



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**

RAUL FRANCISCO DA SILVA NASCIMENTO

**ANÁLISE DE ERROS NO PROCESSO DE RESOLUÇÕES DE
PROPORCIONALIDADE**

**SANTARÉM-PA
2017**

RAUL FRANCISCO DA SILVA NASCIMENTO

**ANÁLISE DE ERROS NO PROCESSO DE RESOLUÇÕES DE
PROPORCIONALIDADE**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Mário Tanaka Filho

**SANTARÉM-PA
2017**

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/UFOPA**

- N244a Nascimento, Raul Francisco da Silva
Análise de erros no processo de resoluções de proporcionalidade. / Raul Francisco da Silva Nascimento. – Santarém, Pará, 2017.
57 fls.: il.
Inclui bibliografias.
- Orientador Mário Tanaka Filho
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências da Educação, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
1. Análise de erros. 2. Matemática. 3. Proporcionalidade. I. Tanaka Filho, Mário, *orient.* II. Título.

CDD: 23 ed. 510

RAUL FRANCISCO DA SILVA NASCIMENTO

**ANÁLISE DE ERROS NO PROCESSO DE RESOLUÇÕES DE
PROPORCIONALIDADE**


Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.


Aprovado em, 30 de setembro de 2017

Banca Examinadora:


Prof Dr. Mario Tanaka Filho

(UFOPA – Orientador)


Prof Dr. José Antônio Oliveira Aquino
(UFOPA – Examinador interno)


Prof Me. Rudinei Alves dos Santos,
(UFOPA – Examinador externo)

**SANTARÉM-PA
2017**

DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado a minha esposa Dionea Ribeiro do Rosário, minha amada, minha companheira e meu único amor.

AGRADECIMENTOS

Ao Deus todo poderoso que prevalece em minha vida me proporcionando alegrias, conflitos, dificuldades, reflexão e entendimento do quão pequeno eu sou, mas o quanto posso me tornar gigante se mantenho a fé no sonho.

As pessoas mais importantes da minha vida, que sem elas eu nada seria: minha esposa Dionea e minha filha Raissa, que sempre acreditaram em mim, mas do que eu mesmo, me fortalecendo a cada dia com amor e comprometimento em nosso ideal.

Ao meu pai Francisco Rodrigues por ter me ensinado que a base do sucesso é sempre a família; amo, respeito e admiro a cada um dos meus irmãos: Renato, Ronaldo, George, Rosana e Rosemary.

A minha mãe Neide Maria por ser o alicerce mais firme de nossa família e assegurar o sucesso de cada um dos filhos.

Aos meus colegas de curso Wemerson, Welton, Welson, Elison, Erikson, Herbert, Jones, Mauro, Alex, José Marcos, Reinaldo, Renan e Gordiano. Em particular aos meus amigos Paulo Pimentel e Michael Moraes pelas noites de estudos com muitos risos, sem esquecer meu pequeno amigo Guilherme “velho”.

Aos meus professores que contribuíram no meu fortalecimento profissional e acadêmico, ao Prof. Dr. Sebastião Mancuso que tornou possível minha defesa em tempo hábil.

Em especial ao meu orientador Prof. Dr. Mario Tanaka Filho pela paciência e comprometimento disponibilizado em todo o desenvolvimento desse trabalho, sendo um verdadeiro amigo acima de tudo.

Raul Francisco da Silva Nascimento.

“... os erros e as dificuldades não resolvidos do passado, na Matemática, sempre serão as oportunidades de seu futuro.”

Eric Temple Bell.

