UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

TONI ALDENIS FERREIRA SILVA

ÁREA DE FIGURAS PLANAS: Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico no 7º ano do ensino fundamental

SANTARÉM-PA
2018

TONI ALDENIS FERREIRA SILVA

ÁREA DE FIGURAS PLANAS: Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico no 7º ano do ensino fundamental

Trabalho de Dissertação de Mestrado apresentado ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) no Polo da Universidade Federal do Oeste do Pará como componente curricular obrigatório para a obtenção do grau de mestre.

Linha de Pesquisa: Ensino Básico de Matemática

Orientador: Prof. Me. Aroldo Eduardo Athias Rodrigues

SANTARÉM-PA
2018

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/UFOPA

S586a Silva, Toni Aldenis Ferreira
Áreas de figuras planas: uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico no 7º ano do ensino fundamental / Toni Aldenis Ferreira Silva. – Santarém, 2018.
89 fl. : il.
Inclui bibliografias.

Orientador Aroldo Eduardo Athias Rodrigues.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências da Educação, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Santarém, 2018.

1. Geometria – Estudo e ensino. 2. Matemática. 3. Van Hiele, modelo matemático. I. Rodrigues, Aroldo Eduardo Athias, *orient.* II. Título.

CDD: 23 ed. 516.007

Bibliotecário Documentalista: Mayco Ferreira Chaves – CRB/2-1357

Toni Aldenis Ferreira Silva

"ÁREA DE FIGURAS PLANAS: UMA ABORDAGEM SEGUNDO O MODELO DE VAN HIELE DO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO 7° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL".

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação *Matemática em Rede Nacional* – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat), da Universidade Federal do Oeste do Pará (Ufopa), Instituto de Ciências da Educação (Iced), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada por:

Aroldo Eduardo Athias Rodrigues

Prof. Msc. Aroldo Eduardo Athias Rodrigues
(Ufopa - Orientador)

Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra
(Ufopa - Examinador Interno)

Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz
(Ufpa - Examinador Externo)

Santarém (PA)
2018

AGRADECIMENTOS

Agradeço principalmente a Deus, que sempre recorri para fazer pedidos nos momentos de dificuldades, agora busco para agradecer por ter permitido que se conclua essa qualificação.

Agradeço a minha família (pais e irmãos) pelo amor, paciência e incentivo em minha vida acadêmica, e em todos os dias de minha vida.

Aos colegas da turma do PROFMAT 2015 da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), pois juntos vivemos tantas lutas e momentos de alegria. Que tudo que aprendemos seja luz para nossos caminhos.

A todos os professores do PROFMAT, que à sua maneira contribuíram para acrescentar meus conhecimentos em especial meu orientador, Prof. Me. Aroldo Eduardo Athias Rodrigues que contribuiu bastante durante essa caminhada. Principalmente na realização desta dissertação.

A todos os colegas de trabalho que de alguma forma contribuíram para realização deste sonho.

Enfim, agradeço a todos aqueles que, aos seus modos, torceram por mim.

A todos vocês o meu muitíssimo obrigado!

"A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la."

Johannes Kepler

RESUMO

Este trabalho apresenta uma sequência de atividades baseadas no modelo do casal Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico voltada para alunos do 7º ano do ensino fundamental da Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental Maria de Lourdes Almeida com o objetivo de contribuir para a construção do conceito de área de figuras planas, bem como para a atribuição de significado para as fórmulas utilizadas com a finalidade de calcular a área de triângulos e retângulos. Ele foi desenvolvido em três etapas, na primeira foi realizado o levantamento bibliográfico que serviu de embasamento teórico para o planejamento das ações que seriam realizadas; na segunda etapa ocorreu a concretização das ações planejadas por meio de sua execução em sala de aula com os 43 alunos participantes da pesquisa; quanto a terceira etapa, esta consistiu na análise dos registros escritos deixados pelos discentes durante a resolução das atividades desenvolvidas na pesquisa, a partir destes registros, ancorados nos níveis propostos pelo modelo do casal Van Hiele, notou-se a evolução dos discentes no que diz respeito a compreensão do cálculo das áreas do triângulo e do retângulo, bem como seu empenho na realização das atividades propostas. Apesar da metodologia utilizada permitir uma aprendizagem significativa para o aluno, verifica-se a necessidade de mais tempo para realização da mesma em contraposição a abordagens tradicionais, o que provoca reflexões acerca da forma como está estruturado hoje o sistema de ensino brasileiro.

Palavras-chave: Modelo de Van Hiele. Ensino de matemática. Área de figuras planas.

ABSTRACT

This paper presents a sequence of activities based on the model of the Van Hiele couple of the development of geometric thinking aimed for 7th grade students of elementary school at the Municipal School Maria de Lourdes Almeida with the objective of contributing to the construction of the concept of area of plane figures, as well as for the assignment of meaning to the formulas used for the purpose of calculating the area of triangles and rectangles. It was developed in three stages, in the first one was carried out the bibliographic survey that served as theoretical basis for the planning of the actions that would be carried out; in the second stage the implementation of the actions planned through its execution in the classroom with the 43 students participating in the research occurred; As for the third stage, this consisted of analyzing the written records left by the students during the resolution of the activities developed in the research, based on these records, anchored at the levels proposed by the model of the couple Van Hiele, it was noticed the evolution of the students in what it says respect to the comprehension of the calculation of the areas of the triangle and the rectangle, as well as their commitment in carrying out the proposed activities. Although the methodology used allows significant learning for the student, there is a need for more time to do it in opposition to traditional approaches, which provokes reflections about the way the Brazilian education system is structured today.

Keywords: Van Hiele model. Mathematics teaching. Area of plane figures.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A geometria é uma área da matemática que contribui para outras áreas do conhecimento. Através dela o aluno desenvolve uma percepção diferenciada do mundo pelas observações das formas da natureza, assim como dos objetos criados pelos seres humanos. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1998, p. 51).

No que diz respeito ao cálculo da área de figuras planas, trata-se de um dos poucos assuntos dentro do currículo de matemática cujas chances de utilização direta na vida cotidiana pelo cidadão comum pode ser considerada alta, uma vez que todos precisam construir um abrigo para morar e que este conhecimento será útil, portanto, no cálculo do preço a ser pago no momento da compra dos materiais necessários para realizar a construção, como, por exemplo, a quantidade de lajotas que irão cobrir o piso da casa. Note-se que muitos conteúdos na educação básica são trabalhados antes pelas habilidades que desenvolvem que por sua necessidade na vida cotidiana dos sujeitos, de modo que poderiam ser tranquilamente substituídos por outros que desenvolvessem habilidades similares. Este não é o caso do cálculo de áreas de figuras planas, o que torna ainda maior a responsabilidade de buscar metodologias de ensino que garantam que os alunos o compreenderão muito bem.

No ensino da matemática um dos problemas que se tem observado é a dificuldade dos alunos em compreender os conceitos básicos de geometria. Para tentar diminuir essas dificuldades e melhorar o entendimento desses conceitos é que foram propostas neste trabalho algumas atividades baseadas no modelo dos Van Hiele voltadas para o cálculo da área de regiões planas. Para despertar o interesse dos estudantes e contribuir para que o tópico de geometria abordado pudesse ser assentado sobre uma base mais sólida, firmada na atribuição de significado pelo aluno, as atividades realizadas criaram possibilidades para que o próprio aluno construísse seu conhecimento.

Este trabalho teve como objetivo geral apresentar uma sequência de atividades baseadas no modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico voltada para alunos do 7º ano do ensino fundamental que contribuísse para construção do conceito de área de figuras planas, bem como para a atribuição de significado às principais fórmulas utilizadas com a finalidade de calcular a área das figuras planas mais básicas como triângulos e retângulos. As atividades não enfatizaram a memorização de fórmulas, mas as ideias capazes de produzir discussões que direcionassem para o surgimento das mesmas, assim, por exemplo, ao trabalhar a noção de área de retângulo não bastava que um lado fosse chamado de base e outro de altura para que em seguida se apresentasse no quadro a relação para calcular a área desta figura, é preciso criar as condições que tornem possível ao aluno perceber que o produto dessas duas dimensões fornecerá a área do retângulo.

Para atingir o objetivo acima foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Esquematizar as principais características do modelo dos Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico;
- Planejar uma sequência de atividades que contribuísse para a construção do conceito de área de figuras planas e a descoberta das fórmulas para o cálculo das áreas do retângulo e do triângulo por alunos do 7º ano do ensino fundamental;
- Executar a sequência de atividades planejada;
- Avaliar os resultados da aplicação das atividades desenvolvidas com os alunos.

Este trabalho foi desenvolvido em três etapas, na primeira foram realizadas pesquisas bibliográficas que serviram de embasamento teórico para o planejamento das ações que seriam realizadas; a segunda etapa foi a concretização das ações planejadas por meio de sua execução em sala de aula com os alunos; e a terceira etapa consistiu em um momento de reflexão sobre as ações já executadas.

Para fundamentação teórica foram consultadas obras diversas, mas podemos dar especial destaque à Lockhart (2009), cujo texto serviu de inspiração inicial para a montagem das atividades propostas e para os trabalhos de Crowley (1994) e Silva L. (2014), as quais permitiram uma maior apropriação do modelo do casal Van Hiele, utilizado como base para a construção das atividades.

As atividades descritas ao longo deste trabalho foram realizadas em cinco encontros: teste de sondagem (Apêndice A); aplicação a atividade 1 (Apêndice B);

socialização da atividade 1; aplicação da atividade 2 (Apêndice C); e síntese das atividades. Essas atividades aconteceram com o consentimento da direção da escola (Apêndice D), em uma turma do 7º ano do ensino fundamental do turno matutino da Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental Maria de Lourdes Almeida, que atende os estudantes de bairros da periferia do município de Santarém – PA, onde está localizada.

Na medida em que eram realizadas as aplicações das atividades um outro trabalho tinha início: a reflexão acerca do trabalho executado, isto é, a análise dos resultados das atividades desenvolvidas pelos alunos e também das atividades em si e da maneira como foram conduzidas. Essa é uma etapa importante do trabalho, pois realizar considerações sobre os aspectos positivos e negativos de uma experiência pode apontar, tanto para o próprio autor, quanto para outros indivíduos que venham a se servir deste trabalho, a direção a se seguir na execução de novas experiências como esta.

Esta dissertação foi organizada em quatro capítulos: esta introdução; um segundo capítulo que apresenta algumas reflexões sobre o ensino de matemática, informações históricas e perspectivas referentes ao ensino da geometria no Brasil e considerações sobre o modelo dos Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico, constituindo assim o referencial teórico que norteou o planejamento e a condução das atividades desenvolvidas com os alunos; o terceiro capítulo apresenta justamente a descrição e a análise dessas atividades baseada nos registros redigidos pelos educandos, tomando como parâmetro as características do modelo do casal Van Hiele; e o quarto capítulo, no qual são feitas considerações sobre aspectos positivos e dificuldades encontradas durante a realização deste trabalho.

Faz parte da busca por um ensino de matemática de excelência investir na formação de professores, em particular, na divulgação de metodologias de ensino como a proposta pelo casal Van Hiele. Este trabalho espera trazer sua parcela de contribuição neste sentido.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo está dividido em três seções, sendo a primeira sobre os desafios, a importância e os objetivos do ensino da matemática, na segunda constam informações históricas e perspectivas do ensino da geometria e para finalizar esse capítulo apresentamos uma síntese do modelo dos Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.

2.1 REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

O ensino de Matemática nas escolas tem sido um desafio para o qual também se tem buscado respostas em estudos e debates. O que está na mira destes é principalmente o baixo aprendizado dos estudantes. Porém, o entendimento e os pensamentos sobre esse desafio têm mudado, principalmente nas últimas décadas. No que diz respeito a área de conhecimento de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) expressam essa realidade

> Discussões no âmbito da Educação Matemática que acontecem no Brasil e em outros países apontam a necessidade de adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, marcada pela crescente presença da Matemática em diversos campos da atividade humana. (BRASIL, 1998, p. 19)

A fala dos alunos e dos professores confirma o que Silva, V.L. R. (2004, p. 2) afirma, isto é, "que a Matemática está impregnada de mitos, valores, atitudes e crenças que foram sendo construídos em um processo de relações, por meio das representações que se têm a respeito dela".

É assim que algumas pessoas apresentam verdadeiro pavor diante desta disciplina, tachando-a de difícil e/ou chata. Mas quais as causas destas representações a respeito da Matemática? Segundo Ramos (2017):

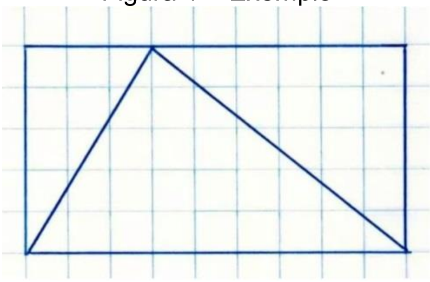
> A matemática é vista como uma disciplina difícil, que provoca medo e angústia na maioria das pessoas, o fato é que a matemática é sequencial e se por acaso, o aluno, não se der bem em determinado assunto, dificilmente dará sequência em seu aprendizado, assim sendo, a matemática se torna a grande vilã no contexto escolar. (p. 214 - 215)

Assim como o autor da citação acima, acreditamos que a Matemática é uma disciplina sequencial, aliás, essa é uma das características do modelo dos Van

Hiele, que fundamenta este trabalho. Mas será esta característica a razão de tão grande aversão por esta disciplina? Não seriam outras as razões? Não dependem também as outras áreas do conhecimento de ideias elementares sem às quais é impossível avançar para níveis de compreensão mais profundos? Será essa uma característica realmente mais evidente na Matemática? Esses são alguns questionamentos que podem ser feitos.

Talvez não haja um consenso entre aqueles que pretendem responder os questionamentos acima, entretanto, parece haver consenso no que diz respeito à ideia de que o ensino da matemática deve ser um processo que faça o aluno refletir sobre o objeto de estudo e tirar suas próprias conclusões, isto é, a matemática deve ser trabalhada de modo que os alunos sejam capazes de atribuir significado a ela, mesmo que esse significado não venha a partir de contextualizações com situações do cotidiano. Infelizmente, embora esse consenso exista no campo das crenças, não parece ainda prevalecer no que diz respeito às práticas.

Uma forma de garantir que algum significado seja atribuído aos objetos de estudo da Matemática é, sem dúvida, por meio de associações com objetos do cotidiano, especialmente aqueles com os quais o aluno guarda familiaridade. Entretanto, não se pode perder de vista o que nos diz Lockhart (2009):

> Por exemplo, se estou a fim de pensar sobre formas (como em geral estou), posso imaginar um triângulo dentro de uma caixa retangular.
>
> Figura 1 – Exemplo
>
> 
>
> Fonte: https://imaginariopuro.wordpress.com/2016/09/13/o-lamento-de-um-matematico/
>
> Eu me pergunto: o triângulo ocupa quanto da caixa? Dois terços, talvez? É importante que entenda que não estou falando *desse desenho* de um triângulo numa caixa. Nem estou falando de um triângulo de metal, que faz parte das vigas numa ponte. Não tenho em mente nenhuma finalidade prática ulterior. Estou apenas *brincando*. Matemática é isso — querer saber, brincar, divertir-se com a própria imaginação. Basta dizer que essa questão, quanto da caixa o triângulo ocupa, nem faz muito sentido no caso de objetos palpáveis. [...] Nossa questão matemática é sobre um triângulo imaginário dentro duma caixa imaginária. As bordas são perfeitas porque queremos que sejam perfeitas — é sobre esse tipo de objeto que prefiro

> refletir. Esse é um dos grandes temas da matemática: as coisas são o que você quer que elas sejam. Você tem infinitas opções, pois não há nenhuma realidade para atrapalhar. (LOCKHART, 2009, s/p, tradução Simões)

A citação acima é importante para este trabalho, uma vez que serviu de inspiração para as atividades desenvolvidas nele. Estas atividades foram pensadas com base na crença de que a Matemática deve ser ensinada de maneira que desperte nos alunos a curiosidade e a imaginação. Assim, os professores, dentro de suas possibilidades, haja vista que há diversos fatores que limitam sua ação, devem criar ambientes que propiciem a liberdade para questionar sobre o que está sendo estudado, que façam o aluno raciocinar e criar seus próprios argumentos. Não se deve tirar dos alunos o prazer de realizarem suas próprias descobertas.

> É por isso que acho tão triste ver o que fazem com a matemática na escola. Essa aventura da imaginação, tão rica e fascinante, tem sido reduzida a um conjunto estéril de “fatos” a memorizar e procedimentos a seguir. Em lugar de uma pergunta simples e natural sobre formas, e de um processo criativo e gratificante de invenção e de descoberta, os alunos são tratados assim: “A área do triângulo é igual à base vezes a altura, tudo isso dividido por dois.” Os estudantes têm de memorizar essa fórmula, para depois aplicá-la de novo e de novo em “exercícios”. Lá se foi a emoção, a alegria, e até mesmo a dor e a frustração do ato criativo. Não há mais nem mesmo um problema. A pergunta foi feita e respondida ao mesmo tempo, e para o aluno não sobrou nada a fazer.
> [...]
> A arte não está na “verdade”, mas na explicação, no argumento. Você usa o próprio argumento para determinar a verdade conforme o contexto, e determinar o que está dizendo e o que pretende dizer. A matemática é a arte de dar explicações. Se você nega aos alunos a oportunidade de se envolver nessa atividade, de propor seus próprios problemas, de produzir suas próprias conjecturas e fazer suas próprias descobertas, de errar, de se frustrar com o processo criativo, e de remendar e editar suas próprias explicações e demonstrações, daí nega aos estudantes a matemática em si. (LOCKHART, 2009, s/p, tradução Simões)

Ainda segundo Lockhart (2009), a Matemática é uma forma de arte, e não precisaríamos estar o tempo todo buscando justificar sua importância, assim como não o fazemos para as outras formas de arte. Na ânsia de justificar determinados conteúdos, tem-se buscado mostrar, nas aulas de matemática, “aplicações no mundo real”, muitas vezes criando exemplos e contextos artificiais que não condizem com a realidade.

> A parte mais triste das reformas didáticas são as tentativas de *tornar a matemática interessante* e de torná-la *relevante na vida das crianças*. Ninguém precisa tornar a matemática interessante — ela já é mais interessante do que podemos suportar! E sua glória é sua completa

> irrelevância na vida cotidiana. É por isso que é tão divertida! (LOCKHART, 2009, s/p, tradução Simões)

Por outro lado, se a Matemática carecesse de ser justificada por algo além de seu valor intrínseco enquanto parte fundamental da construção da cultura humana, não seria difícil fazê-lo, pois é inegável o papel central que esta área do conhecimento desempenha na formação de uma sociedade crítica e ciente de seus direitos e deveres, especialmente no mundo contemporâneo, visto que a mesma proporciona avanços científicos e tecnológicos dos quais os cidadãos se beneficiam e devem se apropriar. Portanto, não surpreende que os PCNs apontem que:

> — A Matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente.
> — A atividade matemática escolar não é "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade. (BRASIL, 1997, p. 19).

Assim, espera-se que, cada vez mais, os alunos possam deparar-se com episódios de ensino que lhes possibilitem exercer sua criatividade por meio de atividades que os tornem protagonistas de sua própria aprendizagem, sem que lhes seja jamais retirado o gosto de realizarem suas próprias descobertas.

2.2 INFORMAÇÕES HISTÓRICAS E PERSPECTIVAS DO ENSINO DA GEOMETRIA NO BRASIL

Conforme Lobo e Bayer (2004, p. 20), no final do século XVIII, o ensino no Brasil era dividido em ensino clássico-literário e ensino das escolas militares, "onde o conhecimento era específico e as aulas de Geometria, Álgebra, Aritmética, Trigonometria e outras estruturavam os cursos para a formação de artilheiros, engenheiros, mão de obra especializada".

No século XIX, o estudo da geometria resumia-se ou se confundia com o estudo do desenho nas escolas do Brasil. Nas últimas décadas deste século,

> A importância de se ensinar desenho nas escolas foi recomendada por Rui Barbosa, devido à grande importância que era atribuída ao desenho na Europa. Assim, elabora-se um projeto de implantação do desenho nos cursos da escola primária e do ginásio e, o desenho geométrico é proposto para o curso normal (QUEIROZ, 2010, p.2)

Lobo e Bayer nos dizem que “até finais dos anos de 1920, a Matemática escolar brasileira era dependente dos livros de matemática franceses, a estruturação do ensino de Matemática no Brasil era dada por traduções, compilações e adaptações de manuais franceses.” (2004, p. 20).

No início da década de 1930, no governo de Getúlio Vargas, segundo Queiroz (2010, p.3), aconteceu a reforma Francisco Campos, cujo propósito era eliminar “o caráter exclusivamente propedêutico dos cursos preparatórios existentes para adequar o sistema às novas exigências econômicas e sociais do Brasil”. Citando Miorin (1999), Queiroz escreve:

> Assim, surgiram alterações nos programas de ensino, foi atribuída à responsabilidade do matemático Euclides Roxo, a tarefa de reestruturar o ensino de matemática do país, que acabou por unificar a geometria, álgebra e aritmética, interligando-as em torno de uma única disciplina, a matemática. Porém, o desenho geométrico que era atrelado à geometria passou a ser uma disciplina independente, mas nas suas abordagens incluía a geometria euclidiana. (2010, p. 3)

Por volta da década de 1960, o ensino de matemática no Brasil foi marcado pelo Movimento Matemática Moderna (MMM). Um dos professores e o autor de uma coleção de livros didáticos do período foi Sylvio Nepomuceno. Silva e Oliveira (2009), em uma análise do arquivo pessoal de Nepomuceno afirmam que, segundo ele:

> [...] um exemplo de mudança era quanto à Geometria, que antes era muito axiomática, ele (Nepomuceno) começava na 7ª série, com ponto, reta, plano, axiomas e teorema, e, depois do MMM, ele percebeu que os alunos não entendiam a axiomatização desenvolvida na Geometria e que o MMM pregava que só era para ensinar o que os alunos tinham condições de entender, o MMM era uma nova maneira de ensinar, não novos assuntos. (p. 4155)

Estes mesmos autores, tendo Pavanello (1993) como referência, afirmam que “o MMM foi um dos responsáveis pelo abandono do ensino de geometria na educação brasileira, devido ao fato de muitos professores não se encontrarem preparados para desenvolver as propostas sugeridas para o ensino de geometria” (SILVA; OLIVEIRA, 2009, p. 4155).

Já na década de 1990, com os Parâmetros Curriculares Nacionais, que se constituíram como um dos documentos mais importantes na educação brasileira, vemos ser ressaltada a importância do ensino da geometria. Segundo os PCNs:

> O estudo da geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades (BRASIL, 1998, p. 51).

Os conceitos geométricos, segundo os PCNs, são parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

Outro documento importante, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, cuja parte referente ao ensino fundamental foi homologada pelo MEC em 20 de dezembro de 2017, menciona também em seu texto a importância do cálculo da área de figuras planas quando faz referência a unidade temática *Grandezas e medidas*, vejamos o que nos diz o documento a esse respeito:

> Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico.
>
> No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa é que os alunos reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número. Além disso, devem resolver problemas oriundos de situações cotidianas que envolvem grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área (de triângulos e retângulos) e capacidade e volume (de sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medida padronizadas mais usuais.
>
> No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas [...]. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros. (BRASIL, 2017, p. 271)

Em relação ao ensino da matemática, particularmente no que diz respeito aos estudos relacionados às áreas das figuras planas para o 7º ano do ensino fundamental, alvo das atividades realizadas neste trabalho, podemos encontrar no QUADRO 1, vinculados à unidade temática *Grandezas e medidas, um d*os *Objetos de Conhecimentos* e as *Habilidades* associadas a ele.

QUADRO 1 – Competências para o 7º do ano sobre áreas das figuras planas.

Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimentos	Habilidades
Grandezas e medidas	Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Fonte: BNCC (2017, p. 307)

Assim, como poderá ser constatado nos próximos capítulos, as atividades desenvolvidas ao longo deste trabalho vão ao encontro daquilo que é apontado por este importante documento e que, por ser tão recente, parece apontar para o que se espera da educação brasileira e, em particular, do ensino de matemática para os próximos anos.

2.3 O MODELO VAN HIELE DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Em 1957, um casal de professores holandeses Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof apresentaram, em suas teses de doutorado, o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico (PASTOR, 1993) que serviu de base para as atividades apresentadas neste trabalho.

Esse modelo serviu de base para o currículo de matemática que foi implementado na primeira metade da década de 1960 na União Soviética, recebendo atenção dos americanos somente em meados da década de 1970 (PASTOR, 1993).

Sobre o modelo em si, Silva, L. nos esclarece que:

> Apoiado em experiências educacionais apropriadas, a teoria afirma que no processo de aprendizagem de geometria, o estudante passa por cinco

> níveis de raciocínio sequenciais e ordenados. Para assimilar conceitos e propriedades próprios de um nível é preciso dominar o nível anterior. Os Van Hiele afirmam que o progresso ao longo dos níveis depende mais da instrução recebida do que da idade ou da maturidade do aluno e propuseram cinco fases de aprendizagem. Afirmam que a instrução desenvolvida de acordo com essa sequência promove a aquisição de cada um dos níveis (2014, s/p).

O modelo de Van Hiele do pensamento geométrico permite avaliar em que nível de aprendizagem o aluno se encontra pelas habilidades demonstradas nas atividades desenvolvidas sobre um determinado assunto. A seguir apresentamos, com base em Crowley (1994), três esquemas que sintetizam respectivamente os níveis, as propriedades e as fases do modelo dos Van Hiele. Para a construção dos esquemas dos níveis e das fases foi consultado também o artigo de Silva, L. (2014).

ESQUEMA 1: Níveis de Compreensão

Nível 0: visualização ou reconhecimento

- Reconhece os objetos e conceitos de maneira global, por sua forma, isto é, sem levar em consideração suas propriedades;
- Consegue reproduzir figuras dadas e reconhecer formas específicas;
- Formas geométricas são descritas por meio da comparação com objetos físicos e pela posição em que se encontram;
- O vocabulário é básico.

