acompadrar os alunos com esse tipo de operação.

Iniciamos a atividade 7 com a divisão de uma fração por um inteiro. Utilizamos um esquema e a representação figural para o aluno ter como referência. Tivemos no item (a) uma situação de ação na qual esperávamos que o aluno preenchesse as lacunas a partir da sugestão dada, e percebesse aos poucos as propriedades desse tipo de operação; e no item (b) uma situação de formulação, na qual o aluno deveria, a partir da sugestão dada no item (a), descrever como efetuar as operações.

No item (c) dessa atividade tivemos uma situação de validação, o aluno deveria descrever uma regra para chegar à divisão de uma fração por um número inteiro e no item (d) o aluno deveria efetuar a divisão, agora sem a referência da representação figural. Tivemos como expectativa de que nesse item, a partir das outras atividades, os alunos efetuassem este cálculo sem a ajuda de um esquema e da representação figural.

A Sequência Didática A é finalizada com a atividade 8, que trata da divisão de uma fração própria por outra. No item (a) objetivamos favorecer uma situação de ação, na qual o aluno deveria preencher as lacunas a partir da referência da figura. No item (b) o aluno deveria, em uma situação de formulação, descrever como calcular a divisão das frações propostas tendo como referência a representação figural. No item (c) dessa atividade consta uma situação de validação, na qual esperávamos que o aluno descrevesse uma regra que poderia ser utilizada para dividir uma fração por outra, a qual ele teria percebido no desenvolvimento dos outros itens dessa atividade.

Nos itens (d) e (e) dessa atividade o aluno deveria desenvolver cálculos de divisões de frações, nesse caso, sem a referência da representação figural.

3.2.2 Oitavo Ano

Na turma do oitavo foi aplicada a “Sequência Didática B” (APÊNDICE B), que tem como tema “Áreas de Retângulos e Produtos Notáveis”. Os objetivos dessa sequência são os de oportunizar situações didáticas que favoreçam a aprendizagem do cálculo de áreas de retângulos e, por meio da associação com essas áreas, do desenvolvimento dos produtos notáveis.

Pais (2011) ao falar dos produtos notáveis, explica que eles são construções didáticas: conteúdos que são incorporados ao programa devido a uma suposta necessidade de ensino, servindo como recurso para facilitar a aprendizagem. O autor alerta para que esse tipo de conteúdo seja ensinado em um contexto significativo, tendo assim uma finalidade didática, para que não passe a figurar apenas como objeto de ensino em si mesmo. Nesse sentido, ao desenvolvermos essa sequência didática, buscamos associar esse conteúdo às áreas de retângulos, dando um significado geométrico para essas expressões.

Existem diversas expressões matemáticas que são denominadas de produtos notáveis por aparecerem de forma frequente em cálculos algébricos. Na nossa proposta de atividade, em conformidade com os objetivos da pesquisa, contemplamos apenas um modelo dessas expressões, e outros modelos podem ser abordados a partir dessa sugestão.

As variáveis didáticas locais foram os retângulos, os esquemas apresentados, os números inteiros e os racionais. Essas variáveis foram alteradas afim de mobilizar nos alunos diferentes estratégias de resolução, e os diferentes valores utilizados se deram pela modificação das medidas dos retângulos, inserção ou não de números racionais em cada atividade, e a inserção de valores genéricos.

Identificaremos os alunos dessa turma pelo número 8 (em referência à turma), seguido de uma letra maiúscula do nosso alfabeto (A, B, C, ...).

Em uma perspectiva mais ampla, esperamos com a aplicação dessa sequência favorecer aos alunos a compressão da expansão dos produtos notáveis, bem como do conceito de área de retângulos, propiciando ainda, com a aplicação da sequência didática, interação, cooperação e discussão.

Na atividade 1 temos uma situação de ação, na qual o aluno deveria calcular as áreas dos retângulos cujos lados são dados, a partir da sugestão dada por uma figura (um quadrado de lado 1m) que traz de forma implícita o seguinte conceito de medida de área: uma região quadrada cujo lado meça 1 unidade de comprimento, terá, por definição, área igual a 1 unidade de área.

Avaliamos que no item (a), no qual o aluno deveria calcular a área de um quadrado cujo lado mede 2 m, os alunos poderiam encontrar um obstáculo didático , que ficaria caracterizado se o aluno já tivesse percebido que um quadrado de lado 1 m tem área 1 m^2, e não tivesse compreendido que o lado do quadrado não representa, de modo geral, a medida de sua área em m^2. Nesse caso o aluno poderia escrever como resposta para este item “ 2 m^2”. Caso isso viesse a ocorrer, caberia uma pequena intervenção do professor, com os devidos cuidados para não quebrar o princípio de descoberta dos alunos. Seria dado como sugestão que o aluno dividisse o quadrado em partes congruentes, de lado 1 m. Tínhamos como expectativa que, caso fosse necessária essa intervenção, com o desenvolver da sequência os alunos viriam a perceber que não precisariam dividir os retângulos em quadrados de lado 1m para determinar o valor da sua área.

A atividade 2 teve como objetivo propiciar uma situação de formulação. O aluno foi questionado a respeito do procedimento que ele utilizou para determinar as áreas dos retângulos na primeira atividade. A nossa expectativa era a de que os alunos iriam se empenhar para explicar como chegaram aos resultados, e que eles iriam explicar que procederam multiplicando os valores das medidas dos lados de cada retângulo, ou que fizeram a contagem da quantidade de quadrados em cada retângulo, após divididos em partes de medida $1\ m^2$.

Na atividade 3 o objetivo foi o de oportunizar uma situação de validação, na qual solicitamos aos alunos que explicassem que procedimento pode ser feito para determinar a área de uma retângulo de lados x e y, ou seja, de um retângulo qualquer. Esperamos que os alunos confirmassem que haviam compreendido como se calcula a área de retângulos descrevendo uma regra para se efetuar esse cálculo.

Na atividade 4 objetivamos confrontar o aluno com uma situação de ação, na qual ele deveria, a partir da sugestão dada no item (a) da atividade, desenvolver os demais itens. Em cada item o aluno deveria escrever uma expressão algébrica que representasse a soma das áreas dos retângulos que foram apresentados. Nos itens (b) e (c) apresentamos somente números inteiros no problema, e, no item (d), incluímos um número racional como uma das medidas de um dos retângulos, com o objetivo de verificar se, por extrapolação, os alunos também escreveriam a expressão para a soma de áreas.

Julgamos que seria importante nessa atividade fazer alguns questionamentos aos alunos, afim de verificar as suas compreensões a respeito dessas expressões. A expectativa era a de que a maioria dos alunos daria respostas aceitáveis e, se julgássemos conveniente, ao final da atividade validaríamos as respostas.

Nas atividades de 5 a 7 tivemos como objetivo favorecer situações didáticas nas quais os alunos deveriam perceber que as expressões do tipo $x^2 + 2ax + a^2$, com $a\ e\ x$ reais positivos, podem representar a medida da área de uma quadrado de lado $(x + a)$. Nessas atividades predominaram as situações de ação e formulação.

Na atividade 5, item (a) o aluno deveria responder aos questionamentos a respeito do esquema que foi apresentado a ele. Este esquema representa o agrupamento de um quadrado com um retângulo que estará dividido em duas partes congruentes, formando uma terceira figura, que poderia ser completada para formar um quadrado. Os questionamentos foram a respeito de que figura geométrica completaria o quadrado formado no agrupamento, qual seria medida da área dessa figura e a respeito da expressão algébrica que representaria a área total do agrupamento, após completado, formando um quadrado. Esse último questionamento também foi feito nos itens (b), (c) e (d), e esperamos com esses questionamentos favorecer a discussão e a reflexão entre os alunos que os levassem a perceber que a expressão que eles deveriam apresentar nas respostas dos itens (b), (c) e (d) representam, nesse caso, a área de um quadrado.

Fizemos pequenas modificações de um item para o outro, com o objetivo de testar a aprendizagem dos alunos e provocar discussões por parte deles. Nos itens (c) e (d) dessa atividade foram apresentadas frações no problema, e julgamos isso possivelmente influenciaria no desempenho dos alunos, ocasionando um menor índice de acertos nesses itens em comparação com os outros.

Na atividade 6 o aluno foi questionado a respeito da medida do lado do quadrado da atividade 5, e na atividade 7 o aluno deveria calcular a área desse quadrado utilizando a regra que ele deveria ter escrito na atividade 3, ou seja, pelo produto da medida dos seus lados. Nessas atividades esperamos favorecer com que o aluno percebesse que a área do quadrado poderia ser representada por duas expressões diferentes: pela soma das expressões que representam as medidas das áreas das partes agrupadas e pelo produto da medida dos seus lados.

Na atividade 8 buscamos favorecer uma situação de validação. O aluno deveria dar a expansão das somas ao quadrado da forma $(x + a)^2$, ou seja, escrever nas lacunas de cada item expressões do tipo $(x^2 + 2ax + a^2)$, com $x \ e \ a$ reais positivos. Nos itens (a) e (b) constavam somente números inteiros, e nesses itens esperávamos um maior número de acertos. Nos itens c) e d) constavam frações. O item e) tratou de uma generalização, e avaliamos que os alunos poderiam encontrar mais dificuldades ao desenvolvê-lo.

3.3 LÓCUS DA PESQUISA

A fase de aplicação da sequência didática ocorreu na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Deputado Américo Pereira Lima, que fica localizada na Rua Joaquim Gomes do Amaral, s/n, no Bairro Centro, na cidade de Juruti-PA. A escola é tradicional na cidade, fundada em 10 de marco de 1981. Disponibiliza atualmente o Ensino Fundamental II (do 6º ao 9º ano) com um total de 495 alunos distribuídos entre 13 turmas nos turnos manhã e tarde, sendo cinco turmas pela manhã e oito turmas pela tarde; e o Ensino Médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA), com um total de 460 alunos distribuídos em 10 turmas, sendo duas pela manhã e oito à noite.

Quanto aos recursos humanos, a escola conta com 23 professores, cinco técnicos em Educação, dois vigias, dois serventes e uma agente de secretaria. A escola é estruturada fisicamente com oito salas de aula, quadra de esporte não coberta, sala dos professores, cozinha, biblioteca e refeitório.

Na Figura 1 temos a fotografia da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Deputado Américo Pereira Lima.

Figura 1 - Fotografia da Escola Américo Pereira Lima – Juruti – PA.

Na Figura 2 temos uma ilustração parcial do mapa da cidade de Juruti-PA, com a localização da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Deputado Américo Pereira Lima.

Figura 2 - Mapa parcial da cidade de Juruti – PA.

Fonte: (PREFEITURA MUNICIPAL DE JURUTI, 2018)

3.4 SUJEITOS DA PESQUISA

Participaram da pesquisa alunos regularmente matriculados na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Deputado Américo Pereira Lima, de duas turmas, 25 alunos da turma do sexto ano do ensino fundamental e 16 alunos da turma do oitavo ano. A turma do sexto ano contava com 10 alunos do sexo masculino e 15 do sexo feminino, e a do oitavo ano com sete alunos do sexo masculino e nove do sexo feminino.

Na Tabela 1 temos a distribuição de frequências das idades dos alunos, turma do sexto ano.

Tabela 1 – Idades dos alunos da turma do sexto ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Deputado Américo Pereira Lima, Juruti-PA, 2019.

Idade dos Alunos	Frequênca Absoluta (f_i)	Frequência Relativa (f_r)(%)
11	11	44,00
12	10	40,00
13	0	0,00
14	3	12,00
15	1	4,00
Total	25	100,00

Na Tabela 2 temos a distribuição de frequências das idades dos alunos, turma do oitavo ano.

Tabela 2 – Idades dos alunos da turma do oitavo ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Deputado Américo Pereira Lima, Juruti-PA, 2019.

Idade dos Alunos	Frequênca Absoluta (f_i)	Frequência Relativa (f_r)(%)
13	5	31,25
14	6	37,50
15	2	12,50
16	2	12,50
17	1	6,25
Total	16	100,00

32% dos alunos da turma do sexto ano são de famílias beneficiadas por programas sociais, e na turma do oitavo ano são 31,3%.

Considerando as duas turmas, o bairro da cidade de Juruti-PA onde moram mais alunos é o Nova Jerusalém, com 39% do total de alunos, e as residências dos outros alunos se distribuem entre os bairros Bom Pastor (19,5%), Maracanã (17,1%), Nova Vitória (9,8%), São Marcos (7,3%), Palmeiras (4,9%) e Santa Rita (2,4%). Nenhum dos alunos das duas turmas informou morar no Bairro Centro, onde se localiza a Escola Américo Pereira Lima.

Os bairros Nova Jerusalém e Nova Vitória ficam na periferia da cidade, e fazem parte dos bairros que surgiram ou cresceram no período de instalação do projeto minerador da empresa Alcoa *Incorporation* no município de Juruti-PA[8], período em que houve um atípico aumento da população urbana, e são habitados predominantemente por famílias que migraram de outros municípios próximos à região do Baixo Amazonas em busca de melhores condições de vida (SILVA e SILVA, 2016).

No próximo capítulo (capítulo 4) faremos a análise e discussão dos dados coletados e descreveremos como ocorreu a fase de ida a campo da nossa investigação.

[8] No ano de 2006 a mineradora ALCOA iniciou a implantação do seu projeto de extração de bauxita no município de Juruti-PA.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO

Neste capítulo descreveremos como ocorreu fase de ida a campo da nossa investigação para a aplicação das sequências didáticas e a coleta de dados. Faremos também a análise e discussão dos dados coletados.

4.1 AS ATIVIDADES NA TURMA DO 6º ANO

O primeiro encontro com a turma do 6º ano ocorreu dia 29 de novembro de 2018. A professora titular da disciplina Matemática foi até a turma e conversou com os alunos. Em seguida, informou que poderíamos iniciar. Inicialmente nos apresentamos, em seguida, para reforçar o estabelecimento do Contrato Didático, explicamos para a turma como seria a atividade e observamos que a mesma não deveria ser encarada como uma avaliação para eles, e sim como mais um momento de aprendizagem, e que era importante a participação de todos.

Pedimos para os alunos formarem grupos com quatro, ou no máximo, cinco integrantes cada. Na formação dos grupos a maioria dos alunos já tinha afinidade com alguns colegas e, nesse caso, rapidamente se agruparam, e outros poucos só se agruparam quando foram convidados por algum colega para se unir à sua equipe.

Alguns alunos formaram equipes apenas com dois ou três integrantes que se recusavam inicialmente a se agrupar com outros alunos. Essas situações ficaram resolvidas com a intervenção do professor e da professora auxiliar, reagrupando-os para que formassem grupos conforme havia sido solicitado anteriormente. Em seguida entregamos as folhas com as atividades (APÊNDICE A), uma para cada aluno. Solicitamos que fossem feitas inicialmente as três primeiras atividades.

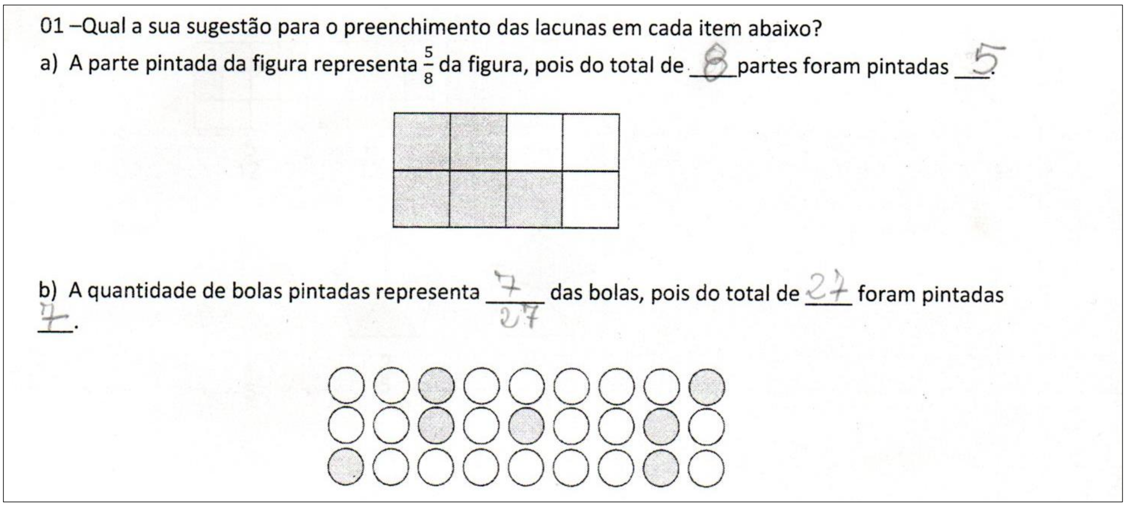
No início os alunos pareciam bastante distraídos e com diálogos paralelos e houve as primeiras intervenções da nossa parte, buscando fazer com que eles se concentrassem nas atividades. Aos poucos alguns alunos começaram a ler e se envolver com a sequência, e os demais também foram se envolvendo. Percebemos um maior envolvimento deles a partir do momento que iniciaram as primeiras discussões entre as equipes sobre as atividades.

Após aproximadamente dez minutos de iniciada a aplicação da sequência, a maioria dos alunos estava concentrada e eles começaram a fazer algumas perguntas. Essas perguntas na sua maioria eram apenas para a validação do professor a respeito da forma como haviam respondido. Eles também perguntaram se poderiam responder a lápis, e nós consentimos.

Ao elaborarmos a sequência didática, procuramos iniciar as atividades com uma atividade bastante simples, mas que tem como objetivo apresentar a concepção de fração parte-todo para o aluno, e ao mesmo tempo fazer com que o aluno se envolva com o desenvolvimento dessa concepção.

A Atividade 1, nos itens (a) e (b) (veja a Figura 3) explorou uma situação de ação. Na Figura 3 temos desenvolvimento do aluno 6F desses itens.

Figura 3 - Atividade 1 itens a) e b) do aluno 6F



01 –Qual a sua sugestão para o preenchimento das lacunas em cada item abaixo?

a) A parte pintada da figura representa $\frac{5}{8}$ da figura, pois do total de 8 partes foram pintadas 5.

b) A quantidade de bolas pintadas representa $\frac{7}{27}$ das bolas, pois do total de 27 foram pintadas 7.

A nossa expectativa foi a de que os alunos iriam desenvolver essa atividade sem dificuldades, e que iriam fazer uso da concepção parte-todo, juntamente com a dupla contagem das partes a partir da referência figural para outras atividades dessa sequência.

Na análise das atividades bem como nas observações feitas em sala de aula percebemos que os alunos desenvolveram-na de forma satisfatória, sem demonstrarem dificuldades e que, assim como havíamos previsto, utilizaram-na em outras atividades. Todos os alunos desenvolveram corretamente o item (a), e no item (b) 80% das atividades foram desenvolvidas corretamente.

Na Atividade 2, de forma mais geral, buscamos desenvolver uma situação em que fosse explorado o conceito de frações equivalentes.

Ao elaboramos os itens a) e b) (veja Figura 4), esperávamos que o aluno, de posse da concepção de fração desenvolvida na Atividade 1, escrevesse as frações correspondentes nas lacunas. Objetivamos, portanto, estabelecer uma situação de ação, na qual o aluno pudesse utilizar o que aprendeu no desenvolvimento da Atividade 1, a representação das frações a partir da dupla contagem das partes e a partir da concepção de fração parte-todo. Na Figura 4 temos o desenvolvimento da Atividade 2, itens (a) e (b), do aluno 6B.

Figura 4 - Atividade 2 itens (a) e (b) do aluno 6B.

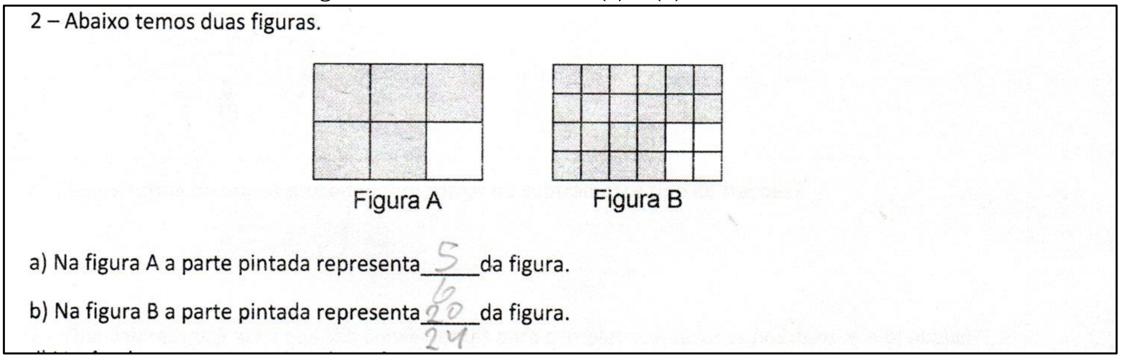

2 – Abaixo temos duas figuras.

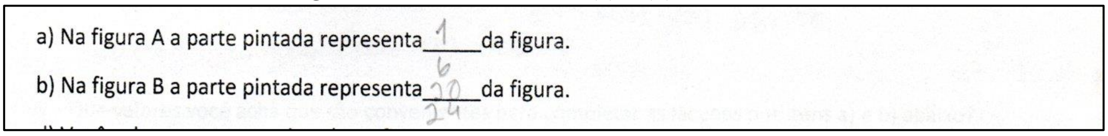
Figura A   Figura B

a) Na figura A a parte pintada representa $\frac{5}{6}$ da figura.

b) Na figura B a parte pintada representa $\frac{20}{24}$ da figura.

87% dos alunos deram a resposta correta para o item (a) dessa atividade e todos os alunos deram a resposta correta para o item (b). Houve casos, como do aluno 6H, Figura 5, que respondeu corretamente um dos itens, porém o outro item estava incorreto. No geral, o desenvolvimento dos alunos para essa atividade correspondeu com as nossas expectativas na análise *a priori*.

Figura 5 - Atividade 2 itens (a) e (b) do aluno 6H.


a) Na figura A a parte pintada representa $\frac{1}{6}$ da figura.

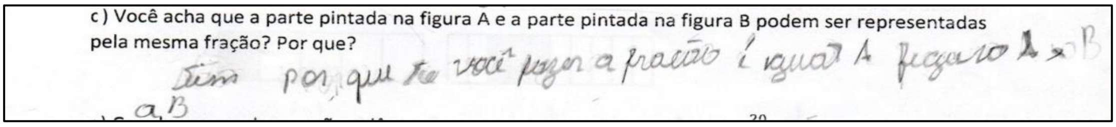
b) Na figura B a parte pintada representa $\frac{20}{24}$ da figura.