RESUMO

O estudo objetiva realizar uma análise sistemática nos erros cometidos pelos alunos do 3º Ano do Ensino Médio, de duas escolas do Oeste do Estado do Pará, no processo de resoluções de Proporcionalidade, e tem como hipótese que o erro tratado como informações importantes para a elaboração de ações didáticas possibilita o aprendizado de forma significativa. De acordo com Imenes (2008), a Proporcionalidade, provavelmente, é o conceito matemático mais disseminado no mundo, além disso, apresenta a maior incidência no Exame Nacional de Ensino Médio – ENEM, o que de fato comprova sua importância e justifica a iniciativa deste trabalho. Nos erros cometidos pelos alunos identificados no questionário encontra-se o objeto da pesquisa iniciada metodologicamente com uma criteriosa seleção literária na preocupação de solidificar os fundamentos teóricos. Dentre as obras escolhidas destacam-se as dos autores Souza (2011), Bardin (2016), Rabelo (2013), Cury (2007) e Polya (2006). A etapa seguinte foi a coleta de dados através da aplicação de um questionário avaliativo de quatro itens, que foram elaborados de acordo com a Engenharia de Construção de Itens. Em termos estruturais o trabalho apresenta nos capítulos iniciais a abordagem dada à Proporcionalidade e a fundamentação teórica de Educação Matemática, Avaliação, Análise de Conteúdo e Análise de Erros. Os capítulos seguintes explicitam a Metodologia usada, a ação avaliativa e os mecanismos de coleta de dados. A parte final mostra que a análise feita resultou num acervo de informações de erros categorizados por classes. A conclusão deste trabalho revela que a visão do docente em relação ao erro deve ser na intenção de usá-lo como um *feedback* do aluno em relação a aprendizagem e que o professor encoraje e estimule o aluno a raciocinar, fortalecendo a prática sem medo de errar.

Palavras-chave: Análise de erros. Matemática. Proporcionalidade.

ABSTRACT

The study aims to perform a systematic analysis of the errors committed by students of the 3rd Year of High School, two schools in the West of the State of Pará, in the process of proportionality, bringing as a hypothesis that the error when it is treated as important information for the elaboration of didactic actions the learning becomes significant. According to Imenes (2008), proportionality is probably the most widespread mathematical concept in the world. In addition, it presents the highest incidence in the National High School Examination - ENEM, which in fact proves its importance and justifies the initiative of this job. In the mistakes made by the students identified in the questionnaire is the object of the research initiated methodologically with a careful literary selection in the concern to solidify the theoretical foundations. Among the works chosen are the authors Souza (2011), Bardin (2016), Rabelo (2013), Cury (2007) and Polya (2006). The next step was the data collection through the application of an evaluation questionnaire of four items, which were elaborated according to the Item Construction Engineering. In structural terms the paper presents in the initial chapters the approach given to Proportionality and the theoretical basis of Mathematics Education, Evaluation, Content Analysis and Error Analysis. The following chapters explain the Methodology used, the evaluative action and the mechanisms of data collection. The final part shows that the analysis resulted in a collection of information of errors categorized by classes. The conclusion of this work reveals that the teacher's view regarding the error should be in the intention of using it as a feedback of the student in relation to learning, that the teacher encourages and stimulates the student to reason, strengthening the practice without fear of error .

Keywords: Error analysis. Mathematics. Proportionality.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Estrutura Básica do Item.....	19
Figura 2 - Distribuição do número de participantes por escola.....	25
Figura 3 - Distribuição do registro das classes de erros dos alunos da rede particular	31
Figura 4 - Distribuição do registro das classes de erros dos alunos da rede pública.....	31
Figura 5 - Resolução do aluno número 4 da escola pública.	32
Figura 6 - Resolução do aluno número 8 da escola pública.	33
Figura 7 - Resolução do aluno número 25 da escola pública.	33
Figura 8 - Resolução do aluno número 21 da escola pública.	34
Figura 9 - Resolução do aluno número 15 da escola particular.....	34
Figura 10 - Resolução do aluno número 15 da escola pública.	35
Figura 11- Resolução do aluno número 12 da escola particular.....	35
Figura 12 - Resolução do aluno número 22 da escola pública.	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Relação entre competências, habilidades e eixos cognitivos	23
Tabela 2: Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede particular no item 1	26
Tabela 3: Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede particular no item 2	27
Tabela 4: Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede particular no item 3	27
Tabela 5: Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede particular no item 4	28
Tabela 6: Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede pública no item 1	28
Tabela 7: Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede pública no item 2	29
Tabela 8: Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede pública no item 3	29
Tabela 9: Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede pública no item 4	30
Tabela 10: Distribuição dos acertos dos alunos de cada escola nos itens	30