Nível 1: análise

- Análise informal dos conceitos geométricos, pelas observações e experiências;
- Reconhecimento das figuras por suas propriedades ou pelas partes que as compõem;
- Não se faz inter-relações entre as propriedades nem entre as figuras;
- Não entendem definições.

Nível 2: dedução informal ou classificação

- Estabelece inter-relações entre as propriedades da mesma figura ou de figuras diferentes;
- Compreendem que classes de figuras podem estar inclusas umas nas outras;
- Os alunos compreendem definições e formulam argumentos informais,

misturando resultados empíricos com técnicas de dedução;
- Os alunos entendem demonstrações formais, mas não conseguem elaborá-las.

Nível 3: dedução formal
- Os alunos compreendem e elaboram as demonstrações;
- Compreendem as inter-relações e a função dos axiomas, teorema, postulados, definições, demonstrações e entes primitivos;
- Enxergam a possibilidade de se obter diferentes demonstrações para um mesmo resultado;
- Linguagem precisa.

Nível 4: rigor
- Compreendem-se sistemas axiomáticos distintos, podendo mesmo estabelecer comparações entre estes;
- A geometria é vista no plano abstrato.

ESQUEMA 2: Propriedades do Modelo

Propriedade 1: sequencial
- Para ter sucesso em um determinado nível, os alunos devem ter assimilado as estratégias exigidas pelos níveis anteriores.

Propriedade 2: avanço
- O nível no qual o aluno se encontra não está, necessariamente associado a sua faixa etária.
- Nenhum método de instrução permite ao aluno saltar níveis.

Propriedade 3: intrínseco e extrínseco
- Objetos inerentes de um nível transformam-se em objetos de estudos no nível posterior.

Propriedade 4: linguística
- Cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos e seus próprios sistemas de relações que ligam esses símbolos.
- Uma relação considerada “correta” em um nível é modificada em outro nível.

Propriedade 5: combinação inadequada

- A instrução (professor, material didático, conteúdo, vocabulário, etc.) deve estar no mesmo nível do aluno, do contrário, o aprendizado pode não ocorrer.

ESQUEMA 3: Fases do Aprendizado

Fase 1: interrogação ou informação

- Sondagem dos conhecimentos prévios dos alunos;
- Introdução do vocabulário específico do nível;
- Orientação dos alunos quanto à forma como as atividades serão realizadas e quanto aos objetivos que se pretende alcançar.

Fase 2: orientação dirigida

- Familiarização dos alunos com as características do nível;
- As atividades são estruturadas de forma sequencial, com aumento gradativo de dificuldade;
- As tarefas devem ser pequenas e com repostas específicas.

Fase 3: explicação

- A discussão entre os alunos sobre o objeto de estudo é fomentada pelo professor com base nas experiências anteriores;
- Papel mínimo do professor, orientando para uso de linguagem adequada e precisa.

Fase 4: orientação livre

- Atividades com várias etapas e/ou com final aberto e que possam ser respondidas de diversas maneiras;
- Os alunos devem utilizar os conhecimentos adquiridos nas fases anteriores;
- As atividades não devem ser aplicações diretas dos conhecimentos adquiridos antes;
- Interferência mínima do professor, com formalização de conceitos pelos alunos através da própria descoberta.

Fase 5: integração

- Revisão e síntese do conteúdo estudado;
- Não devem ser apresentadas novas ideias.

Os esquemas expostos aqui caracterizam o modelo do casal Van Hiele do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Compreender as características desse modelo é importante para que o leitor possa acompanhar o desenvolvimento das atividades realizadas na escola com os alunos e que serão expostas no próximo capítulo.

3 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Este capítulo está dividido em duas seções, sendo a primeira intitulada contexto da pesquisa, na qual faremos uma breve caracterização da escola e da turma, onde foi aplicada a pesquisa. E, a segunda denominada aplicação das atividades segundo a teoria do casal Van Hiele, nesta, descrevemos uma por uma as atividades desenvolvidas, seguido da análise das mesmas.

3.1 CONTEXTO DA PESQUISA

Os estudos foram realizados na turma do 7º ano do turno matutino da Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental Maria de Lourdes Almeida. Quarenta e um alunos estavam regularmente matriculados nessa turma, sendo que um deles é deficiente auditivo (DA) e dois alunos faziam dependência em matemática. Destes, 19 eram homens e 24 mulheres, com idades variando de 10 a 16 anos (a maioria com 12 anos ou próximos dessa idade). A escolha da escola, assim como da turma, para desenvolvimento da pesquisa, deve-se ao fato do pesquisador desenvolver suas atividades profissionais como professor de matemática do ensino fundamental do 6º ano ao 9º ano na referida escola.

Para a realização desta pesquisa, foi necessária uma breve explicação à turma como tal processo se daria. Sendo que os discentes participariam da mesma, porém a eles não seria atribuída nota às atividades propostas, mas a participação de todos seria essencial para o sucesso da investigação através dos resultados.

A pesquisa foi aplicada na Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental Maria de Lourdes Almeida é uma unidade educacional pertencente à rede municipal. Ela funciona com oitocentos alunos distribuídos nos turnos: matutino e vespertino da pré-escola ao 9º ano do Ensino Fundamental. O corpo docente é formado por trinta e dois professores com qualificação de Ensino Superior, nove profissionais que compõem o pessoal de apoio, cinco assistentes administrativos, seis membros da equipe gestora, totalizando cinquenta e dois funcionários. Possui doze salas de aula, quatro banheiros, uma sala de educação especial com banheiro adaptado para alunos com necessidades especiais, um laboratório de informática, uma sala dos professores, uma diretoria e uma secretaria.

A escola está entre as escolas com melhor IDEB no município, com nota 5,5 para os anos iniciais e 5,1 para os anos finais do ensino fundamental, segundo dados de 2015. Os projetos trabalhados na escola são desenvolvidos em parceria com o laboratório de informática educativa e são socializados na mostra pedagógica da escola e na feira pedagógica promovida pelo Núcleo Tecnológico Municipal-NTM.

3.2 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES SEGUNDO A TEORIA DO CASAL VAN HIELE

Como visto anteriormente, de acordo com a metodologia dos Van Hiele, independentemente do nível que se esteja trabalhando, o aluno deve passar por cinco fases da aprendizagem que são, respectivamente: interrogação ou informação; orientação dirigida; explicação; orientação livre; e integração.

A aplicação da sequência de atividades ocorreu em cinco encontros de 90 minutos cada (dois tempos de aula). Em cada um desses encontros, procurou-se conduzir as atividades respeitando as características de uma das fases do modelo dos Van Hiele. Desta maneira, esta seção será dividida de acordo com estas fases.

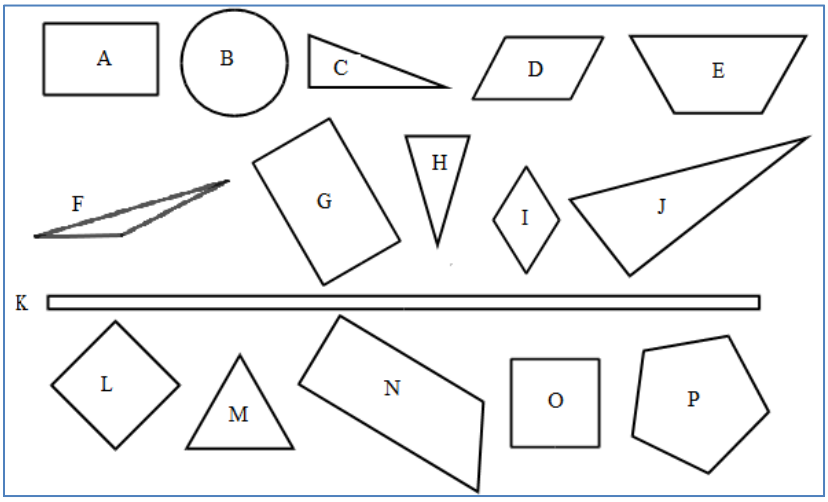
3.2.1 FASE 1

No primeiro encontro com a turma, referente à fase 1 (Interrogação ou Informação), 40 alunos estavam presentes. Esse encontro ocorreu no dia 1º de novembro de 2017 e nele foi realizada a aplicação de um teste de sondagem (Apêndice A), elaborado pelo pesquisador, com auxílio do orientador, para verificar o conhecimento que os alunos já possuíam em relação às figuras planas e suas áreas e, então, decidir em que direção os estudos prosseguiriam. Suspeitava-se que os alunos que participaram das atividades encontravam-se no Nível 0. Finalizada a aplicação, a correção e a análise dos dados, que veremos logo adiante, aparentemente confirmaram essa suspeita.

A aplicação do teste durou aproximadamente 60 minutos. Ele era composto por quatro questões, todas subdividas em itens. Depois, que todos entregaram o teste, dialogou-se com a turma, informando-os que continuariam outras atividades sobre a área das figuras planas, reforçando que as mesmas constituiriam parte de uma pesquisa. Não se fez qualquer tipo de menção sobre pontuação referente à realização das atividades.

Na primeira questão do teste, foram apresentadas várias figuras planas (Figura 2) e em seguida solicitado aos alunos que informassem quais eram quadriláteros, triângulos, triângulos retângulos, retângulos, quadrados, paralelogramos, losangos, trapézios ou que não se enquadravam em nenhuma dessas categorias.

Figura 2 – Questão 1 do teste de sondagem.



Fonte: O autor.

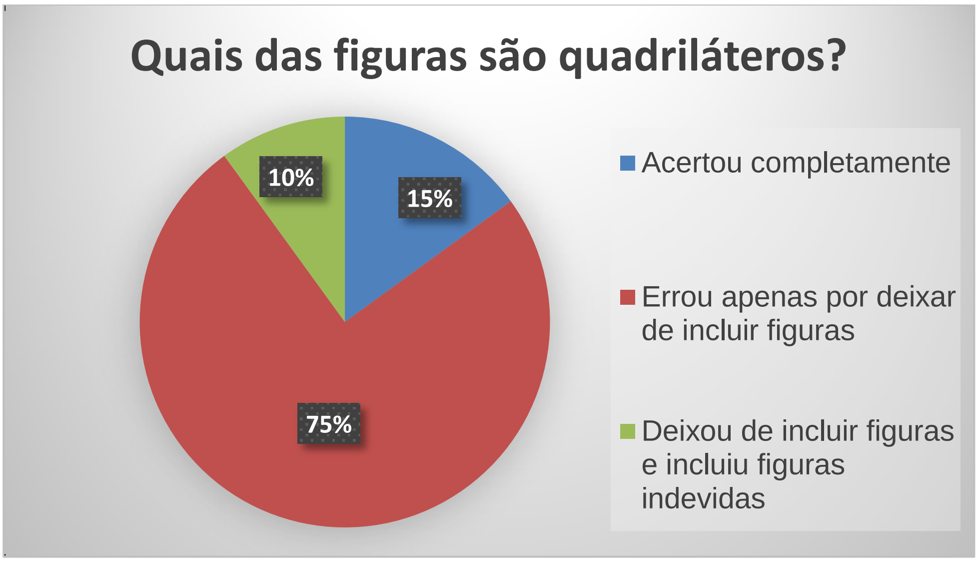
Com esta questão esperava-se verificar até que ponto os alunos eram capazes de classificar figuras planas, isto é, se os alunos efetuavam a classificação meramente por sua experiência visual, se era feita por meio das propriedades que estas figuras possuíam ou até que ponto conheciam tais figuras mesmo que de uma forma superficial.

A seguir, analisaremos uma por uma as respostas dadas pelos alunos às perguntas que constituíam os itens da questão 1. Em nossa análise consideramos o percentual de acertos e de erros dos alunos, classificando os erros em dois grupos: o daqueles que apenas deixaram de incluir figuras que deveriam ser incluídas e o daqueles que, além de excluir figuras, incluíram figuras indevidamente. Em nenhum dos itens da questão 1 houve alunos que apenas incluíram figuras indevidamente sem ter também deixado de incluir figuras que precisavam ser incluídas.

Também foram incluídos na análise gráficos de colunas nos quais colunas azuis representam o quantitativo de alunos que incluíram uma figura que deveria, de fato, ser incluída, enquanto que, colunas vermelhas representam o quantitativo de alunos que incluíram figuras que não deveriam ter sido incluídas no item ao qual o gráfico se refere.

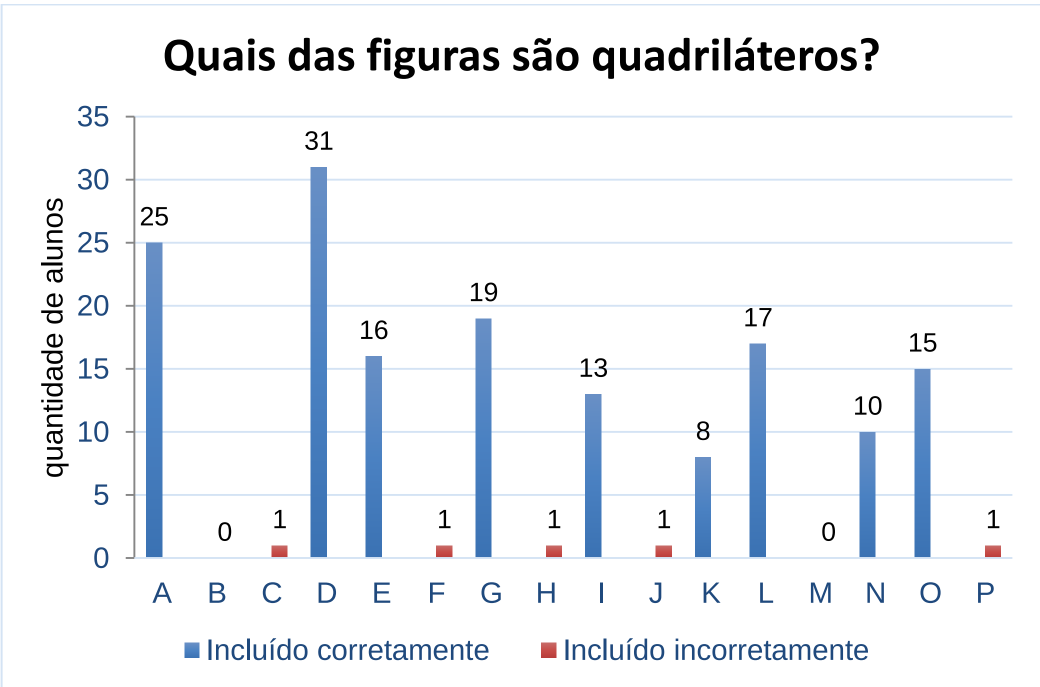
Seguem abaixo os gráficos referentes ao item (a) da questão 1 do teste de sondagem: “Quais das figuras são quadriláteros? ”.

Gráfico 1 - Percentual de acertos e erros dos alunos no item (a) da questão 1.



Fonte: O autor.

Gráfico 2 - Quantitativo de alunos que incluíram cada figura no item (a) da questão 1.



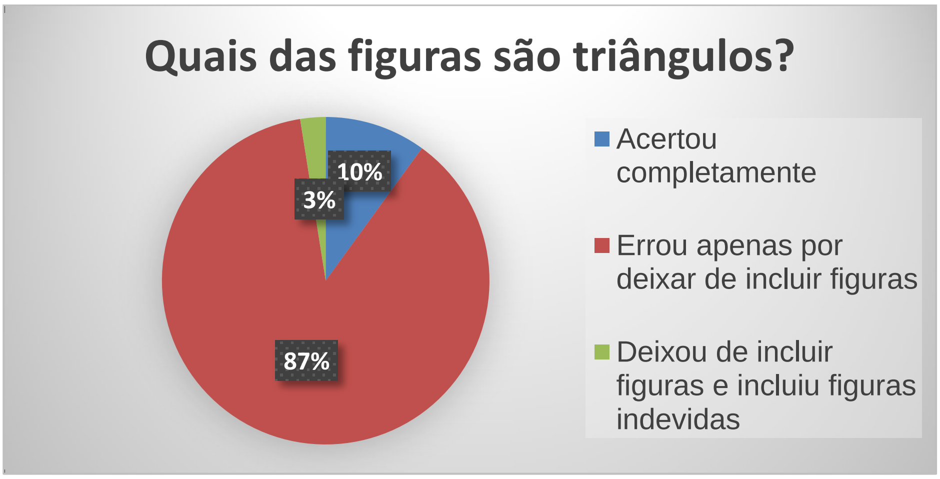
Fonte: O autor.

Observando o Gráfico 1, vemos que apenas 15% dos alunos consideraram todos os quadriláteros. Além disso, nota-se que 85% dos estudantes erram por não considerar figuras que eram quadriláteros. Analisando os dados do Gráfico 2, percebe-se que nenhum aluno inclui as figuras B e M, que são, respectivamente, a circunferência e um triângulo acutângulo com um dos lados na posição horizontal, que é o triângulo que tradicionalmente é apresentado para as crianças, desde muito pequenas, para introduzir a noção de formas triangulares. Assim, nota-se que, para os alunos dessa turma, a familiaridade com uma determinada forma geométrica, com sua aparência visual, é muito mais importante do que suas propriedades, visto que o polígono K, embora claramente possua quatro lados, é um retângulo com uma forma pouco visitada pelos professores e livros didáticos, o que despertou dúvidas entre os alunos sobre sua inclusão no grupo dos quadriláteros, de modo que foi incluído por apenas 8 alunos. Nota-se que 10% dos educandos parecem apresentar um comprometimento mais profundo na compreensão da definição de quadrilátero, pois consideraram triângulos entre os quadriláteros.

Observa-se ainda que a figura eleita pela maioria dos alunos como quadrilátero não foram os polígonos A e O, os quais, tradicionalmente aparecem nos livros didáticos e nas aulas dos professores quando se pretende apresentar, respectivamente, um retângulo e um quadrado, mas o polígono D, que é a imagem do paralelogramo usualmente utilizada para apresentar esta classe de quadriláteros. Qual o motivo dessa escolha? Nossa hipótese, é a de que, encontrando-se os alunos desta turma no nível 0, segundo a teoria de Van Hiele, não compreendem que classes de figuras podem estar inclusas umas nas outras, habilidade que só será obtida quando estes alunos alcançarem o nível 2. Assim, como estão ainda no nível de visualização ou reconhecimento, muitos excluíram da classe dos quadriláteros aqueles objetos que, por sua experiência, foram capazes de, visualmente, reconhecerem como retângulo e quadrado. Por outro lado, muitos desses alunos, já estudaram propriedades dos quadrados e dos retângulos quando o tema abordado eram os quadriláteros e, portanto, são capazes de associar a estas figuras a ideia de quadrilátero.

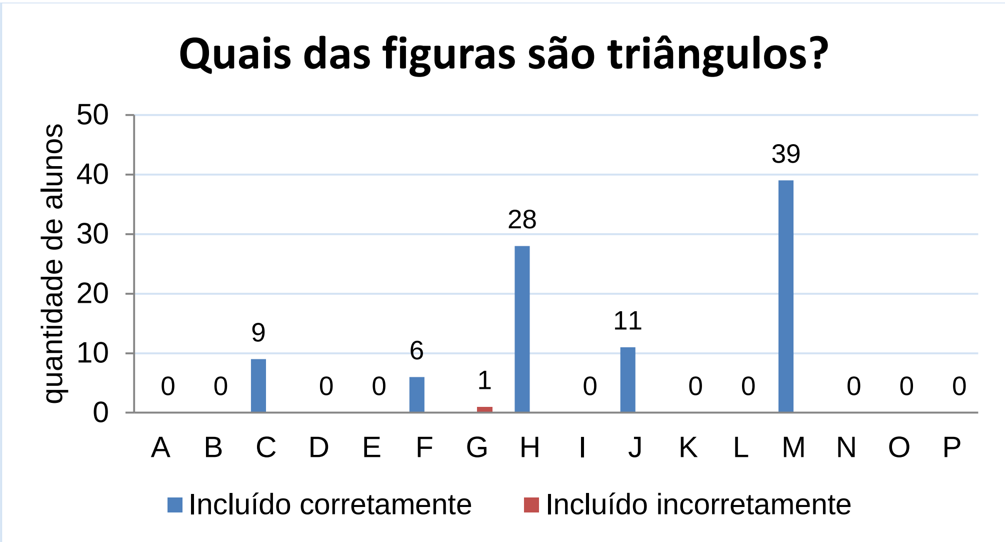
Vamos agora a análise dos resultados referentes ao item (b) da questão 1 do teste de sondagem: “Quais das figuras são triângulos? ”.

Gráfico 3 - Percentual de acertos e erros dos alunos no item (b) da questão 1.



Fonte: O autor.

Gráfico 4 - Quantitativo de alunos que incluíram cada figura no item (b) da questão 1.

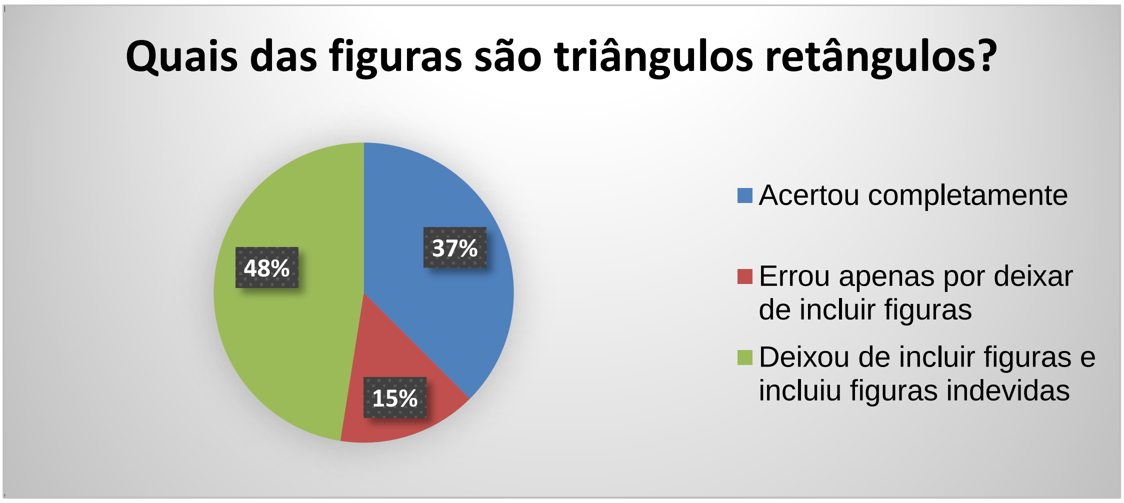


Fonte: O autor.

Os dados do Gráfico 3 mostram que 90% dos alunos deixaram de considerar pelo menos um dos triângulos e apenas 10% considerou todos os triângulos. Analisando o gráfico 4, percebe-se novamente que a maioria dos alunos está no nível 0 do modelo de Van Hiele, pois consideraram como triângulos os polígonos H e M, isso indica que eles estão classificando pela posição deles no plano, isto é, por sua memória visual, já que, geralmente, quando se faz uma abordagem sobre triângulos, os mesmos são construídos na posição do triângulo M.

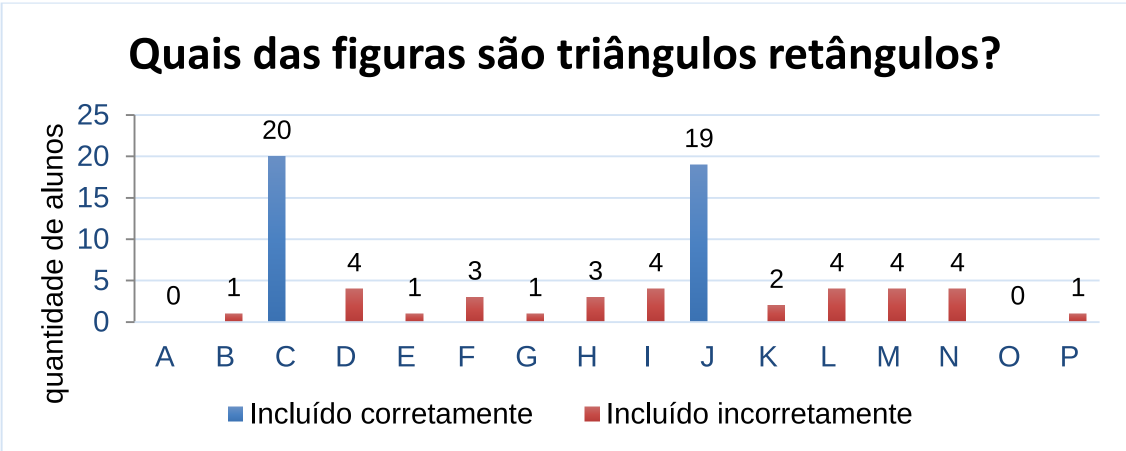
No item (c) da questão 1 do teste de sondagem foi feita a pergunta: “Quais das figuras são triângulos retângulos? ”.

Gráfico 5 - Percentual de acertos e erros dos alunos no item (c) da questão 1.



Fonte: O autor.

Gráfico 6 - Quantitativo de alunos que incluíram cada figura no item (c) da questão 1.