Decorridos aproximadamente 45 minutos, alguns alunos informaram que já haviam terminado. Pedimos que aguardassem as outras equipes. Após aproximadamente cinquenta minutos todos os alunos haviam completado as três primeiras atividades. Solicitamos que um aluno de cada grupo se manifestasse explicando para os demais o que havia respondido no item (c) da Atividade 2 (Figura 6), configurando uma situação de formulação. Percebemos que, a princípio, muitos alunos demonstraram receio de responder, possivelmente por medo de errar e serem alvo de reprovação dos colegas e do professor. Buscamos então incentivá-los a participar. Um aluno se manifestou explicando a sua resposta, explicamos para os outros grupos que eles poderiam concordar ou não com a formulação apresentada (validando ou não as respostas dos colegas). Aos poucos outros alunos se manifestaram e um aluno de cada um dos grupos leu a sua resposta.

Nesse momento alguns alunos começaram a apagar as suas respostas, momento em que pedimos para que não o fizessem, e explicamos que era importante que eles mantivessem a resposta que eles haviam formulado. De forma geral os alunos dessa turma foram razoavelmente disciplinados, seguindo na maioria das vezes o que solicitávamos no decorrer das atividades.

Veja a Figura 6 com formulação feita no item (c) da Atividade 2 pelo aluno 6D, a qual ele descreveu para a turma quando solicitamos.

Figura 6 - Atividade 2 itens (c) do aluno 6D.

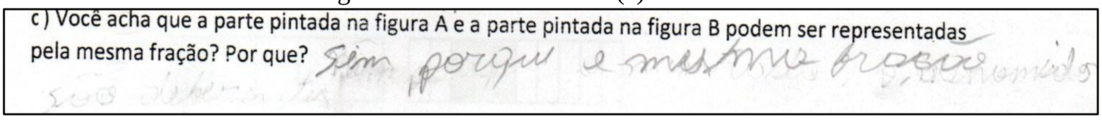

c) Você acha que a parte pintada na figura A e a parte pintada na figura B podem ser representadas pela mesma fração? Por que? Sim por que se você fazer a fração é igual A fração A e B
a B

A nossa expectativa com esse item da atividade era a de que o aluno começasse a perceber, a partir de reflexões provocadas pela atividade, que uma mesma fração pode ser representada de mais de uma forma, preparando o seu entendimento das frações equivalentes, para mais tarde, na institucionalização, apresentarmos uma definição formal desse conceito.

Os alunos manifestaram dificuldade em formular a resposta para esse item nas folhas com as atividades, mesmo aqueles que demostraram ter compreendido o conceito abordado e, possivelmente, isto causou-lhes insegurança também na hora de responder ao serem questionados pelo professor.

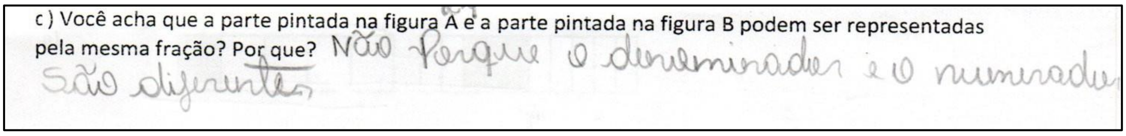
Na Figura 7 temos a reposta do aluno 6I para o item (c) da Atividade 2.

Figura 7 - Atividade 2 itens (c) do aluno 6I.


c) Você acha que a parte pintada na figura A e a parte pintada na figura B podem ser representadas pela mesma fração? Por que? Sim porque é mesma fração

Na análise das atividades verificamos que 61% dos alunos não formularam uma resposta adequada para este item, alguns por dificuldades na formulação da resposta e outros por não terem compreendido que a fração representa o quanto desta figura está pintada em relação à figura toda. Na Figura 8 temos a resposta do aluno 6V para o item (c) da Atividade 2, onde pudemos verificar que o aluno 6V ainda não havia compreendido a definição de frações equivalentes, pois para ele, frações com valores de numerador e denominador diferentes não podiam representar a mesma quantidade e a comparação da região pintada nas duas figuras não disse nada a ele. Na fase de institucionalização, que ocorreu no terceiro encontro, buscamos favorecer com que esses obstáculos fossem superados.

Figura 8 - Resposta do aluno 6V para o item (c) da Atividade 2.

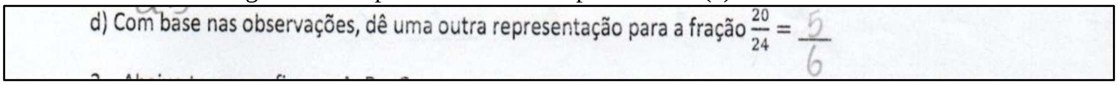

c) Você acha que a parte pintada na figura A e a parte pintada na figura B podem ser representadas pela mesma fração? Por que? Não Porque o denominador e o numerador
são diferentes

No item (d) da Atividade 2 (veja Figura 9), tivemos uma situação de formulação. Esperamos que o aluno tivesse percebido com o auxílio dos itens (a), (b) e (c) desta atividade, que as frações $\frac{20}{24}$ e $\frac{5}{6}$ representavam a mesma quantidade.

Neste item aproximadamente 35% dos alunos responderam de forma satisfatória e, boa parte dos alunos que havia respondido corretamente o item (c), também respondeu corretamente este item, e a maioria dos que erraram o item anterior também respondeu de forma incorreta aqui.

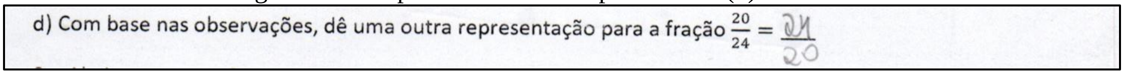
Na Figura 9 temos a resposta do aluno 6D para o item (d) da Atividade 2.

Figura 9 - Resposta do aluno 6D para o item (c) da atividade 2.


d) Com base nas observações, dê uma outra representação para a fração $\frac{20}{24}$ = $\frac{5}{6}$

Na Figura 10 temos a resposta incorreta do aluno 6V para o item (d) da Atividade 2. Este aluno havia respondido de forma incorreta o item (c) (Figura 8). Esta resposta para o item (d) confirma que ele ainda não compreendeu de forma significativa o conceito de frações equivalentes.

Figura 10 - Resposta do aluno 6V para o item (d) Atividade 2.


d) Com base nas observações, dê uma outra representação para a fração $\frac{20}{24}$ = $\frac{24}{20}$

Na atividade 3 objetivamos colocar o aluno frente a uma situação de ação que, assim como na atividade anterior, buscou favorecer o desenvolvimento do conceito de frações equivalentes. Na Figura 11, temos a resolução do item (a) da Atividade 3 do aluno 6Q:

Figura 11 - Resposta do aluno 6Q para o item (a) da Atividade 3.

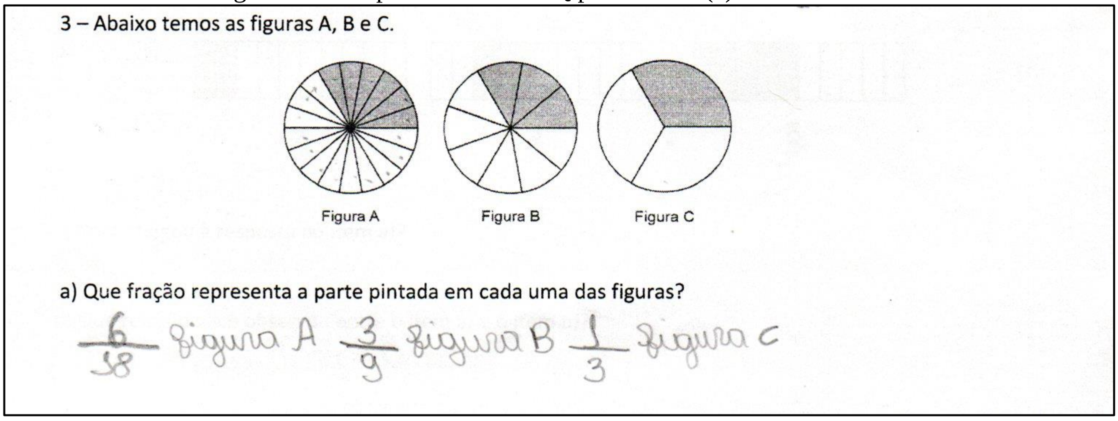

3 – Abaixo temos as figuras A, B e C.

Figura A Figura B Figura C

a) Que fração representa a parte pintada em cada uma das figuras?

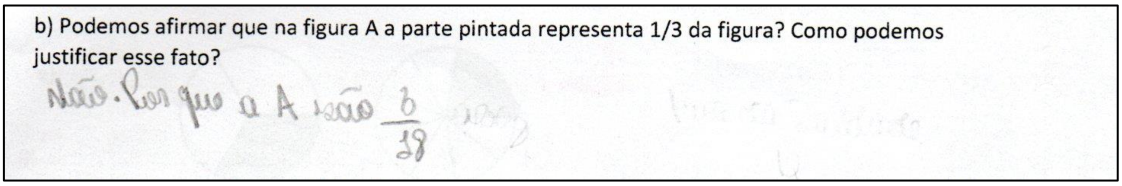
$\frac{6}{18}$ figura A $\frac{3}{9}$ figura B $\frac{1}{3}$ figura C

Nesse item todos os alunos chegaram às respostas esperadas.

No item (b) dessa atividade (veja Figura 12) tivemos uma situação de formulação, na qual esperávamos que o aluno tivesse percebido que qualquer uma das frações relacionadas ao problema pode ser representada por $\frac{1}{3}$. Utilizamos este item para exemplificar a simplificação de frações no terceiro encontro, durante a fase de institucionalização.

A nossa expectativa com esse item da atividade era que o aluno formulasse, baseado na representação figural, uma justificativa para o fato de $\frac{1}{3}$ poder representar as outras frações: $\frac{6}{18}, \frac{3}{9}$. Na Figura 12 temos a resposta do aluno 6O para o item (b) da Atividade 3.

Figura 12 - Item (b) da Atividade 3 aluno 6O.

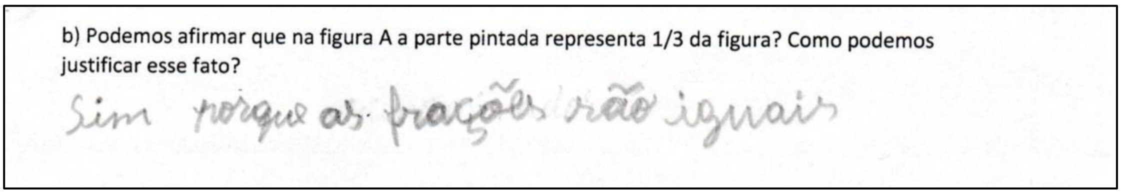


b) Podemos afirmar que na figura A a parte pintada representa 1/3 da figura? Como podemos justificar esse fato?

Não. Por que a A não $\frac{6}{18}$

Apesar de termos observado resultados satisfatórios para o item (a) dessa atividade, com todos os alunos respondendo de forma correta, para o item (b) isso ocorreu apenas com 41% dos alunos. Nesse item também percebemos que os alunos, mesmo quando já perceberam alguma propriedade ou conceito envolvido com a atividade, apresentaram dificuldade em formular, como podemos observar na atividade do aluno 6S Figura 13.

Figura 13 - Item (b) Atividade 3 do aluno 6S



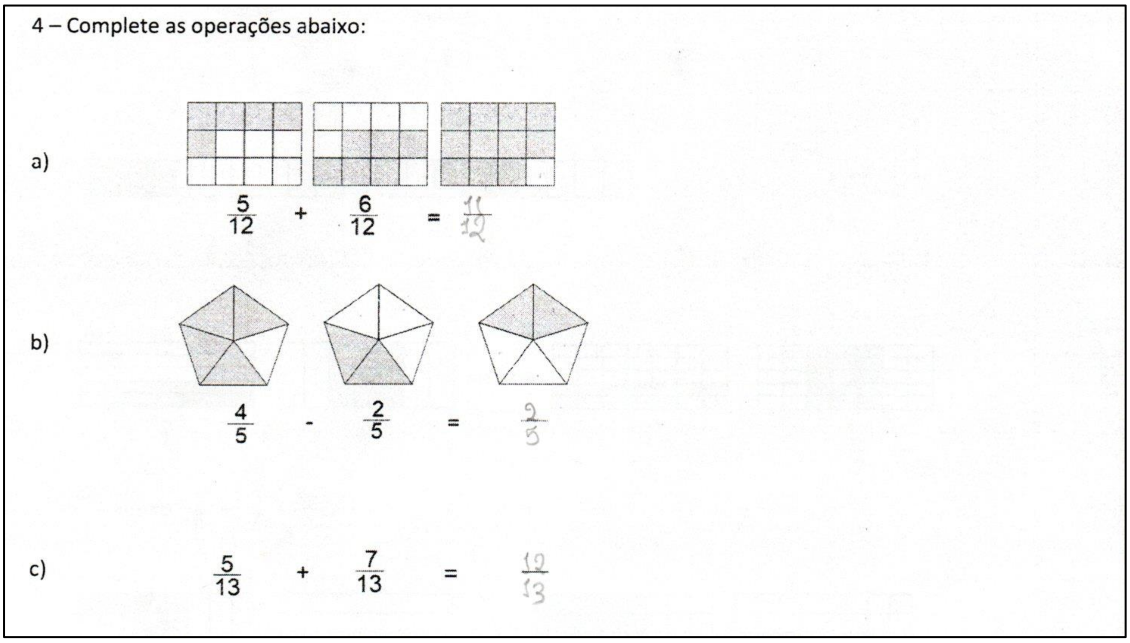
b) Podemos afirmar que na figura A a parte pintada representa 1/3 da figura? Como podemos justificar esse fato?

Sim porque as frações são iguais

Após essa etapa, foi pedido para que eles continuassem a resolução com as outras duas atividades seguintes.

Na Atividade 4, itens (a) e (b), a partir da referência da representação figural, o aluno deveria somar as frações com mesmo denominador. No item (c) retiramos a representação figural, e esperamos que o aluno procedesse da mesma forma que nos itens (a) e (b). Temos então nesses itens uma situação de ação cujo objetivo é promover a aprendizagem da soma de frações com mesmos denominadores. A Figura 14 apresenta os itens (a), (b) e (c) da Atividade 4 desenvolvida pelo aluno 6J.

Figura 14 - Atividade 4 itens (a) a (c) do aluno 6J.



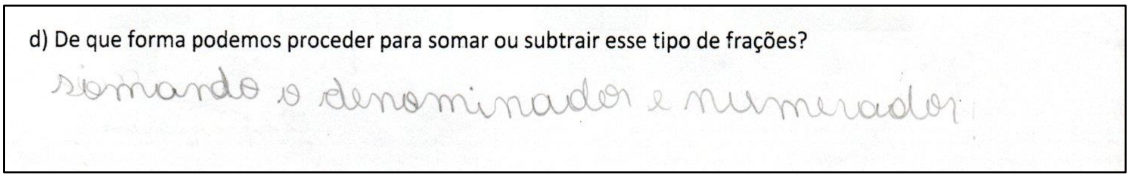
Como esperado, os alunos utilizaram a representação figural como referência bem como a dupla contagem para chegar aos resultados. E no item (c), que não tinha a representação figural, operaram da mesma forma que nos demais itens, demonstrando terem percebido a propriedade da soma de frações com mesmos denominadores.

Nesses itens em especial pudemos perceber em sala de aula a satisfação dos alunos ao chegarem aos resultados. Alguns nos chamaram para mostrar as suas atividades desenvolvidas. Percebíamos que não era para a validação, e sim para mostrar que os seus resultados estavam corretos, demonstrando também segurança na sua resolução.

No decorrer do desenvolvimento das Atividades 4 e 5 solicitamos novamente que um aluno de cada grupo declarasse para a turma a resposta dada para o item (d) da Atividade 4 e os itens (c) e (d) da Atividade 5. Nesse momento os alunos pareciam estar mais à vontade que no início das atividades. Um aluno se manifestou lendo a sua resposta do item (d) da Atividade 4 (Figura 15), cuja formulação estava incorreta. Outro aluno se manifestou ironizando o aluno que havia recitado a sua formulação, e alguns colegas de turma riram espontaneamente. O aluno que havia lido a sua resposta para a turma não demonstrou constrangimento, assim essa situação pareceu-nos ser comum nessa turma. Solicitamos ao aluno que havia ironizado que manifestasse a sua resposta para o mesmo item, e o mesmo não deu alguma formulação. Dialogamos com eles afim de minimizar a ocorrência dessas situações. Outros poucos alunos se manifestaram relatando as suas formulações, às vezes correta e outras não.

Veja o item d) da Atividade 4 (Figura 15) com a atividade do aluno 6J.

Figura 15 - Atividade 4 item (d) do aluno 6J.


d) De que forma podemos proceder para somar ou subtrair esse tipo de frações?

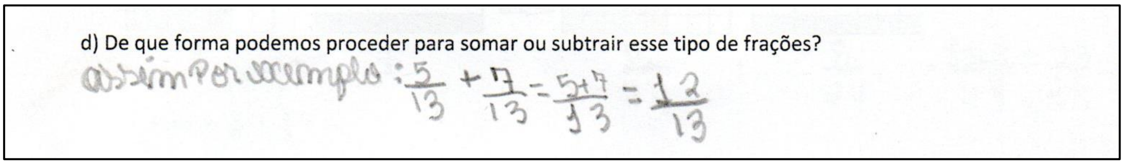
somando o denominador e numerador

Nesse item, verificamos nas folhas com as atividades desenvolvidas que a metade do total de alunos chegou a uma formulação satisfatória.

Como podemos observar, esse aluno desenvolveu corretamente os itens (a), (b) e (c) dessa atividade, mas em uma situação de formulação não apresentou o desenvolvimento esperado.

No desenvolvimento dessa atividade, o aluno 6W nos chamou e perguntou se poderia pôr um exemplo como resposta para esse item, respondemos que sim. Tínhamos a expectativa que esse aluno, além de mostrar o exemplo, iria explicar de alguma maneira o que havia feito. Na Figura 16 temos o desenvolvimento da atividade desse aluno.

Figura 16 - Atividade 4 item (d) aluno 6W.


d) De que forma podemos proceder para somar ou subtrair esse tipo de frações?

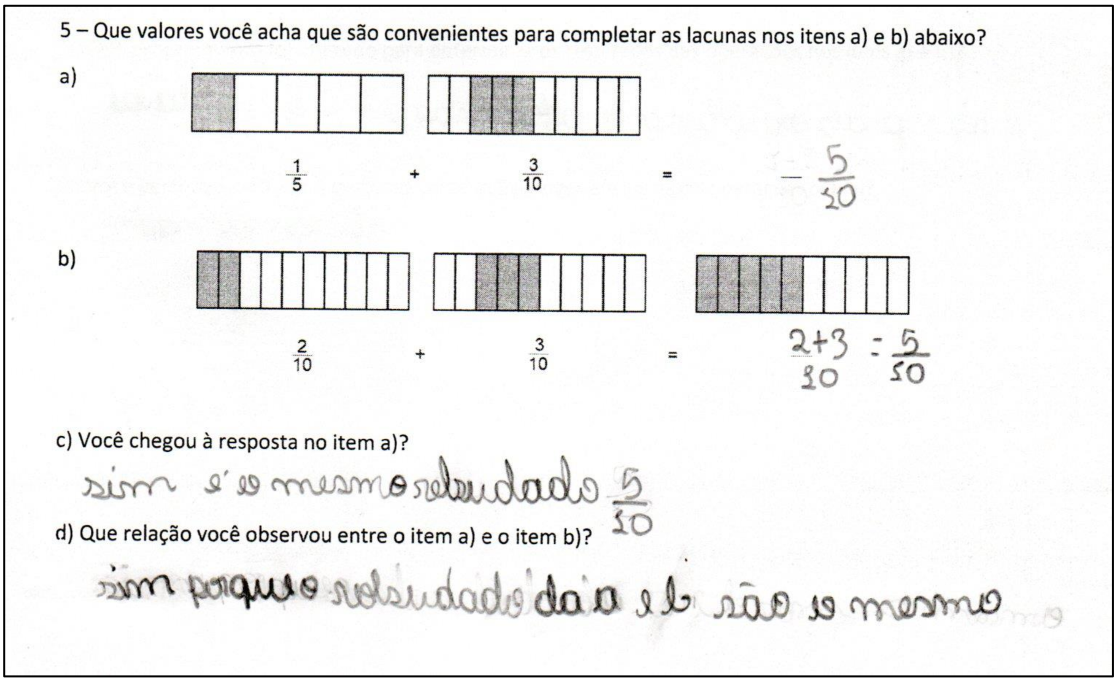
assim Por exemplo: $\frac{5}{13} + \frac{7}{13} = \frac{5+7}{13} = \frac{12}{13}$

Esse fato nos chamou bastante atenção porque mais uma vez nos mostrou a dificuldade de formulação dos alunos. Nesse caso, o aluno já sabia como efetuar a operação, mas não soube explicar o que havia feito. Assim, decidiu utilizar um exemplo para mostrar, à sua maneira, como proceder.

Para a soma de frações com denominadores diferentes, a princípio, usamos como estratégia levar o aluno a somar de duas maneiras diferentes os mesmos valores, com o uso de frações equivalentes.

Veja o desenvolvimento da Atividade 5, itens (a), (b), (c) e (d), do aluno 6T (Figura 17).

Figura 17 - Atividade 5 do aluno 6T



Nos itens (a) e (b) temos situações de ação, nas quais o aluno deveria operar com frações com denominadores diferentes no item (a), utilizando o item (b) como apoio, a partir da dupla contagem das partes e da representação figural.

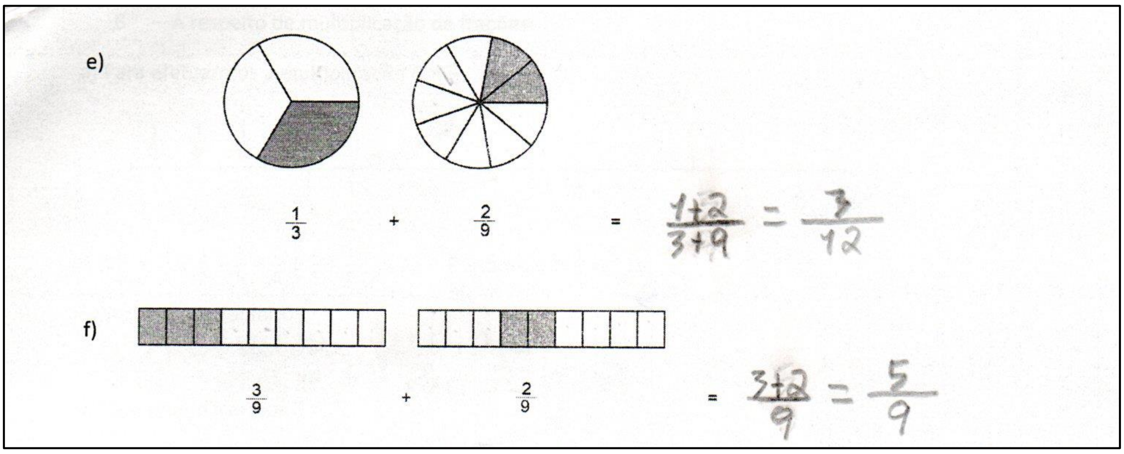
A nossa expectativa era a de que o aluno percebesse que tanto o item (a) quanto o item (b) levavam ao mesmo resultado, já que o que muda é a introdução de uma fração equivalente para a primeira parcela da soma no item (b), fazendo com que voltemos a ter uma soma de frações com mesmos denominadores.