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
2 REALIDADE E PERSPECTIVAS DE PROPORCIONALIDADE.....	3
3 AVALIAÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	7
4 ANÁLISE DE CONTEÚDO	9
4.1 Pré-análise	10
4.2 A Exploração do Material	11
4.3 Tratamento dos Resultados Obtidos e Interpretação	11
4.3.1 A Codificação.....	11
4.3.2 A Categorização	12
5 ANÁLISE DE ERROS	13
5.1 Erros: Uma Prática Ligada à Aprendizagem	13
5.2 A Análise nas Respostas.....	14
6 METODOLOGIA.....	16
6.1 Pesquisa de Campo – Análise Quantitativa	17
6.2 Pesquisa de Campo – Análise Qualitativa.....	18
7 ANÁLISE DE RESULTADOS.....	21
7.1 Matriz de Referência	21
7.2 As Categorias de Erros	23
7.3 Análise dos Erros Cometidos nos Itens	24
7.3.1 Análise Quantitativa dos Erros.....	24
7.3.2 Análise Qualitativa dos Erros	32
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	36
REFERÊNCIAS	38
APÊNDICE A – REQUERIMENTO PARA AS ESCOLAS.....	41
APÊNDICE B – AVALIAÇÃO APLICADA	42
ANEXO A – APLICAÇÃO NA ESCOLA PÚBLICA	44

ANEXO B – APLICAÇÃO NA ESCOLA PARTICULAR.....	45
--	-----------

1 Introdução

A educação de um povo é a maior ostentação da sua riqueza, é o verdadeiro embasamento de seu desenvolvimento cultural e financeiro. Uma nação intelectualmente evoluída é mais crítica e consciente de seus direitos e responsabilidades perante o âmbito social. Para Souza (2011), as sociedades democráticas desenvolvidas economicamente “estão alicerçadas num sistema educacional” (p.19) que dá direitos políticos e inserção ao mercado de trabalho a todos ou a uma maioria expressiva. O processo evolutivo da sociedade exige grandes movimentações no comércio como vendas, compras, empréstimos e impostos, eis aí o surgimento da Proporcionalidade, a rigor a Porcentagem, uma herança deixada pelos gregos.

O conceito de Proporcionalidade está relacionado a diversas áreas do conhecimento como a Biologia, a Física, a Química e até na própria Matemática. Alguns autores, como Silva (2008), defendem que esse conceito deveria ser trabalhado com os alunos durante toda a extensão do Ensino Fundamental e Médio. Porém, pela proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) trabalha-se Proporcionalidade no 3º ciclo (7º Ano) num prazo de um a dois meses. “Neste ciclo, o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento: Do raciocínio que envolva a proporcionalidade” (BRASIL, 1998, p. 65), eis aí a problemática dessa pesquisa que se revela em questionamentos do tipo: Como trabalhar tantos tópicos matemáticos em tão pouco tempo? Qual metodologia de ensino mais eficaz a ser aplicada? Como abordar Proporcionalidade: por proporção ou por função?

De fato, a situação descrita despertou a inquietude da busca por soluções e de alternativas que melhore os resultados do processo de ensino. Dai o trabalho em realizar uma análise dos erros cometidos pelos alunos nas resoluções de Proporcionalidade de duas escolas (uma da rede particular de ensino e outra da rede pública) na cidade de Santarém do Pará, com o intuito de criar o maior acervo possível de informações para serem usadas na elaboração de ações didáticas futuras focadas na melhoria da aprendizagem. Os erros não foram tomados simplesmente como deméritos ou punições, pelo contrário, foram bem quistos e de forma coerente analisados, refletidos, discutidos e catalogados tornando-os indicativos auxiliares para o ensino.

As respostas dos alunos a questões abertas nem sempre vão pelo mesmo caminho, ou seja, nem sempre têm um mesmo tema; assim, é necessário, praticamente em cada estudo, reinventar os passos. De maneira geral, ainda que a análise da expressão humana possa ser rastreada até as primeiras tentativas de entender mensagens – como as pinturas deixadas em cavernas... (CURY, 2007, p.61- 62)

A pesquisa torna-se assim um estudo exploratório questionador e gerador de hipóteses, centrado na discussão da Análise de Conteúdos de acordo com Bardin (2016). Algumas dessas hipóteses surgiram na elaboração do questionário, pois foi quando se pesquisou a respeito da Engenharia de Construção de Itens. O conhecimento dos distratores e da estrutura de um item de múltipla escolha deu ao erro um novo tratamento.