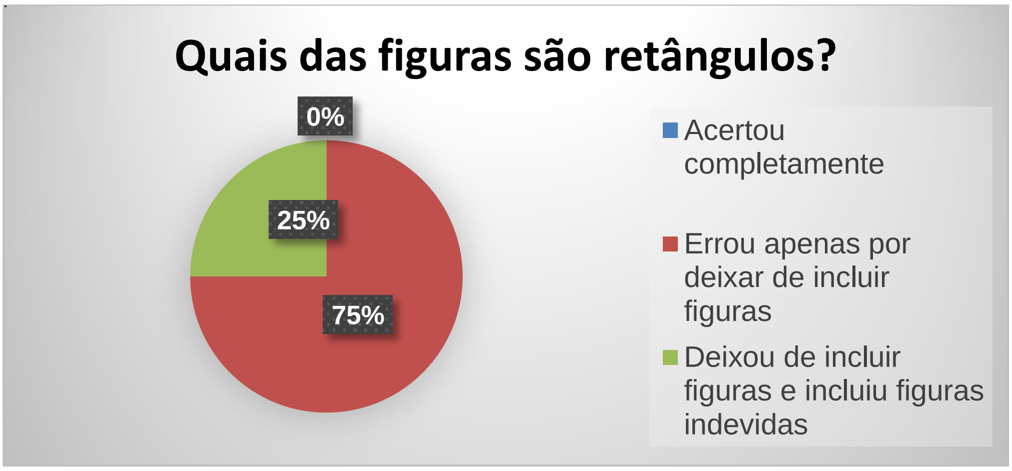
Fonte: O autor.

O Gráfico 5 revela que a maioria alunos que participaram da pesquisa, não têm clareza das características de um triângulo retângulo ou não sabem identificar visualmente o ângulo reto, pois 63% erraram esta questão. Porém, dentre os alunos que consideraram corretamente apenas os dois triângulos C e J como triângulos retângulos, 80% não consideraram anteriormente esses polígonos como sendo triângulos. Isso evidencia que aluno, ainda não compreende a ideia de inclusão de classes, isto é, ele está classificando o polígono de maneira global ou pela sua forma e não por suas propriedades.

No Gráfico 6, nota-se que existem alunos que não têm clareza de que triângulos retângulos são, antes de tudo, triângulos, ou mesmo polígonos, visto que houve, por exemplo, quem classificasse a circunferência entre os triângulos retângulos.

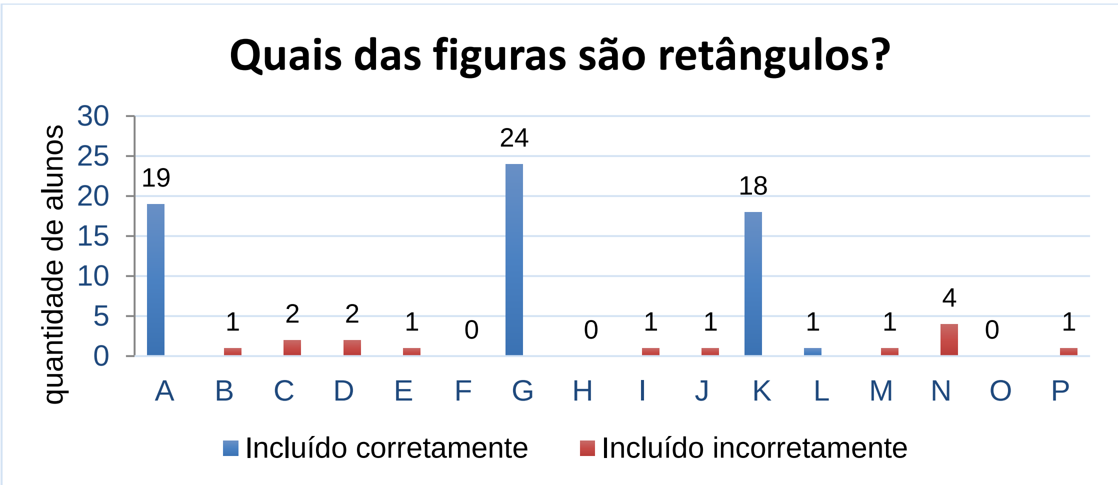
Vejamos agora os gráficos referentes ao item (d) da questão 1 do teste de sondagem: “Quais das figuras são retângulos? ”.

Gráfico 7 - Percentual de acertos e erros dos alunos no item (d) da questão 1.



Fonte: O autor.

Gráfico 8 - Quantitativo de alunos que incluíram cada figura no item (d) da questão 1.

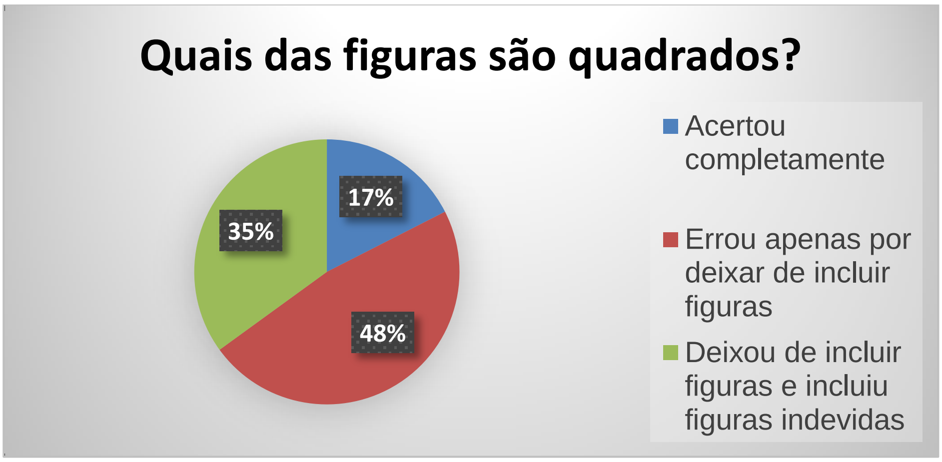


Fonte: O autor.

Surpreendentemente, todos os educandos erram essa questão (Gráfico 7) porque excluíram pelo menos um dos polígonos que era retângulo e 25% dos participantes da pesquisa consideraram figuras que não eram retângulos como se fossem. No Gráfico 8, percebe-se que a maioria dos alunos consideraram corretamente o polígono G como sendo retângulo, mas, mais surpreendentemente ainda, é o fato de que o polígono A, que é a forma que usualmente utilizada para apresentar retângulos, foi considerada como retângulo por menos da metade dos alunos. Além disso, observamos que 10% dos alunos classificaram o trapézio retângulo como retângulo e nenhum aluno incluiu o quadrado O, que é um retângulo, pois o quadrado também é um retângulo, reforçando mais uma vez a ideia de que os alunos se encontram em um nível no qual a possibilidade de inclusão entre classes ainda não está clara.

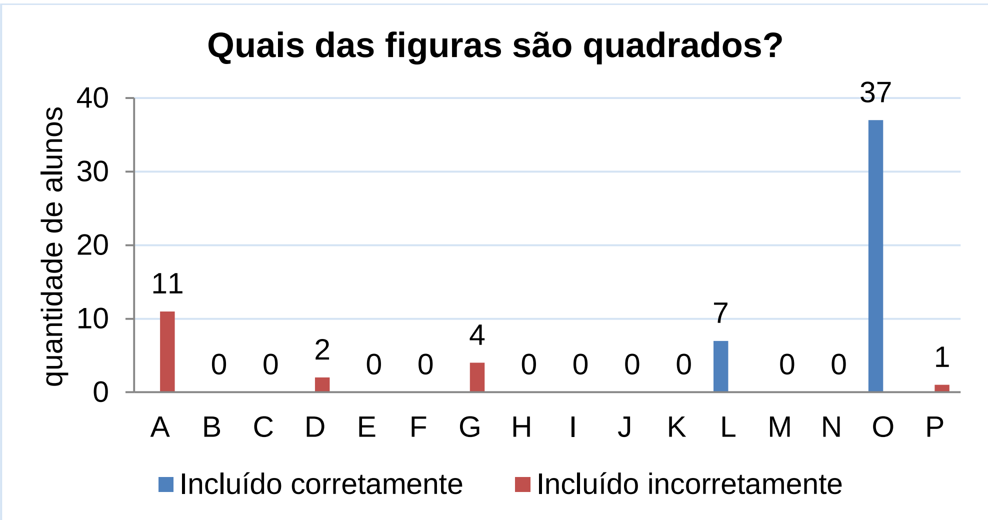
Vamos ao item (e): "Quais das figuras são quadrados?".

Gráfico 9 - Percentual de acertos e erros dos alunos no item (e) da questão 1.



Fonte: O autor.

Gráfico 10 - Quantitativo de alunos que incluíram cada figura no item (e) da questão 1.

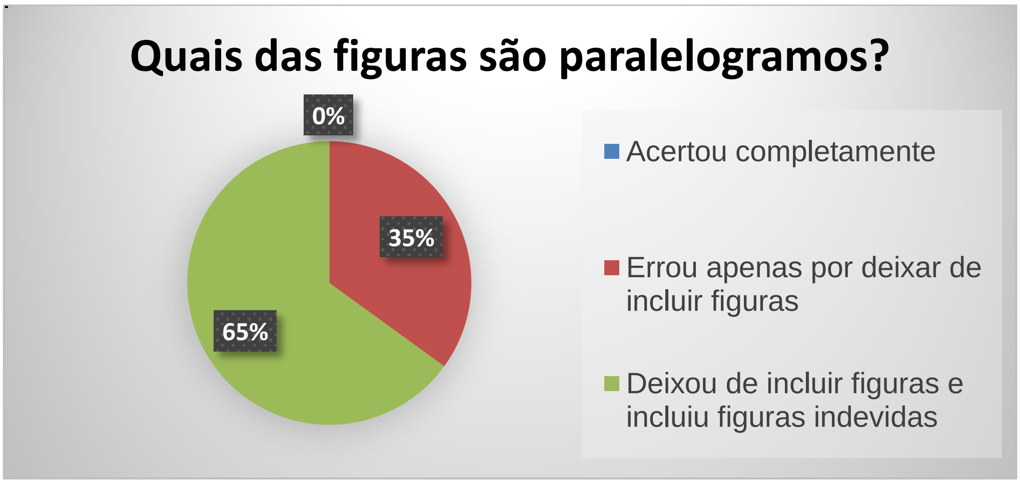


Fonte: O autor.

Como já era esperado, a grande maioria dos alunos consideraram o polígono O como sendo um quadrado, pois geralmente esta figura é apresentada nessa posição. Observa-se, no Gráfico 9, que nem um quinto dos alunos acertaram esse item. A partir do Gráfico 10, pode-se inferir que 82,5% dos 40 estudantes que responderam ao teste não consideraram o polígono L como sendo quadrado, provavelmente porque nenhum de seus lados encontrava-se na posição horizontal, como costumeiramente ocorre na apresentação de um quadrado. Outro fato que chamou atenção foi que 27,5% dos alunos consideraram o retângulo A como quadrado, o que parece guardar alguma relação com o fato de esta figura não ter sido encarada como retângulo no item anterior.

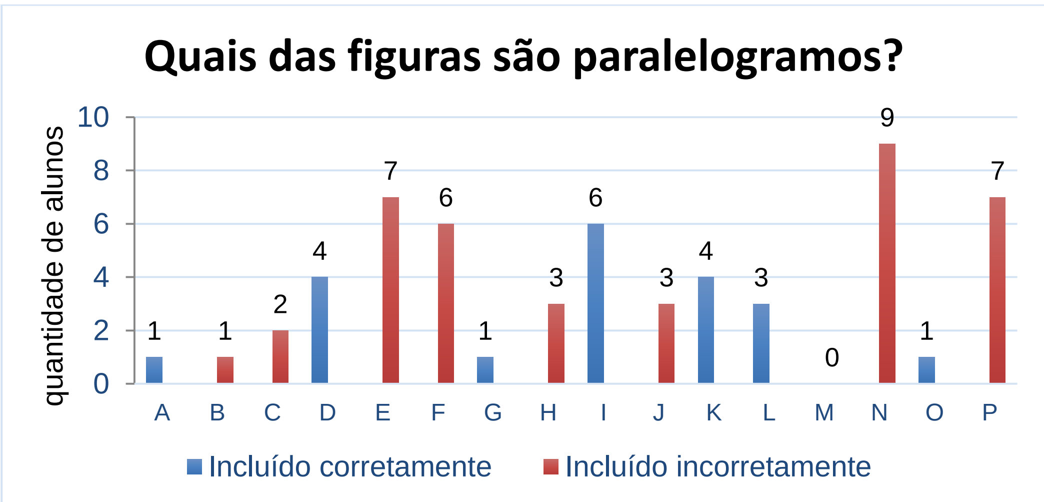
Seguem os gráficos referentes ao item (f) da questão 1: “Quais das figuras são paralelogramos? ”.

Gráfico 11 - Percentual de acertos e erros dos alunos no item (f) da questão 1.



Fonte: O autor.

Gráfico 12 - Quantitativo de alunos que incluíram cada figura no item (f) da questão 1.

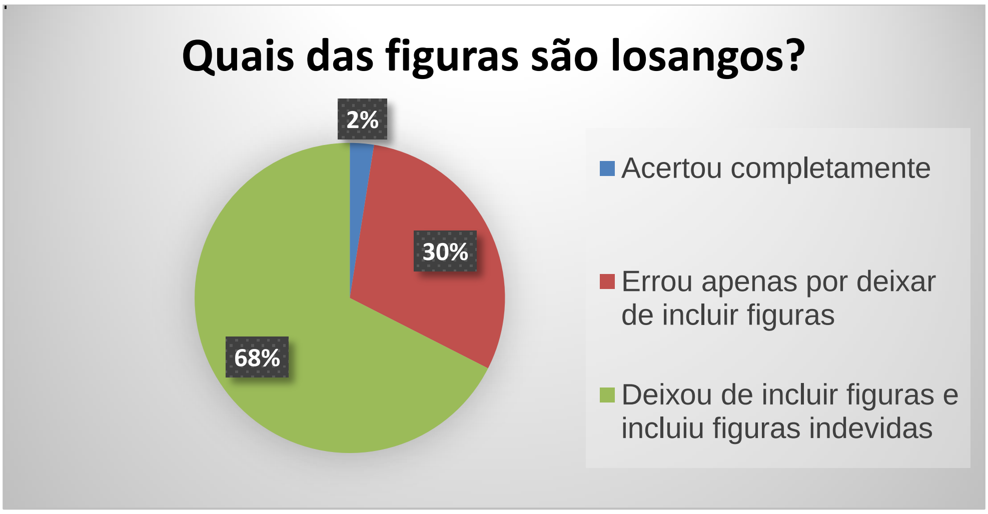


Fonte: O autor.

Os dados do Gráfico 11 mostram que os alunos não sabem o que é um paralelogramo, pois nenhum um dos alunos respondeu corretamente esse item. No Gráfico 12, percebe-se que uma minoria reconhece, sequer, visualmente um paralelogramo, pois, apenas 10% dos alunos responderam que polígono D é um paralelogramo, embora esta figura apresentasse em sua forma usual. Contudo, como vimos na análise do item (a), os alunos foram capazes de identificar esta figura como um quadrilátero.

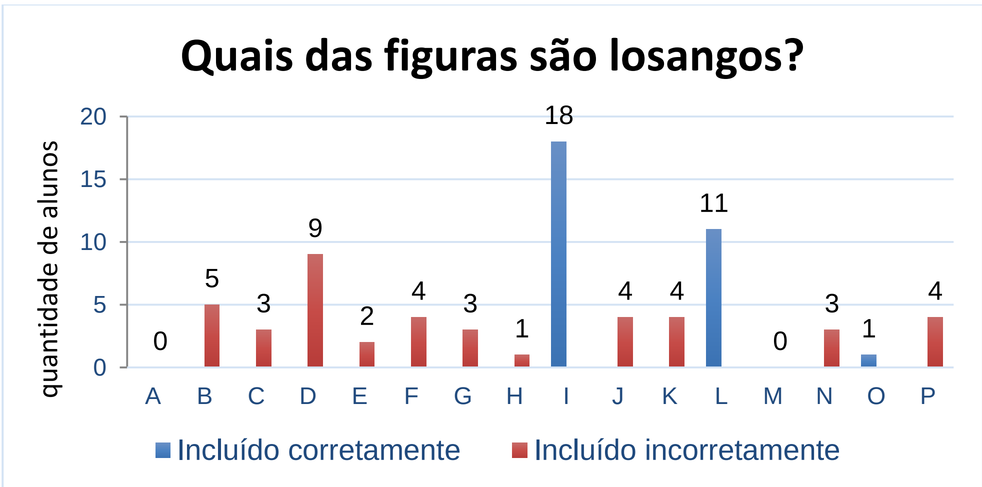
A seguir temos os gráficos referentes ao item (g): "Quais das figuras são losangos? ".

Gráfico 13 - Percentual de acertos e erros dos alunos no item (g) da questão 1.



Fonte: O autor.

Gráfico 14 - Quantitativo de alunos que incluíram cada figura no item (g) da questão 1.

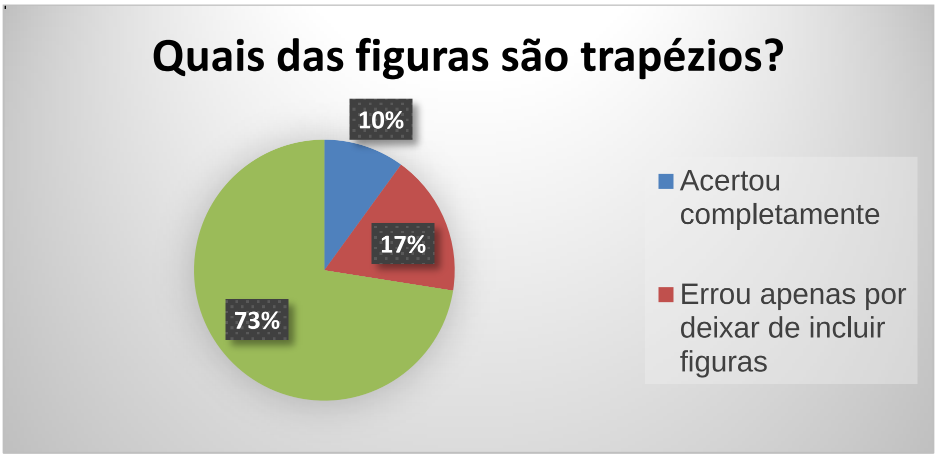


Fonte: O autor.

Apenas um aluno acertou esta questão, no Gráfico 13, ele representa os 2% em azul. Por outro lado, observasse no Gráfico 14 que apenas 45% dos alunos têm uma noção básica de losango, pois, reconheceram o polígono I como losango, mesmo assim, esperava-se que a maioria dos alunos reconhecesse essa figura como losango, pois o losango é frequentemente apresentado nessa forma. Outros fatos que chamaram atenção são que 12,5% e 22,5% dos pesquisados classificaram, respectivamente, a circunferência B e o paralelogramo D como losango, este último equivoco nos parece aceitável, mas o primeiro não.

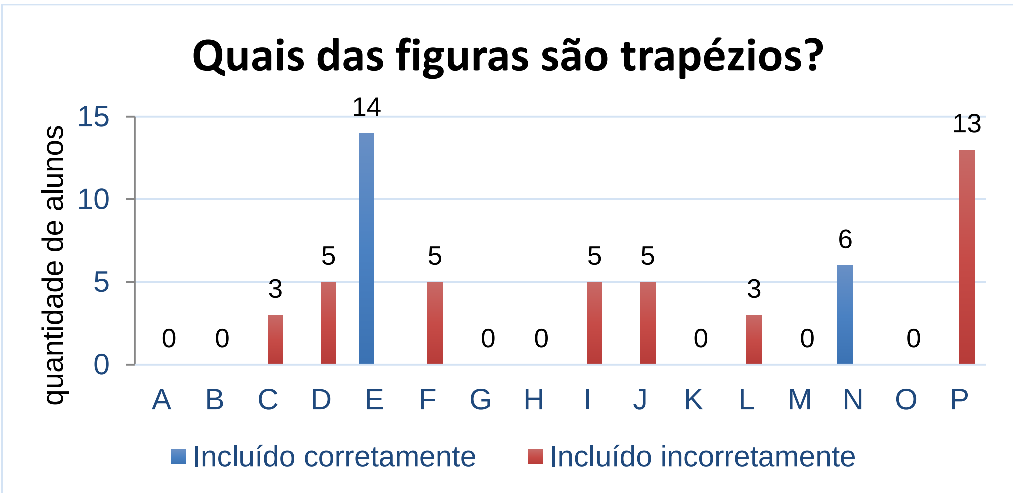
No item (h) da questão 1 do teste de sondagem perguntou-se: “Quais das figuras são trapézios? ”.

Gráfico - 15. Percentual de acertos e erros dos alunos no item (h) da questão 1.



Fonte: O autor.

Gráfico 16 - Quantitativo de alunos que incluíram cada figura no item (h) da questão 1.

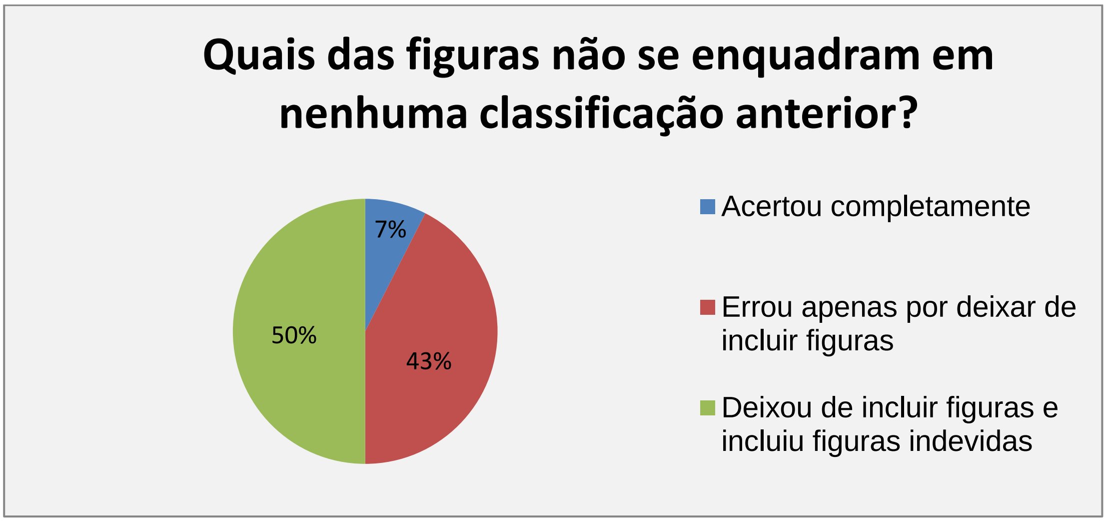


Fonte: O autor.

Analisando os dados do Gráfico 15, percebe-se que a maioria dos alunos não reconhece um trapézio, pois apenas 10% respondeu corretamente. Já no Gráfico 16 nota-se que a maioria dos alunos não reconhecem visualmente um trapézio, 32,5% dos estudantes, inclusive, consideram o pentágono como trapézio.

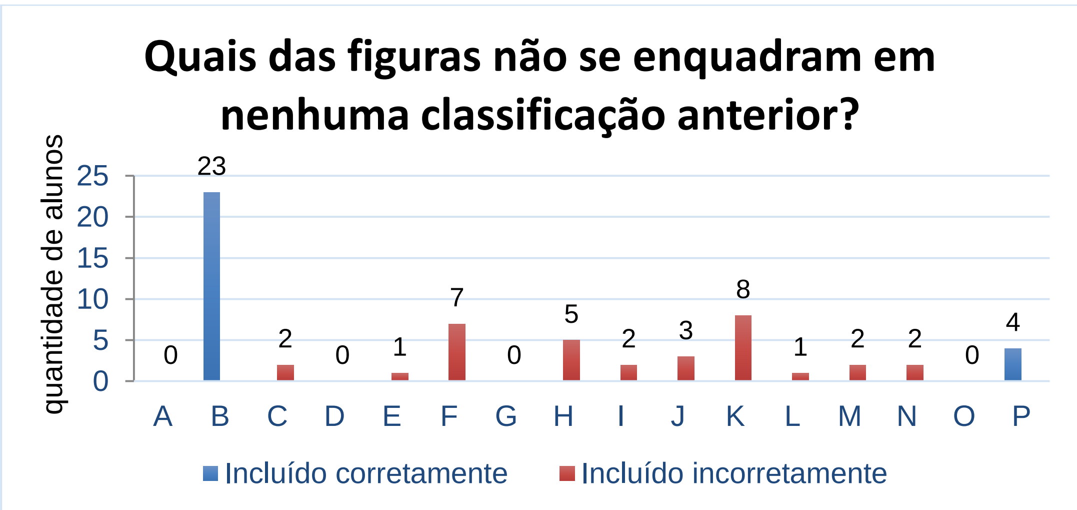
Finalmente, a questão 1 do teste de sondagem termina com o item (i): “Quais das figuras não se enquadram em nenhuma classificação anterior? ”.

Gráfico 17 - Percentual de acertos e erros dos alunos no item (i) da questão 1.



Fonte: O autor.

Gráfico 18 - Quantitativo de alunos que incluíram cada figura no item (i) da questão 1.



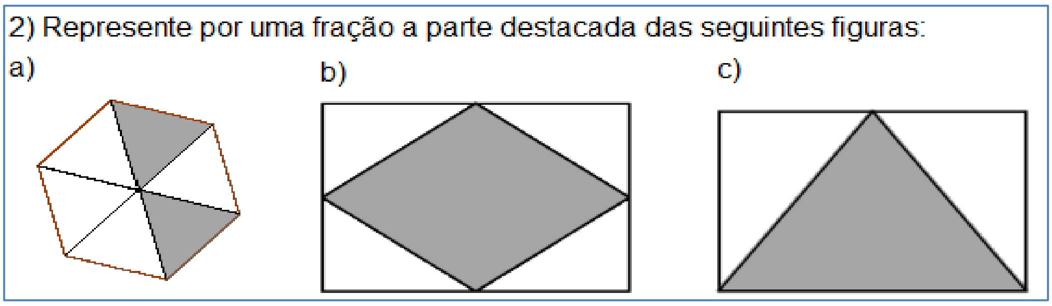
Fonte: O autor.