Nesse caso, 43% dos alunos chegaram ao resultado esperado no item (a), associando ou não com o item (b), cuja porcentagem de respostas corretas foi de 87%.

Em sala de aula percebemos algumas discussões dos alunos na tentativa de formular uma resposta para o item (d) dessa atividade. Um aluno explicou ao outro “esse pedaço é esse aqui...”, se referindo a parte pintada na primeira figura do item (a) e a da primeira figura do item (b). Nesse caso em especial não pudemos julgar a partir desse comentário do aluno se ele havia percebido alguma relação entre as figuras e os resultados, ou se foi apenas um comentário ao acaso, a fim de não incidirmos no efeito jourdain. Nesse item o percentual de formulação correta foi de 30%.

Nos itens (e) e (f) dessa mesma atividade, conforme podemos ver na Figura 18 onde consta o desenvolvimento do aluno 6S para esses itens, seguimos a mesma estratégia dos itens (a) e (b), mas com figuras de geometrias diferentes.

Figura 18 - Atividade 5 itens (e) e (f) do aluno 6S.

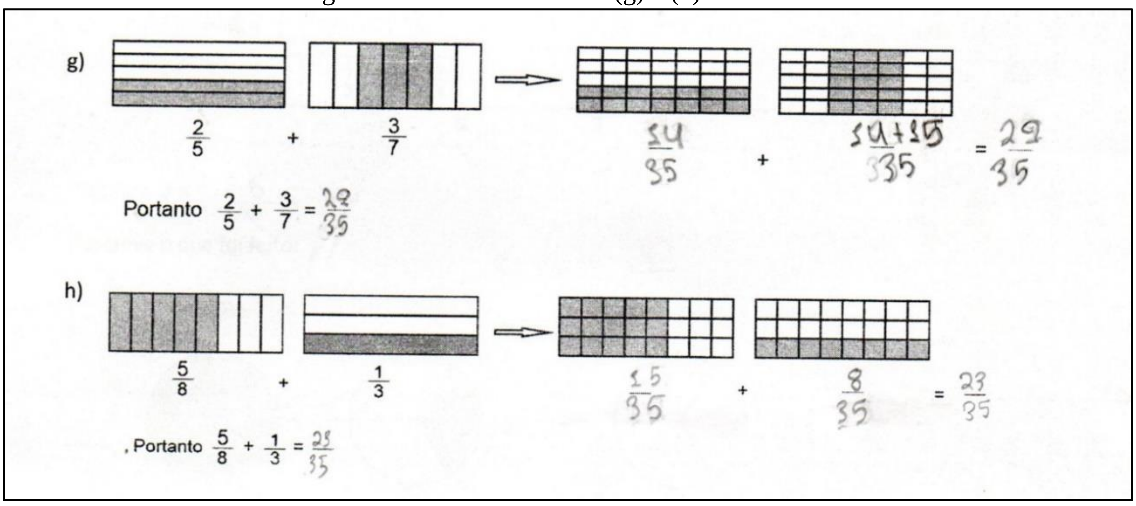


No item (e) o percentual de desenvolvimento correto foi de 30% e no item (f) foi de 78%. Nesse caso a mudança no referencial da figura, na qual colocamos figuras com geometrias diferentes, parece ter influenciado na percepção de que se tratavam de dois cálculos para se chegar ao mesmo resultado.

Percebemos a necessidade de, na fase de institucionalização, reforçar as concepções de frações, para que esses obstáculos fossem superados.

Nos itens (g) e (h) da atividade 5 propusemos que o aluno calculasse a soma de frações cujos denominadores eram primos entre si, a partir da sugestão dada pela representação figural, na qual as partes foram divididas novamente para se obter partes congruentes de um mesmo todo. Na Figura 19 consta a atividade desenvolvida do aluno 6T.

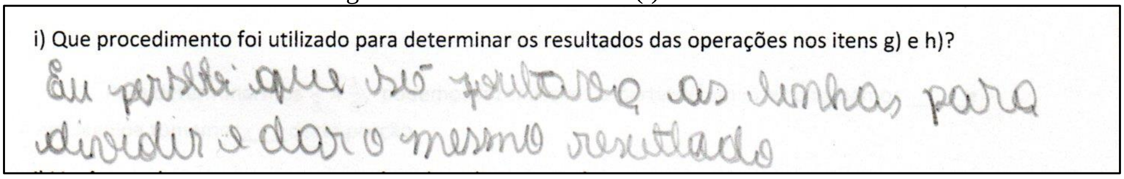
Figura 19 - Atividade 5 itens (g) e (h) do aluno 6T.



A maioria dos alunos desenvolveu de forma satisfatória esses itens, com 78% e 87% de respostas corretas para os itens (g) e (h), respectivamente.

No item (i), conforme podemos ver na Figura 20, no desenvolvimento atividade do aluno 6X, o objetivo foi promover uma situação de validação na qual o aluno deveria descrever como fez para somar as frações dos itens (g) e (h).

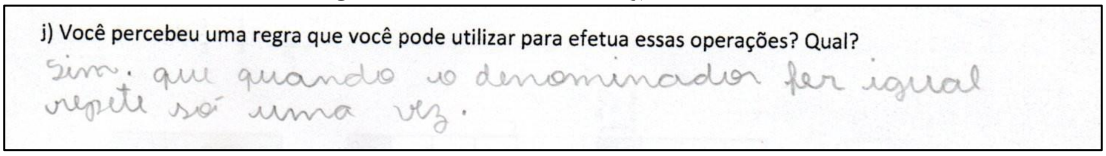
Figura 20 - Atividade 5 item (i) do aluno 6X.


i) Que procedimento foi utilizado para determinar os resultados das operações nos itens g) e h)?
Eu persebi que só faltava as linha para dividir e dar o mesmo resutlado

Somente 30% dos alunos descreveram de forma satisfatória a sua resolução. A maioria não soube descrever o procedimento que usou para efetuar a soma das frações.

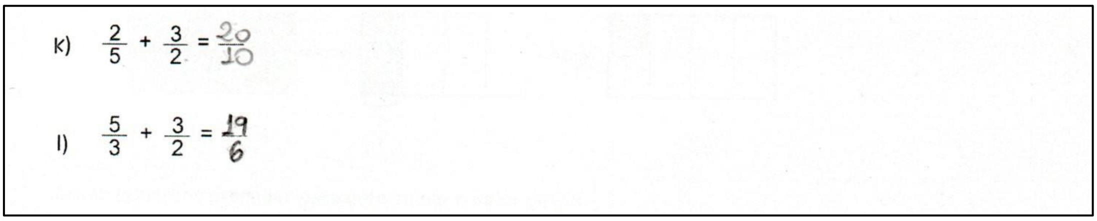
Para o item (j) dessa atividade (veja a Figura 21) buscamos favorecer uma situação de validação, na qual o aluno deveria descrever alguma regra que ele tenha percebido no desenvolver da atividade para a soma de frações. Mais uma vez percebemos a dificuldade que os alunos sentiam ao tentar argumentar. 74% deles não souberam formular alguma resposta adequada. O aluno 6K, como podemos ver na Figura 21, percebeu que na soma de frações quando os denominadores são iguais basta repetir o denominador e somar os numeradores, mas não soube expressar completamente essa sua percepção.

Figura 21 - Atividade 5 item (j) do aluno 6K.


j) Você percebeu uma regra que você pode utilizar para efetua essas operações? Qual?
Sim. que quando o denominador for igual repete só uma vez.

Em seguida, nos itens (k) e (l) dessa atividade, o aluno deveria resolver as duas somas de frações com denominadores diferentes, agora sem a referência da representação figural. Na Figura 22 temos a resolução do aluno 6M desses itens.

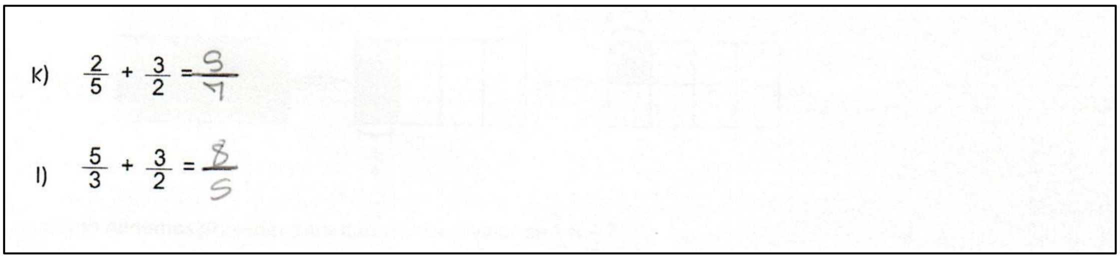
Figura 22 - Atividade 5 itens (k) e (l) do aluno 6M.


k) $\frac{2}{5} + \frac{3}{2} = \frac{20}{10}$

l) $\frac{5}{3} + \frac{3}{2} = \frac{19}{6}$

Verificamos que, ao retirarmos a referência da representação figural, aumentou significativamente a quantidade de alunos que não efetuaram a soma da forma correta. A quantidade de respostas erradas para esses itens foi 45% para o item (k) e 41% para o item (l). Na Figura 23 temos a resolução do aluno 6U, ele somou diretamente numerador e denominador das frações.

Figura 23 - Atividade 5 itens (k) e (l) do aluno 6U.



Na fase de institucionalização que ocorreu no terceiro encontro, além de discutirmos a resolução dessa atividade com os alunos, mostramos mais exemplos envolvendo somas de frações com denominadores diferentes e formalizamos a seguinte regra: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$. Nesse momento preferimos não inserir a regra que utiliza o Mínimo Múltiplo Comum (M.M.C.), pois acreditamos que essa regra deve vir posteriormente, após o aluno se familiarizar com esse tipo de cálculo. Concordamos com Almouloud e Silva (2008) quando afirmam que apresentar as operações de soma e subtração com números fracionários de denominadores diferentes a partir de tal procedimento prejudica a sua compreensão.

No momento que estava próximo de terminar o segundo tempo da aula, alguns alunos perguntaram se iríamos continuar com a resolução em um outro dia, então combinamos que no próximo encontro prosseguiríamos a partir da Atividade 6.

O segundo encontro ocorreu no dia 30 de novembro de 2018. Retomamos a partir da sexta atividade da sequência. Os grupos foram formados novamente com os mesmos alunos do primeiro encontro, com exceção de dois alunos que faltaram nesse dia. Novamente eles demoraram cerca de dez minutos para ficar concentrados nas atividades.

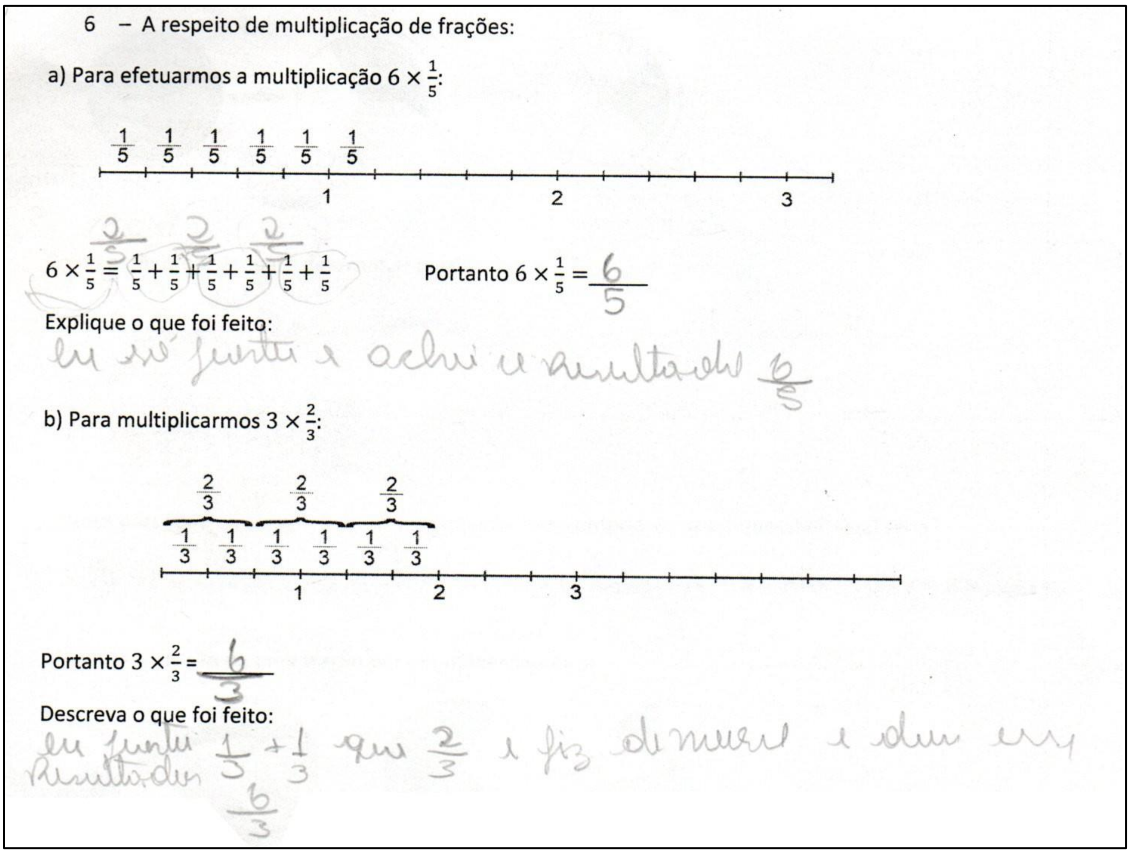
Decorridos aproximadamente quinze minutos de atividade alguns alunos começaram a fazer perguntas para esclarecer dúvidas. Um dos alunos manifestou-se perguntando se a sua resolução da atividade 6 estava correta. Neste caso, como percebemos que não estava totalmente correta, explicamos que ele poderia continuar com a atividade e que no final dos encontros teríamos um momento no qual poderíamos esclarecer algumas dúvidas que persistissem.

Esse mesmo argumento foi dado outras vezes para outras perguntas. Algumas vezes validamos as respostas e, em outras, apenas demos alguma dica para a sua resolução do tipo “você percebeu alguma relação deste item com o anterior?”, tomando os devidos cuidados com o Efeito Topázio.

A Atividade 6 trata da multiplicação de frações. Inicialmente, nos itens (a) a (b) (veja Figura 24) planejamos uma situação de ação, na qual o aluno deveria multiplicar um número inteiro por uma fração, seguida de uma situação de formulação, em que o aluno deveria descrever, mesmo que à sua maneira, o procedimento.

Utilizamos, nesse caso, a concepção de fração como medida, a referência da reta numérica e um esquema para auxiliar na multiplicação de um inteiro por uma fração. Esse esquema, como podemos ver na atividade do aluno 6V, itens (a) a (b) (Figura 24), baseia-se na soma de parcelas iguais dessa fração na mesma quantidade de vezes quanto representa esse número inteiro, partindo, dessa forma, conforme sugere Brousseau (2008), de um conceito que o aprendiz já deve ter conhecimento – neste caso, o da multiplicação de números inteiros.

Figura 24 - Atividade 6 itens (a) e (b) do aluno 6V.


6 – A respeito de multiplicação de frações:

a) Para efetuarmos a multiplicação $6 \times \frac{1}{5}$:

$6 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ Portanto $6 \times \frac{1}{5} =$ $\frac{6}{5}$

Explique o que foi feito:

eu só juntei e achei o resultado $\frac{6}{5}$

b) Para multiplicarmos $3 \times \frac{2}{3}$:

Portanto $3 \times \frac{2}{3} =$ $\frac{6}{3}$

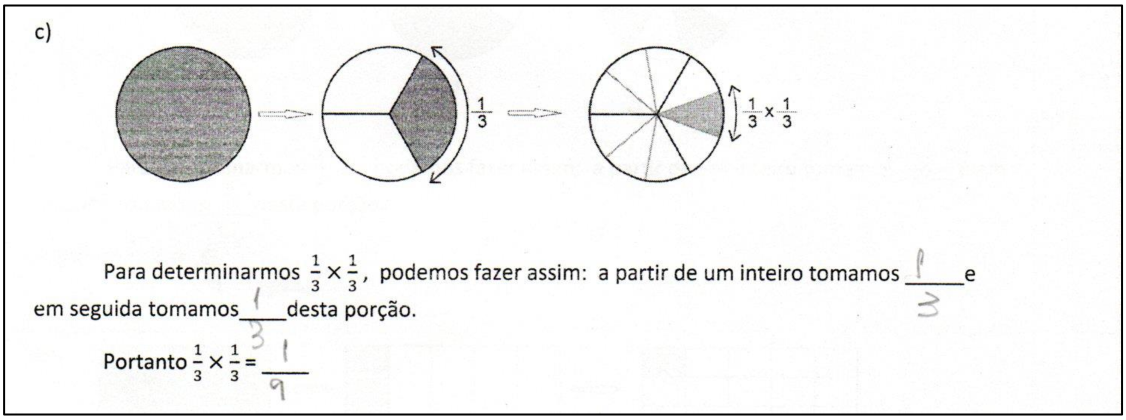
Descreva o que foi feito:

eu juntei $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ que $\frac{2}{3}$ e fiz de novo e deu esse resultado $\frac{6}{3}$

Nesses itens da atividade os alunos tiveram um desempenho de 68% e 64%, respectivamente, para os itens (a) e (b), desconsiderando os erros gramaticais na construção do texto e a caligrafia muitas vezes de difícil compreensão.

Para a multiplicação de uma fração por outra, no item (c) dessa atividade (veja Figura 25) buscamos envolver o aluno em uma situação de ação, na qual ele foi motivado a agir e a refletir sobre a operação a partir da referência da representação figural e da sugestão dada pelo esquema a ele apresentado.

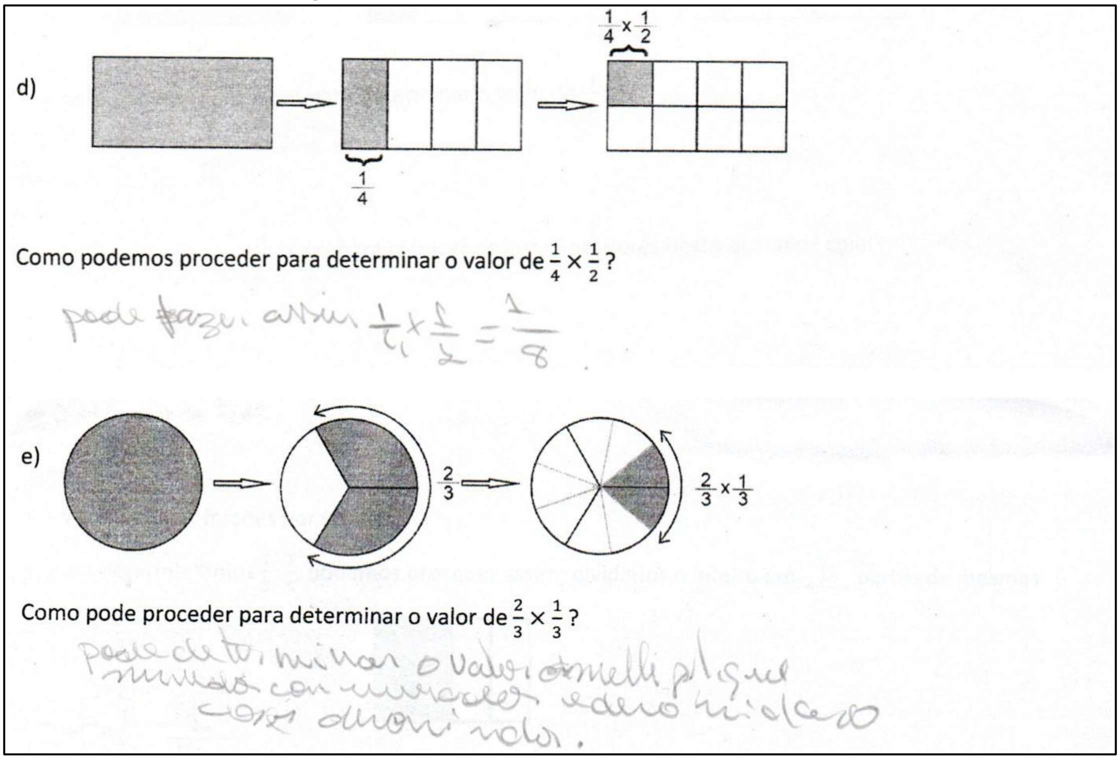
Figura 25 - Atividade 6 item (c) aluno 6F.



Observando o desenvolvimento em sala de aula, e na análise das atividades após a aplicação, concluímos que tivemos um resultado satisfatório para esse item. O percentual de acerto foi de 86%.

Nos itens (d) e (e) (veja Figura 26) tivemos situações de formulação, nas quais o aluno deveria, a partir da referência do esquema a ele apresentado, explicar como proceder para multiplicar duas frações. Nesse caso, mesmo com o incentivo do esquema apresentado, apenas 23% dos alunos formularam algum procedimento para se chegar ao resultado. Alguns alunos apenas apresentaram o cálculo, como o aluno 6G cuja atividade está ilustrada na Figura 26.

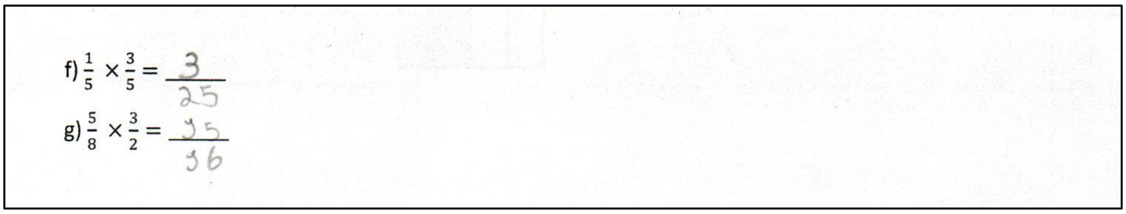
Figura 26 - Atividade 6 itens (d) e (e) do aluno 6G.



Verificamos no desenvolvimento da Atividade 6, item (e), do aluno 6G (Figura 26), que esse aluno já havia percebido que podia chegar ao produto de duas frações multiplicando os numeradores e denominadores das duas frações.