Durante a coleta de dados além do questionário também foi trabalhada uma aula nas escolas com a metodologia de Resoluções de Problemas de acordo com as orientações de Polya (2006). Nessa etapa ficou claro para o autor desta pesquisa que, de acordo com Carteiro (1998) e Bravo (2017), se o ensino da Matemática for baseado como mera imitação de modelos, posteriormente a eficácia deste aprendizado estará fadada somente em situações semelhantes às de sua apreensão, sendo de suma importância “estimar a evolução intelectual” do aluno, buscar que o ensinamento proposto dê-lhe “projeção prática” mostrando a ele a utilidade do que aprendeu. Polya (2006) acrescenta ainda que, o aluno deverá ter tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível, tornando-se um agente ativo no entendimento e na execução das resoluções dos problemas propostos. Porém esse aluno necessita de auxílio, o qual será prestado pelo professor com naturalidade, entendendo ou procurando discernir o raciocínio do aluno.

A resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentamos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os. (p.4)

Por conseguinte, o trabalho foi dividido em duas partes: Embasamento Teórico (do capítulo 2 ao capítulo 5) e Análise e Discussões (capítulo 6 e 7). O capítulo 2 trata das abordagens e metodologias usadas por docentes no ensino de Proporcionalidade e abre uma discussão a respeito dos livros didáticos adotados pelas escolas. Nos capítulos 3, 4 e 5 o estudo apresenta conceituações a respeito de Educação Matemática, Análise de Conteúdos e Análise de Erros, respectivamente. O capítulo 6 é o estudo propriamente dito com a explicitação da metodologia aplicada ficando no capítulo 7 a análise de resultados obtida na pesquisa.

2 REALIDADE E PERSPECTIVAS DE PROPORCIONALIDADE

Este capítulo trata da metodologia, de acordo com Imenes (2008), adotada pelos professores do Ensino Fundamental, especificamente do 6º e/ou 7º ano (terceiro ciclo), no ensino do conceito de Proporcionalidade, da proposta dos PCN e comenta sobre os livros didáticos utilizados nas escolas, referente a esse tópico.

Como já mencionado, para Imenes (2008) a proporcionalidade, provavelmente, é o conceito matemático mais disseminado no mundo. Sua aplicabilidade abrange campos de diversas áreas do conhecimento como a Biologia, a Física, a Química, a Engenharia, além de muitos dos tópicos da própria Matemática como regra de três, frações, porcentagem, teorema de Tales, etc. Exercendo assim papel fundamental no âmbito escolar e colaborando no progresso cognitivo do aluno. Contudo, para Spinillo (2002), esse conceito vem sendo explorado de maneira mecanizada e não capacita o aluno a aprender a raciocinar proporcionalmente. Os PCN do Ensino Fundamental propõem o ensino de proporcionalidade no 6º e/ou 7º ano (terceiro ciclo).

Neste ciclo, o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento do raciocínio que envolva proporcionalidade, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade. (BRASIL, 1998, p. 65)

Verifica-se então que o objetivo nessa etapa do ensino recai na construção do pensamento matemático do aluno, com o intuito de despertar o raciocínio proporcional. Contudo, o período de aplicação nas escolas tem duração de um ou dois meses no máximo para o professor trabalhar os tópicos de:

- a) razão;
- b) proporção;
- c) grandezas diretamente proporcionais;
- d) grandezas inversamente proporcionais;
- e) regra de três simples;
- f) regra de três composta;
- g) juros simples.

De acordo com Silva (2008), esse prazo é demasiadamente curto para se trabalhar tantos tópicos de forma conjunta e condensada. Isso acarretará danos à aprendizagem dos

alunos, pois se o conceito de proporcionalidade se relaciona com vários outros da Matemática deveria então ser estudado continuamente sempre integralizado a esses conteúdos.