Neste item deveriam ser marcadas apenas as figuras B e P, o círculo e o pentágono, nesta ordem. Nos Gráficos 17 e 18 percebe-se, como nos itens anteriores a dificuldade dos alunos e, embora mais da metade destes tenham percebido que a circunferência não se enquadrava em nenhuma das classificações anteriores, apenas 4 conseguiram perceber que o pentágono, que como todas as outras figuras anteriores é polígono, não se encaixava em nenhuma classificação anterior. Mas surpreende que ainda hajam 17 alunos que não foram capazes de perceber que o círculo não se enquadrava nas classificações feitas antes.

A seguir apresentaremos a segunda e a terceira questões e faremos uma análise das resoluções dadas pelos alunos para elas.

A segunda questão era composta por três itens. Em cada item o aluno deveria representar a parte destacada da figura por uma fração. O primeiro item era um hexágono divido em seis triângulos equiláteros, o segundo um losango inscrito em um retângulo e o terceiro um triângulo inscrito em um retângulo (Figura 3)

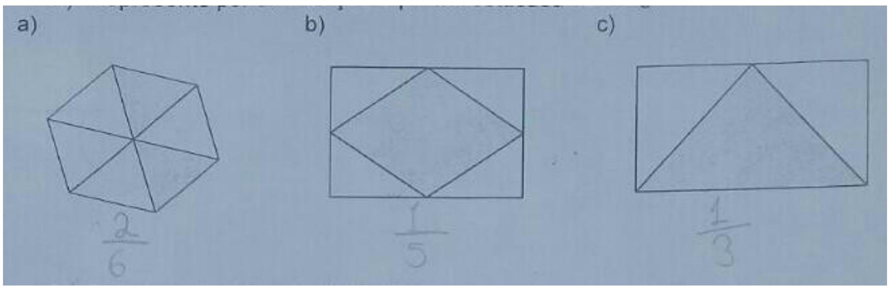
Figura 3 – Questão 2 do teste de sondagem



Fonte: O autor.

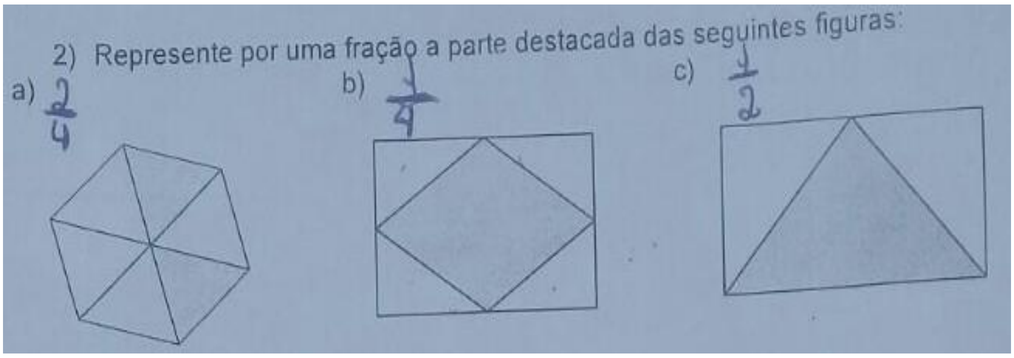
No segundo item, esperava-se que o aluno traçasse as diagonais do losango para dividi-lo em triângulos congruentes, concluindo que a região ocupada pelo losango é a metade da região do retângulo. No terceiro, esperava-se que o aluno traçasse a altura do triângulo destacado para dividi-lo em dois triângulos de mesma área. Fazendo isso o aluno deveria perceber que área do triângulo é a metade da área do retângulo. A seguir apresentamos as respostas de dois estudantes para essa questão.

Figura 4 – Resposta de um aluno para 2 questão do teste de sondagem



Fonte: O autor.

Figura 5 - Resposta de um aluno para 2 questão do teste de sondagem



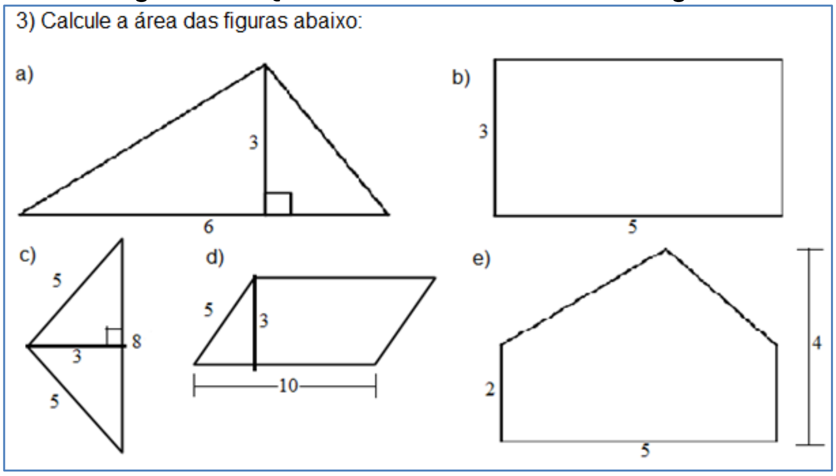
Fonte: O autor.

Analisando as respostas da segunda questão verificamos que 25 alunos representaram corretamente a fração correspondente a parte destacada da figura A, apenas 2 alunos acertaram o item (b) e 3 acertaram o item (c). Nas Figuras 4 e 5 podemos ver os principais erros cometidos pelos alunos na resolução dessa questão, observe que nos itens (b) e (c), os mesmos não levaram em consideração que o retângulo não estava divido em polígonos de mesma área, ao contrário do que acontecia com o hexágono do item (a). Nota-se que o aluno cuja resposta é apresentada na Figura 4 representou as frações considerando para o numerador a quantidade de partes destacadas e para o denominador a quantidade de partes nas quais as figuras estavam divididas, enquanto o aluno cuja resposta é apresentada na Figura 5 representou as frações considerando para o numerador a quantidade de partes destacadas e para o denominador a quantidade de partes em branco.

Contudo, embora algumas das respostas apresentadas acima não tenham sido consideradas corretas, é preciso reconhecer que, a forma como a questão foi colocada no enunciado, sem fazer menção à área, pode ser o motivo de algumas das respostas apresentadas, visto que, por exemplo, no item (b), o aluno pode muito bem considerar cada parte como uma “peça” que compõe a figura. Segundo esta linha de raciocínio, o aluno que fornece $\frac{1}{5}$ como resposta, não está errado, uma vez que apenas uma, de um total de 5 peças, aparece destacada.

A terceira questão tinha como objetivo verificar se os alunos conheciam as principais relações de cálculo de área do retângulo, do triângulo e do paralelogramo. Além disso, verificar se o aluno compreende que a altura do triângulo considerado deve ser aquela referente ao lado tomado como base. Veja Figura 6.

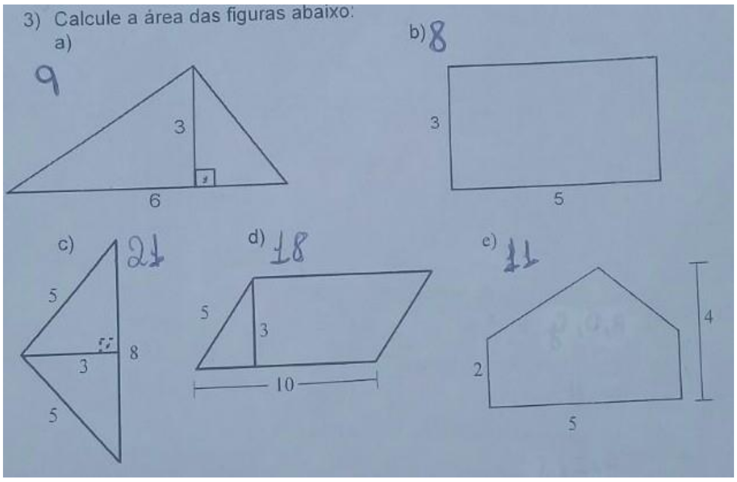
Figura 6 – Questão 3 do teste de sondagem



Fonte: O autor.

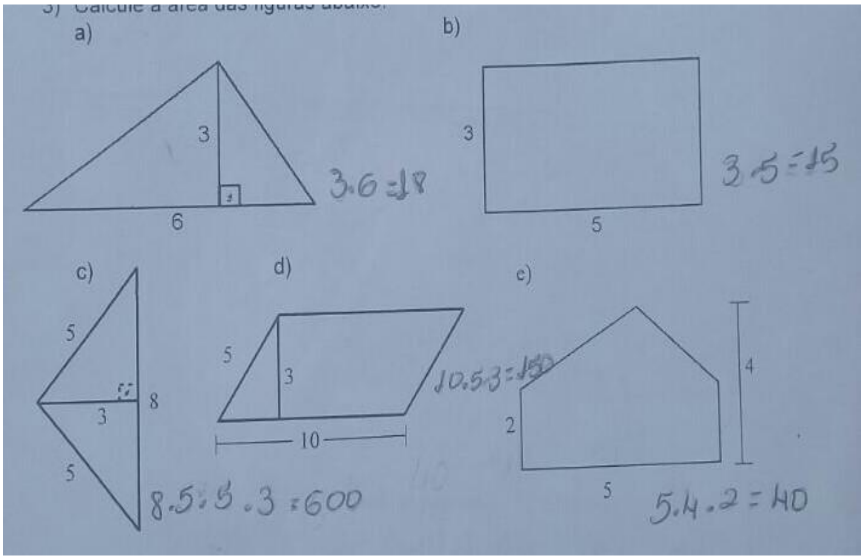
Nesta questão percebe-se que os alunos não dominavam as principais relações utilizadas no cálculo de área de figuras planas. Pois, somente 9 dos 40 alunos calcularam corretamente a área do polígono do item (b) e nenhum aluno calculou corretamente área dos polígonos dos outros itens. Por outro lado, como podemos verificar nas Figuras 7 e 8, vários alunos simplesmente pegaram os valores fornecidos e os multiplicaram ou somaram, sem demonstrar conhecimento do que estavam fazendo. Assim, mesmo os 9 alunos que acertaram o item (b) desta questão podem ter chegado a resposta correta sem que tivessem uma real consciência daquilo que estavam fazendo. Já na resposta apresentada na Figura 9, pode-se notar que o aluno tentou calcular o perímetro (mas nem sempre com êxito) e não a área das figuras fornecidas. Também houve outros tipos de respostas, mas não foi possível identificar a lógica do raciocínio que utilizaram.

Figura 7 – Resposta de um aluno para questão 3 do teste de sondagem



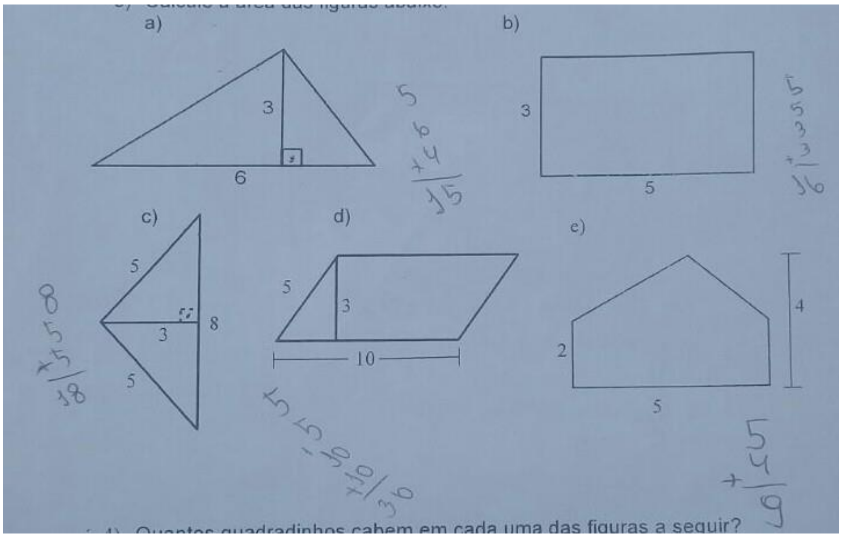
Fonte: O autor.

Figura 8 - Resposta de um aluno para questão 3 do teste de sondagem



Fonte: O autor.

Figura 9 - Resposta de um aluno para questão 3 do teste de sondagem

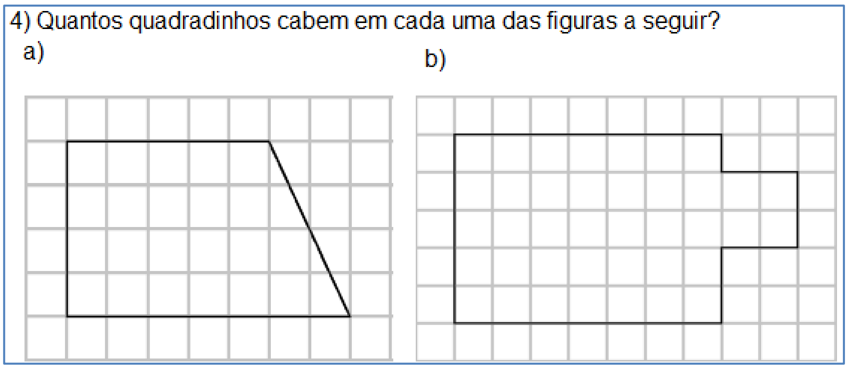


Fonte: O autor.

Observe que o resultado obtido na questão 3 reforça o fato de que os alunos da turma na qual essa pesquisa foi desenvolvida encontravam-se ainda no nível 0, visto que, para que fossem capazes de utilizar corretamente as fórmulas que possibilitam o cálculo das áreas das figuras apresentadas, estes precisariam, antes de tudo, identificar as partes que compõem estas figuras, isto é, saber o que é a altura de um triângulo ou de um paralelogramo, compreender que um triângulo possui três alturas e que cada altura está relacionada a um lado e que, ao utilizar a fórmula é preciso tomar a altura e o lado que se correspondem. Contudo, no nível 0, tudo o que os alunos possuem é uma visão global das figuras.

A quarta questão tinha como objetivo verificar a capacidade que os alunos tinham de obter a área de uma figura plana a partir da comparação com a área de uma outra figura tomada como referência, neste caso os quadrados que compõem a malha quadriculada. Isto é, verificar se os alunos têm a noção intuitiva de que a área de uma figura pode ser obtida verificando quantas vezes a figura que está sendo utilizada como unidade “cabe” dentro da figura cuja área se pretende determinar. Dessa forma, foram dadas duas figuras na malha quadriculada para os alunos contassem quantos quadradinhos cabiam em cada uma delas (Figura 10).

Figura 10 – Questão 4 do teste de sondagem



Fonte: O autor.

No item (a) dessa questão os alunos apresentaram quatro tipos de respostas: 22, 24, 26 ou 37. Nove alunos responderam 22, estes foram aqueles que contaram apenas os quadradinhos completamente contidos na figura. Cinco alunos responderam 26, estes foram aqueles que incluíram na contagem os quadradinhos parcialmente contidos na figura. Uma aluna respondeu 37, não sabemos que raciocínio ela usou para encontra esse valor. Já sobre os 25 alunos que chegaram na resposta esperada, isto é, 24, não se pode afirmar que o fizeram por compreenderem perfeitamente a noção de área, pois não sabemos a estratégia por eles utilizada. Aproximaram para 0,5 a área de cada um dos quadradinhos parcialmente contidos? Perceberam que a parte contida de dois dos quadradinhos era exatamente a parte não contida dos outros dois? Nos parece, contudo, que estes 25 alunos eram aqueles que apresentavam um conceito de área mais próximo daquele que gostaríamos que fosse atingido por todos.

Quanto ao item (b), 37 alunos chegaram a resposta esperada, que era 39, acredita-se que dois dos três alunos que não chegaram a esse resultado cometeram erros na hora de efetuar a contagem dos quadradinhos, obtendo 40 como resposta. Apenas uma aluna apresentou um resultado difícil de explicar, sua resposta foi 65.

Como nesta questão não pedimos a área das figuras tomando como unidade de medida a área dos quadrados que constituem a malha, mas o número de quadradinhos que “cabiam” dentro de cada figura, foram analisados aqui apenas os raciocínios envolvidos nos diferentes tipos de respostas que surgiram, sem nos preocuparmos com sua classificação em certos ou errados. Neste sentido, podemos dizer que esta foi a questão na qual os alunos obtiveram o melhor desempenho. Isso serviu de indicativo para a escolha da abordagem inicial utilizada para que os alunos compreendessem o conceito de área de uma figura plana, abordagem esta que veremos ao longo das próximas seções.

3.2.2 FASE 2

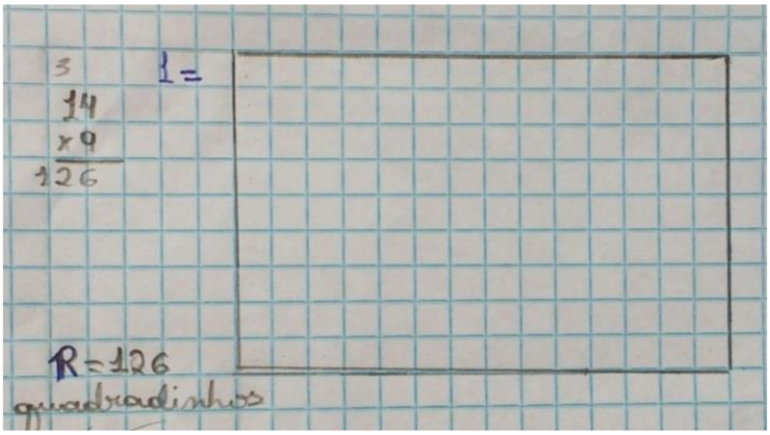
O segundo encontro com a turma, referente à fase 2 (orientação dirigida), aconteceu no dia 10 de novembro de 2017. Nesse dia, estavam presentes 40 dos 43 alunos da turma e foram realizadas seis atividades simples com respostas objetivas, de acordo com o nível verificado na fase anterior, para os estudantes irem se familiarizando com o conceito de área. Essas seis atividades, que são apresentadas no Apêndice B, foram distribuídas uma de cada vez para os alunos, e não em uma folha única, como poderia crer quem as vê reunidas nesse apêndice. Além disso, os comandos foram escritos no quadro pelo professor e somente as atividades 2 e 5 foram entregues de forma impressa para os alunos. A realização das atividades durou aproximadamente 80 minutos.

Faremos uma breve descrição de cada atividade que os alunos fizeram e apresentaremos algumas das construções dos mesmos, em seguida analisaremos as respostas dadas pelos educandos.

As duas primeiras atividades tinham como objetivo introduzir a ideia de que a área de um retângulo pode ser obtida por meio do produto da medida da base pela medida da altura.

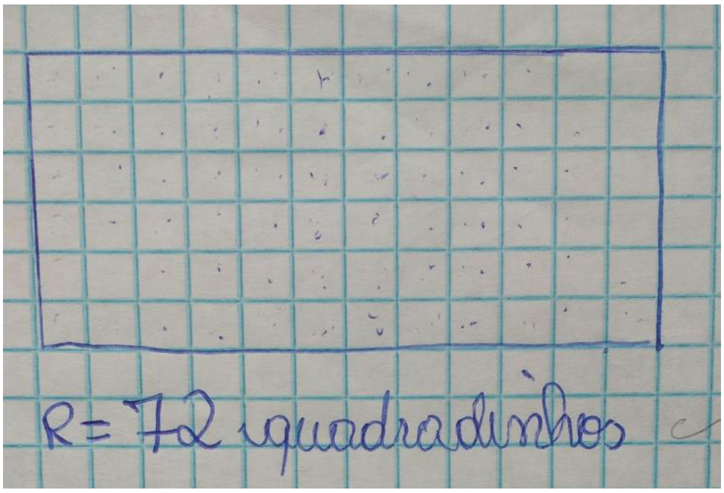
Primeiro foi solicitado aos alunos que construíssem no papel quadriculado um retângulo e depois contassem quantos quadradinhos cabiam nesse retângulo. Veja as figuras a seguir:

Figura 11 – Solução de um aluno para primeira atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Figura 12- Solução de um aluno para primeira atividade da fase 2

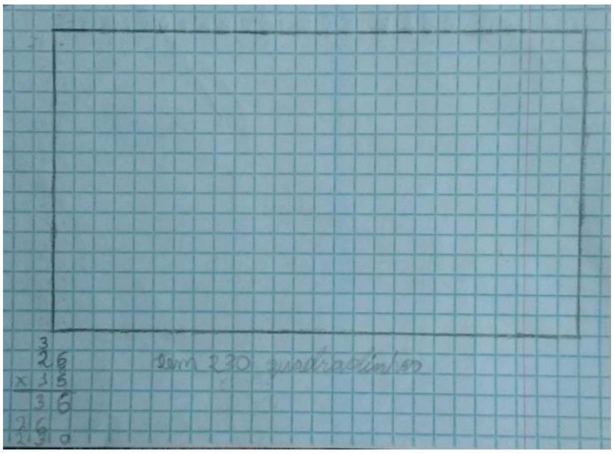


Fonte: O autor.

Todos os alunos desenharam corretamente o retângulo e construíram estes cuja com lados de medidas diferentes, sempre com os lados sobre as linhas do papel quadriculado e com o lado maior na horizontal, provavelmente porque essa é a memória visual que eles têm de um retângulo.

Dos 40 alunos, 28 contaram ou calcularam corretamente a quantidade de quadradinhos que continham os retângulos que construíram e 12 erraram a contagem ou o cálculo dessa quantidade (Figura 13). Na resolução dessa questão, observa-se a heterogeneidade da turma, pois alguns resolveram simplesmente fazendo a contagem, enquanto outros multiplicaram base pela altura.

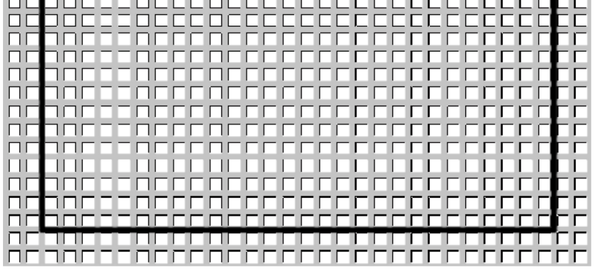
Figura 13- Solução de um aluno para primeira atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Como na primeira atividade a construção do retângulo era livre, isto é, o aluno poderia desenhar um retângulo do tamanho que achasse conveniente para fazer a contagem, na segunda atividade, foi distribuída aos alunos uma folha de papel que continha o retângulo de dimensões 16 x 28, apresentado na Figura 14 para que os mesmos contassem quantos quadradinhos cabiam no retângulo. Esse retângulo foi construído em dimensões que dificultassem a contagem dos quadradinhos um por um, tentando assim forçar os educandos a buscarem outra estratégia para realizar a contagem. Esperava-se que, desta forma, os alunos percebessem que haviam 16 fileiras com 28 quadradinhos em cada uma delas e que recorressem a multiplicação para encontrar a quantidade de quadradinhos, o que possibilitaria a eles, atribuir significado à fórmula que fornece a área de um retângulo cujas medidas da base e da altura são fornecidas, pelo menos no caso em que essas medidas são números inteiros.

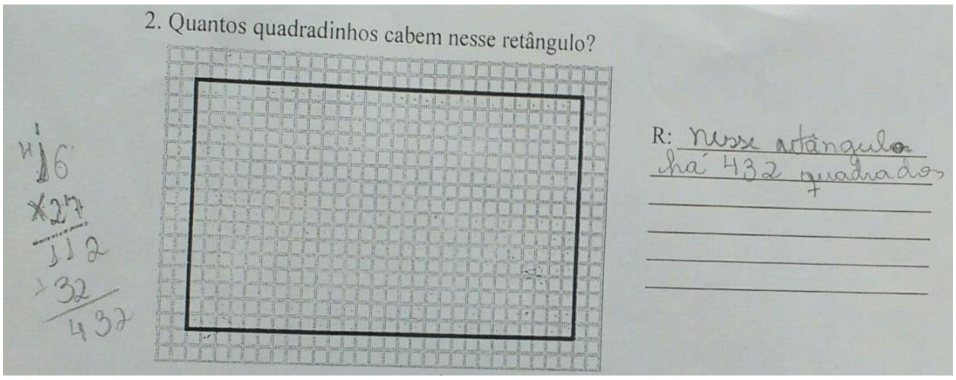
Figura 14 – Segunda atividade da fase 2



Fonte: O autor.

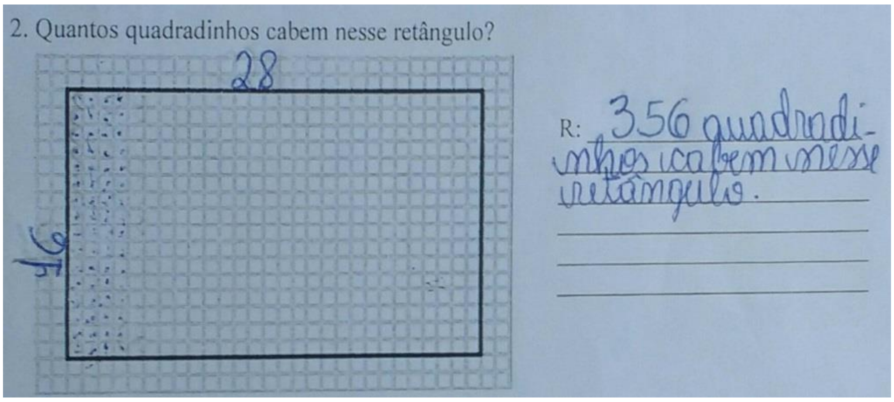
A seguir, apresentamos a resolução de dois alunos.

Figura 15 – Solução de um aluno para segunda atividade da fase 2



Fonte: O autor.