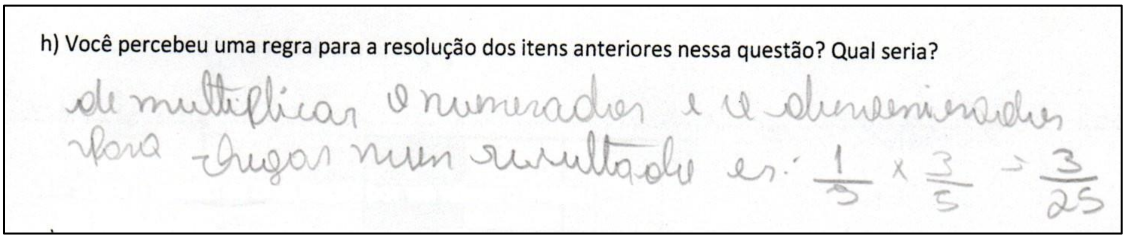
Nos itens (f) e (g) desta atividade (veja Figura 27), o aluno deveria multiplicar as frações, agora sem a referência da representação figural. Na análise das atividades verificamos que 64% e 59% dos alunos operaram corretamente nos itens (f) e (g), respectivamente. Na Figura 27 temos a atividade do aluno 6R.

Figura 27 - Atividade 6 itens (f) e (g) do aluno 6R.



Para o item (h) (Figura 28) planejamos uma situação de validação. Aqui esperávamos que o aprendiz, a partir da sua percepção no decorrer dos outros itens dessa atividade, descrevesse alguma regra para a multiplicação de duas frações. Veja a atividade do aluno 6V na Figura 28.

Figura 28 - Atividade 6 item (h) do aluno 6V.


h) Você percebeu uma regra para a resolução dos itens anteriores nessa questão? Qual seria?

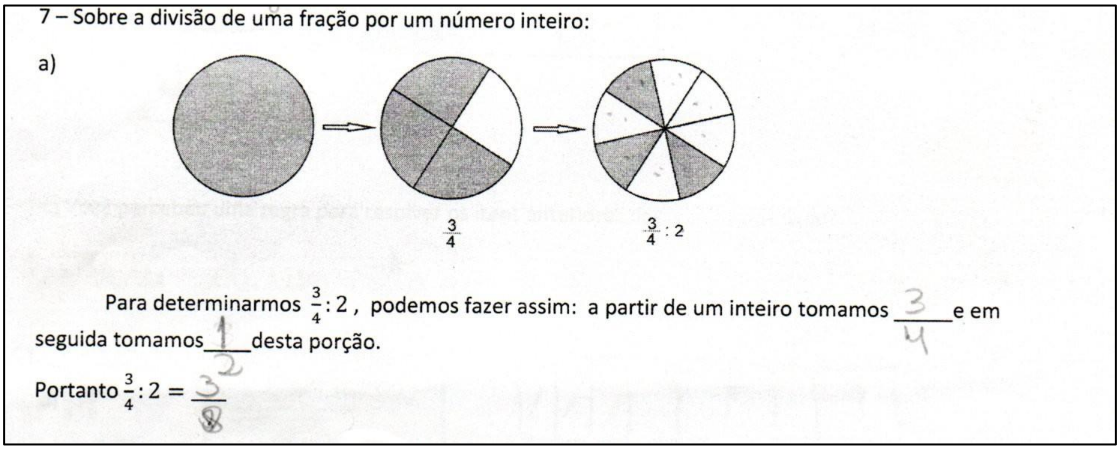
de multiplicar o numerador e o denominador para chegar num resultado ex: $\frac{1}{5} \times \frac{3}{5} \rightarrow \frac{3}{25}$

Nesse item apenas 23% dos alunos fizeram alguma formulação adequada, mesmo que a maioria tenha desenvolvido corretamente os cálculos dos itens anteriores dessa atividade, mostrando mais uma vez a dificuldade de argumentação dos alunos.

Tratamos da divisão de frações nas atividades 7 e 8. Concordamos com Almouloud e Silva (2008) quando afirmam que esse tipo de operação com frações normalmente é a que os alunos sentem mais dificuldade. Desta forma, para nós foi um desafio desenvolver uma atividade que abordasse esse tipo de operação por meio de uma sequência didática. Acreditamos que essa abordagem sirva principalmente para que os alunos se habituem com esse tipo de operação e, mesmo os alunos formulando alguma regra no decorrer da atividade, uma regra mais elaborada deveria ser oficializada em um momento posterior à aplicação da sequência didática, na fase de Institucionalização.

Iniciamos a atividade 7 (veja Figura 29) com a divisão de uma fração por um inteiro. Utilizamos um esquema e a representação figural para o aluno ter como referência.

Figura 29 - Atividade 7 item (a) e do aluno 6O.


7 – Sobre a divisão de uma fração por um número inteiro:

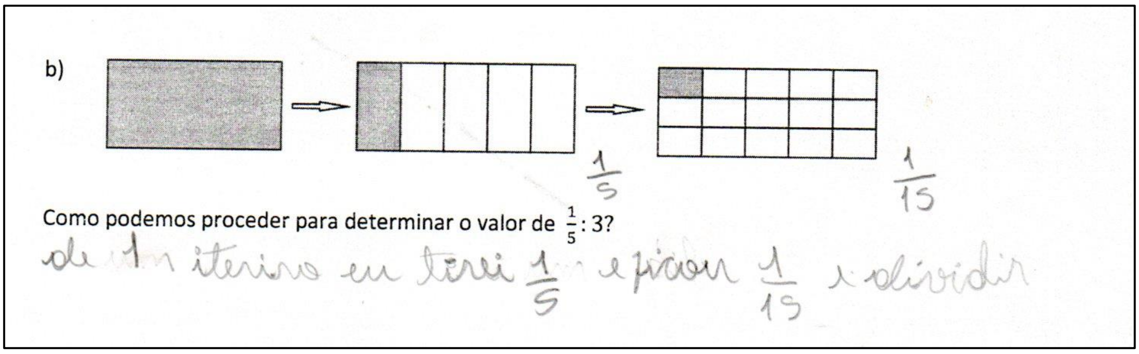
a)

Para determinarmos $\frac{3}{4}:2$, podemos fazer assim: a partir de um inteiro tomamos $\frac{3}{4}$ e em seguida tomamos $\frac{1}{2}$ desta porção.

Portanto $\frac{3}{4}:2 = \frac{3}{8}$

Temos no item (a) uma situação de ação na qual esperamos que o aluno completasse as lacunas a partir da sugestão dada, e percebesse aos poucos as propriedades desse tipo de operação; e no item (b) (veja Figura 30) uma situação de formulação, na qual o aluno deveria, a partir da sugestão dada no item (a), descrever como efetuar as operações.

Figura 30 – Atividade 7 item (b) do aluno 6P.

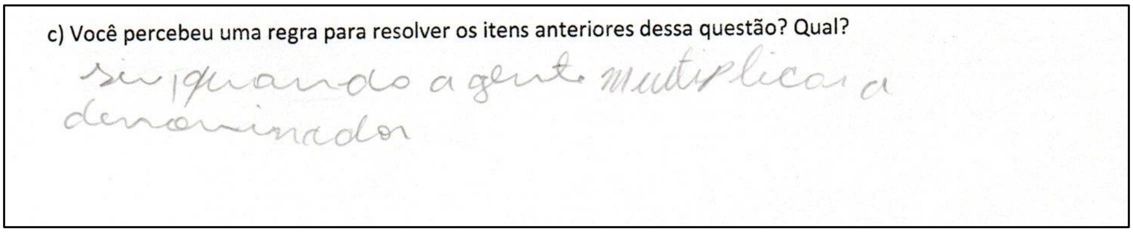


Verificamos que os alunos apresentaram mais dificuldade nessa atividade. No item (a) apenas 39% dos alunos desenvolveram da forma esperada, e no item (b) esse percentual foi de 41%.

No desenvolvimento da atividade 7 do aluno 6P (Figura 30) verificamos que mesmo que esse aluno tenha efetuado corretamente a operação do item (b) ele não soube, nesse caso, formular adequadamente a sua resposta.

No item (c) dessa atividade (veja Figura 31) tivemos uma situação de validação, o aluno deveria descrever uma regra para se chegar à divisão de uma fração por um número inteiro. O percentual de desenvolvimento satisfatório foi de 18%. Na Figura 31 temos o desenvolvimento da atividade do aluno 6E.

Figura 31 - Atividade 7 item (c) do aluno 6E.



O aluno percebeu que deve multiplicar o denominador da fração pelo inteiro divisor, mas não argumentou adequadamente.

No item (d) dessa atividade (Figura 32) o aluno deveria efetuar a divisão, agora sem a referência da representação figural. Na análise *a priori* dessa atividade a nossa expectativa era a de que nesse item, a partir das outras atividades, os alunos efetuassem este cálculo sem a ajuda de um esquema e da representação figural. Na Figura 32 temos o desenvolvimento desse item do aluno 6J.

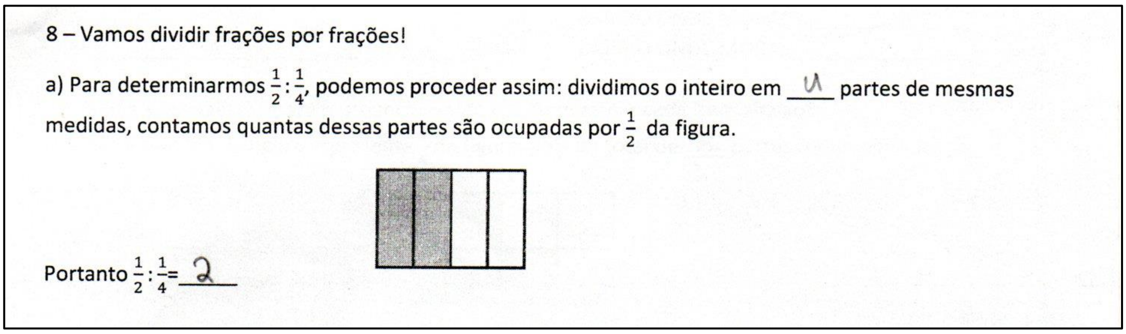
Figura 32 - Atividade 7 item (d) do aluno 6J.

d) Qual o valor de $\frac{2}{3}$: 4? $\frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{2}{12}$

O percentual de acerto nesse item dessa atividade foi de 30%. Assim como nos outros itens da Atividade 7, os alunos de forma geral apresentaram dificuldades em desenvolvê-lo. Na fase de institucionalização apresentamos formalmente a regra para esse tipo de operação. Mostramos também mais exemplos com a intenção de melhorar a compreensão por parte dos alunos desse componente do conteúdo.

Finalizamos a Sequência Didática A com a Atividade 8, que trata da divisão de uma fração própria por outra. O objetivo do item (a) é que o aluno se encontre em uma situação de ação, onde ele deve preencher as lacunas a partir da referência da figura, e chegar ao resultado. Na Figura 33 temos o desenvolvimento desse item da atividade do aluno 6T.

Figura 33 - Atividade 8 item (a) do aluno 6J.



8 – Vamos dividir frações por frações!

a) Para determinarmos $\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$, podemos proceder assim: dividimos o inteiro em 4 partes de mesmas medidas, contamos quantas dessas partes são ocupadas por $\frac{1}{2}$ da figura.

Portanto $\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$= 2

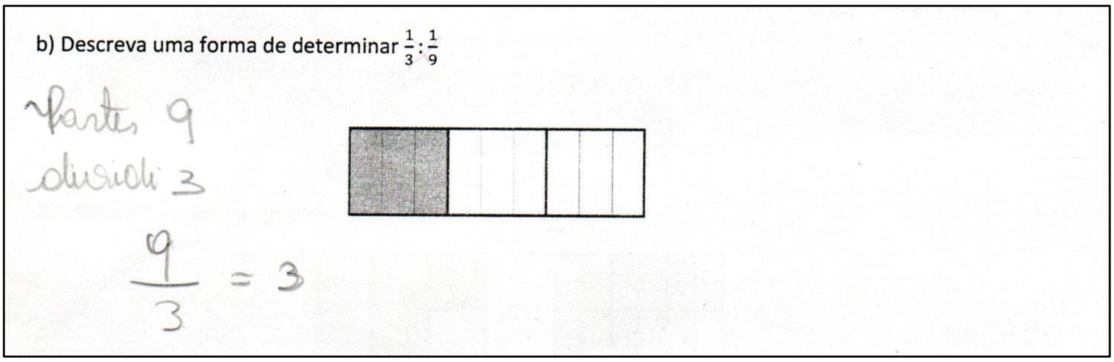
De modo geral, os alunos tiveram um bom desempenho nesse item, com percentual de desenvolvimento satisfatório de 68%.

Os alunos estavam desenvolvendo a Atividade 8 e um dos grupos nos chamou a atenção. Percebemos que eles haviam aparentemente desenvolvido com pouco empenho os itens da Atividade 8. Notamos alguns itens com respostas incorretas e alguns itens sem respostas. Pudemos comprovar o pouco empenho deles a partir de alguns questionamentos que fizemos, do tipo “como você chegou a esse resultado?”, e eles hesitaram em responder. Diante dessa ruptura do Contrato Didático dialogamos com os alunos com a intenção de incentivá-los a se empenharem no desenvolvimento das atividades. Eles concordaram e retomaram o seu desenvolvimento.

No item (b) (Figura 34) o aluno deveria, em uma situação de formulação, descrever como calcular a divisão das frações propostas tendo como referência a representação figural.

Nesse caso, ainda que 68% dos alunos tenham encontrando o resultado da operação, os alunos não souberam descrever como se chegar a esse resultado. Na Figura 34 temos o desenvolvimento da atividade do aluno 6V.

Figura 34 - Atividade 8 item (b) do aluno 6V.


b) Descreva uma forma de determinar $\frac{1}{3}:\frac{1}{9}$

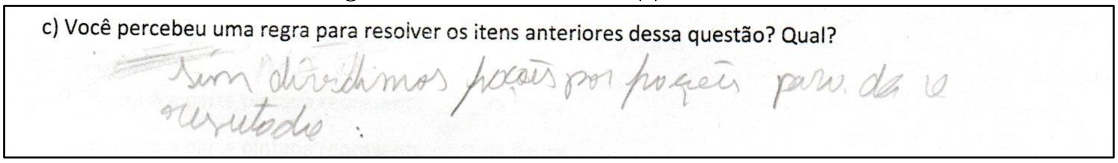
partes 9
dividi 3
$\frac{9}{3} = 3$

Podemos ver que o aluno chegou ao resultado, mas não fez a formulação da sua resolução.

No item (c) dessa atividade (Figura 35) temos uma situação de validação. O aluno deveria descrever uma regra que pode ser utilizada para dividir uma fração por outra, que ele tenha percebido no desenvolvimento dos outros itens dessa atividade.

Na nossa análise percebemos que os alunos tentaram descrever uma regra para chegar aos resultados da divisão de frações, mas nenhuma das formulações estava desenvolvida de forma adequada, mesmo que parte dos alunos tenha demonstrado, nas outras atividades, que perceberam alguma regra para esses cálculos. Na Figura 35 podemos observar o desenvolvimento do item (c) da Atividade 8, aluno 6I.

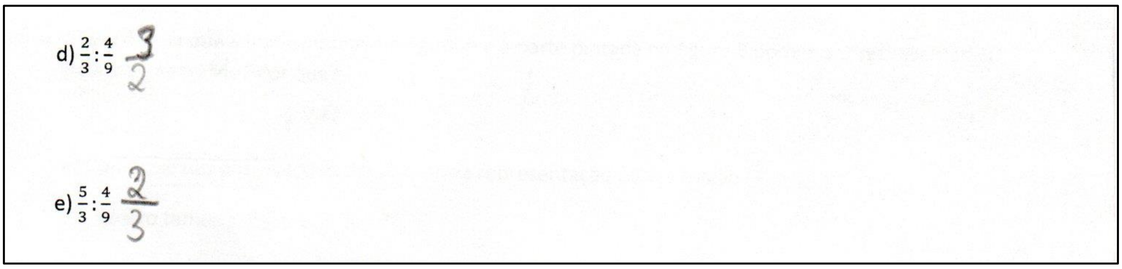
Figura 35 - Atividade 8 item (c) do aluno 6I.


c) Você percebeu uma regra para resolver os itens anteriores dessa questão? Qual?

Sim dividimos peças por peças para da o resutado.

Nos itens (d) e (e) dessa atividade (Figura 36) a sugestão era que o aprendiz desenvolvesse os cálculos das divisões de frações, agora sem a referência da representação figural, como podemos verificar na atividade do aluno 6C, Figura 36.

Figura 36 - Atividade 8 itens (d) e (e) do aluno 6C.



Percebemos que alunos manifestaram dificuldades em desenvolver esses itens. 63% não conseguiram desenvolver corretamente o item (a) e no item (b) esse percentual foi de 65%. No terceiro encontro buscamos esclarecer as dúvidas e mostrar outros exemplos para que os alunos compreendessem melhor esse tipo de operação.

Notamos no decorrer da aplicação da sequência didática que em alguns grupos os seus integrantes buscavam a resolução de forma conjunta, enquanto que em outros cada integrante buscava a resolução individualmente. Havia um grupo cujos componentes eram exclusivamente do sexo feminino que parecia mais empenhado na resolução conjunta da atividade. Nesse grupo houve uma maior interação entre os membros e também foi o que mais se reportou ao professor fazendo perguntas, buscando desenvolver as atividades, e na análise das atividades pudemos verificar que os membros desse grupo tiveram um maior percentual de acerto.

O terceiro encontro foi no dia 6 de dezembro de 2018. Esse foi o momento da institucionalização, fase importante dentro do referencial da Teoria da Situações Didáticas, pois nela é feita a oficialização dos conceitos desenvolvidos na Sequência Didática.

Na fase de institucionalização validamos algumas formulações feitas pelos alunos. Evitamos fazer isso no decorrer das atividades para dar oportunidade para todos refletirem e chegar a algumas conclusões corretas ou não, favorecendo o fortalecimento da aprendizagem.

Na Tabela 3 temos um resumo do desempenho dos alunos do sexto ano no desenvolvimento das atividades da sequência didática aplicada.

Tabela 3 – Desempenho dos alunos da turma do sexto ano no desenvolvimento das atividades da “Sequência Didática A”.

Atividade/Item	Resposta	
	Correta	Incorreta
1/ “A”	100%	0%
1/ “B”	80%	20%
2/ “A”	87%	13%
2/ “B”	100%	0%
2/ “C”	39%	61%
2/ “D”	35%	65%
3/ “A”	100%	0%
3/ “B”	41%	59%
4/ “A”	100%	0%
4/ “B”	87%	13%
4/ “C”	87%	13%
4/ “D”	50%	50%
5/ “A”	43%	57%
5/ “B”	87%	13%
5/ “C”	-	-
5/ “D”	30%	70%
5/ “E”	30%	70%
5/ “F”	78%	22%
5/ “G”	78%	22%
5/ “H”	87%	13%
5/ “I”	30%	70%
5/ “J”	26%	74%
5/ “K”	55%	45%
5/ “L”	59%	41%
6/ “A”	68%	32%
6/ “B”	64%	36%
6/ “C”	86%	14%
6/ “D”	23%	77%
6/ “E”	23%	77%

Atividade/Item (conclusão)	Resposta Correta	Incorreta
6/ “F”	64%	36%
6/ “G”	59%	41%
6/ “H”	23%	77%
7/ “A”	39%	61%
7/ “B”	41%	59%
7/ “C”	18%	82%
7/ “D”	30%	70%
8/ “A”	68%	32%
8/ “B”	68%	32%
8/ “C”	0%	100%
8/ “D”	37%	63%
8/ “E”	35%	65%

4.2 AS ATIVIDADES NA TURMA DO 8º ANO

O primeiro encontro com a turma do 8º ano ocorreu no dia 29 de novembro de 2018. Fomos até a sala da turma sem o auxílio do professor titular da disciplina Matemática, que já havia informado aos alunos a respeito da atividade. Nos apresentamos e explicamos aos alunos como ocorreria a atividade e também sobre a importância do empenho deles. Em seguida, pedimos para os alunos formarem grupos com quatro ou cinco integrantes e entregamos as folhas com as atividades (APÊNDICE B). Solicitamos que fossem feitas inicialmente as três primeiras atividades.

Enquanto explicávamos sobre a atividade para a turma, alguns alunos caminhavam pela sala de aula, demonstrando desinteresse em saber do que se tratava ou qual o nosso objetivo com a turma. Depois de algum tempo, esses alunos se sentaram, participando de grupos que estavam formados.

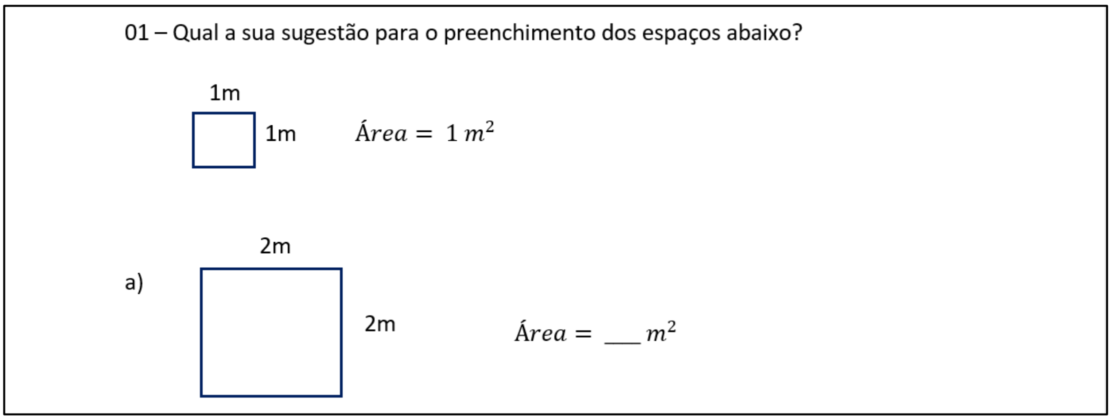
Uma aluna recusou-se inicialmente a participar dos grupos e, ao perceberem, alguns alunos comentaram que ela preferia fazer as atividades individualmente. Nós tivemos um rápido diálogo com a aluna na intenção de convencê-la a agrupar-se com alguma equipe, ela aceitou e foi pra a equipe que estava mais próxima a ela.

Nessa turma eles iniciaram a resolução das atividades logo que entregamos as folhas, e, nesse momento, os alunos não fizeram questionamentos.

Percebemos também que a princípio havia pouca interação entre os membros de um mesmo grupo, e que eles procuravam mais a resolução individual das atividades. Haviam grupos que demonstravam mais empenho na resolução e outros pareciam menos interessados.

Na Atividade 1 tivemos uma situação de ação, onde o aluno deveria calcular a área do retângulo a partir da sugestão dada (Figura 37), que trouxe de forma implícita o seguinte conceito de medida de área: uma região quadrada cujo lado meça 1, terá, por definição, área igual a 1. Utilizamos o metro como unidade de medida de comprimento e o metro quadrado para a unidade de medida de área.