Segundo Imenes (2008) a “metodologia tradicional” ou “metodologia clássica” trabalhada no estudo de proporcionalidade caracteriza-se por conceituar a razão como sendo a comparação entre duas grandezas ou o quociente de uma divisão e por definir a proporcionalidade como a igualdade entre razões, tem-se como exemplo Júnior e Castrucci (2009, p. 234): Sendo a e b dois números, com $b \neq 0$, denomina-se razão de a e b ou razão de a para b o quociente ou $a : b$. A partir daí o professor adepto a essa metodologia concentra o foco do seu ensino em exercícios que repetem o mesmo processo de resolução. Um exemplo desses exercícios é encontrado no livro “novo praticando matemática” de Andrini e Vasconcelos (2002) na página 34: “Num jardim há cravos e rosas na razão de 8 para 11. Há 88 rosas. Descubra qual é o número de cravos existente no jardim”. A mesma abordagem está nas páginas do livro “fundamentos de matemática elementar 11” dos autores: Gelson Iezzi, Samuel Hazzan e David Degenszajn (2004). Muitos dos exercícios cobrados são aplicações em outros ramos do conhecimento, como na física, referente à velocidade média, encontrada, por exemplo, no livro Mori e Olga (1998, p.178): Um avião a jato fez um percurso 14 de 4200 km em 6 horas. Qual foi velocidade média desenvolvida por esse avião nessa viagem?

Silva (2008) afirma que essa metodologia de ensino assumida por grande parte dos professores do Ensino Fundamental, não desenvolve no aluno o mínimo de entendimento de proporcionalidade e nem o ajuda a vencer as dificuldades encontradas. É necessário então que o professor disponha, além de tempo, do maior acervo possível de informações sobre os mecanismos usados pelos alunos nas resoluções e construção de argumentos de resposta e sobre as dificuldades que mais surgem. Para a obtenção dessas informações é preciso que o docente desde cedo estimule a análise investigativa e crítica das situações-problema, elaborando questionamentos tais como: nessa situação aplica-se o conceito de proporcionalidade? O crescimento de uma das grandezas acarreta também o crescimento da outra? Qual estratégia de resolução foi usada? Quais os conhecimentos necessários que antecipam o ensino de proporcionalidade?

De fato, pergunta dessa natureza não exige do aluno o desenvolvimento de algum tipo de cálculo, mas contribui no processo de aprendizagem, acelera o entendimento dos conceitos matemáticos, fixa os conhecimentos adquiridos com mais significados e facilita o uso das técnicas de resoluções.

Boa parte dos autores enfatiza que o raciocínio proporcional é fundamental na resolução de problemas de muitas áreas do saber e trata-se de um tópico que permite

estabelecer conexões com o cotidiano dos alunos, com outros tópicos matemáticos e com outras disciplinas, e que constitui um elemento importante da iniciação dos alunos ao pensamento algébrico (COSTA&PONTE, 2008). Os autores também consideram que o raciocínio proporcional vai além da mecanização de estratégias formais de resolução de problemas, estando associado à capacidade de analisar conscientemente as relações entre quantidades; esta capacidade é evidenciada por argumentos e explicações sobre as relações proporcionais. (VIANA, MIRANDA, *et al.*, 2016, p. 195)

Para Spinillo (2002) a metodologia adotada pelo professor pode e deve ser ajustada conforme sua aplicação.

Os autores Geraldo Ávila e Elon Lages Lima debatem nos artigos “Razão, proporção e regra de três”, “Ainda sobre regra de três”, “Que são grandezas proporcionais?” e “Novamente a proporcionalidade”, publicados na Revista do Professor de Matemática nas edições 8, 9, 9 e 12, respectivamente, o ensino de proporcionalidade depreendendo o “arcaísmo da abordagem tradicional”, ou seja, a metodologia dita por Imenes (2008) como tradicional, “não se deve impor a solução dos problemas de proporcionalidade direta pela igualdade de duas razões” (TINOCO, 1997., p. 68).

Para Lima (2012), deve-se explorar o conceito de proporcionalidade a partir de situações-problema, promovendo no aluno o poder de reconhecimento dessas situações em diferentes contextos. O “ponto crucial” na abordagem de proporcionalidade deve ser o entendimento da definição de grandezas proporcionais para que o aluno possa desenvolver um raciocínio proporcional e de posse desse entendimento elaborar estratégias de resoluções de problemas, sem haver necessidade de regras mnemônicas ou quaisquer outros artifícios. Geraldo Ávila defende que as questões com relação à proporção devem ser ensinadas no contexto dos números reais, usando igualdades, equações e busca definir grandezas diretamente e inversamente proporcionais através das equações $y = kx$ e $y = k/x$, com k sendo uma constante. Lima (2012) faz uma abordagem formal do conceito de proporcionalidade usando função matemática e definindo grandezas diretamente e inversamente proporcionais por meio das igualdades $f(nx) = nf(x)$ e $f(nx) = \frac{1}{n} f(x)$, respectivamente.