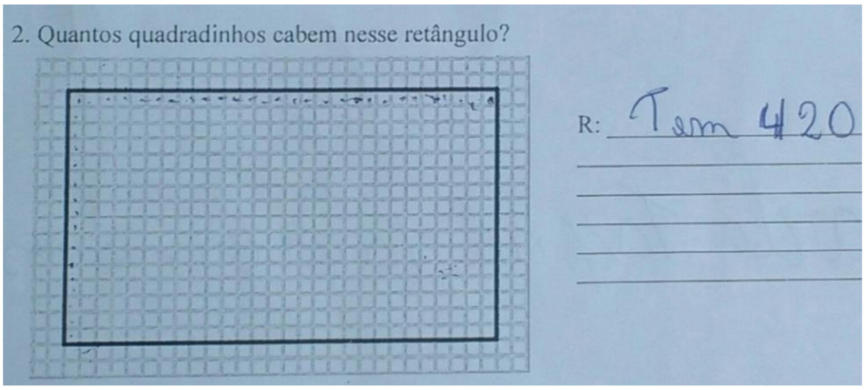
Figura 16 – Solução de um aluno para segunda atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Nessa atividade verificou-se um excelente desempenho dos alunos, 37 calcularam corretamente a quantidade de quadradinhos do retângulo e apenas 3 erraram a contagem. Observou-se também que alguns alunos multiplicaram a quantidade de quadradinhos da base do retângulo pela quantidade de quadradinhos da altura. Dos estudantes que erram, observou-se que uma aluna contou errado a quantidade de quadradinhos da base do retângulo (Figura 15), por esse motivo não chegou ao resultado correto. Quanto aos outros dois, embora não fique claro como chegaram ao resultado apresentado, nota-se que um deles aparentemente tentou efetuar a contagem dos quadradinhos um por um, mas se viu forçado a mudar de estratégia, utilizando as dimensões dos lados (Figura 16), já o outro, ao que tudo indica, buscou a estratégia de encontrar o resultado a partir da contagem da quantidade de quadradinhos da base e da altura (Figura 17).

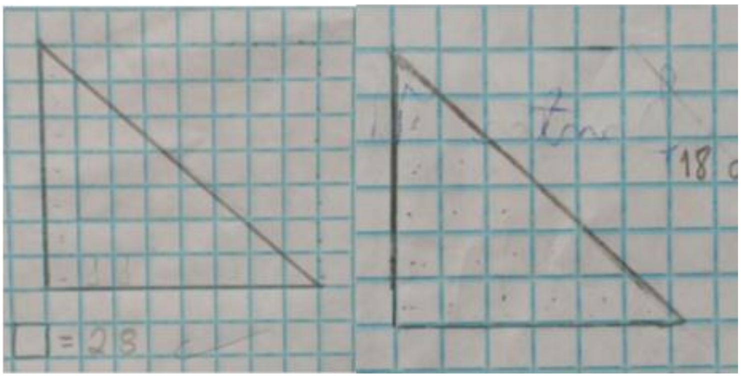
Figura 17 – Solução de um aluno para segunda atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Em seguida, foi solicitado para os alunos que construíssem no papel quadriculado um triângulo retângulo (antes de ser realizada esta atividade foi esclarecido o que é um triângulo retângulo) e solicitado que contassem quantos quadradinhos cabiam nesse triângulo. Veja as figuras feitas por dois alunos:

Figura 18 – Resposta de dois alunos para terceira atividade da fase 2



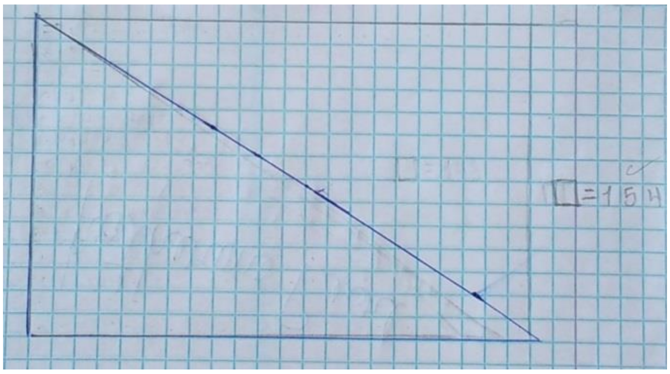
Fonte: O autor.

O objetivo desta atividade era introduzir, por meio de um caso particular mais simples, a ideia de que a área de um triângulo corresponde a metade da área de um retângulo.

Na correção da terceira atividade, verificou-se que 37 dos 40 alunos desenharam corretamente o triângulo retângulo, desenhando os catetos sobre as linhas do papel quadriculado. Uma aluna construiu um triângulo que não era triângulo retângulo e dois alunos presentes não fizeram essa atividade.

Como todo triângulo retângulo possui um retângulo associado a ele que tem os catetos do triângulo como lados, esperava-se que alunos fornecessem como resposta para esta atividade a metade do número de quadradinhos contidos neste retângulo. Apenas 13 alunos chegaram a quantidade de quadradinhos esperada de acordo com o triângulo que construíram e 5 chegaram a respostas que divergiam por um quadradinho ou por metade de um quadradinho, estes optaram por contar os quadradinhos um por um, elaborando estratégias de aproximação no caso de quadradinhos parcialmente contidos no triângulo, o que pode ter levado a falhas na contagem que explicam essa diferença. Além disso, ficou subentendido nas respostas de alguns discentes que eles usaram a estratégia esperada, isto é, formaram um retângulo cujos lados eram os catetos do triângulo retângulo e, para contar a quantidade de quadradinhos desse triângulo, calcularam a área do retângulo e dividiriam por dois (veja a Figura 19).

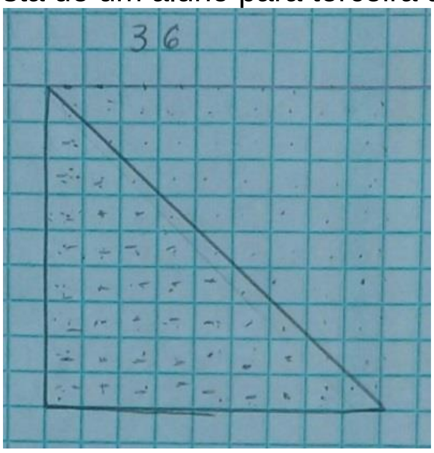
Figura 19 – Resposta de um aluno para terceira atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Também observamos que houve educando que contou somente os quadradinhos que estavam completamente contidos no triângulo, como é o caso do aluno que produziu o desenho da Figura 20. Note que este aluno obteve este resultado apesar de ter pontilhado os quadradinhos do retângulo associado ao triângulo que construiu.

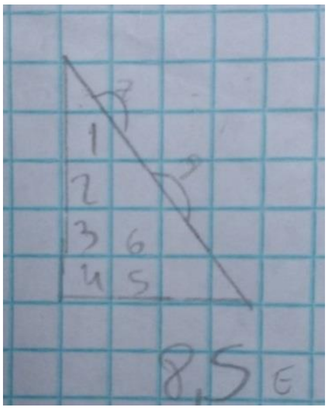
Figura 20 – Resposta de um aluno para terceira atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Percebemos ainda na resolução dessa atividade outro tipo de estratégia, o aluno primeiro contou os quadradinhos que estavam totalmente contidos no triângulo, depois foi agrupando as partes de modo a formar um quadradinho para incluir na contagem. A Figura 21 parece sugerir que o aluno utilizou a estratégia de agrupar quadradinhos incompletos, porém essa estratégia não foi utilizada de maneira adequada, pois as partes agrupadas não necessariamente completam um quadradinho, o que só ocorreria se o triângulo retângulo construído fosse isósceles.

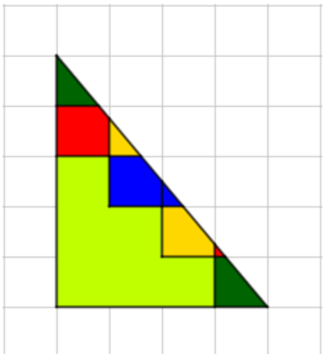
Figura 21 – Resolução de um aluno para terceira atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Para obter quadradinhos completos com o triângulo construído, o aluno deveria ter agrupado as partes que aparecem com a mesma cor na Figura 22.

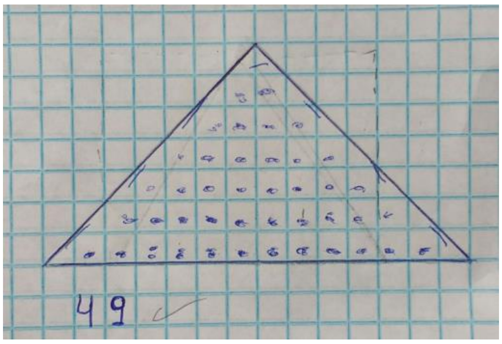
Figura 22 – Estratégia de resolução da terceira atividade da fase 2



Fonte: O autor.

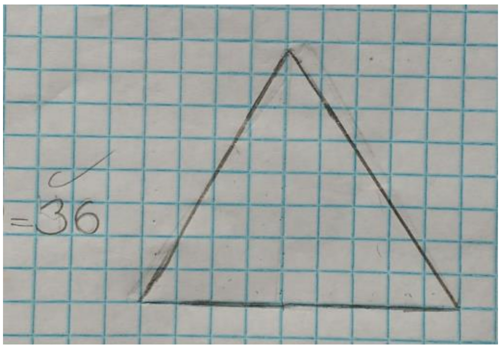
Na quarta atividade, foi solicitado aos alunos que construíssem no papel quadriculado um triângulo que não fosse um triângulo retângulo e contassem quantos quadradinhos cabiam nesse triângulo. Veja as figuras de dois alunos:

Figura 23 – Resposta de um aluno para quarta atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Figura 24 – Resposta de um aluno para quarta atividade da fase 2



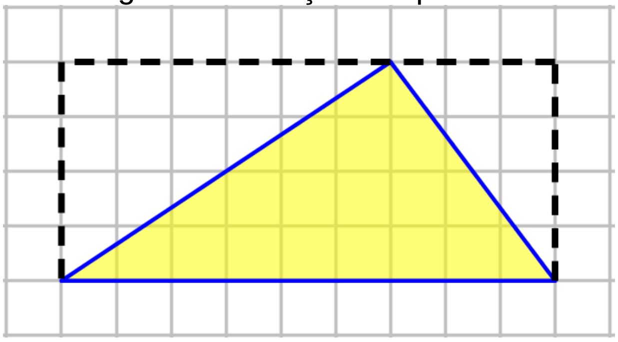
Fonte: O autor.

Na análise das resoluções da quarta atividade percebemos que praticamente todos os triângulos desenhados eram isósceles e os que não eram se assemelhavam a triângulos deste tipo. Além disso, todos esses triângulos tinham um dos lados na posição horizontal, quase sempre com o vértice oposto a esse lado ocupando a posição superior (Figuras 23 e 24), apenas três optaram por desenhar o triângulo “de cabeça para baixo”.

Não se impôs nenhuma exigência sobre a forma que deveria ter o triângulo construído, exceto que não fosse um triângulo retângulo. A forma sob a qual triângulos usualmente são representados foi a forma escolhida por praticamente todos os alunos. No entanto, 14 dos 40 alunos construíram triângulos retângulos. Talvez isso tenha ocorrido pelo fato de os alunos pensarem que triângulos na forma usual não são triângulos retângulos e por estes terem utilizado as diagonais dos quadradinhos do papel quadriculado para desenhar os lados que não estavam na posição horizontal.

Nesta atividade, como todos os triângulos foram construídos com um lado sobre uma das linhas horizontais da malha, a área dos triângulos poderia ser obtida simplesmente como sendo a metade da área do retângulo construído com a base coincidindo com o lado horizontal do triângulo e com o lado paralelo a esta base contendo o vértice do triângulo oposto ao lado horizontal (Figura 25).

Figura 25 – Estratégia de resolução da quarta atividade da fase 2

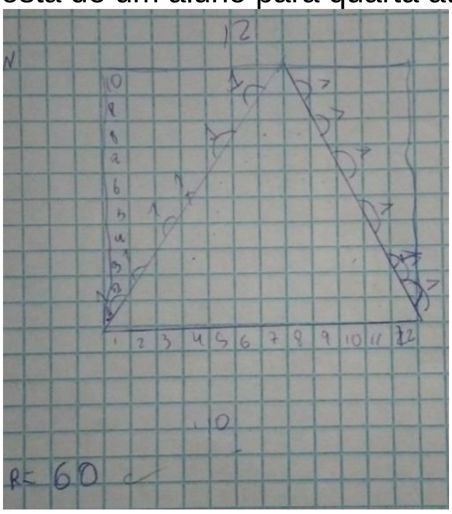


Fonte: O autor.

Dos 14 educandos que desenharam o triângulo retângulo, 10 chegaram ao resultado esperado, afinal, no caso de triângulos retângulos isósceles, os quadradinhos parcialmente contidos no triângulo correspondem sempre à metade de um quadradinho, o que facilita o processo de contagem.

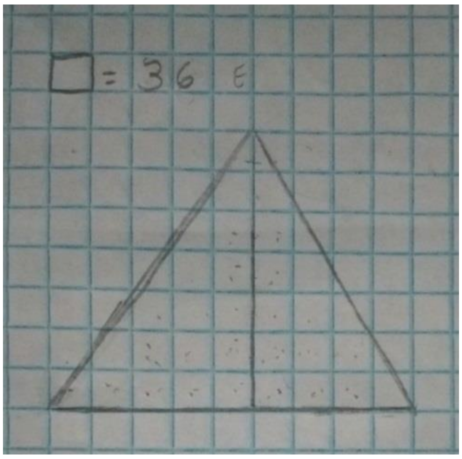
Quanto aos 26 alunos que não construíram triângulos retângulos, apenas 6 destes encontraram a quantidade de quadradinhos esperada e 3 encontraram um resultado próximo do esperado. Observamos ainda que a maioria dos alunos resolveu essa questão fazendo a contagem dos quadradinhos um a um; que 2 alunos inscreveram o triângulo em um retângulo como na Figura 26; e que uma aluna traçou a altura do triângulo em relação ao lado que estava na horizontal, não sendo, porém, possível identificar se ela usou ou não a medida da altura para encontrar a resposta (Figura 27).

Figura 26 – Resposta de um aluno para quarta atividade da fase 2



Fonte: O autor.

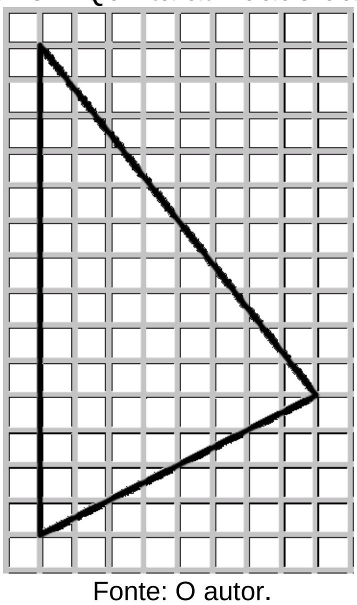
Figura 27 – Resposta de um aluno para quarta atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Como já era esperado que os alunos construíssem triângulos isósceles, na quinta atividade, optou-se por distribuir para os alunos um triângulo já impresso na malha quadriculada (Veja a Figura 28).

Figura 28 – Quinta atividade da fase 2

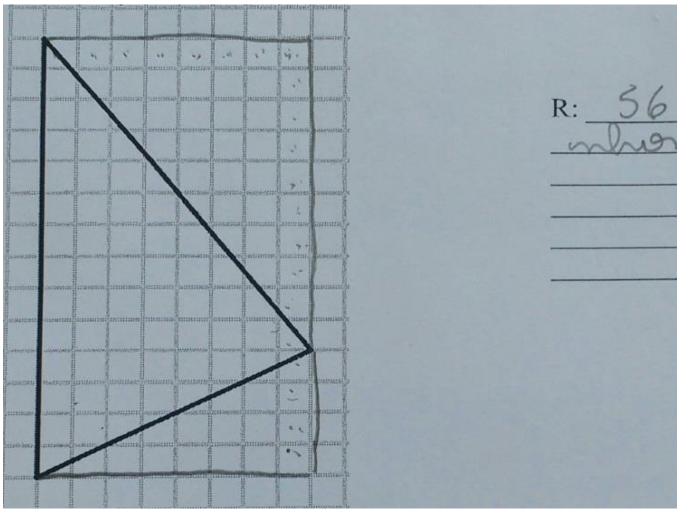


Fonte: O autor.

Isso dificultou a estratégia de contagem adotada por aqueles que inadvertidamente construíram triângulos retângulos isósceles na atividade anterior. Mesmo assim, apenas 5 alunos aparentemente adotaram a estratégia de calcular o número de quadradinhos como metade da quantidade de quadradinhos contidos no retângulo associado ao triângulo dado, sendo que apenas 4 destes chegaram ao resultado 56 (um destes é aquele cuja resolução é exibida na Figura 29).

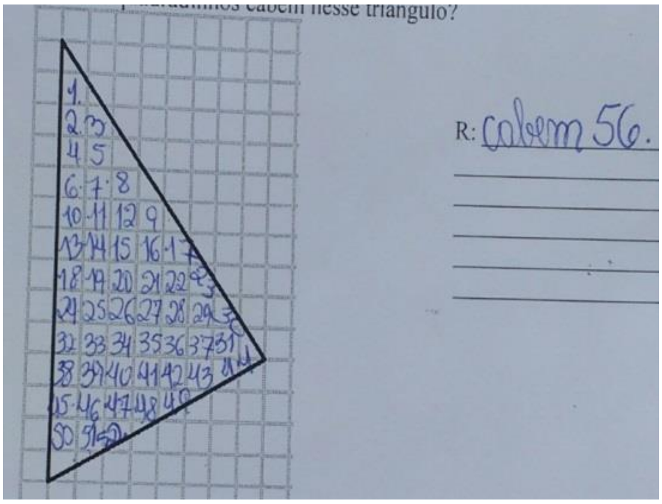
Acreditamos que um deles, que obteve o resultado 52, pode ter cometido algum erro de cálculo. Os outros 35 alunos aparentemente mantiveram as estratégias de contagem utilizadas na atividade anterior. Uma dessas estratégias está registrada na Figura 30.

Figura 29 – Resposta de um aluno para quinta atividade da fase 2



Fonte: O autor.

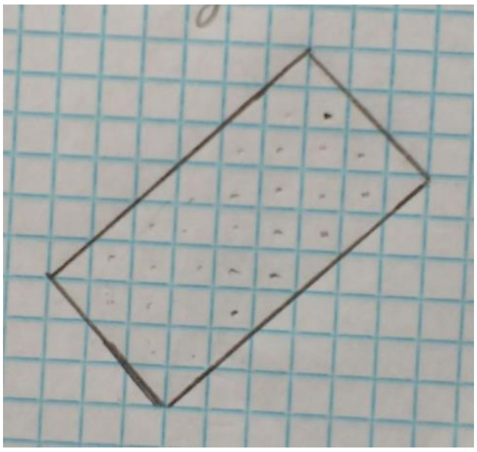
Figura 30 – Resposta de um aluno para quinta atividade da fase 2



Fonte: O autor.

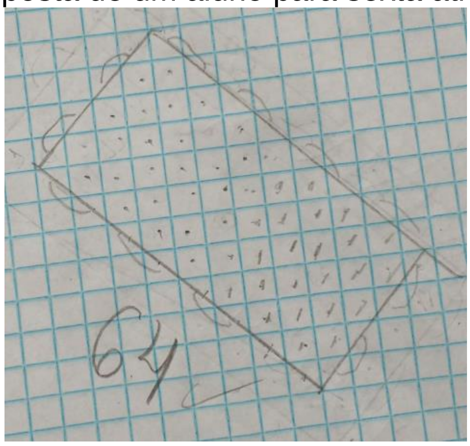
Por último, foi solicitado aos alunos que construíssem no papel quadriculado um retângulo de tal maneira que nenhum dos lados ficasse sobre as linhas do papel e tal que seus vértices fossem o encontro de duas linhas. Em seguida os mesmos deveriam contar quantos quadradinhos continha o retângulo desenhado por eles. Veja as construções de três alunos:

Figura 31 – Resposta de um aluno para sexta atividade da fase 2



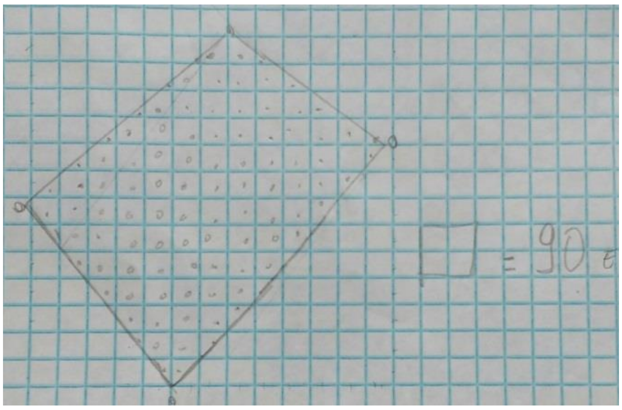
Fonte: O autor.

Figura 32 – Resposta de um aluno para sexta atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Figura 33 – Resposta de um aluno para sexta atividade da fase 2



Fonte: O autor.

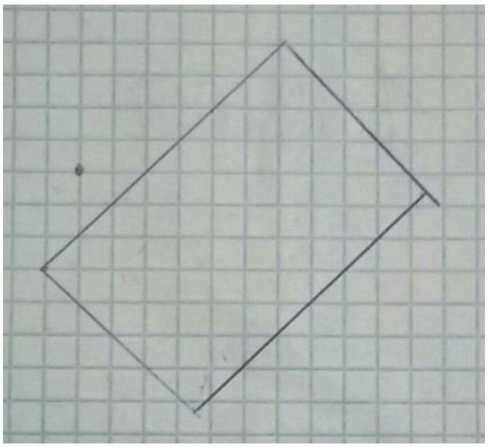
O objetivo desta sexta atividade era tornar menos trivial a tarefa de verificar a área dos retângulos por meio da contagem dos quadradinhos nele contidos. Note-se que, ao retirar os lados do retângulo das linhas da malha é possível obter lados cujas medidas não sejam necessariamente números inteiros.

Nesta atividade verificamos que 20 dos alunos construíram o retângulo de acordo com as orientações dadas (Figuras 31 e 32), 18 construíram um quadrilátero qualquer, como, por exemplo, aquele da Figura 33, e dois alunos não fizeram essa atividade. Também constatamos que 9 dos 20 alunos que construíram um retângulo obtiveram a quantidade esperada de quadradinhos, ou seja, o valor que corresponderia a área do retângulo caso tomássemos os quadradinhos da malha como unidade de medida. Nenhum daqueles que construíram um quadrilátero qualquer encontrou uma quantidade de quadradinhos correspondente a área desses quadriláteros. Além disso, observamos que a maioria dos alunos resolveu essa questão fazendo a contagem dos quadradinhos. Não ficou evidente se algum dos alunos resolveu essa questão fazendo a multiplicação da base pela altura.

Todos os educandos que construíram um retângulo como solicitado desenharam este com os lados sempre passando pelas diagonais dos quadradinhos da malha quadriculada, visto que isso facilitava o cálculo da quantidade de quadradinhos por meio do processo de contagem, uma vez que, dessa forma, os quadradinhos parcialmente contidos no retângulo ficavam divididos em duas partes iguais. Observe novamente as Figuras 31 e 32.

Além disso, percebemos nessa atividade, assim como nas outras, a falta de destreza de alguns discentes para construir o que lhes foi solicitado, principalmente para colocar os vértices dos polígonos sobre a interseção das linhas do papel quadriculado. Observe a Figura 34.

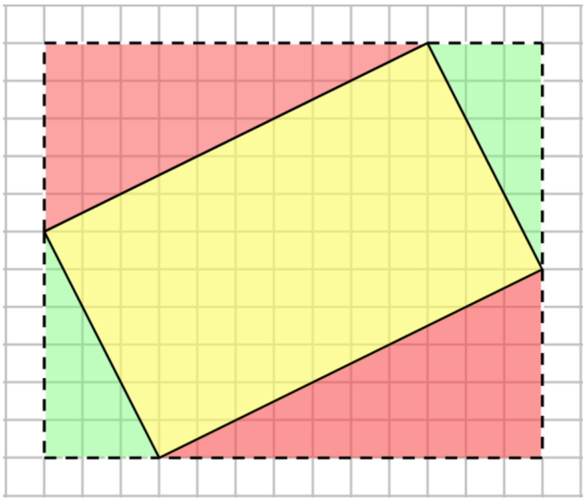
Figura 34 – Resposta de um aluno para sexta atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Para calcular a quantidade adequada de quadrinhos que representa a área do retângulo construído pelos alunos de acordo com as orientações dadas, uma estratégia possível de resolução para essa atividade consistia em inscrever o retângulo, representado na Figura 35 pela cor amarela, em outro retângulo, destacado pela linha pontilha, de maneira que os vértices do retângulo inscrito ficassem sobre os lados do retângulo circunscrito. Feito isso, o educando calcularia a área do retângulo circunscrito, em seguida calcularia a área de cada triângulo retângulo, por último faria a subtração entre a área do retângulo circunscrito e a soma das áreas dos triângulos. O resultado dessa operação fornece área do retângulo construído (retângulo inscrito).

Figura 35 – Estratégia de Resolução da sexta atividade da fase 2



Fonte: O autor.

Observando ainda a Figura 35 nota-se que temos dois pares de triângulos retângulos congruentes registrados pela mesma cor, unindo as hipotenusas desses pares formam-se retângulos cujas áreas podem ser calculadas de forma ainda mais direta.

Embora o enfoque desta atividade não fosse calcular a área do retângulo como o produto da base pela altura, este poderia perfeitamente ser um dos objetivos da mesma, e permitiria aos alunos obterem uma experiência que reforçaria a ideia de que a fórmula usualmente utilizada para o cálculo da área de retângulos não se limita ao caso em que as medidas dos lados são números inteiros. Apesar de não se constituir em uma demonstração formal, mostrar aos alunos que a área obtida é a mesma, quer se adote a estratégia apresentada na Figura 35, quer se opte pela multiplicação da base pela altura, é uma maneira de produzir experiências que prepararão o aluno para aceitar melhor uma demonstração mais rigorosa que venha a ser feita futuramente.