Figura 37 – Atividade 1 item (a).

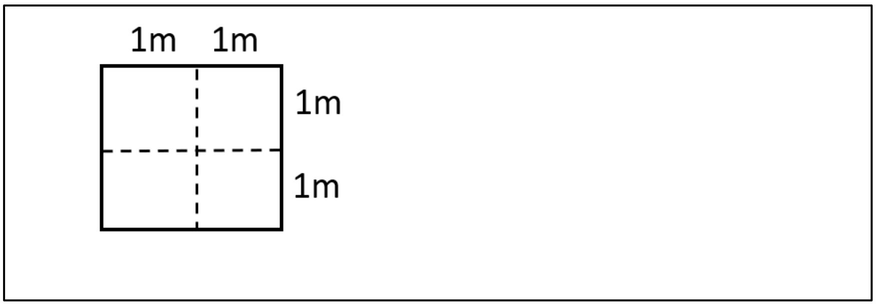


Na análise *a priori* previmos que os alunos poderiam encontrar logo no item (a) dessa atividade um obstáculo didático. Esse obstáculo ficaria caracterizado se o aluno já tivesse percebido que um quadrado de lado $1m$ tem área $1m^2$, e não tivesse entendido que o lado do quadrado não representa, de modo geral, a medida de sua área em m^2. Então o aluno poderia escrever como resposta para este item “ 2 m^2”.

No decorrer da aplicação das atividades pudemos comprovar que esse obstáculo ocorreu, conforme havíamos previsto. Entendemos que isso seja aceitável, pois foram fornecidas poucas informações ao aluno a respeito de como pode ser calculada a área do retângulo (nesse caso, do quadrado). A justificativa de não ter sido mostrado ao aluno de antemão como se executa tal cálculo está em oportunizar que o aluno descubra isso de forma independente, ou por meio de diálogo com os seus colegas de equipe, ou ainda, com pouca intervenção do professor, seguindo os preceitos da Teoria das Situações Didáticas.

Para que os alunos superassem esse obstáculo o professor foi ao quadro e desenhou um quadrado de lado $2m$, e o dividiu em partes congruentes de lado $1m$, conforme indicado na Figura 38, sem fazer comentários a respeito do desenho. De imediato os alunos fizeram a contagem das partes e perceberam o erro cometido. Alguns alunos comentaram com os seus colegas de equipe o resultado encontrado ($4m^2$).

Figura 38 – Sugestão dada aos alunos para a resolução da Atividade 1.

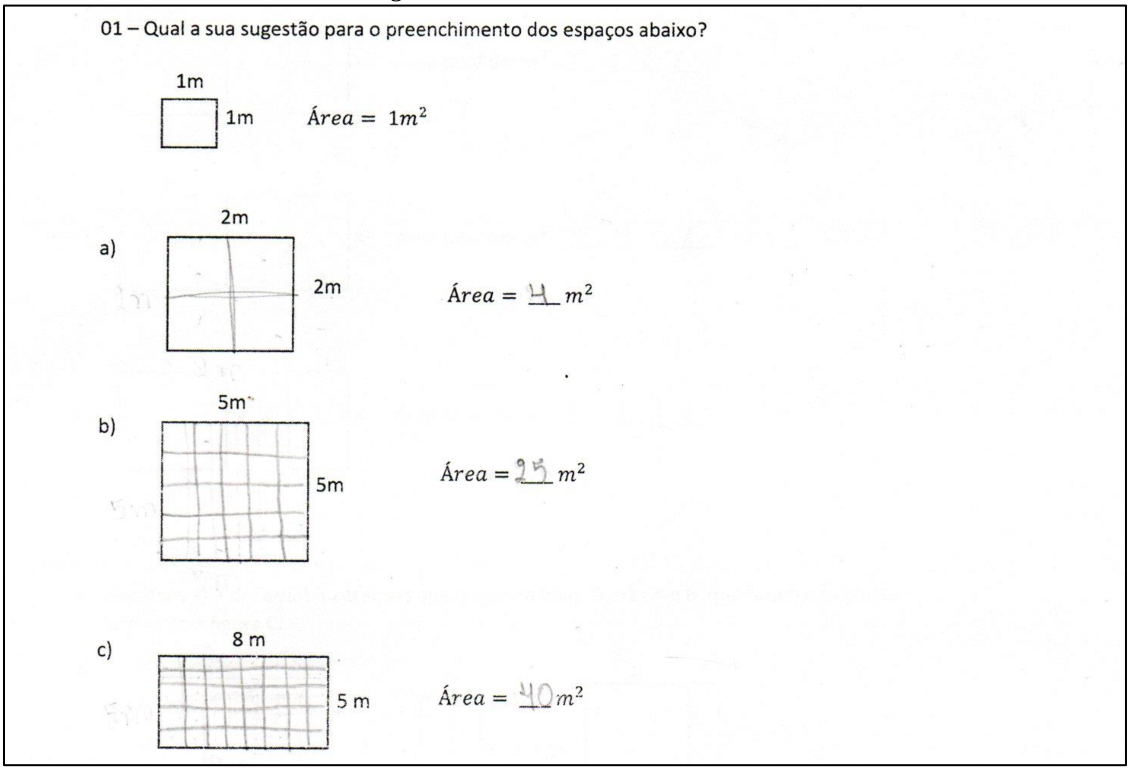


A nossa expectativa era a de que, com o desenvolver da sequência, os alunos percebessem que não precisavam dividir os retângulos em quadrados de lado 1m para determinar o valor da sua área.

Após essa sugestão os alunos desenvolveram de forma satisfatória essa atividade, todos os alunos acertaram os itens (a) e (b), e no item (c) o percentual de acerto foi de 87%.

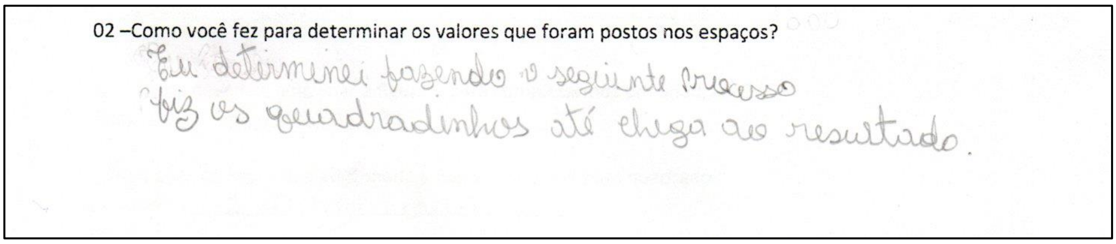
A Figura 39 mostra o desenvolvimento da atividade do aluno 8A.

Figura 39– Atividade 1 do aluno 8A.



Na Atividade 2 (veja Figura 40), o objetivo foi o de propiciar uma situação de formulação. A nossa expectativa era a de que os alunos se empenhassem para explicar como chegaram aos resultados e explicassem que procederam multiplicando os valores das medidas dos lados de cada retângulo, ou que fizeram a contagem da quantidade de quadrados em cada retângulo, após divididos em partes de medida $1\ m^2$.

Figura 40 – Atividade 2 do aluno 8D.


02 –Como você fez para determinar os valores que foram postos nos espaços?

Eu determinei fazendo o seguinte processo
fiz os quadradinhos até chega ao resultado.

A maioria dos alunos (66%) deu alguma resposta compatível com o que havíamos previsto na análise *a priori*, mesmo que entre esses alguns não tenham sabido se expressar de forma totalmente correta, como podemos observar na Figura 40, na qual consta a atividade do aluno 8D. Ele chegou aos resultados efetuando a contagem das partes após dividido o retângulo, mas, ao explicar, não soube se expressar adequadamente.

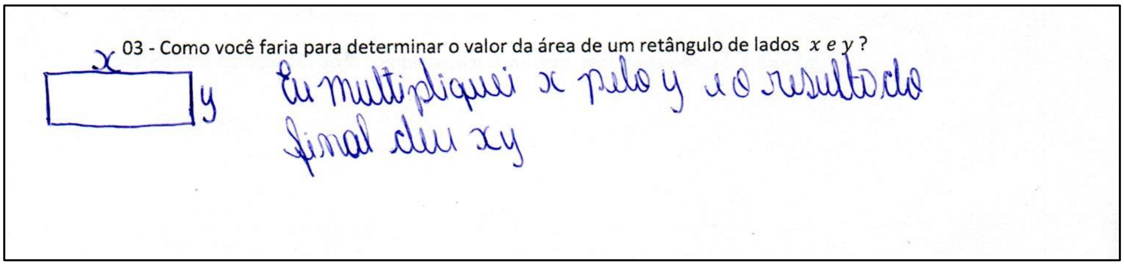
Decorridos aproximadamente trinta minutos de iniciada a aplicação da Sequência Didática, percebemos mais interação entre os alunos na busca pelas respostas. Algumas equipes chamaram a atenção para esclarecer algumas dúvidas e, da mesma forma que ocorreu na turma do 6º ano, nós procuramos ter cuidado com as interferências para não facilitar demasiadamente a resposta da atividade, evitando assim o Efeito Topázio. Algumas vezes quando os alunos chamavam a atenção para esclarecer dúvidas eram feitos alguns questionamentos a eles, afim de estimular as discussões em grupo.

Após uns 50 minutos uma equipe informou que havia terminado a primeira parte da atividade e logo em seguida outra equipe também se manifestou avisando que também já havia terminado.

Assim que todas as equipes concluíram a primeira parte com as três primeiras atividades convidamos um aluno de cada equipe a explicar a sua resolução da atividade 3 (veja Figura 41). Nessa atividade o objetivo foi o de oportunizar uma situação de validação, onde o aluno deveria confirmar que havia compreendido como se calcula a área de retângulos descrevendo uma regra para se efetuar esse cálculo.

Na Figura 41 temos a atividade do aluno 8G.

Figura 41 – Atividade 3 do aluno 8G.

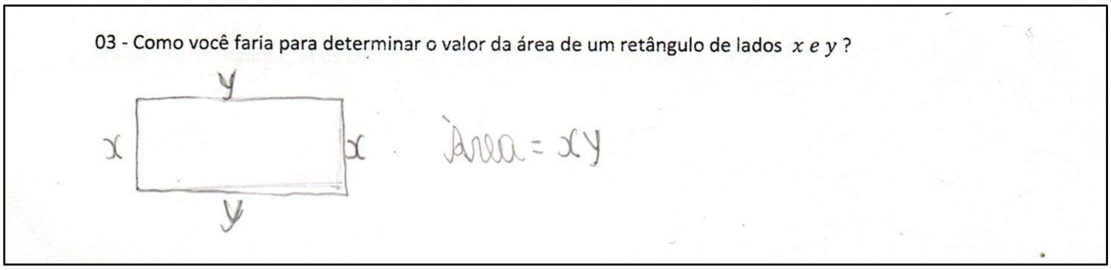


Um aluno se manifestou com a sua formulação que estava correta. Em seguida, perguntamos se todos concordavam com a sua resolução, nenhum outro aluno se manifestou. Insistimos questionando se alguém havia feito de forma diferente, e um aluno se manifestou proferindo que a sua reposta era “multiplicando y por x". Na fase de institucionalização essa formulação foi validada, e explicamos que isso se verificava devido a comutatividade da multiplicação.

O desenvolvimento realizado pelos alunos nessa atividade correspondeu com as nossas expectativas. Como na questão anterior, mais da metade dos alunos (66%) deu a resposta esperada.

Houve casos em que o aluno apresentou um esquema como resposta, como podemos ver na Figura 42, onde consta a atividade do aluno 8C.

Figura 42 - Atividade 3 do aluno 8C.

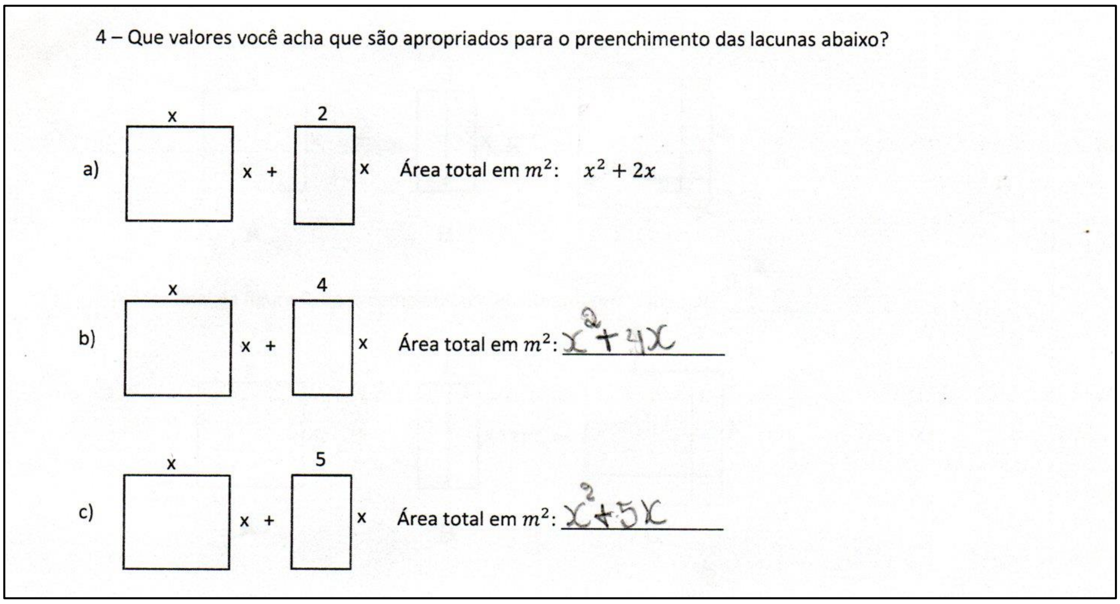


Em seguida, informamos a turma que poderiam iniciar a segunda parte da sequência com as atividades quatro e cinco.

No decorrer das atividades quatro e cinco um aluno perguntou se poderia utilizar calculadora. Outros alunos se mostraram atentos ao questionamento do colega e aguardavam a resposta, momento em que verificamos que eles estavam resolvendo os itens dessas atividades que envolviam operação com frações e estavam com dificuldades nessas operações. Consentimos que eles utilizassem calculadora, pois entendemos que tal uso não iria interferir nos objetivos da atividade, porém, como nem todas as equipes a possuíam, foram providenciadas e disponibilizadas mais duas calculadoras, assim todas as equipes puderam utilizar.

Na Atividade 4 objetivamos confrontar o aluno com uma situação de ação, na qual ele deveria, a partir da sugestão dada no item (a) da atividade, desenvolver os demais itens. Em cada item o aluno deveria escrever uma expressão que representasse a soma das áreas dos retângulos. Na Figura 43 podemos verificar o desenvolvimento da atividade 4 do aluno 6M, itens (b) e (c), e o item (a) da atividade com a sugestão dada.

Figura 43 – Atividade 4 do aluno 6M, itens (b) e (c).

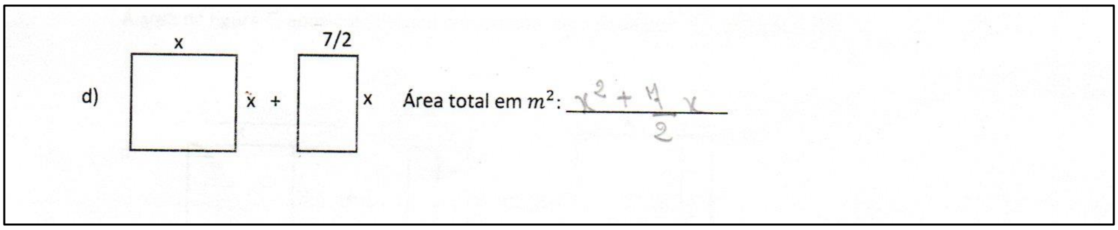


No decorrer dessa atividade fizemos alguns questionamentos aos alunos, com o objetivo de verificar se eles compreendiam que as expressões que eles escreviam como resposta em cada item representavam a soma dos valores das áreas das figuras dadas. A maioria dos alunos deu respostas aceitáveis, mostrando que eles estavam compreendendo o significado dessa soma, e validamos essas respostas para que não persistissem dúvidas a esse respeito.

Na análise das atividades verificamos que todos os alunos desenvolveram corretamente os itens (b) e (c) dessa atividade.

No item (d), adicionamos um número racional (7/2) como umas das medidas de um dos retângulos, conforme Figura 44 , com o objetivo de verificar se, por extrapolação, os alunos também escreveriam a expressão para a soma de áreas.

Figura 44 - Atividade 4 item (d) do aluno 8B.

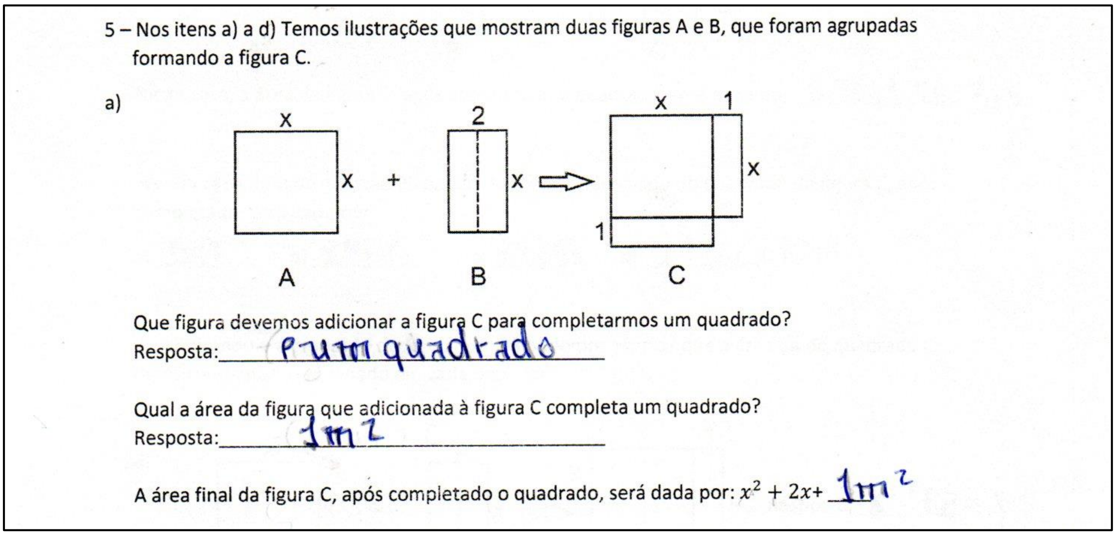


Quase todos os alunos (94%) desenvolveram de forma correta este item, sem algum questionamento a respeito do número racional. Julgamos ser importante que o professor dê, no decorrer das aulas e em um momento oportuno, uma explicação para a regra do cálculo da área de um retângulo valer também quando as medidas dos lados desse retângulo forem números racionais positivos (e números reais positivos).

As atividades de 5 a 7 tiveram como objetivo favorecer situações didáticas em que o aluno deveria perceber que as expressões do tipo $x^2 + 2ax + a^2$, com a e x reais positivos, podem representar a medida da área de uma quadrado de lado $(x + a)$. Nessas atividades predominaram as situações de ação e formulação.

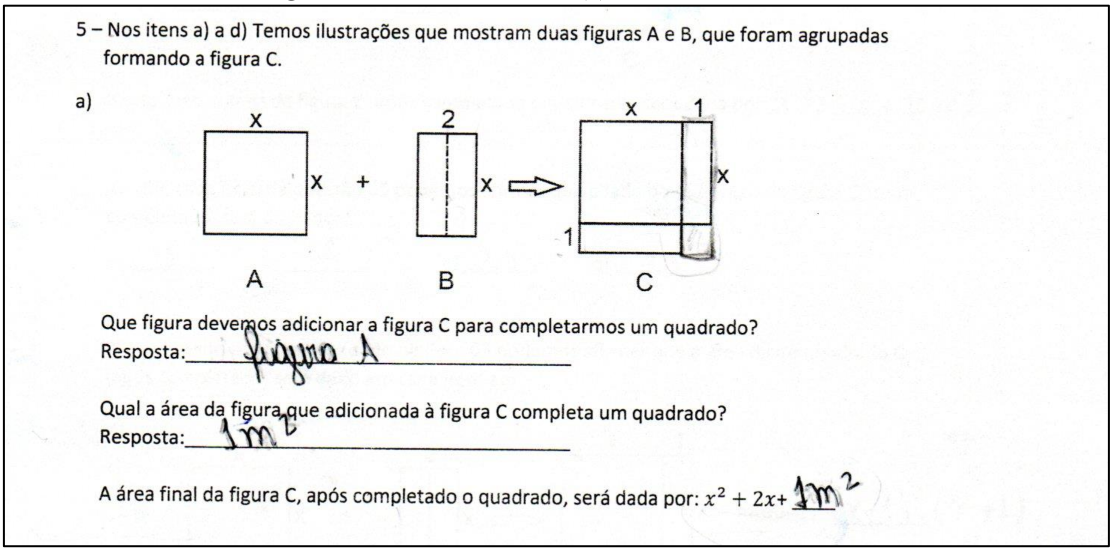
Na Atividade 5, item (a) (veja Figura 45), o aluno deveria responder aos questionamentos a respeito do esquema que foi apresentado a ele. Este esquema representa o agrupamento de um quadrado com um retângulo que foi dividido em duas partes congruentes, formando uma terceira figura, que poderia ser completada formando um quadrado.

Figura 45 – Atividade 5 item (a) do aluno 6K.



No item (a), 59% das atividades foram desenvolvidas de forma satisfatória. Houve diversos casos em que os alunos deram como resposta para a primeira pergunta “figura A”, relacionando a pergunta com os tipos de figuras apresentadas no esquema (veja Figura 46). Percebemos a necessidade de uma reformulação dessa pergunta, afim de que se tornasse mais precisa para os alunos, evitando esse tipo de interpretação.

Figura 46 – Atividade 5 item (a) do aluno do aluno 6H.