Entretanto, para multiplicar a base pela altura na situação proposta nesta atividade, seria necessário antes calcular as medidas destas dimensões, o que demanda o conhecimento do Teorema de Pitágoras, assunto ainda não abordado com os alunos da turma com a qual se estava trabalhando.

Acredita-se que, com alunos da faixa etária em questão (a maioria com 12 anos), seria possível trabalhar o Teorema de Pitágoras. Porém, para fazer isso de uma forma que não fosse meramente mecânica, seria necessário demandar uma quantidade de tempo da qual não dispúnhamos e trabalhar mecanicamente não nos parecia ser uma opção condizente com nossos objetivos. O caminho que não foi trilhado aqui, contudo, parece ser viável e até recomendável, desde que o professor disponha do tempo necessário para a introduzir os conceitos necessário ou que se esteja trabalhando com alunos de anos mais avançados e que já estejam familiarizados com o Teorema de Pitágoras.

Com as atividades desenvolvidas nesta fase os alunos foram se familiarizando de maneira gradual com o conceito e o cálculo de área que estava sendo trabalhado na pesquisa. Através das atividades alguns estudantes perceberam que para calcular a área do retângulo basta fazer a multiplicação entre os valores que representa a medida do comprimento (base) e a medida da largura (altura) do retângulo. Além disso, por meio do direcionamento dado pelas atividades, os estudantes foram induzidos a perceber que área do triângulo é a metade da área de um retângulo de mesma base e altura. Veremos, na descrição da próxima fase, como o professor orientou os alunos para o aprofundamento destas ideias.

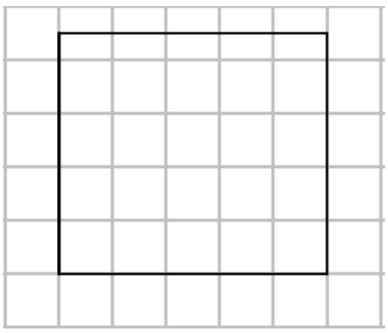
3.2.3 FASE 3

Nessa fase, que é a da explicação, foi realizada a socialização das atividades que os alunos fizeram na fase 2. Ela durou aproximadamente 80 minutos. O professor foi fazendo perguntas com o objetivo de instigar os discentes e conforme as respostas surgiam, quando necessário, intervinha para orientá-los quanto ao uso da linguagem adequada.

Primeiro, foi perguntado para os alunos como tinham feito para contar a quantidade de quadradinhos do retângulo. Alguns responderam que contaram um por um e outros falaram: “contamos quantos tinham, assim e assim (movimentando as mãos na horizontal e depois na vertical) e multiplicamos”. Nesse momento, foi feita uma intervenção para explicar que um dos lados do retângulo é chamado de base e outro de altura.

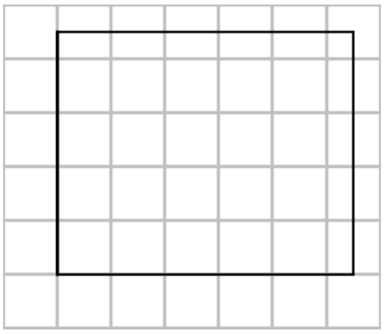
Em seguida, foi questionado se essa maneira de contar a quantidade de quadradinhos, usando a multiplicação, serve para qualquer retângulo. Não houve unanimidade: alguns disseram que sim, outros disseram que não e alguns não opinaram. O professor projetou então na lousa a malha quadriculada do *GeoGebra* e construiu um retângulo de dimensões 5 x 4,5 (Figura 36), a seguir pediu para os alunos que tinham calculadora que fizessem a conta e para que um dos alunos viesse ao quadro e contasse a quantidade de quadradinhos para que vissem se as respostas coincidiam. O professor explicou que o aluno que foi ao quadro poderia unir duas metades de quadradinho para formar um quadradinho inteiro na hora de realizar a contagem. O professor apresentou ainda mais um exemplo, dessa vez de um retângulo de dimensões 5,5 x 4,5 (Figura 37) e chamou outro aluno para realizar a contagem. Nesse exemplo, foi necessária a intervenção do professor para explicar que ¼ de quadrado corresponde a 0,25. Após estes dois exemplos os alunos perceberam que os valores exibidos pelas calculadoras correspondiam aqueles obtidos por meio da contagem de quadradinhos e partes de quadradinhos feitas no quadro pelos colegas. Assim, o professor explicou para a turma que o produto da base pela altura de um retângulo fornece a área deste mesmo quando suas dimensões não são números inteiros.

Figura 36 – Retângulo 5 por 4,5



Fonte: O autor.

Figura 37 – Retângulo cujos lados são números decimais



Fonte: O autor.

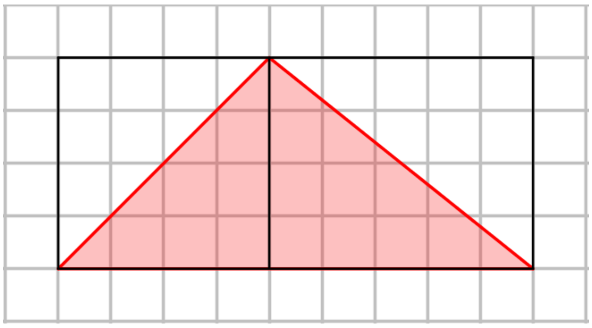
Além disso, foi explicado para os alunos que, quando eles estão contando a quantidade de quadradinhos que cabem no retângulo, os mesmos estão calculando a área do retângulo e que o quadradinho representa a unidade de área.

Os alunos foram questionados então sobre como haviam realizado a contagem de quadradinhos do triângulo retângulo. Alguns falaram que contaram quadradinho por quadradinho. Então, foi feito o questionamento: “Mas nem todos os quadradinhos estão completos. Como fizeram?”. Os alunos disseram que foram agrupando as partes de maneira que completassem um quadradinho que pudesse ser incluído na contagem. Outros contaram quantos quadradinhos tinham a base e a altura do triângulo e então multiplicaram e dividiram por dois.

Foi feito então a seguinte pergunta: “Como vocês fizeram para contar a quantidade de quadradinhos do triângulo não retângulo?”. Alguns explicaram que foram fazendo a contagem de um em um, enquanto outros se serviram da dica dada pelo professor de pensar que o triângulo estava inscrito num retângulo e que a quantidade de quadradinhos desse retângulo poderia ser dividida por dois.

O professor lançou mais uma pergunta: “O que garante que a quantidade de quadradinhos do triângulo é a metade da quantidade do retângulo?”. E deixou que os alunos pensassem um pouco. Como não houve resposta, este construiu um triângulo no GeoGebra e o inscreveu num retângulo. Em seguida traçou a altura do triângulo e chamou a atenção dos alunos para o fato de que a mesma dividia o retângulo em dois menores e que uma parte do triângulo tinha ficado em um retângulo e outra parte no outro retângulo e que cada parte era metade do retângulo que a continha. Veja a Figura 38.

Figura 38 – Visualização de que a área do triângulo é a metade da área do retângulo



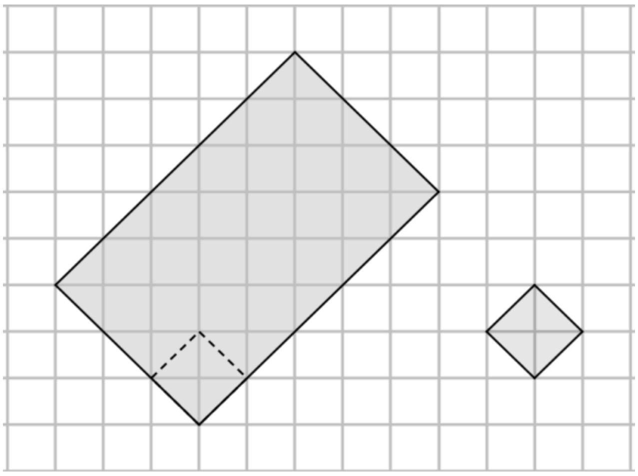
Fonte: O autor.

Tendo em vista o fato de que, na quarta atividade alguns alunos construíram, sem se dar conta, triângulos retângulos, o professor construiu no GeoGebra um triângulo retângulo isósceles com a hipotenusa na horizontal, como os que foram construídos pelos alunos e perguntou se esse triângulo era retângulo. A maioria dos alunos responderam que não ou permaneceram calados. Ninguém afirmou que o triângulo construído pelo professor era retângulo. Então, usando a ferramenta do GeoGebra para medir ângulos, o professor mostrou que o triângulo construído por ele era um triângulo retângulo e esclareceu a definição de triângulo isósceles.

Para finalizar essa fase, o docente perguntou aos discentes como haviam feito para contar a quantidade de quadradinhos do retângulo inclinado. Eles responderam que contaram um por um. Nesse momento, o docente relembrou aos discentes como haviam concluído na primeira atividade que, para calcular a área de qualquer retângulo, bastava multiplicar a base pela altura.

O professor comentou com os alunos a respeito de outra estratégia para descobrir a quantidade de quadradinhos, tendo em vista que todos os que conseguiram desenhar um retângulo na malha construíram os lados deste sobre as diagonais dos quadradinhos. Esta estratégia consistia em, ao invés de utilizar os quadradinhos da malha como unidade de medida, utilizar os quadradinhos que possuíam como lado a diagonal dos quadradinhos da malha (Veja a Figura 39). Desta forma, os lados do retângulo possuiriam medida inteira como no caso anteriormente resolvido por eles de retângulos com os lados sobre a malha e vértices nas interseções. O professor então ressaltou que como a nova unidade escolhida possuía o dobro da área da unidade anterior, bastaria então multiplicar por 2 o valor obtido para retornar a unidade que vinha servindo como referência, ou seja, os quadradinhos da malha. É importante notar que esta forma de resolução não é válida para o caso geral, mas somente para retângulos cujos lados estiverem sobre as diagonais de quadradinhos da malha.

Figura 39 – Retângulo Inclinado



Fonte: O autor.

Aproveitou-se a oportunidade para explicar para os alunos que a área de uma mesma figura pode ser presentada por números diferentes, pois não passa de um valor numérico associado a essa figura e que depende da unidade de medida escolhida.

Como pode ser observado, nesta fase, procurou-se fomentar discussões entre os alunos tomando como base as experiências advindas das atividades desenvolvidas na fase anterior. O processo de reflexão provocado nesta fase foi de fundamental importância para prepará-los para a fase seguinte, na qual deveriam entrar em contato com atividades mais complexas.

3.2.4 FASE 4

No dia 29 de novembro de 2017, aconteceu o quarto encontro com a turma, referente à fase 4 (orientação livre) da aprendizagem, que durou aproximadamente 80 minutos. Nesse dia, estavam presentes trinta e nove alunos, os mesmos realizaram uma atividade subdividida em cinco itens (Apêndice C). Diferentemente do que aconteceu na fase 2, as atividades desta fase foram entregues impressas em uma única folha frente e verso.

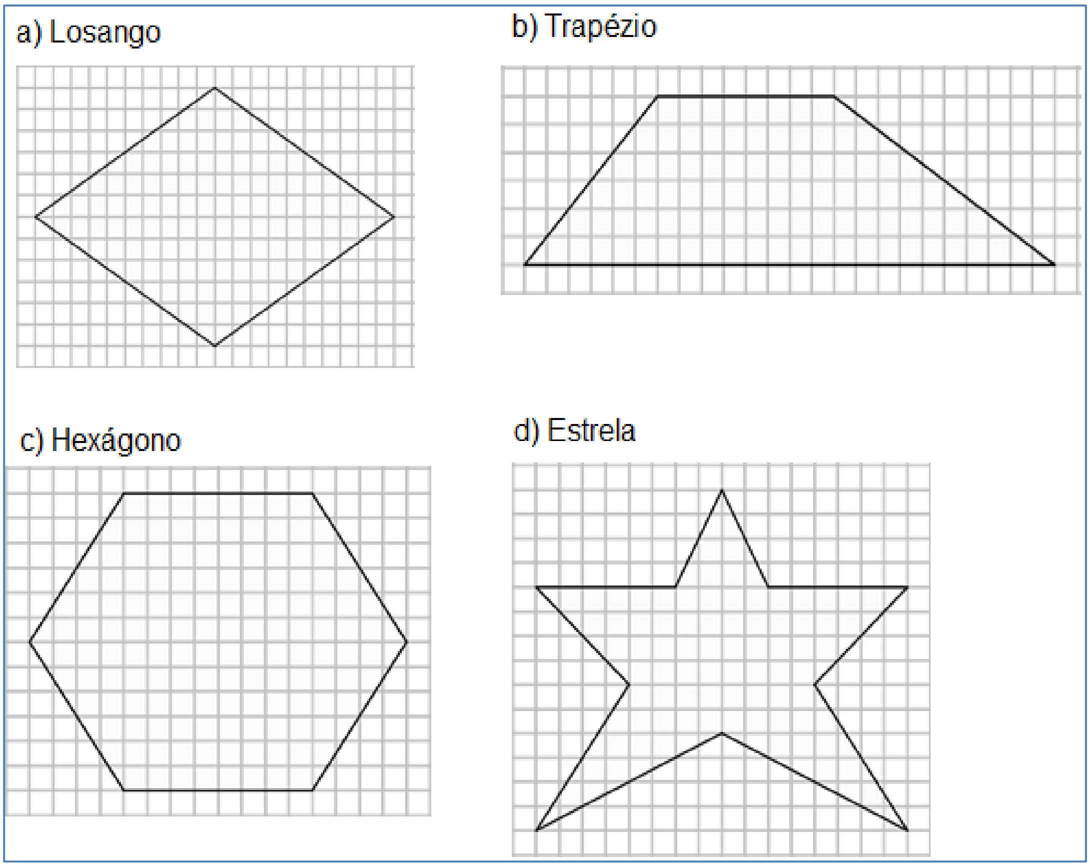
Essa atividade exigia que os alunos dividissem adequadamente as figuras em retângulos ou triângulos de tal forma que recaíssem nos casos vistos anteriormente, ou seja, que resolvessem os problemas por etapas, até encontrar a resposta final. O objetivo das quatro primeiras atividades era justamente desenvolver no aluno esta percepção, familiarizando-os com figuras com as quais estudarão com maior profundidade futuramente como losangos, trapézios e polígonos em geral, enfatizando a busca por suas áreas sem, contudo, priorizar a apresentação de fórmulas prontas voltadas para cálculo de suas áreas, as quais, muitas vezes, são apresentadas de maneira mecânica, em um contexto no qual o aluno, ao invés de construir e traçar estratégias meramente insere valores onde antes apareciam letras sem necessariamente compreender o que está fazendo.

A pergunta feita foi: “Quantos quadradinhos cabem em cada uma das figuras abaixo?”. Na terceira fase, foi explicado para os alunos que significado estava sendo atribuído aqui à expressão “caber quadradinhos”, de modo que, nesta fase, já deveria estar claro para os alunos que não se desejava saber quantos quadradinhos inteiros apareciam dentro da figura (valor mínimo que se pode esperar como resultado de um processo de contagem), nem contabilizar estes junto com aqueles que estavam parcialmente contidos como se fossem inteiros (valor máximo que se pode esperar como resultado de um processo de contagem). Assim, o esclarecimento feito pelo professor foi de que o que estava sendo trabalhado era o cálculo da área das figuras, tomando um quadradinho da malha como unidade de medida de área. Logo, nesta fase, a ideia de contar quadradinhos foi extrapolada para o conceito de área de figuras planas, especialmente, no que diz respeito ao quinto item desta atividade.

De uma forma mais intuitiva, o que se esperava era que os alunos imaginassem que tinham vários quadradinhos disponíveis para colar sobre a figura de modo que a pergunta seria então: “Quantos quadradinhos precisaríamos utilizar para cobrir completamente a figura supondo que pudéssemos recortar esses quadradinhos em partes menores para encaixá-los nas partes em que não coubessem quadradinhos inteiros? ”. Note-se que seria preciso levar em conta o fato de que, ao final deste processo, depois de termos possivelmente utilizado vários quadradinhos inteiros, poderíamos ainda ter utilizado apenas mais uma fração de quadradinho, que seria também contabilizada.

Percebe-se a similaridade dos objetivos dos quatro primeiros itens da atividade proposta para essa fase, bem como das estratégias adotadas pelos alunos para resolvê-los, eles estão representados na Figura 40.

Figura 40 – Os quatros primeiros itens da atividade da fase 4



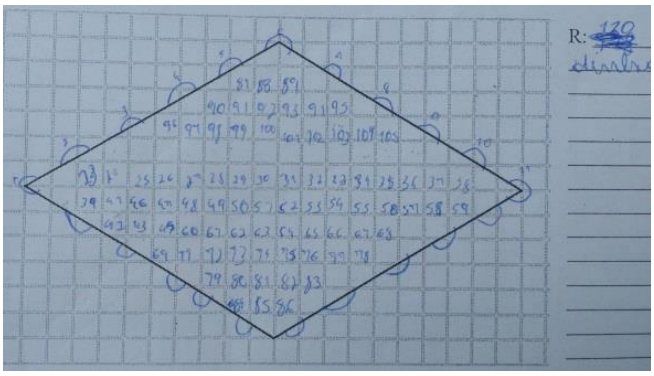
Fonte: O autor.

Analisando os registros deixados pelos alunos nos quatro primeiros itens da atividade proposta para a quarta fase verificamos a utilização de duas estratégias distintas, algumas vezes utilizadas de forma mesclada:

1. A redução do problema atual aos problemas anteriormente trabalhados, isto é, a decomposição ou ampliação da figura para que surjam retângulos ou triângulos, cuja área já se sabe calcular com auxílio do quadriculado;
2. O processo de contagem dos quadradinhos.

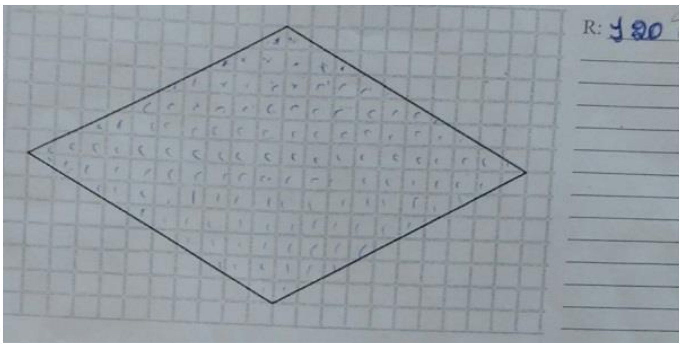
Nestes quatro itens a estratégia 1 parece ter prevalecido, embora o uso da estratégia de contagem não tenha sido completamente abandonado pelos alunos nesta fase, como indicam as Figuras 41, 42, 43, 44 e 45.

Figura 41 – Resolução de um aluno para calcular a área do losango



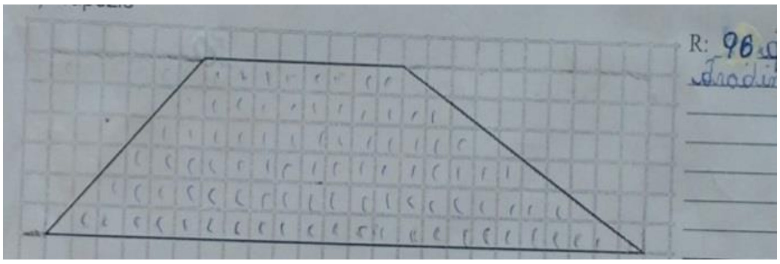
Fonte: O autor.

Figura 42 – Resolução de um aluno para calcular a área do losango



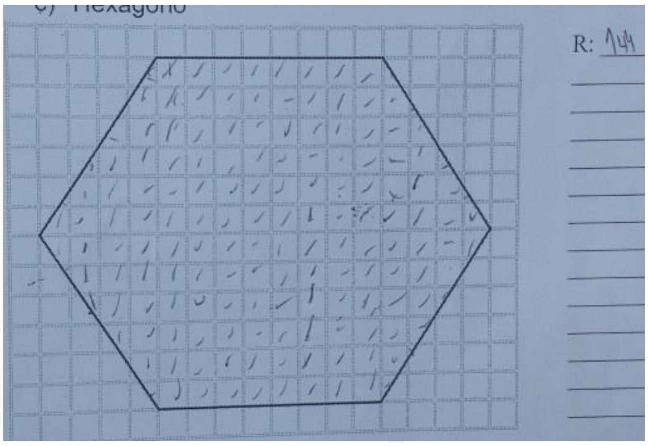
Fonte: O autor.

Figura 43 – Resolução de um aluno para calcular a área do trapézio



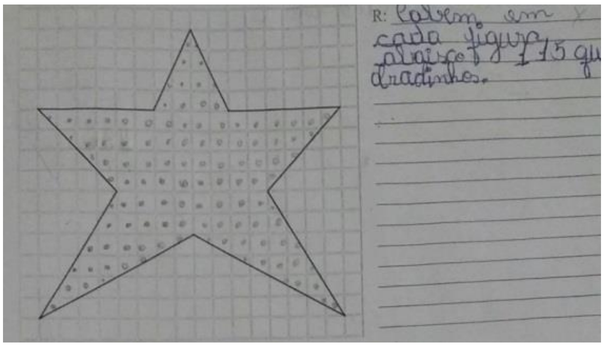
Fonte: O autor.

Figura 44 – Resolução de um aluno para calcular a área do hexágono



Fonte: O autor.

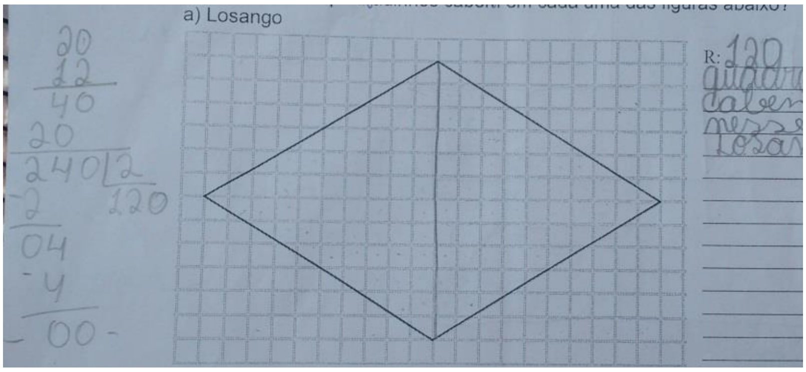
Figura 45 – Resolução de um aluno para calcular a área da estrela



Fonte: O autor.

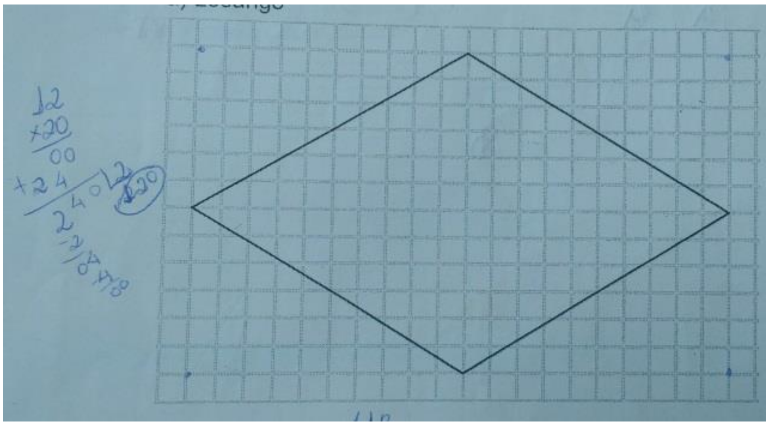
Mas, como foi dito, a estratégia 1 foi a que prevaleceu. No caso do item (a), por exemplo, seis alunos deixaram registrada a conta $20 \times 12 = 240$ e depois de dividir este resultado por 2, chegam ao valor procurado, 120 (observe as Figuras 46, 47 e 48). É possível que esses alunos tenham calculado a área do retângulo que circunscreve o losango e cujos lados são paralelos às suas diagonais como indica a Figura 48.

Figura 46 – Resolução de um aluno para calcular a área do losango



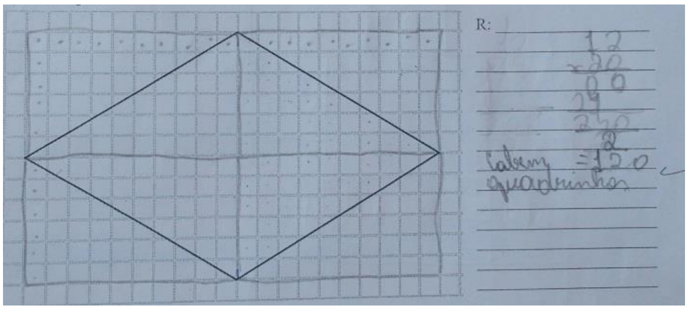
Fonte: O autor.

Figura 47 – Resolução de um aluno para calcular a área do losango



Fonte: O autor.

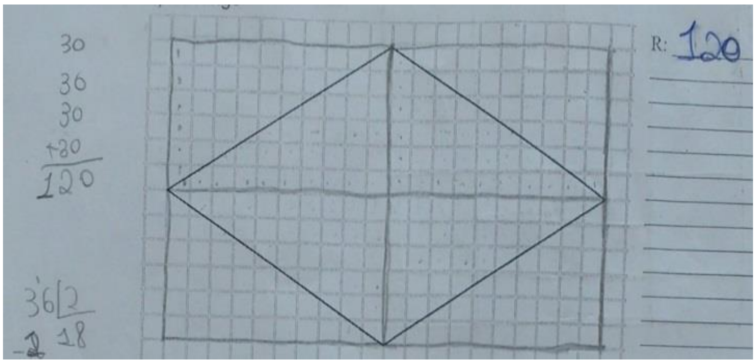
Figura 48 – Resolução de um aluno para calcular a área do losango



Fonte: O autor.

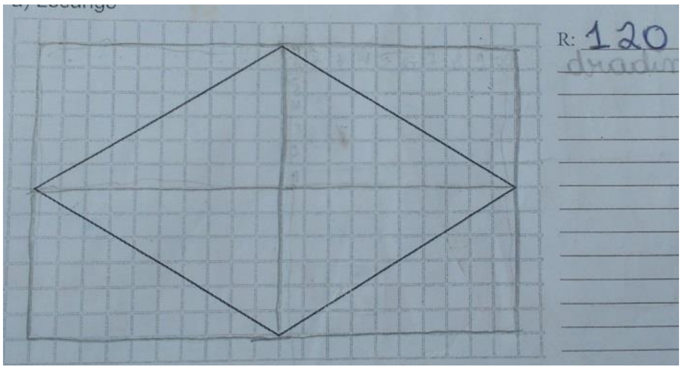
Dois alunos parecem ter calculado a área dos quatro triângulos que surgem quando são traçadas as diagonais do losango, como mostram as Figuras 49 e 50.

Figura 49 – Resolução de um aluno para calcular a área do losango



Fonte: O autor.

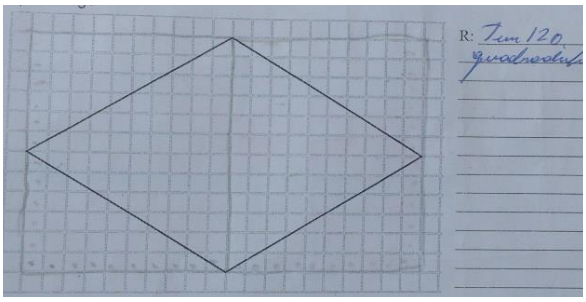
Figura 50 – Resolução de um aluno para calcular a área do losango



Fonte: O autor.

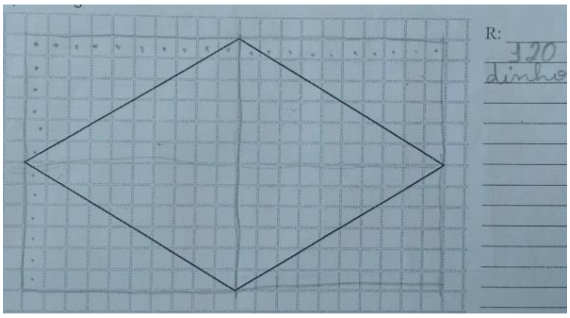
Em outros casos, embora os registros não deixem claro qual foi exatamente a estratégia adotada pelos alunos, percebe-se claramente que a maioria deles recorreu a estratégia 1, mesmo que, algumas vezes mesclada à contagem. Observe as Figuras 51, 52 e 53.

Figura 51 – Resolução de um aluno para calcular a área do losango



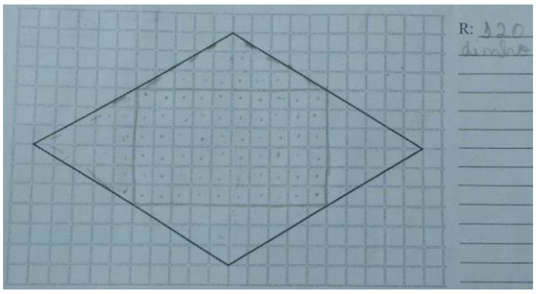
Fonte: O autor.

Figura 52 – Resolução de um aluno para calcular a área do losango



Fonte: O autor.

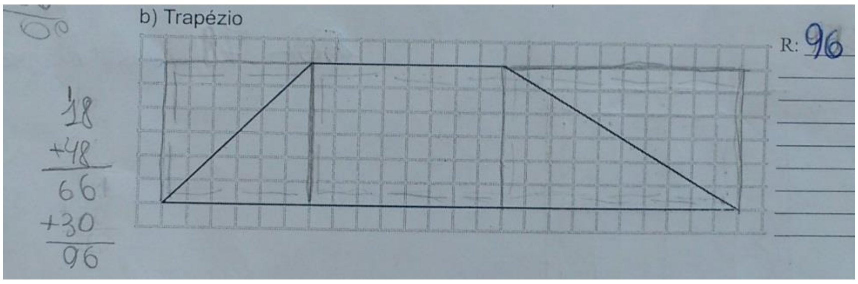
Figura 53 – Resolução de um aluno para calcular a área do losango



Fonte: O autor.

No caso do item (b), percebeu-se uma uniformidade maior no uso da estratégia 1, visto que quase todos os alunos que adotaram essa estratégia dividiram o trapézio como mostrado na Figura 54.

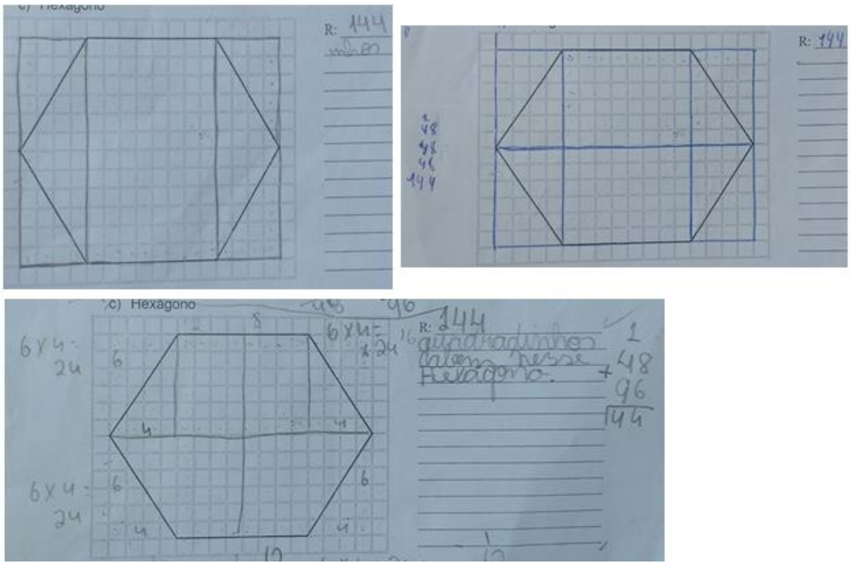
Figura 54 – Resolução de um aluno para calcular a área do trapézio



Fonte: O autor.

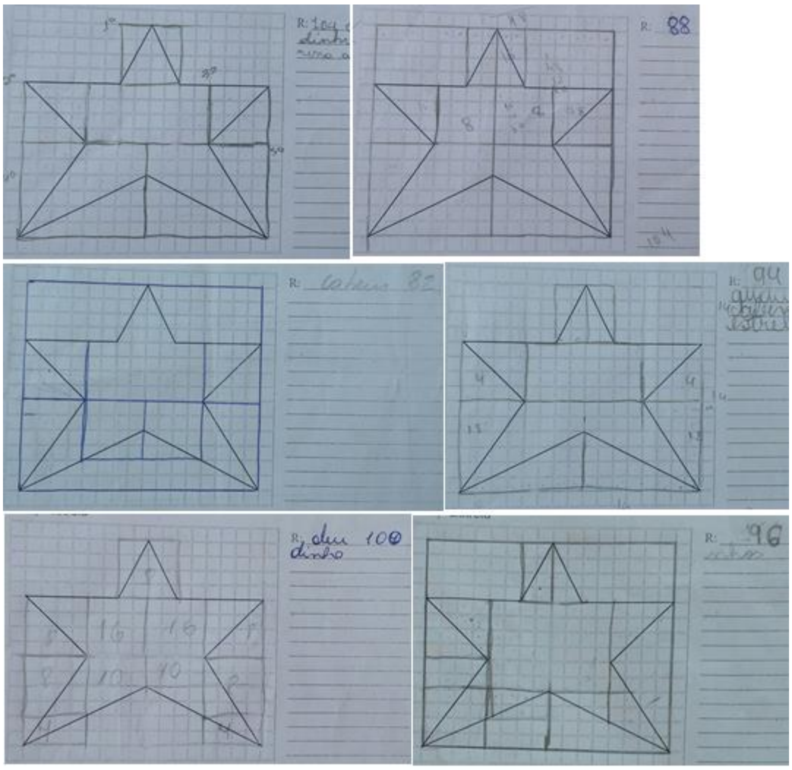
Embora no item (c) seja possível perceber uma variedade maior de soluções que no item (b), como mostram a Figura 55, que apresentam os padrões de divisão que mais se repetiram neste item, é no item (d) que se pode perceber a maior variedade de estratégias entre os alunos, como mostram a Figura 56.

Figura 55 – Resolução de três alunos para calcular a área do hexágono



Fonte: O autor.

Figura 56 – Resolução de seis alunos para calcular a área da estrela

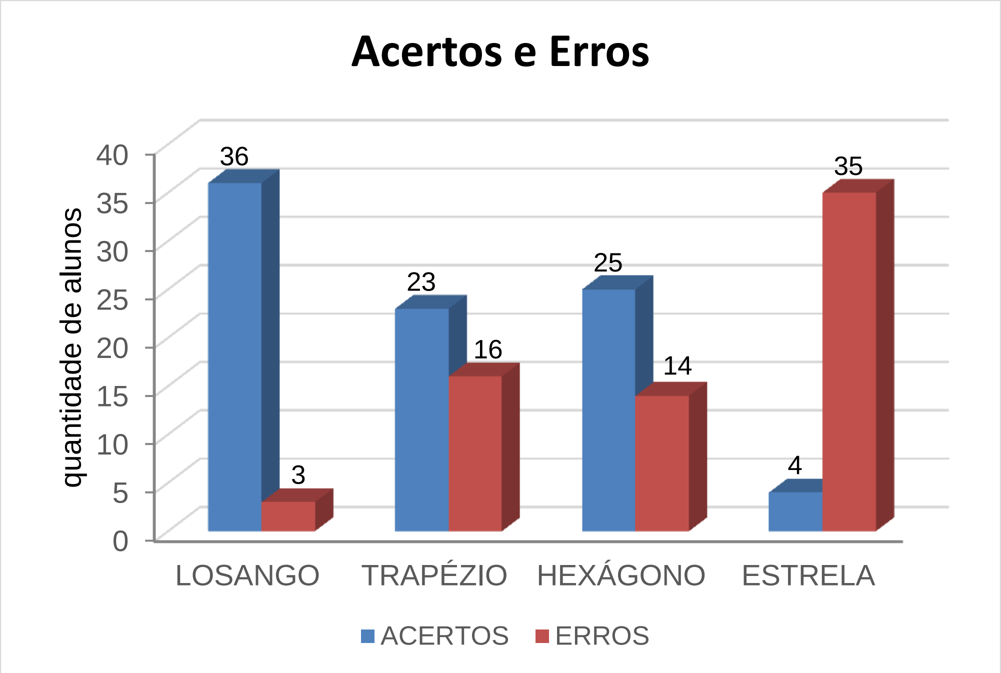


Fonte: O autor.

Nas resoluções apresentadas pelos educandos para esses itens ficou claro que os mesmos estão utilizando o conhecimento e a experiência adquirida nas fases anteriores, pois dividiram os polígonos em triângulos e/ou retângulos, isto é, resolveram por etapas, atendendo as características desta fase do modelo.

Uma vez lançado o olhar sobre as estratégias adotadas pelos alunos nos quatro primeiros itens desta atividade, podemos agora analisar as dificuldades encontradas por estes a partir da quantidade de erros e acertos representada no Gráfico 19.

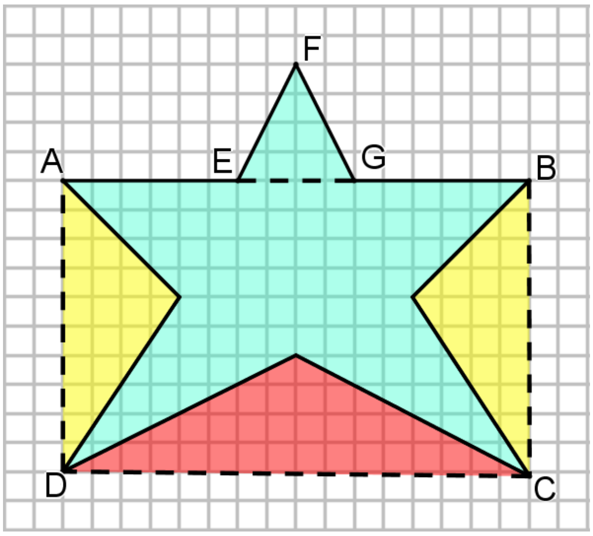
Gráfico 19 - Quantitativo de acertos e erros nos quatro primeiros itens.



Fonte: O autor.

Como era de se esperar, os alunos tiveram um excelente desempenho para encontrar a área do losango, mas não mantiveram o mesmo aproveitamento para calcular as áreas do trapézio, do hexágono e, principalmente, a da estrela, cujo valor correto foi encontrado por apenas 4 dos 39 alunos presentes. Isso reflete o fato de que, no item (d), a decomposição era menos óbvia que nos itens anteriores. Uma estratégia possível é a sugerida pela Figura 57, na qual foi construído o retângulo ABCD com vértices em quatro das cinco pontas da estrela. Basta que se faça a diferença entre a área do retângulo e a área dos triângulos amarelos e do vermelho, adicionando a área do triângulo EFG.

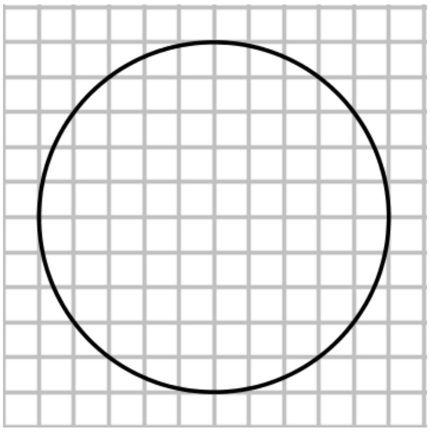
Figura 57 – Estratégia de resolução para calcular a área da estrela



Fonte: O autor.

No último item, deveria ser calculada a área do círculo da Figura 58. Ao contrário de todas as atividades anteriores, aqui não era possível montar uma estratégia que fornecesse um resultado absolutamente preciso, exato, para a área da figura apresentada. Assim, a resposta para a pergunta “qual é exatamente a área do círculo? ”. Acaba ficando em aberto no contexto desta atividade. O objetivo aqui era criar o espaço para questionamentos que poderão ser abordadas com maior profundidade nos anos posteriores.

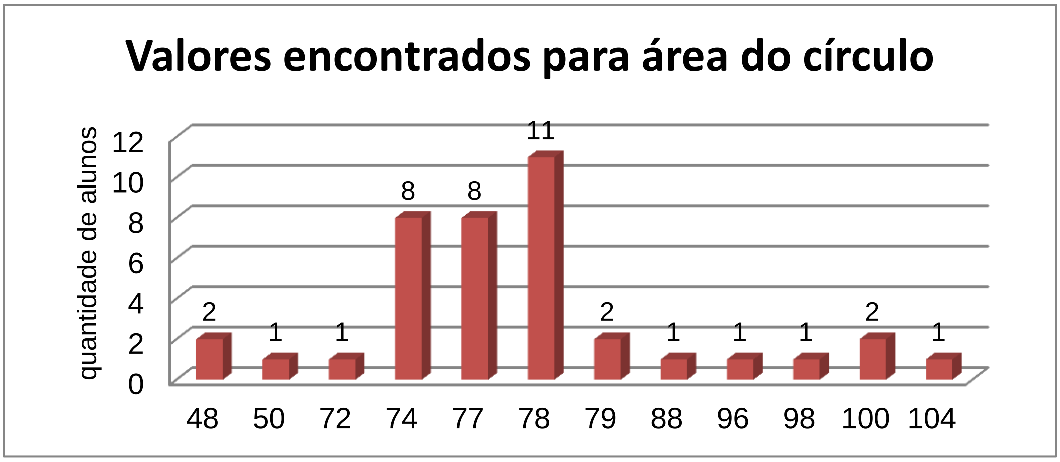
Figura 58 – Quinto item da atividade da fase 4



Fonte: O autor.

O Gráfico 20 apresenta a frequência de cada uma das respostas dadas para a questão de quantos quadradinhos cabem no círculo da Figura 57.

Gráfico 20 - Quantitativo de alunos por valores encontrados para área do círculo.

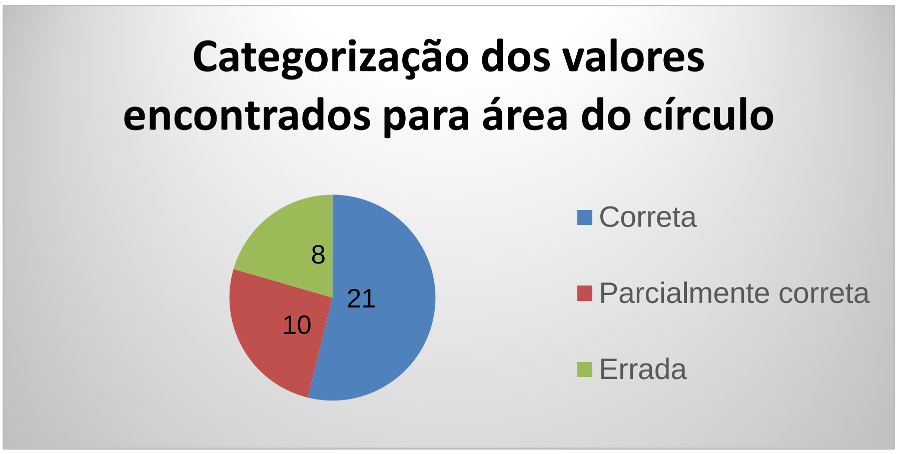


Fonte: O autor.

Como se trata de um círculo de raio 5, se adotarmos $\pi = 3{,}14$, a resposta esperada deveria ser 78,5 unidades de área, neste caso, quadradinhos. Como pode ser observado, 13 alunos chegaram a um resultado que diferia apenas meia unidade para mais ou para menos deste valor.

Considerando que se o aluno contasse apenas os quadradinhos que estavam totalmente contidos no círculo ele chegaria ao resultado 68 e que se incluísse na contagem os quadradinhos parcialmente contidos chegaria a 88, podemos considerar como errado qualquer resultado fora desse intervalo. Assim, no Gráfico 21, as respostas foram distribuídas em três categorias: com margem de erro igual ou inferior a 1,5 em relação ao valor 78,5 (correta); fora da margem de erro, mas dentro do intervalo de 68 a 88 (parcialmente correta); e aquelas menores que 68 e maiores que 88 (errada).

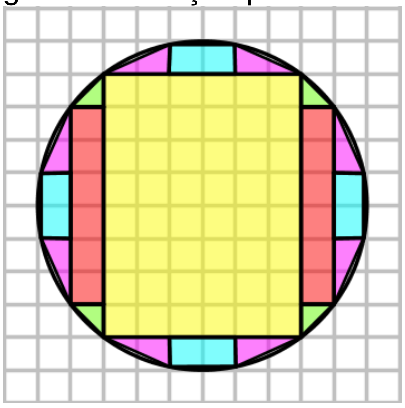
Gráfico 21 - Quantitativo de alunos que acertou esse item por aproximação ou errou.



Fonte: O autor.

A seguir apresentamos uma estratégia possível para calcular a área aproximada do círculo, dividindo-o em retângulos e triângulos como na Figura 59. Para encontrar o valor que representa a área do círculo basta somar as áreas de todos os retângulos e todos os triângulos, fazendo isso o valor encontrado é 78 unidades que é uma boa aproximação, pois difere por apenas 0,5 da área deste círculo quando consideramos o valor aproximado de π com duas casas decimais.

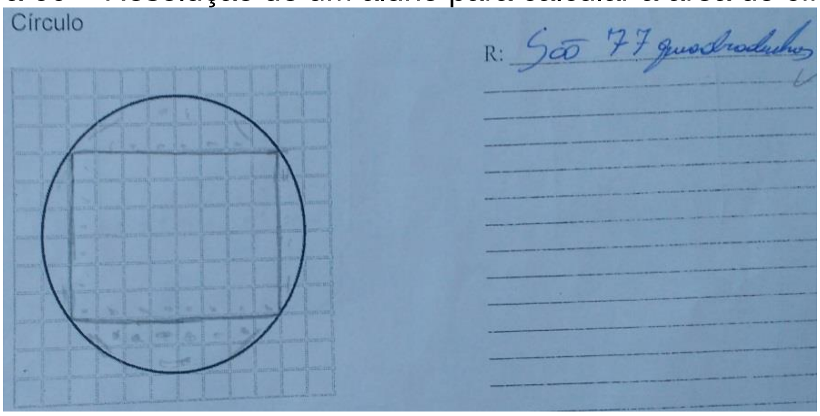
Figura 59 – Estratégia de resolução para calcular a área do círculo



Fonte: O autor.

Contudo, a maioria dos alunos parece ter optado pela estratégia de contagem para determinar uma aproximação da área do círculo. Mesmo assim, muitos deles desenharam um retângulo como o retângulo amarelo da Figura 59 e realizaram a contagem apenas para determinar a quantidade aproximada de quadradinhos fora do retângulo e dentro do círculo como na Figura 60.

Figura 60 – Resolução de um aluno para calcular a área do círculo.



Fonte: O autor.

Nas atividades realizadas nesta fase os alunos perceberam que era possível calcular a área do losango dividindo-o em triângulos, bem como, que a área do trapézio poderia ser obtida dividindo-o em um retângulo e dois triângulos. Alguns educandos puderam então perceber que qualquer polígono que tenha mais de três lados pode ser dividido em triângulos.

As estratégias adotadas pelos alunos nesta atividade foram socializadas com a turma e fomentaram a síntese realizada na próxima fase do aprendizado, a qual é descrita na próxima seção.

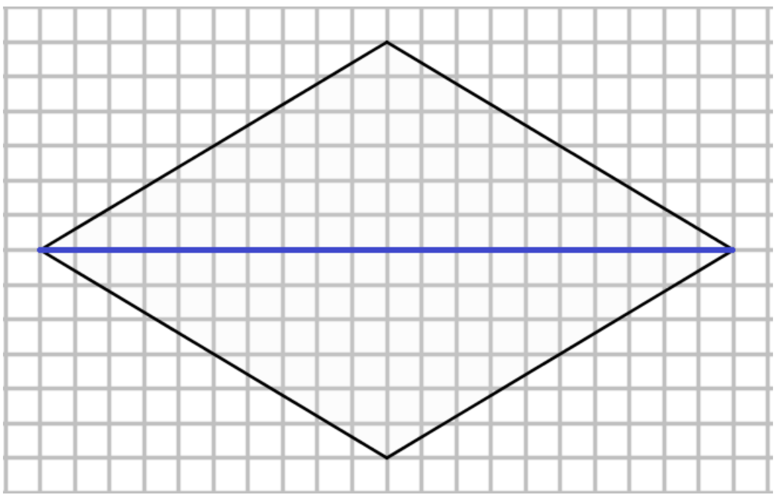
3.2.5 FASE 5

Essa fase, que é da Integração, durou aproximadamente 60 minutos. Nela o professor resgatou o que foi estudado nas fases anteriores e fez uma síntese do conteúdo sem apresentar novas ideias.

Fazendo associações com as atividades realizadas anteriormente o professor expôs as fórmulas utilizadas para calcular as áreas de um retângulo e de um triângulo e lembrou que a área de um polígono pode ser calculada dividindo o mesmo em triângulos e retângulos.

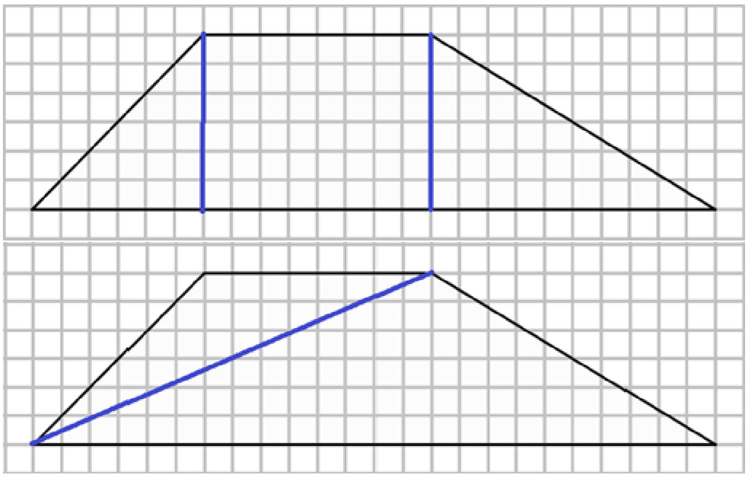
Mostrou-se, por exemplo, que a área do losango pode ser calculada dividindo-o em dois triângulos congruentes como na Figura 61, que o trapézio pode ser dividido em dois triângulos e um retângulo ou, simplesmente em dois triângulos como na Figura 62 e que a área do hexágono pode ser obtida dividindo-o em triângulos e retângulos como na Figura 63.

Figura 61 – Losango dividido em triângulos.



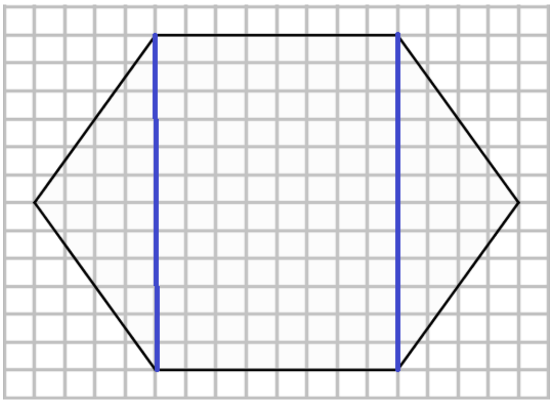
Fonte: O autor.

Figura 62 – Possíveis divisões para o trapézio.



Fonte: O autor.

Figura 63 – Hexágono dividido em triângulos e retângulo.



Fonte: O autor.

Esta síntese, que teve também um caráter de revisão, encerrou as atividades propostas por nós na tentativa de seguir a abordagem proposta pelo modelo dos Van Hiele.