5 – Nos itens a) a d) Temos ilustrações que mostram duas figuras A e B, que foram agrupadas formando a figura C.

a)

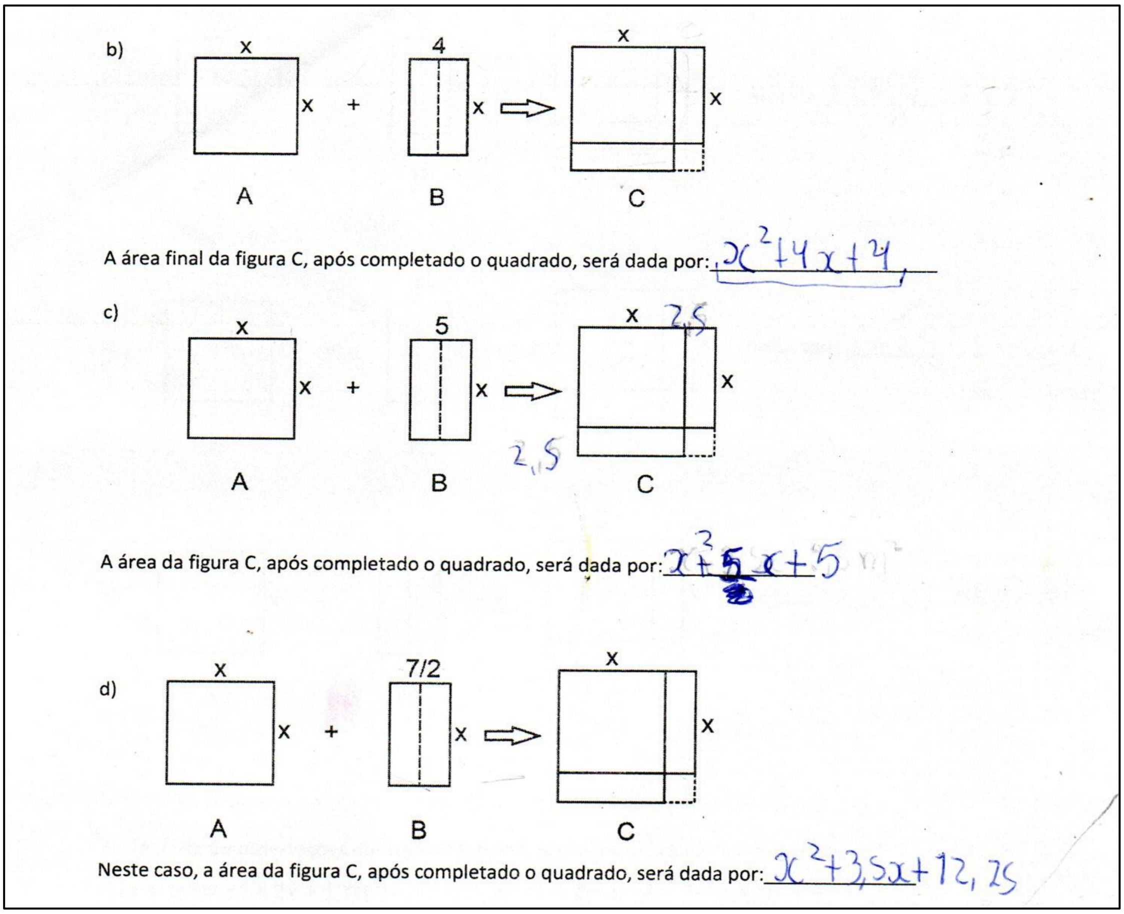
Que figura devemos adicionar a figura C para completarmos um quadrado?
Resposta: figura A

Qual a área da figura que adicionada à figura C completa um quadrado?
Resposta: 1m²

A área final da figura C, após completado o quadrado, será dada por: $x^2 + 2x +$ 1m²

Os itens (b), (c) e (d) dessa atividade (veja Figura 47) tiveram por objetivo consolidar as ideias desenvolvidas no item (a).

Figura 47 - Atividade do aluno 8E.


b)

A área final da figura C, após completado o quadrado, será dada por: x^2+4x+4

c)

A área da figura C, após completado o quadrado, será dada por: x^2+5x+5

d)

Neste caso, a área da figura C, após completado o quadrado, será dada por: $x^2+3,5x+12,25$

O aluno deveria escrever, em cada item, uma expressão que representasse a medida da soma das áreas que formavam o quadrado. Fizemos pequenas modificações de um item para o outro, testando a aprendizagem dos alunos e provocando observações e discussões por parte deles.

Nesses itens, o percentual de acerto foi de 69% para o item (b), e nos itens (c) e (d) de 44% cada. Na atividade do aluno 8E (Figura 47) podemos verificar que esse aluno desenvolveu corretamente os itens (b) e (d), e houve um erro no item (c). Na análise *a priori* das atividades previmos que haveria um menor índice de acertos nos itens (c) e (d), pois neles o lado do quadrado menor, que completa o quadrado representado pela figura C, tem como medido uma fração. Na análise das atividades comprovamos que nesses itens ocorreram mais erros, ainda que os alunos tenham utilizado calculadora na sua resolução.

Após os alunos concluírem a Atividade 5 encerramos esse primeiro encontro e combinamos com eles a data do próximo encontro.

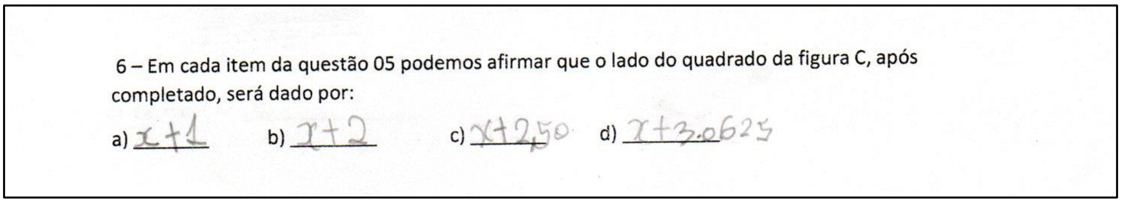
O segundo encontro ocorreu no dia 30 de novembro de 2018. Solicitamos aos alunos que desenvolvessem as outras três atividades.

Nesse encontro os alunos perguntaram mais vezes em comparação com o primeiro encontro e, em alguns momentos, eles pareciam com receio de responder de forma incorreta na folha com as atividades. Percebemos que algumas perguntas eram feiras não só com o objetivo de que fosse tirada alguma dúvida, e sim de que o professor fornecesse a resposta do item questionado pelo aluno. Novamente as intervenções feitas foram, na maioria das vezes, para incentivar as discussões entre as equipes. Explicamos para os alunos que os eventuais erros seriam discutidos em sala em um momento posterior às atividades, em um outro encontro, no qual buscaríamos tirar as dúvidas que persistissem.

Na Atividade 6 o aluno foi questionado a respeito da medida do lado do quadrado formado após completada a figura, e na atividade 7 o aluno deveria calcular a área do quadrado representado na figura C de uma outra forma, por meio da regra que ele deveria ter escrito na atividade 3, ou seja, pelo produto da medida dos seus lados, e não mais pela soma das expressões que representam as medidas das áreas das partes da figura, como na atividade 5.

Na Figura 48 podemos verificar a atividade 6 do aluno 8D.

Figura 48 – Atividade 6, aluno 8D.

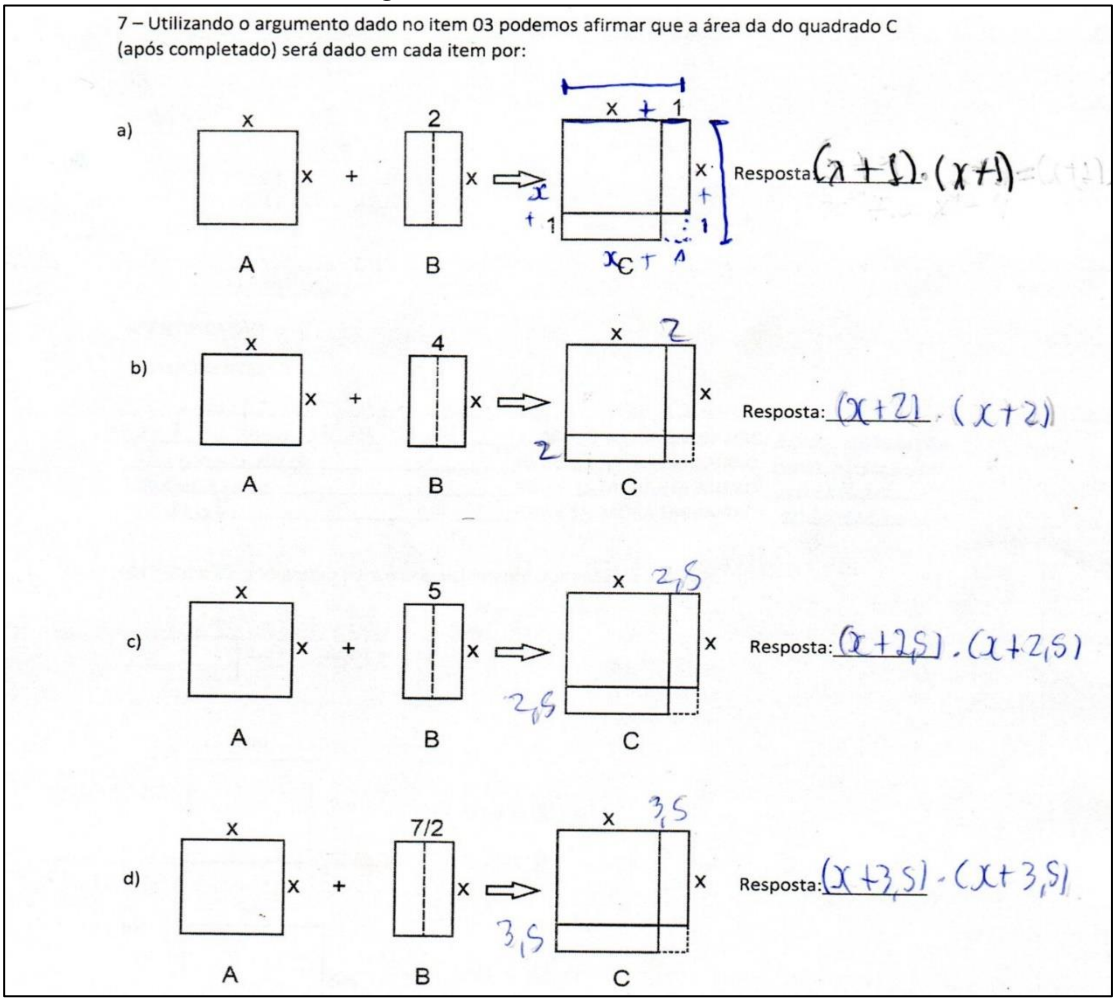

6 – Em cada item da questão 05 podemos afirmar que o lado do quadrado da figura C, após completado, será dado por:

a) x+1 b) x+2 c) x+2,50 d) x+3,0625

Esse aluno respondeu corretamente os itens de (a) a (c) dessa atividade, e errou o item (d). De modo geral, os alunos tiveram um desempenho de acordo com as nossas expectativas, e o percentual de acerto para esses itens foi de 57% para o item (a), 54% para os itens (b) e (c) e de 50% para o item (d).

Na Figura 49, temos a Atividade 7 do aluno 8F, na qual podemos verificar que o aluno desenvolveu corretamente os itens de (a) a (c), e cometeu um erro na letra (d).

Figura 49 – Atividade 7 do aluno 8F.

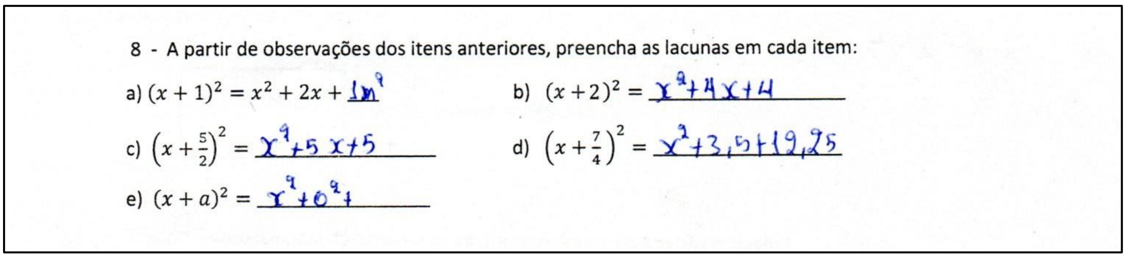


O percentual de acerto nessa atividade foi de 58% nos itens de (a) a (c) e de 29% no item (d).

A turma estava desenvolvendo as últimas atividades e um dos alunos pediu para ir ao banheiro e, logo em seguida, outro aluno também pediu para ir. Notamos que esses alunos estavam demorando para retornar e buscamos verificar o que havia ocorrido. Percebemos que um dos alunos havia ido para a quadra de esportes da escola, e o outro também estava se se dirigindo para lá. Convidamos esses alunos para retornarem para a sala de aula e conversamos com eles, como objetivo de prevenir esse tipo de ruptura do contrato didático.

Finalizamos a Sequência Didática B com a atividade 8, que teve como objetivo favorecer uma situação de validação. O aluno deveria, baseado no desenvolvimento das outras atividades, dar a expansão das somas ao quadrado da forma $(x + a)^2$, ou seja, escrever nas lacunas de cada item expressões do tipo $(x^2 + 2ax + a^2)$, com $x\ e\ a$ reais positivos. O item (a) dessa atividade, conforme podemos observar na Figura 50 onde consta a atividade do aluno 8J, foi previamente desenvolvido parcialmente, para que o aluno tivesse uma melhor orientação a partir da própria atividade minimizando a necessidade de possíveis intervenções do professor.

Figura 50 – Atividade 8 do aluno 8J.



8 - A partir de observações dos itens anteriores, preencha as lacunas em cada item:

a) $(x+1)^2 = x^2 + 2x +$ $1m^2$

b) $(x+2)^2 =$ x^2+4x+4

c) $\left(x+\frac{5}{2}\right)^2 =$ x^2+5x+5

d) $\left(x+\frac{7}{4}\right)^2 =$ $x^2+3,5+12,25$

e) $(x+a)^2 =$ x^2+a^2+

Nessa atividade os alunos, de forma geral, tiveram um desempenho dentro das nossas expectativas. Como esperávamos o índice maior de acerto foi nos itens (a) e (b) com percentual de acerto de 57%, nos itens (c) e (d) esse percentual diminuiu para 43% e 39% respectivamente. E no item (e) apenas 11%.

O item (e), como podemos ver na atividade do aluno 8J, trata de uma generalização, e previmos na análise *a priori* da atividade que os alunos encontrariam mais dificuldades ao desenvolvê-lo. A justificava de adicionarmos esse item na atividade foi a de explorá-la melhor, e explorar um pouco mais o potencial dos alunos. Na fase de institucionalização reouvemos esse item, afim de que os alunos compreendessem melhor o significado dessa generalização.

Assim que os alunos devolveram as folhas com as atividades combinamos uma data para o próximo encontro.

O terceiro encontro ocorreu no dia 07 de dezembro de 2018. Esta foi a fase de institucionalização, momento em que procuramos sanar algumas dúvidas dos alunos e validar ou refutar as formulações que foram feitas pelos alunos, retomando os principais conceitos desenvolvidos nas atividades com o objetivo de oficializá-los, para que façam parte do conjunto de saberes da turma e sejam utilizados em outras situações didáticas e adidáticas.

Na Tabela 4 apresentamos um resumo do desempenho dos alunos do oitavo ano no desenvolvimento das atividades da sequência didática aplicada nessa turma.

Tabela 4 - Desempenho dos alunos da turma do oitavo ano no desenvolvimento das atividades da "Sequência Didática B".

Atividade/Item	Resposta	
	Correta	Incorreta
1/ "A"	100%	0%
1/ "B"	100%	0%
1/ "C"	87%	13%
2	66%	34%
3	66%	34%
4/ "A"	-	-
4/ "B"	100%	0%
4/ "C"	100%	0%
4/ "D"	94%	6%
5/ "A"	59%	41%
5/ "B"	69%	31%
5/ "C"	44%	56%
5/ "D"	44%	56%
6/ "A"	57%	43%
6/ "B"	54%	46%
6/ "C"	54%	46%
6/ "D"	50%	50%
7/ "A"	58%	42%
7/ "B"	58%	42%
7/ "C"	58%	42%
7/ "D"	29%	71%

Atividade/Item (conclusão)	Resposta	
	Correta	Incorreta
8/ “A”	57%	43%
8/ “B”	57%	43%
8/ “C”	43%	57%
8/ “D”	39%	61%
8/ “E”	11%	89%

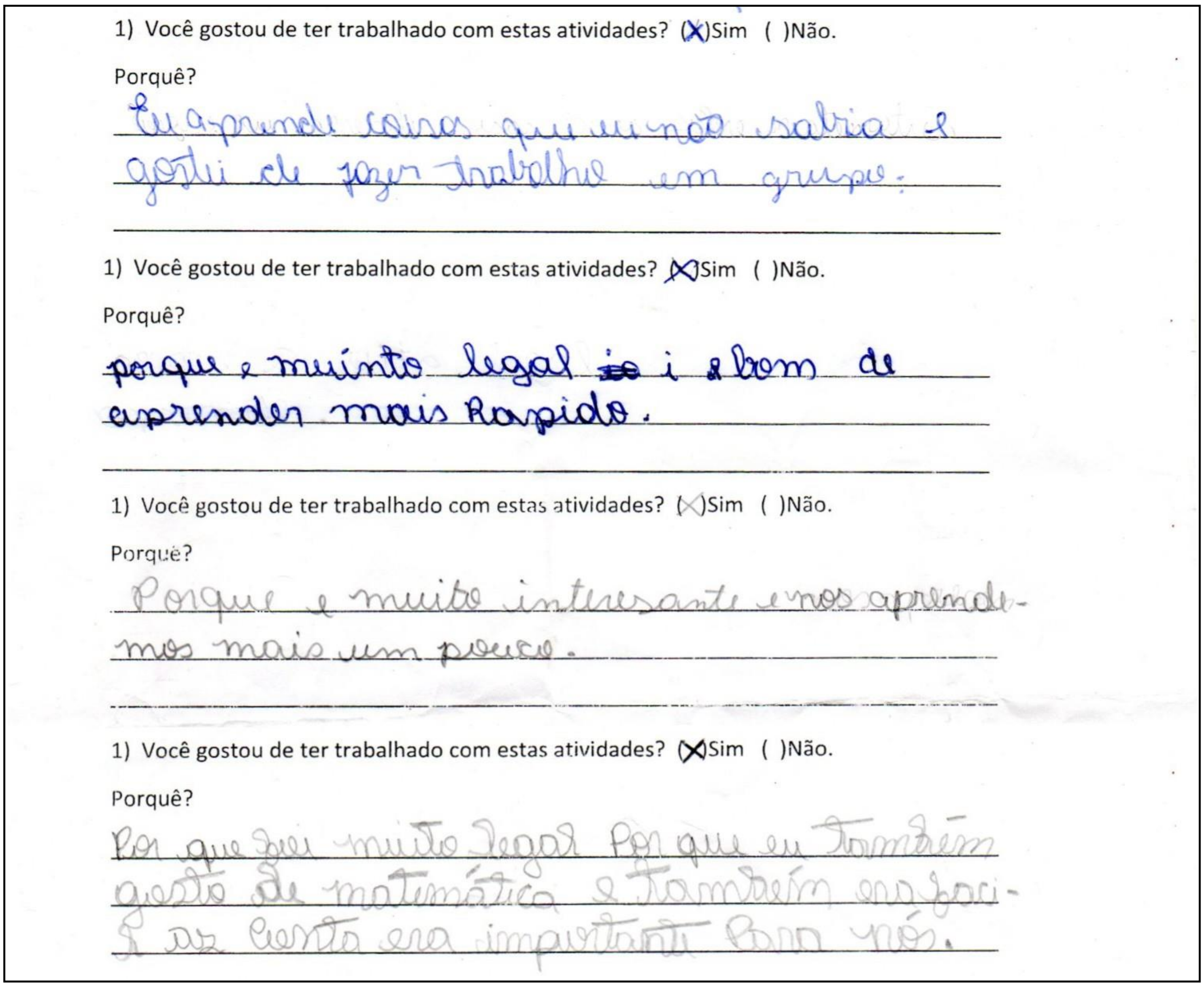
4.3 ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS

Após a aplicação da Sequência Didática solicitamos aos alunos que respondessem a um questionário (apêndice C), para, de forma complementar às análises da aplicação da atividade, entendermos melhor a aceitação deles quanto ao método de ensino empregado. Utilizamos o mesmo modelo de questionário para as duas turmas (sexto e oitavo ano).

A primeira pergunta feita foi: “você gostou de ter trabalhado com as atividades? Por que?”. Todos os alunos responderam “sim” para essa pergunta e as justificativas que ocorreram com mais frequência nas respostas foram relativas à aprendizagem.

Destacamos abaixo (Figura 51) algumas das respostas dadas pelos alunos para esse questionamento.

Figura 51 – Respostas dos alunos para a primeira pergunta do questionário.


1) Você gostou de ter trabalhado com estas atividades? (X)Sim ( )Não.

Porquê?

Eu aprendi coisas que eu não sabia e gostei de fazer trabalho em grupo.

1) Você gostou de ter trabalhado com estas atividades? (X)Sim ( )Não.

Porquê?

porque e muinto legal i e bom de aprender mais Rapido.

1) Você gostou de ter trabalhado com estas atividades? (X)Sim ( )Não.

Porquê?

Porque e muito interesante e nos aprende-mos mais um pouco.

1) Você gostou de ter trabalhado com estas atividades? (X)Sim ( )Não.

Porquê?

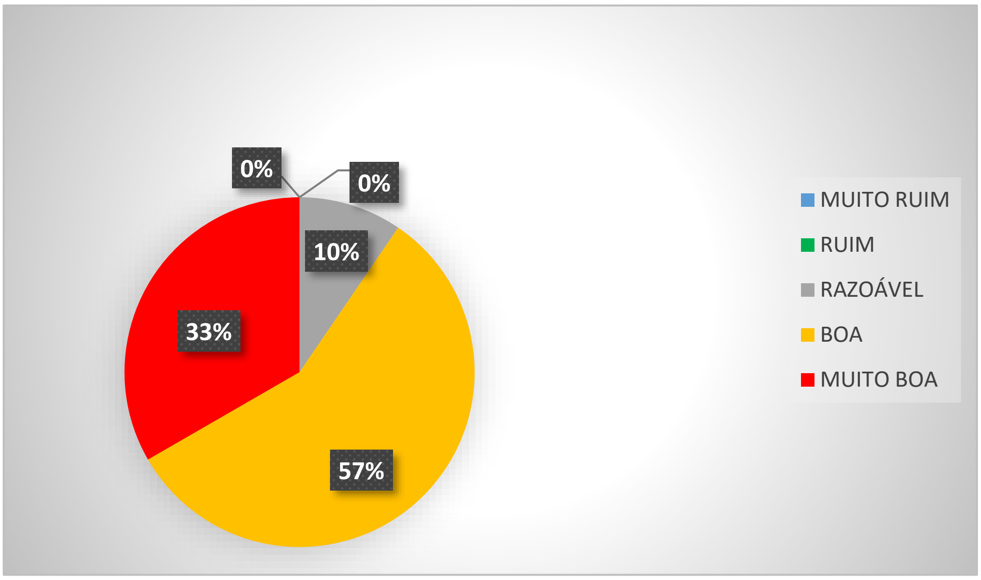
Por que foi muito legal Por que eu também gosto de matemática e também era faci-l as Certa era importante Para nós.

Essas respostas nos remetem ao fato de que, no decorrer da aplicação da Sequência Didática, os alunos demonstravam satisfação em alguns momentos, em especial quando chegavam às respostas que ocasionalmente eram validadas pelo professor, como se eles estivessem em uma brincadeira ou em um jogo.

Seguindo os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas, a noção a ser ensinada era a resposta mais adequada que eles deveriam chegar em cada fase desse “jogo”. A discussão entre os membros de uma mesma equipe facilitou com que eles chegassem a essas respostas, que, gradativamente, iam ficando um pouco mais difíceis e desafiadoras, dentro de um certo limite de dificuldade, o qual procuramos fazer com que fosse adequado para o nível cognitivo dos alunos.

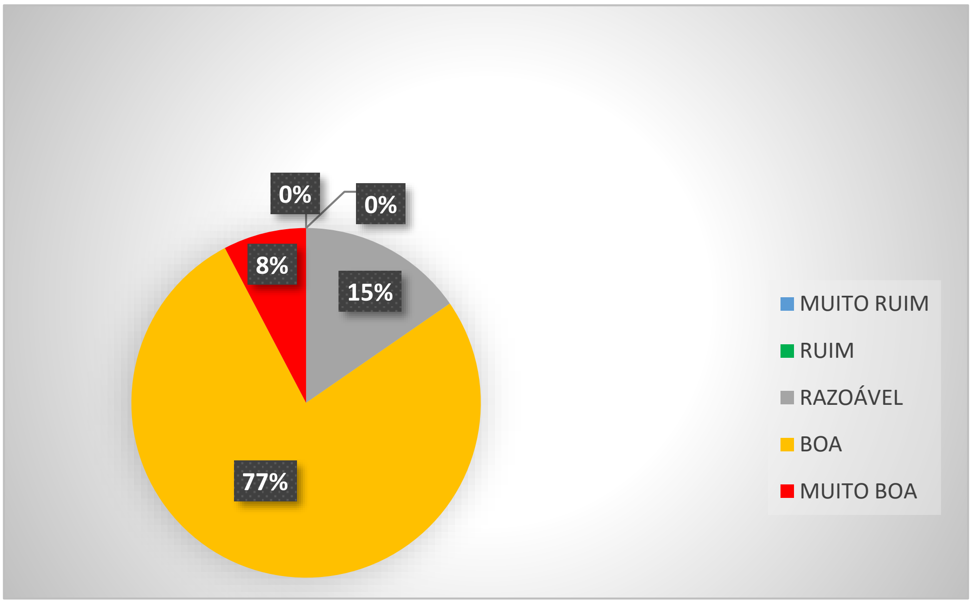
O segundo questionamento foi: “o que você achou da experiência?”. No Gráfico 1 podemos verificar como se distribuíram as respostas dos alunos na turma do 6º ano.

Gráfico 1 – Distribuição percentual das respostas dadas pelos alunos 6º ano para a pergunta: “O que você achou da experiência?”.



No Gráfico 2 constam os percentuais das respostas dos alunos do 8º ano.

Gráfico 2 - Distribuição percentual das respostas dadas pelos alunos 8º ano para a pergunta: “O que você achou da experiência?”.



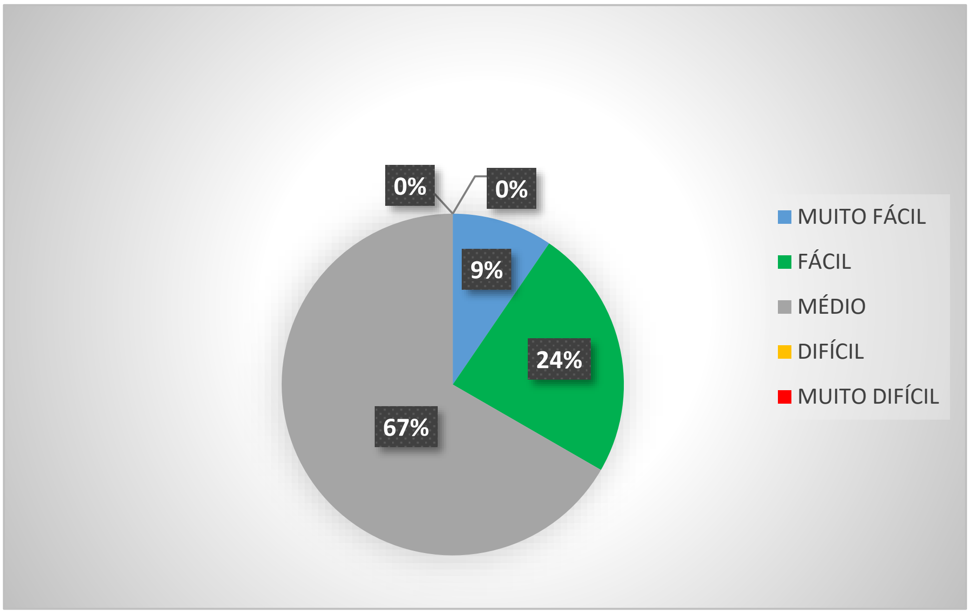
Nas duas turmas a maioria dos alunos achou que a experiência foi boa (57% no sexto ano e 77% no oitavo), e nenhum dos alunos afirmou que ela foi ruim ou muito ruim.

Houve ainda uma quantidade considerável de alunos do sexto ano (33%) que avaliou a experiência como muito boa. Essa foi a turma que nos encontros nos pareceu mais receptiva e disciplinada, cujos alunos demonstraram maior interesse e participação nas atividades.

A terceira pergunta foi: “você gostaria de trabalhar outros assuntos da Matemática de forma semelhante?”. Na turma do sexto ano todos os alunos responderam “sim”, e na turma do oitavo ano 86% das respostas dos alunos era afirmando que gostariam de trabalhar outros assuntos de forma semelhante e 14% que não gostariam.

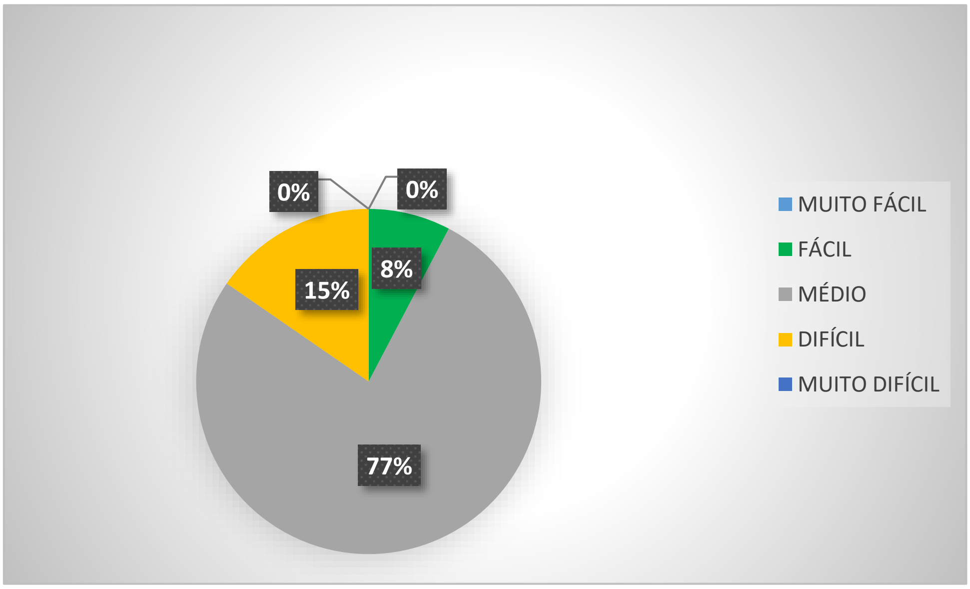
O quarto questionamento foi a respeito do grau de dificuldade encontrado na resolução das atividades ou na compreensão dos conteúdos relacionados. Veja no Gráfico 3 a distribuição percentual das respostas dadas pela turma do 6 º ano.

Gráfico 3 - Grau de dificuldade encontrado na resolução das atividades 6º ano.



O Gráfico 4 mostra como se distribuíram as respostas percentualmente na turma do 8º ano.

Gráfico 4 - Grau de dificuldade encontrado na resolução das atividades 8º ano.



A maioria dos alunos achou que o grau de dificuldade das questões estava médio, tanto no sexto ano (67%) quanto no oitavo ano (77%). No sexto ano as outras respostas se distribuíram entre fácil (24%) e muito fácil (9%), e no oitavo ano elas se distribuíram entre fácil (15%) e difícil (15%). Considerando as duas turmas, nenhum dos alunos afirmou que a atividade estava muito difícil.

No decorrer da aplicação da Sequência Didática percebemos que mesmo os alunos que estavam com dificuldades no início da aplicação, após um tempo se envolveram mais, buscando as respostas e desenvolvendo as atividades, seja de forma independente ou por meio da discussão com os colegas de equipe, então a predominância nessa alternativa de resposta (médio) corroborou com essa nossa percepção.

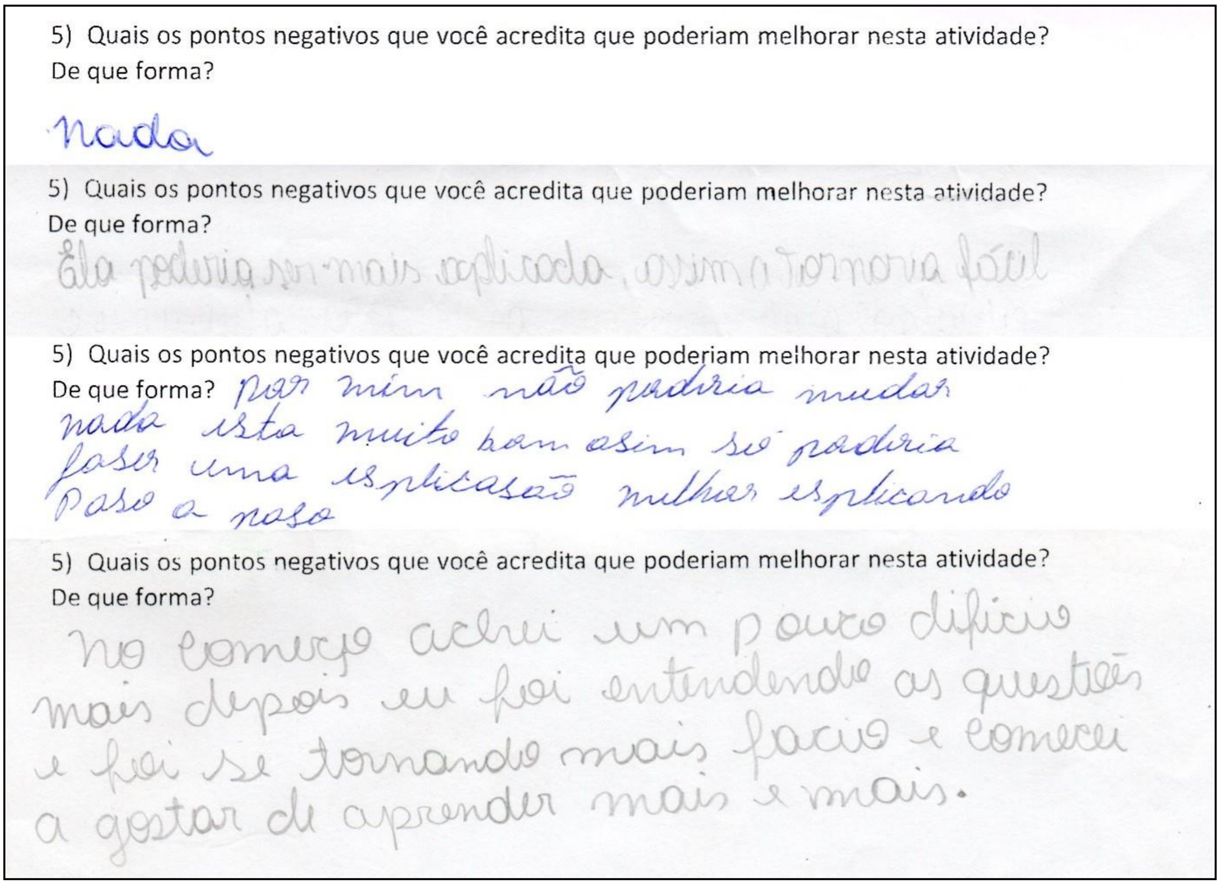
A quinta e última pergunta do questionário foi: “Quais os pontos negativos que você acredita que poderiam melhorar nesta atividade? De que forma?”. Julgamos que esse questionamento tenha sido o de maior relevância, pois aqui o aluno pôde dar-nos uma ideia mais ampla da sua impressão a respeito da atividade, tendo a oportunidade de criticá-la e indicar onde achou que ela poderia melhorar, e possivelmente também esclarecer melhor alguma das suas respostas anteriores.

Nesse questionamento tivemos um retorno dos alunos abaixo do esperado quanto à elaboração das respostas, e a que teve maior incidência constava somente a palavra “nada”.

Entre as respostas um pouco mais elaboradas teve maior ocorrência as que comentavam sobre o nível de dificuldade das atividades, e alguns alunos relacionaram essa dificuldade com o modelo de atividade empregado.

Veja a Figura 52 com algumas das respostas dadas pelos alunos para esse questionamento.

Figura 52 – Respostas dos alunos para a pergunta “Quais os pontos negativos que você acredita que poderiam melhorar nesta atividade? De que forma?”.



5) Quais os pontos negativos que você acredita que poderiam melhorar nesta atividade? De que forma?

nada

5) Quais os pontos negativos que você acredita que poderiam melhorar nesta atividade? De que forma?

Ela poderia ser mais explicada, assim a tornaria fácil

5) Quais os pontos negativos que você acredita que poderiam melhorar nesta atividade? De que forma? por mim não poderia mudar nada esta muito bom asim só poderia faser uma esplicasão melhor esplicando paso a paso

5) Quais os pontos negativos que você acredita que poderiam melhorar nesta atividade? De que forma?

no começo achei um pouco dificio mais depois eu foi entendendo as questões e foi se tornando mais facio e comecei a gostar de aprender mais e mais.

Nas análises desse questionamento pudemos notar que alguns alunos além de discutir os pontos negativos, comentaram que gostaram da atividade.

No geral tivemos um retorno favorável nas repostas dos alunos e entendemos que para os alunos habituados com aulas tradicionais, nas quais o professor explica o conteúdo e depois aplica as atividades, haja certa resistência a esse método de ensino que prioriza a descoberta pelos alunos dos conceitos envolvidos com certa autonomia. Desta forma, é razoável que tenham ocorridos algumas considerações nesse sentido, e julgamos, com base nas afirmativas dos alunos, que este fato teve influência no percentual de repostas em que os alunos declararam que não gostariam de trabalhar outros conteúdos de forma semelhante.

No capítulo 5 traremos os principais resultados obtidos com a investigação, bem como algumas considerações e sugestões para outras pesquisas afins.

5 PRINCIPAIS RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa desenvolveu duas sequências didáticas, nos moldes estabelecidos pela Engenharia Didática, de Guy Brousseau. O objetivo foi a concepção, elaboração e aplicação dessas sequências em duas turmas do Ensino Fundamental (sexto e oitavo anos) e a sua posterior análise. Esta proposta de sequências didáticas justifica-se por sua utilidade como modelo aplicável em diversos contextos na medida em que pode integrar os acervos disponíveis que servem como apoio ao professor e ao estudante de licenciatura interessados em alternativas não tradicionais de ensino.

Utilizamos como metodologia da pesquisa A Engenharia Didática, e elaboramos as sequencias didáticas sob o aporte da Teoria das Situações Didáticas, buscando favorecer aos alunos a descoberta dos conceitos envolvidos. Desta forma, as atividades que compõem as sequências de ensino foram elaboradas para propiciar aos alunos a vivência das fases de ação, formulação e validação, e no decorrer da aplicação das atividades, procuramos intervir o mínimo possível nas resoluções dos alunos.

A sequência didática para a turma do sexto ano foi estruturada para a abordagem das operações com frações, trazendo um significado a partir da representação figural. Pudemos notar no decorrer da aplicação dessa sequência que a representação figural ajudou na descoberta das propriedades das operações com frações, promovendo, portanto, uma aprendizagem a partir de algo mais próximo ao cotidiano do aluno. Percebemos a necessidade de retomar alguns conteúdos na fase de institucionalização, que ainda não haviam sido compreendidos de forma satisfatória por parte dos alunos, tais como o conceito de frações equivalentes e a regra relacionada à divisão de uma fração por outra.

Nessa turma, no desenvolvimento das atividades que favoreciam situações de ação, os alunos tiveram um melhor desempenho nas operações de soma e subtração, em especial quando as frações tinham os mesmos denominadores, e também na operação de multiplicação de frações. A maior dificuldade nessas situações foi nos itens relacionados a operação de divisão.

Nas situações de formulação e validação, as quais exigiam que os alunos descrevessem alguma propriedade que eles haviam percebido ou alguma regra para essas operações, foi observado que os alunos muitas vezes compreendiam e utilizavam a propriedade relacionada à situação, mas sentiam dificuldades em se expressar.

A sequência didática elaborada para a turma do oitavo ano foi estruturada para a abordagem dos produtos notáveis, buscando propiciar a aprendizagem desses conteúdos por meio da sua associação com áreas de figuras planas.

Notamos que os alunos desenvolveram satisfatoriamente a expansão dos produtos notáveis e que o desempenho foi melhor quando os itens das atividades envolviam somente números inteiros. A inserção de frações em alguns itens das atividades influenciou negativamente o percentual de acertos, resultado este previsto na análise a priori das atividades, evidenciando um possível obstáculo didático. No item (a) da Atividade 5, alguns alunos cometeram erros devido a obstáculos linguísticos, definidos por Almouloud (2006)[9], erros estes favorecidos pela formulação inadequada do texto neste item. Assim, cabe uma reformulação do item no caso da reaplicação dessa atividade.

De modo geral, no decorrer das atividades, os alunos do oitavo ano tiveram um bom desempenho nas situações de ação e de validação, chegando nas respostas esperadas na maioria das vezes, demonstrando terem compreendido de forma satisfatória os conceitos envolvidos, mas apresentaram dificuldades nas situações de formulação, nas quais, de forma recorrente, não souberam expressar as formulações de forma apropriada.

Dessa forma, nas duas turmas os alunos demonstraram dificuldades nos itens relacionados à produção de algum texto, evidenciando também carência na forma de verbalizar as suas percepções, sem, no entanto, que isso tenha sido determinante para definir a sua compreensão a respeito do conceito abordado, pois houve casos em que eles não souberam se expressar adequadamente, e ainda assim desenvolveram corretamente outros itens relacionados ao mesmo conceito.

A fase de institucionalização possibilitou esclarecer algumas dúvidas que persistiam nos alunos e validar alguns dos seus desenvolvimentos, e avaliamos que isso foi importante para o processo de aprendizagem desses conteúdos.

Adotando a Engenharia Didática como metodologia, realizamos todas as análises internas e, por este meio, pudemos verificar a validade das atividades concebidas, elaboradas e aplicadas. O aporte da Teoria das Situações Didáticas oportunizou aos alunos participação, socialização e reflexão no desenvolver das atividades. Dessa forma, diante do ambiente de investigação proporcionado aos alunos em sala de aula, propiciamos, por meio das sequências didáticas, a estruturação de situações didáticas que apresentaram o potencial de permitir a sua

[9] ALMOULOUD, A. S. A Geometria na Escola Básica: que espaço e forma têm hoje? <http://www.ufpel.tche.br/ufpel.tche.br/clmd/bvm/detalhe_livro.php?id_livro=395>.

reaplicação por outros professores/pesquisadores que tenham interesse em métodos de ensino não tradicionais.

Deixamos como sugestão para outras pesquisas afins a utilização de outros recursos didáticos agregados às sequências didáticas. Uma possível alternativa seria a utilização da calculadora científica com representação fracionária, que deverá ser útil na abordagem das operações com frações, em especial na operação de divisão, na qual os alunos sentiram mais dificuldades, devendo propiciar aos alunos uma melhor percepção das regras relacionadas a essas operações.

Nessa pesquisa ficou evidenciada a dificuldade dos alunos em formular as suas percepções no decorrer da aplicação das atividades. Seguindo os objetivos da pesquisa, não realizamos uma investigação e/ou discussão mais aprofundada a respeito dessa dificuldade apontada. Uma investigação nesse sentido apresenta-se, portanto, como possibilidade para trabalhos futuros que derem continuação a essa pesquisa, ou de outras pesquisas semelhantes.

Julgamos que os conceitos desenvolvidos no decorrer das atividades devem ser retomados ao longo da vida escolar do aluno no ensino básico, para que a sua aprendizagem se consolide. Observamos ainda que, apesar dos resultados anotados anteriormente nessa discussão, ponderamos ser importante a alternância dos métodos de abordagem dos conteúdos em sala de aula, evitando que os alunos fiquem entediados com a repetição do mesmo padrão de atividade. E a Engenharia Didática, enquanto teoria educacional, mostrou-se útil como uma das alternativas não tradicionais para essa abordagem.

BIBLIOGRAFIA

ALMOULOUD, S. A. A geometria na Escola Básica: que espaço e forma tem hoje?, 2006. Disponivel em: <http://www.ufpel.tche.br/ufpel.tche.br/clmd/bvm/detalhe_livro.php?id_livro=395>.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. Q. D. E. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Santa Catarina, p. 62-77, 2008. Disponivel em: <periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/download/1981-1322.2008v3n1p62/12137+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br>. Acesso em: 20 JANEIRO 2018.

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. As Operações com frações e seus Significados a Partir da Concepção Parte-todo. **Bolema**, Rio Claro, v. 21, p. 55-78, 2008. ISSN 31.

ALVES, R. V. **Engenharia Didática para a generalização da sequência de Fibonacci:** uma experiência num curso de licenciatura. Fortaleza: [s.n.], 2015.

BERENGUER, M. I. S. **A Aplicação da Engenharia Didática no Ensino das Ciências Exatas**. Rio de Janeiro: Universidade Candido Mendes, 2010.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei 9394 de 20 de Dezembro de 1996**. [S.l.]: Câmara dos Deputados, 2015. Disponivel em: <www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1996/lei-9394-20-dezembro-1996-362578-normapl.html+&cd=4&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br>. Acesso em: 25 setembro 2018.

BROUSSEAU, G. **Intordução ao Estudo das Situações Didáticas:** Conteúdos e Métodos de Ensino. São Paulo: Ática, 2008.

BRUM , P. Contribuições da Engenharia Didática no Ensino de Matemática: Análise e Reflexão de uma Experiência Didática para o Estudo de Geometria Esférica, 27 Janeiro 2014.