4 CONSIDERAÇÕES

Nesse trabalho, procurou-se mostrar uma sequência de atividades para introdução de algumas noções sobre a área de figuras planas, bem como das ideias por trás de algumas das fórmulas utilizadas para o cálculo da área das figuras mais usuais, visto que uma abordagem mais rigorosa do conceito de área não nos parecia pertinente, pois além de não fazer parte do conteúdo previsto para aquele ano, não estava de acordo com o nível de aprendizagem no qual os alunos se encontravam. Além disso, uma abordagem priorizando o ensino de fórmulas ao invés das ideias por trás destas não seria condizente com os objetivos deste trabalho, no qual optou-se por trabalhar com o modelo dos Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. Contudo, como em qualquer pesquisa, foi inevitável deparar-se com as dificuldades entre a teoria e a prática.

Entre essas dificuldades, surge a adoção, pelo professor, de uma metodologia com a qual este não está ainda familiarizado. O mesmo pode-se dizer sobre os alunos, quando estes são colocados em contato com práticas que não haviam, até então, sido adotadas por nenhum de seus professores.

Outra barreira encontrada foi a limitação do tempo para a aplicação do trabalho de campo em função de fatores diversos, os quais vão desde as exigências da academia até a realidade da escola. Esta limitação acabava se refletindo no tempo fornecido para que aluno respondesse às questões que lhe eram propostas em cada atividade. Então, questiona-se: Será que o tempo fornecido era suficiente para que os alunos respondessem a cada questão proposta? Qual o momento adequado para sugerir um caminho que os ajudasse a encontrar as respostas por si mesmos? Estas são questões difíceis de serem respondidas, principalmente em uma sala de aula com quarenta alunos, com comportamentos e habilidades diferentes.

Alguns alunos, quando se deparam com as dificuldades para realizar uma tarefa, não têm paciência para buscar uma saída, então recorrem ao professor. Outros simplesmente desistem. Talvez isso seja uma consequência da maneira de ensinar com a qual os alunos estão habituados, centrada na figura do docente e não na autonomia do discente.

Durante a trajetória escolar, o estudante não é orientado para ser o agente principal da busca pelo conhecimento e por sua aprendizagem, então, é natural surgirem dificuldades quando lhes é apresentada uma metodologia na qual estes deixam de assumir um papel de passividade para protagonizar o processo. Essa mudança não acontece de uma hora para outra, pois envolve modificações no comportamento, tanto do professor, quanto do aluno.

Outro aspecto que pode ser observado é que, neste trabalho, não se propôs uma abordagem comparativa entre duas turmas utilizando metodologias diferentes, embora este também fosse um caminho possível. Ao invés disso, optou-se por analisar a produção da própria turma, tirando o professor suas conclusões a respeito dos aspectos positivos e negativos da abordagem adotada com base em suas experiências anteriores no ensino.

Um dos pontos positivos, observado na aplicação das atividades, foi o empenho da maioria dos alunos em resolver as atividades propostas (mesmo que algumas vezes de forma incorreta). Isso revela o interesse dos alunos pelas atividades propostas. Além disso, se tivessem deixado as atividades em branco não seria possível inferir o conhecimento dos alunos sobre o objeto de estudo, o que, por sua vez, possibilita ao professor identificar as principais dificuldades dos alunos para poder intervir.

Por outro lado, nos encontros nos quais as ideias deveriam ser socializadas, foi observada a falta de participação de alguns educandos para expor os conhecimentos obtidos a partir das experiências. Na quinta fase, por exemplo, na qual os alunos tinham que rever o assunto abordado durante a realização da pesquisa, com intuito de fazer uma síntese, foram projetadas na lousa algumas das figuras utilizadas nas fases anteriores. A ideia era que os alunos apresentassem as estratégias utilizadas por eles para calcular as áreas do retângulo, do triângulo, do losango, do trapézio e do hexágono.

Apesar das dificuldades para colocar em prática a metodologia, procurou-se seguir ao máximo as orientações da teoria. Contudo, não é possível garantir que foi sempre o que aconteceu. Um dos aspectos difíceis de contornar foi a participação mínima do professor que era exigida em algumas fases. É possível que, em função da tentativa de conciliar a metodologia com o pouco tempo disponível para sua aplicação, o professor tenha intervindo mais do que o desejado em algumas situações, na ânsia de orientar alunos que solicitavam ajuda para encontrar o caminho que conduzia até a solução de algum dos problemas propostos ou de quebrar o silêncio nas fases em que as discussões se faziam necessárias. Embora o comportamento introvertido dos alunos não fosse o desejado, era realmente o esperado, pois implicava uma mudança para um paradigma com o qual estes ainda não estavam habituados e, como é sabido, mudanças de hábito exigem tempo.

No entanto, quando as interações entre os alunos ocorriam, como na terceira fase, por exemplo, na qual os alunos deveriam compartilhar as experiências obtidas a partir da interação com o objeto de estudo, notou-se que a trocar de experiência entre os educandos foi interessante, pois a maior proximidade de linguagem entre eles facilitou a compreensão do que estava sendo estudado.

Outro aspecto interessante é o fato dos alunos formularem seus próprios argumentos e utilizarem sua própria linguagem para justificar suas respostas, mesmo que esta linguagem não fosse a mais apropriada, cabendo ao professor interferir para lapidar tais argumentos e orientar os alunos para o uso da forma adequada de expressá-los.

Comparando os resultados das atividades aplicadas na segunda e na quarta fases da pesquisa nota-se que os participantes evoluíram, pois a maioria deles compreendeu como calcular a área de uma figura plana, principalmente, do retângulo e do triângulo, visto que utilizaram as ideias trabalhadas anteriormente na resolução das novas atividades.

Apesar dos obstáculos encontrados, acredita-se que o modelo dos Van Hiele, que norteou as experiências de ensino realizadas neste trabalho, quando trabalhada de maneira adequada, torna a aprendizagem significativa para aluno, consolidando o processo de aprendizagem, pois o conhecimento é fruto da construção desenvolvida pelo próprio educando. Todavia, percebemos que para trabalhar com essa metodologia utiliza-se mais tempo na abordagem dos conteúdos do que da forma que é ensinado tradicionalmente. Assim, a metodologia proposta aqui parece ser incompatível com as exigências do atual sistema de ensino, que ainda enfatiza o cumprimento de uma enorme gama de conteúdos em um curto intervalo de tempo. Além disso, o uso de abordagens diferentes da tradicional, implica em um profundo investimento na formação inicial e continuada de professores. Desta forma, deixamos aqui uma reflexão: devemos abandonar o uso de modelos como os propostos pelos Van Hiele ou provocar a mudança na forma como estão hoje estruturados os sistemas de ensino no Brasil?

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos /pdf/livro 03. pdf. Acesso em: 04 nov. 2017.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf. Acesso: 08 dez. 2017

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática / Secretaria de Educação Fundamental.– Brasília : MEC/SEF, 1998. Disponível em: *portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matema tica.pdf. Acesso em: 04 nov. 2017*

______. Base Nacional Comum Curricular. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA, Brasília, MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em: 25 jan. 2018

BRITO, G. F.; CHOI, V. P.; ALMEIDA, A. de. **Manual ABNT**: regras gerais de estilo e formatação de trabalhos acadêmicos. São Paulo: Biblioteca FECAP, 2014.

CROWLEY, M. L. **O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.** In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. [org.]. Apreendendo e ensinando geometria. São Paulo: Atual, 1994. p. 1-20.

LOBO, J. S.; BAYER, A. **O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental.** 2004. Disponível em: *wwwp.fc.unesp.br/~hsilvestrini/O%20ensino%20 de% 20Geometria. pdf. Acesso em: 02 nov. 2017.*

LOCKHART, P. **O lamento de um matemático.** 2009. Disponível em: https://imagin ariopuro.wordpress.com /2016/09/13/o-lamento-de-um-matematico/. Acesso em: 14 fev. 2018.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências.** 1993. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/in*d ex.php/zetetike/article/view/8646822. Acesso em: 03 jan. 2018.*

PASTOR, A. J. **Aportaciones a la Interpretación y aplicación del *modelo de van hiele*: la enseñanza de las isometrías del plano. la evaluación del nivel de razonamiento.** 1993. Disponível em: https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textos *pdf/Jai93.pdf. Acesso em: 10 jul. 2017*

QUEIROZ, J. C. S. **A geometria e o desenho geométrico nas escolas do Brasil do século XX.** 2010 Disponível em: www.lema *tec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/PT /T6_PT2074.pdf. Acesso em: 02 nov. 2017.*

SILVA, V. L. R. **A Contextualização e a Valorização da Matemática:** Representa **ções Sociais de Alunos do Ensino Médio.** Anais do VIII ENEM – Comunicação Científica. Mogi das Cruzes, Universidade Braz Cubas, 2004. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/03/CC52299708804.pdf. Acesso em 04 nov. 2017.

SILVA, M. C. L.; OLIVEIRA, M. C. A. **O ENSINO DE GEOMETRIA DURANTE O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA (MMM) NO BRASIL: ANÁLISE DO ARQUIVO PESSOAL DE SYLVIO NEPOMUCENO.** 2009. Disponível em: *www2.faced.ufu.br/colubhe06/anais/.../374MariaCelia Leme _e_MariaCristina.pdf. Acesso em: 02 nov. 2017*

SILVA, L. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele.** 2014, Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=1236228. *Acesso em : 05 maio 2016*

SOUSA, A. B. **Manual de metodologia científica.** Editora Brasil; Brasil, 2015.

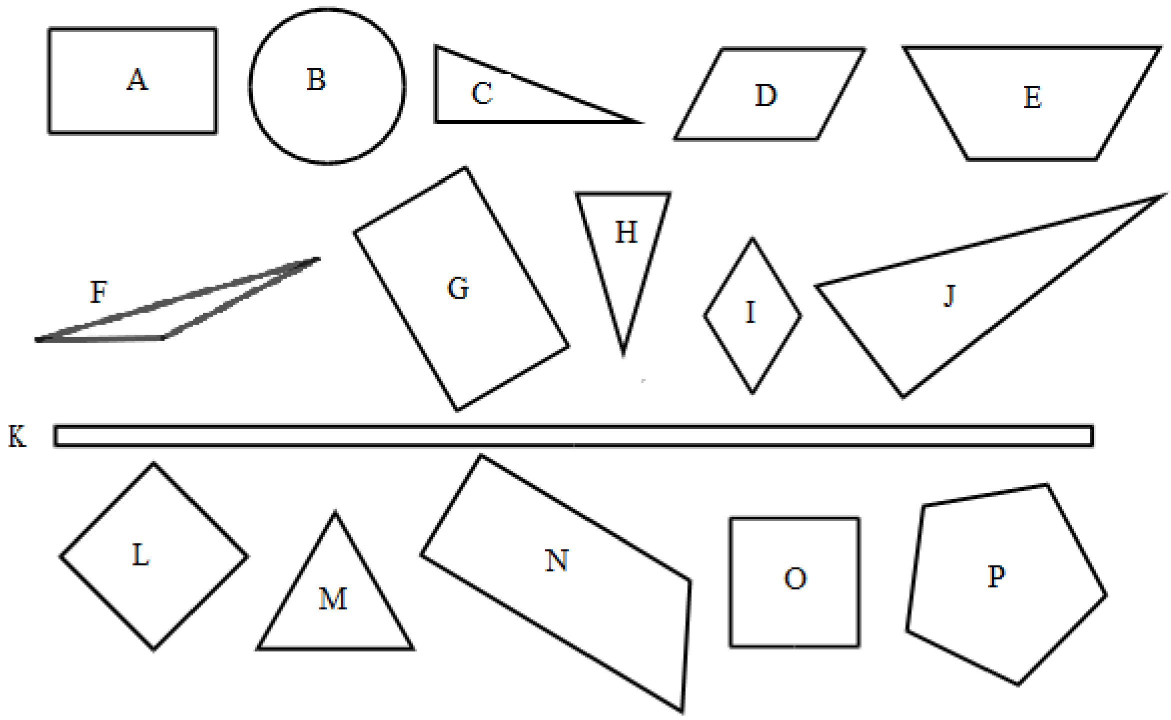
RAMOS, T. C. **A Importância da Matemática na Vida Cotidiana dos Alunos Do Ensino Fundamental II.** Cairu em Revista. Jan/fev 2017, Ano 06, n° 09, p. 2. Disponível em: http://www.cairu.br/revista/arquivos/artigos/20171/11_IMPORTAN CIA_MATEMATICA.pdf. Acesso: 08 dez. 2017

APÊNDICE A – TESTE DE SONDAGEM

Escola:____
Aluno: ______________________________________ Série: ______

Teste de Sondagem

1) Observe as figuras abaixo:



a) Quais são quadriláteros?

b) Quais são triângulos?

c) Quais são triângulos retângulos?

d) Quais são retângulos?

e) Quais são quadrados?

f) Quais são paralelogramos?

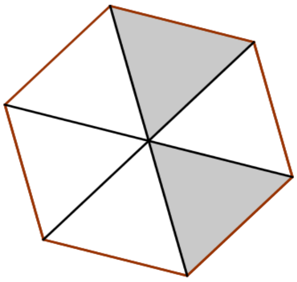
g) Quais são losangos?

h) Quais são trapézios?

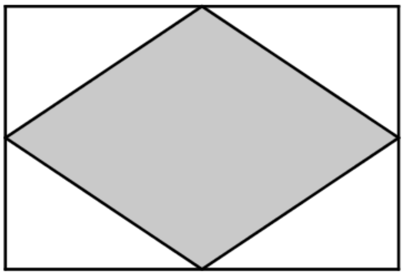
i) Quais não se enquadram em nenhuma classificação anterior?

2) Represente por uma fração a parte destacada das seguintes figuras:

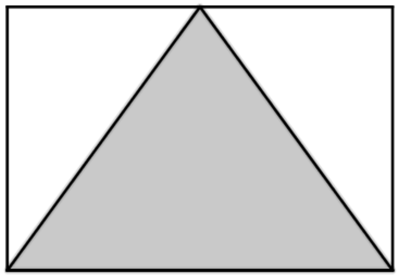
a)



b)

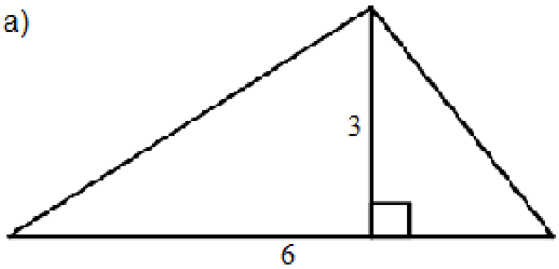


c)



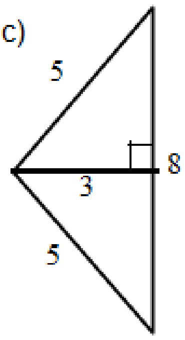
3) Calcule a área das figuras abaixo:

a)

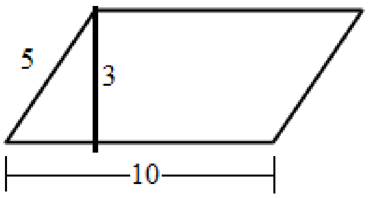


b)

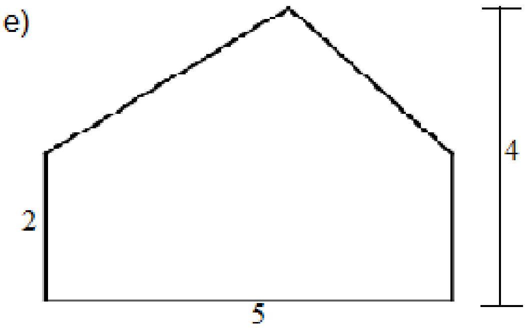
c)



d)



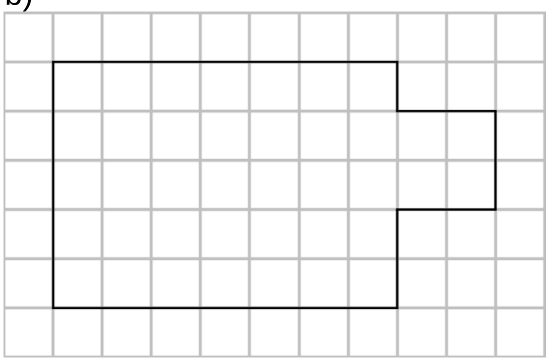
e)



4) Quantos quadradinhos cabem em cada uma das figuras a seguir?

a)

b)



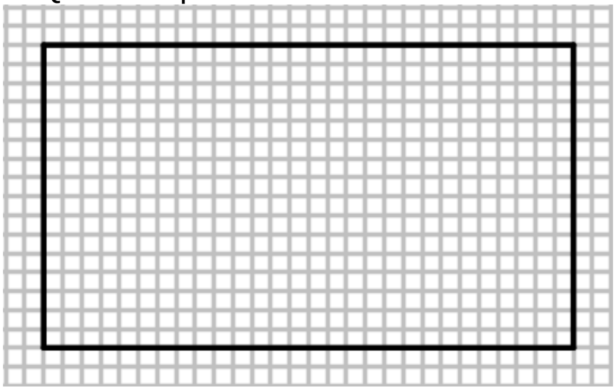
R: ______________________

R: ______________________

APÊNDICE B – ATIVIDADE 1

1. Construa um retângulo no papel quadriculado. Quantos quadradinhos cabem no retângulo que você construiu?

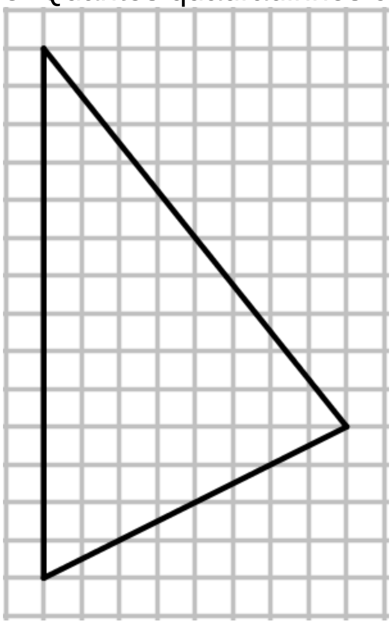
2. Quantos quadradinhos cabem nesse retângulo?



3. Construa um triângulo retângulo no papel quadriculado. Quantos quadradinhos cabem no triângulo retângulo que você construiu?

4. Construa no papel quadriculado um triângulo que não seja retângulo de tal forma que um dos lados esteja sobre linha do papel. Quantos quadradinhos cabem nesse triângulo?

5. Quantos quadradinhos cabem nesse triângulo?



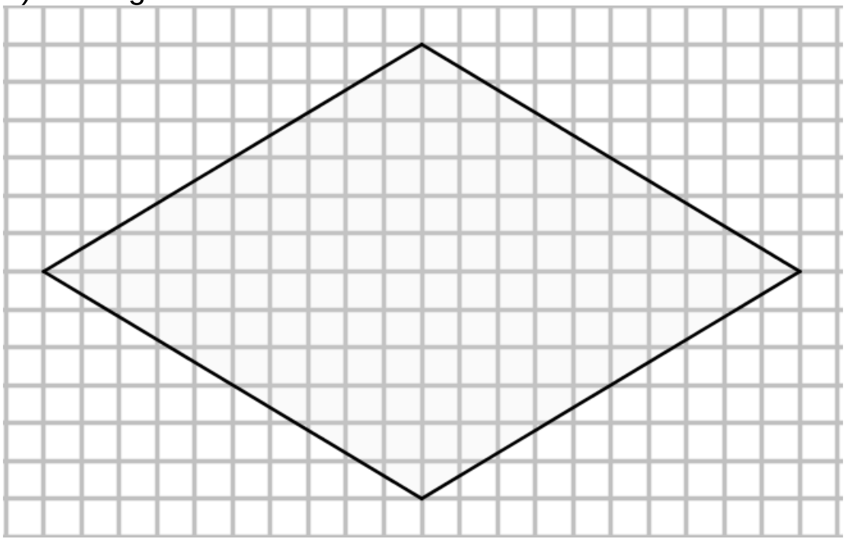
6. Construa um retângulo de modo que nenhum dos lados esteja sobre as linhas do papel quadriculado e os vértices sejam a interseção de duas linhas. Quantos quadradinhos cabem nesse retângulo?

APÊNDICE C – ATIVIDADE 2

Nome: ____

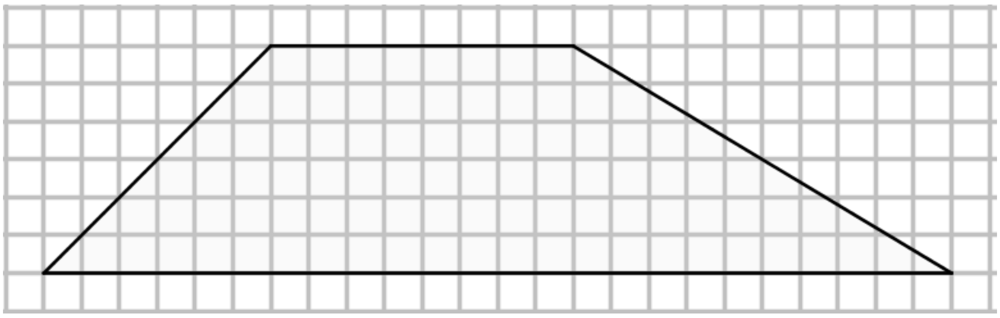
1) Quantos quadradinhos cabem em cada uma das figuras abaixo?

a) Losango



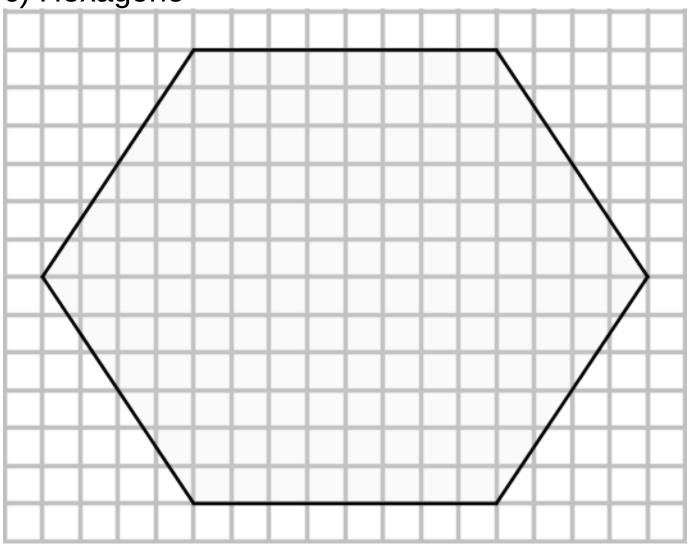
R: ____________________

b) Trapézio



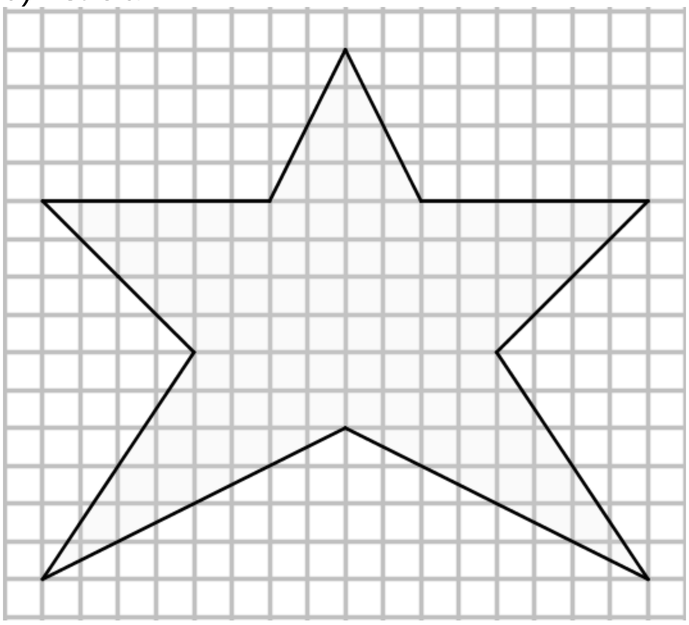
R: ____________

c) Hexágono



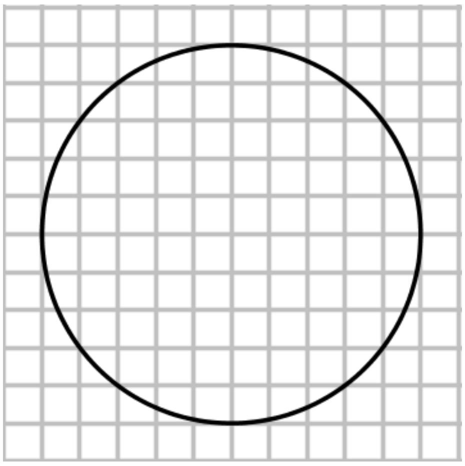
R: ________________________

d) Estrela



R: ________________________________

e) Círculo



R: ________________________________

APÊNDICE D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

E.M.E.I.E.F. MARIA DE LOURDES ALMEIDA - Localizada na Zona Urbana, autorizada de 1.° ao 9.° ano do Ensino Fundamental através da Resolução n.° 14 de 12 de Junho de 2013 - CME/STM/PA.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

Eu VANICE REBELO SERRÃO, abaixo assinado, responsável pela ESCOLA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO INFANTIL E ENSINO FUNDAMENTAL MARIA DE LOURDES ALMEIDA, autorizo a realização do estudo "ÁREA DE FIRURAS PLANAS: Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico", a ser conduzido pelo pesquisador, TONI ALDÊNIS FERREIRA SILVA. Fui informado pelo responsável do estudo sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas na instituição a qual represento.

Esta instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos sujeitos de pesquisa nela recrutados, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Santarém, 07 de agosto de 2017.

E. M. E. I. E. F. MARIA DE LOURDES ALMEIDA
Vanice Serrão Rebelo
Diretora: L. P. em Pedagogia
Esp. em Gestão Escolar

Assinatura e carimbo do responsável institucional

Toni Aldênis Ferreira silva

Pesquisador