CAVALCANTE, L. H. D. V. **Uma Sequência Didática para O Ensino do Conceito de Parábola:** A Engenharia Didática como Apoio Metodológico. Manaus: [s.n.], 2017.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** Pecursos Teóricos e Metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

KRUSCHEWSKY, A. A. **A Importância da Motivação para a Participação e Aprendizagem Matemática dos Alunos**. Vitória da Conquista – BA: UESB, 2016.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, E. D. A. M. **Pesquisa em Educação:** Abordagens Qualitativas. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

OLIVEIRA, A. S. D. S. **Uma Engenharia Didática para o Ensino das Operações com Números Racionais por meio de Calculadora para o Quinta Ano do Ensino Fundamental**. SÃO PAULO: [s.n.], 2015.

OLIVEIRA, E. A. D. **Uma Engenharia Didática Para Abordar o Consceito de Equação Diferencial Em Cursos de Engenharia**. São Paulo: Puc - Sp, 2014.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

POMMER, W. M. **A Engenharia Didática em sala de aula:** Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares. São Paulo: [s.n.], 2013.

PREFEITURA MUNICIPAL DE JURUTI. **Mapa dos Bairros da Cidade de Juruti.** Juruti:[s.n.],2018.

SILVA, J. M. P. D.; SILVA, N. D. Juruti: Uma Comunidade Amazônica Atingida pela Mineração. **GEOgraphia**, Belém-Pa, 2016. ISSN 36.

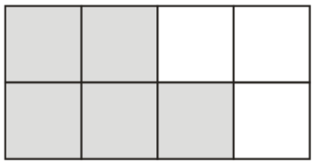
APÊNDICE A – SEQUÊNCIA DIDÁTICA A

IDENTIFICAÇÃO

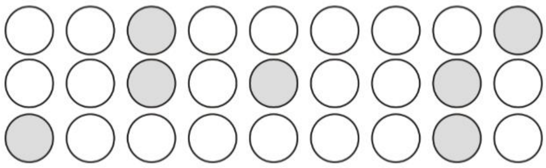
NOME:_____________________________IDADE____BAIRRO ONDE MORA:_________________

Atividade 1 – Qual a sua sugestão para o preenchimento das lacunas em cada item abaixo?

a) A parte pintada da figura representa $\frac{5}{8}$ da figura, pois do total de ____partes foram pintadas ___.



b) A quantidade de bolas pintadas representa _____ das bolas, pois do total de ____ foram pintadas ___.



Atividade 2 – Abaixo temos duas figuras:

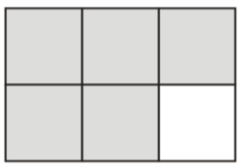


Figura A

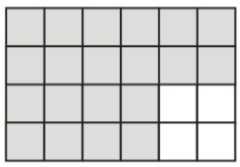


Figura B

a) Na figura A a parte pintada representa_____da figura.

b) Na figura B a parte pintada representa_____da figura.

c) Você acha que a parte pintada na figura A e a parte pintada na figura B podem ser representadas pela mesma fração? Por que?

d) Com base nas observações, dê uma outra representação para a fração $\frac{20}{24} =$ ___

Atividade 3 – Abaixo temos as figuras A, B e C.

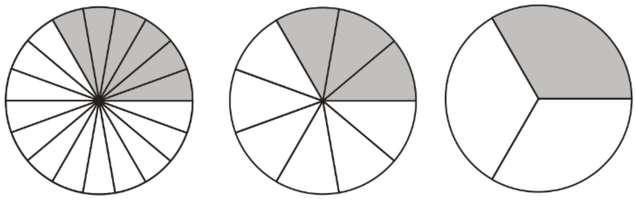


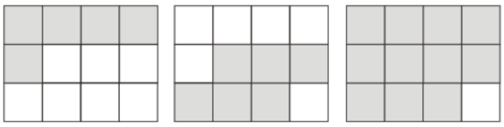
Figura A   Figura B   Figura C

a) Que fração representa a parte pintada em cada uma das figuras?

b) Podemos afirmar que na figura A a parte pintada representa 1/3 da figura? Por que?

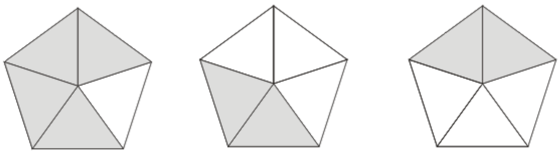
Atividade 4 – Complete as operações abaixo:

a)



$$\frac{5}{12} + \frac{6}{12} = \frac{\quad}{\quad}$$

b)



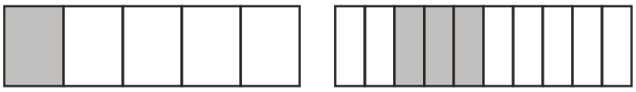
$$\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{\quad}{\quad}$$

c) $$\frac{5}{13} + \frac{7}{13} = \frac{\quad}{\quad}$$

d) De que forma podemos proceder para somar ou subtrair esse tipo de frações?

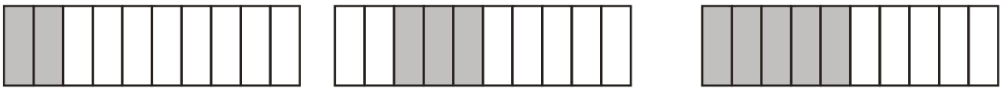
Atividade 5 – Que valores você acha que são convenientes para completar as lacunas nos itens a) e b) abaixo?

a)



$\frac{1}{5} + \frac{3}{10} =$ —

b)

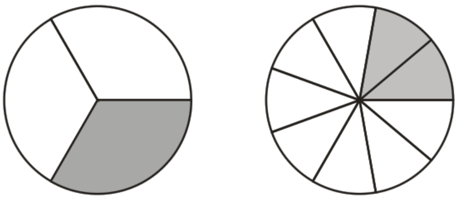


$\frac{2}{10} + \frac{3}{10} =$ —

c) Você chegou à resposta no item a)?

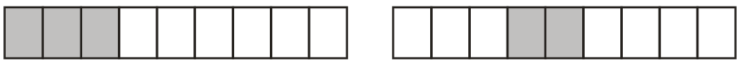
d) Que relação você observou entre o item a) e o item b)?

e)



$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} =$ —

f)



$\frac{3}{9} + \frac{2}{9} =$ —

g)

$\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$ — $+$ — $=$ —

Portanto $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} =$ —

h) 

$\frac{5}{8} + \frac{1}{3}$ $\qquad$ $\frac{}{} + \frac{}{} = \frac{}{}$

Portanto $\frac{5}{8} + \frac{1}{3} = \frac{}{}$

i) Que procedimento foi utilizado para determinar os resultados das operações nos itens g) e h)?

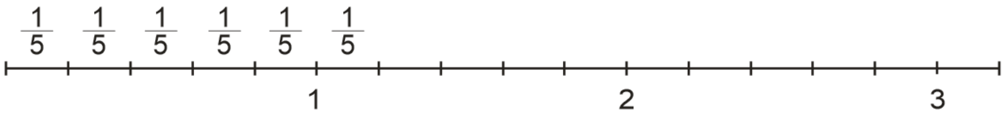
j) Você percebeu uma regra que você pode utilizar para efetua essas operações? Qual?

k) $\frac{2}{5} + \frac{3}{2} = \frac{}{}$

l) $\frac{5}{3} + \frac{3}{2} = \frac{}{}$

Atividade 6 – A respeito de multiplicação de frações:

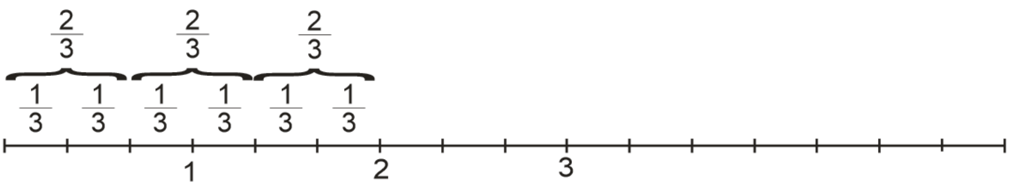
a) Para efetuarmos a multiplicação $6 \times \frac{1}{5}$:



$6 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ $\qquad$ Portanto $6 \times \frac{1}{5} =$ _____

Explique o que foi feito:

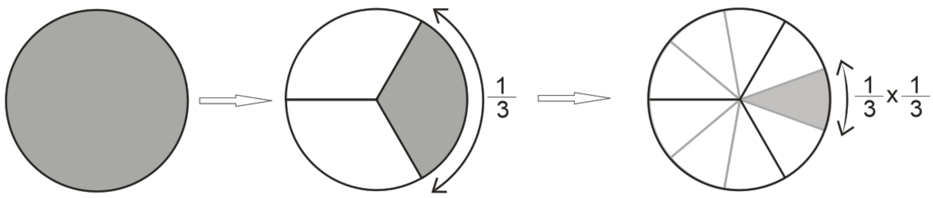
b) Para multiplicarmos $3 \times \frac{2}{3}$:



Portanto $3 \times \frac{2}{3}$ = _______

Descreva o que foi feito:

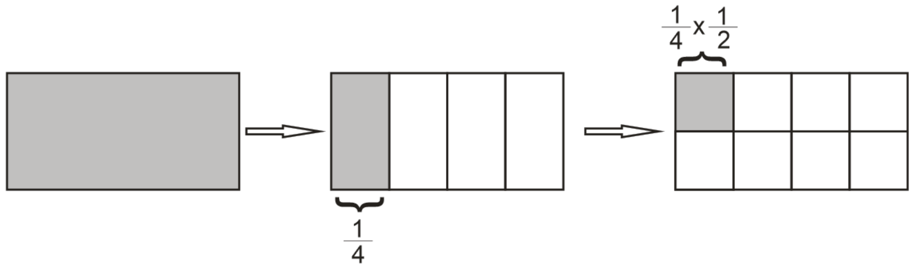
c)



Para determinarmos $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$, podemos fazer assim: a partir de um inteiro tomamos _____e em seguida tomamos____desta porção.

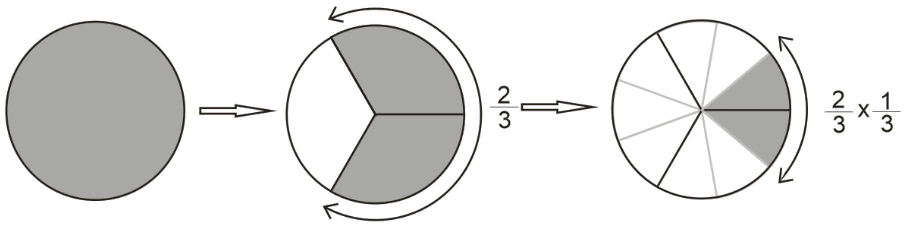
Portanto $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ = ____

d)



Como podemos proceder para determinar o valor de $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$?

e)



Como pode proceder para determinar o valor de $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$?

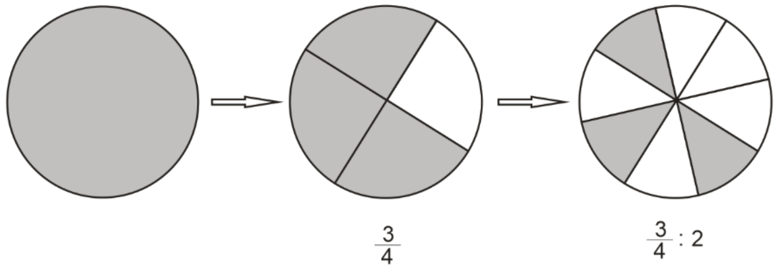
f) $\frac{1}{5} \times \frac{3}{5} =$ ______

g) $\frac{5}{8} \times \frac{3}{2} =$ ______

h) Você percebeu uma regra para a resolução dos itens anteriores nessa questão? Qual seria?

Atividade 7 – Sobre a divisão de uma fração por um número inteiro:

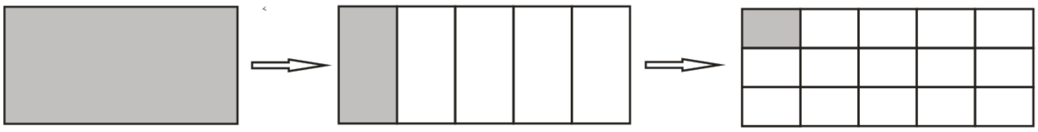
a)



Para determinarmos $\frac{3}{4} : 2$, podemos fazer assim: a partir de um inteiro tomamos ______e em seguida tomamos_____desta porção.

Portanto $\frac{3}{4} : 2 =$ ___

b)



Como podemos proceder para determinar o valor de $\frac{1}{5} : 3$?

c) Você percebeu uma regra para resolver os itens anteriores dessa questão? Qual?

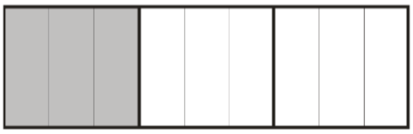
d) Qual o valor de $\frac{2}{3} : 4$?

Atividade 8 – Vamos dividir frações por frações!

a) Para determinarmos $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$, podemos proceder assim: dividimos o inteiro em _____ partes de mesmas medidas, contamos quantas dessas partes são ocupadas por $\frac{1}{2}$ da figura.

Portanto $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$=______

b) Descreva uma forma de determinar $\frac{1}{3} : \frac{1}{9}$



c) Você percebeu uma regra para resolver os itens anteriores dessa questão? Qual?

d) $\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$

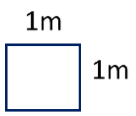
e) $\frac{5}{3} : \frac{4}{9}$

APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DIDÁTICA B

IDENTIFICAÇÃO

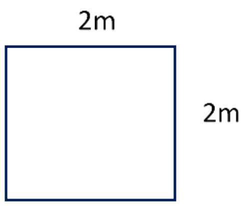
NOME: ____IDADE______
BAIRRO EM QUE VOCÊ MORA:_______________________

Atividade 1 – Qual a sua sugestão para o preenchimento dos espaços abaixo?



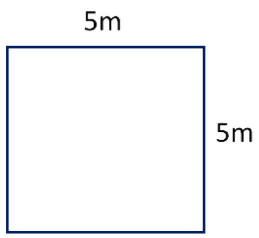
$Área = 1\ m^2$

a)



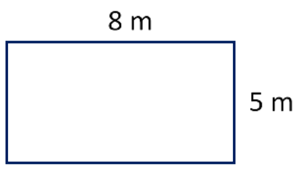
$Área =$ ___ m^2

b)



$Área =$ ___ m^2

c)

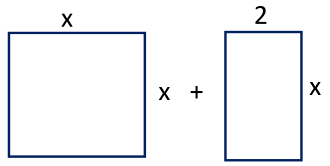


$Área =$ ___ m^2

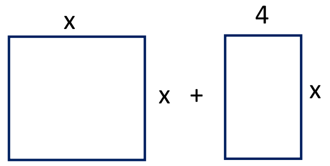
Atividade 2 – Como você fez para determinar os valores que foram postos nos espaços?

Atividade 3 - Como você faria para determinar o valor da área de um retângulo de lados cujas medidas são $x\ e\ y$?

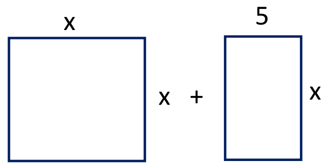
Atividade 4 – Que valores você acha que são apropriados para o preenchimento das lacunas abaixo?

a) 

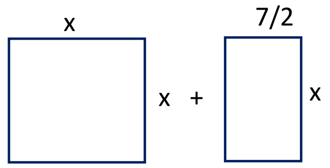
Área total em m^2: $x^2 + 2x$

b) 

Área total em m^2: _______________

c) 

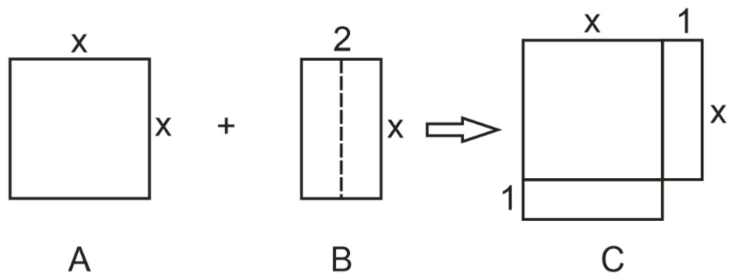
Área total em m^2: _______________

d) 

Área total em m^2: _______________

Atividade 5 – Nos itens a) a d) Temos ilustrações que mostram duas figuras A e B, que foram agrupadas formando a figura C.

a)

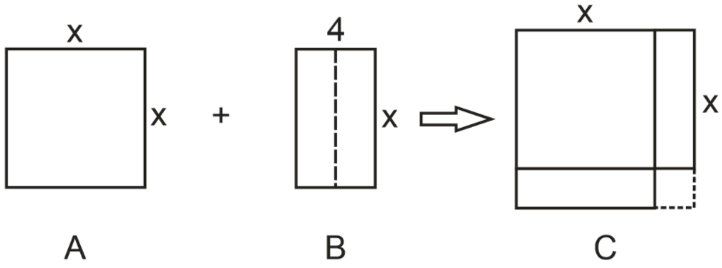


Que figura devemos adicionar a figura C para completarmos um quadrado?
Resposta:_______________________________________

Qual a área da figura que adicionada à figura C completa um quadrado?
Resposta:_______________________________________

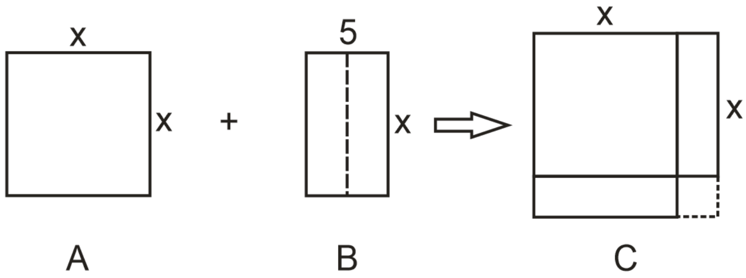
A área final da figura C, após completado o quadrado, será dada por: $x^2 + 2x+$ ____

b)



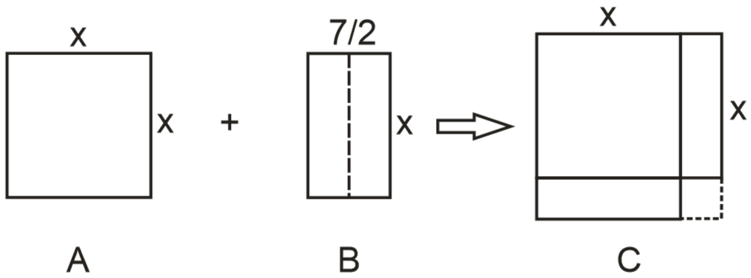
A área final da figura C, após completado o quadrado, será dada por:______________________

c)



A área da figura C, após completado o quadrado, será dada por:_______________

d)



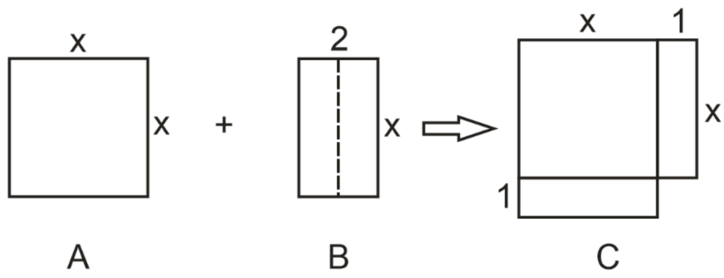
Neste caso, a área da figura C, após completado o quadrado, será dada por:_______________

Atividade 6 – Em cada item da questão 5 podemos afirmar que o lado do quadrado da figura C, após completado, será dado por:

a) ________ b) _________ c) ________ d) __________

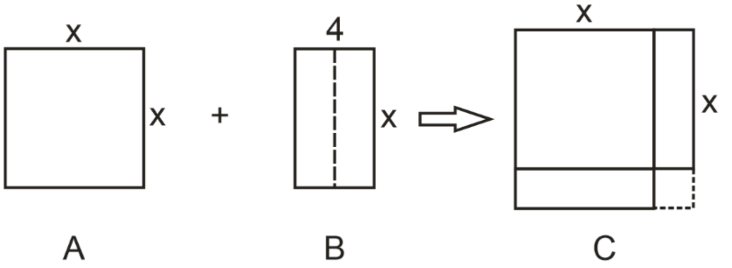
Atividade 7 – Utilizando o argumento dado no item 3 podemos afirmar que a área da do quadrado C (após completado) será dado em cada item por:

a)



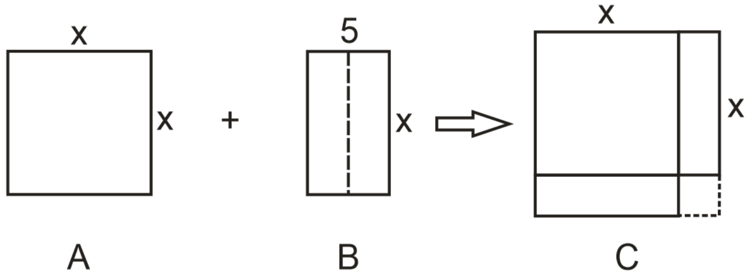
Resposta:___________

b)



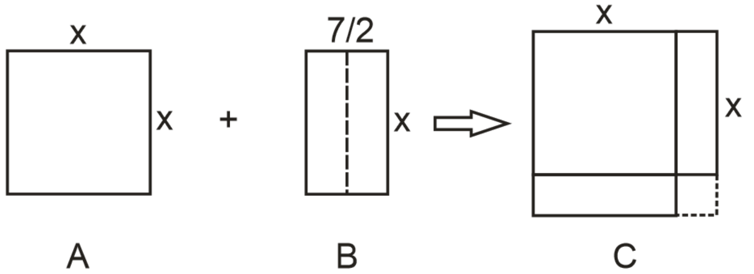
Resposta:___________

c)



Resposta:___________

d)



Resposta:___________

Atividade 8 - A partir de observações dos itens anteriores, preencha as lacunas em cada item:

a) $(x+1)^2 = x^2 + 2x +$ ___

b) $(x+2)^2 =$ ____________________

c) $\left(x+\frac{5}{2}\right)^2 =$ ____________________

d) $\left(x+\frac{7}{4}\right)^2 =$ ____________________

e) $(x+a)^2 =$ __________________

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS

Turma:___________ data____/___/______

Vamos falar um pouco sobre a atividade que foi realizada:

1) Você gostou de ter trabalhado com estas atividades? ( )Sim ( )Não.

Porquê?

____

____

____

2) O que achou dessa experiência?

( ) Muito ruim ( ) Ruim ( ) Razoável ( ) Boa ( ) Muito Boa

3) Você gostaria de trabalhar outros assuntos da matemática de forma semelhante?

( )Sim ( )Não.

4) Sobre o grau de dificuldade encontrado na resolução das atividades ou na compreensão dos conteúdos relacionados.

( ) Muito Fácil ( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil ( ) Muito Difícil

5) Quais os pontos negativos que você acredita que poderiam melhorar nesta atividade? De que forma?