Suponhamos que a grandeza y seja uma função da grandeza x , isto é, $y = f(x)$. Diremos que y é diretamente proporcional a x quando as seguintes condições forem satisfeitas:

1ª) y é uma função crescente de x ;

2ª) se multiplicarmos x por um número natural n , o valor correspondente de y também fica multiplicado por n . Em termos matemáticos: $f(n \cdot x) = n \cdot f(x)$ para todo valor de x e todo $n \in \mathbb{N}$.

Analogamente, diz-se que y é inversamente proporcional a x quando $y = f(x)$ é uma função decrescente de x e, além disso, ao se multiplicar x por um número natural n , o valor correspondente de y fica dividido por n , isto é, $f(n \cdot x) = 1/n \cdot f(x)$ para todo valor de x e todo $n \in \mathbb{N}$. (LIMA, 2012, p. 127)

Vale ressaltar que qualquer que seja a abordagem adotada, um erro comumente ocorrido, de acordo com Ávila (1986), é o ensino da equação de dependência entre as grandezas de um problema com o uso da devida regra: dadas duas grandezas, estas são diretamente proporcionais se o aumento de uma ocasiona o aumento da outra, ou se a diminuição de uma ocasiona a diminuição da outra, ou seja, as duas aumentam simultaneamente ou diminuem simultaneamente, respectivamente. No seu artigo “Razão, proporção e regra de três”, exemplifica esse erro no seguinte problema: Um trabalhador gasta 5 horas para limpar um terreno circular de 7 metros de raio. Quanto tempo gastaria se o terreno tivesse 14 metros de raio?

Esta regra não tem justificativa lógica e nem sempre produz resultados corretos. É verdade que duas variáveis diretamente proporcionais aumentam ou diminuem simultaneamente, mas duas variáveis podem aumentar ou diminuir simultaneamente sem que sejam diretamente proporcionais; e uma observação inteiramente análoga vale no caso de variáveis inversamente proporcionais. (ÁVILA, 1986, p. 1)

Já em outro artigo “Ainda sobre a regra de três”, da mesma revista na edição 9, ele afirma categoricamente que todos os problemas relativos a regra de três podem ser resolvidos com o uso da definição de grandezas diretamente e inversamente proporcionais e que os livros usados nas escolas dos Estados Unidos introduzem noções de “variação direta” (“direct variation”) e “variação inversa” (“inverse variation”), equivalentes, respectivamente, às noções de “variáveis diretamente proporcionais” e “variáveis inversamente proporcionais”, definições já trazidas no seu artigo anterior. Por fim levanta uma questão no mínimo hilária que é a respeito da expressão “regra de três”.

E como o leitor deve notar, não há sequer necessidade de tratar separadamente esses problemas de “regra de três composta”, pois eles se encaixam perfeitamente na mesma categoria dos outros, chamados de “regra de três simples” e não há necessidade de usar flechas. Também não é preciso dividir esses problemas em várias etapas. A própria expressão “regra de três composta” é infeliz, pois se envolve mais de três números, como pode ser de “três”?... (ÁVILA, 1986, p. 1)

De fato, as metodologias de ensino da Matemática assim como os processos avaliativos são os alicerces no processo de ensino e determinam os resultados da aprendizagem, nesse sentido a conceituação de Ação Avaliativa e de Educação Matemática será o foco do próximo capítulo.

3 AVALIAÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De acordo com Souza (2005) muitas das vezes a atividade de medir é confundida com o ato de avaliar e para que essa ação avaliativa transponha os paradigmas da aprendizagem é necessário o discernimento entre a determinação da dimensão peculiar a um indivíduo ou a um objeto e a comparação de padrões.

Mensurar é uma atividade que todos nós realizamos frequentemente no dia-a-dia, muitas vezes sem sermos cientes disso, e muitos dos nossos julgamentos quotidianos – se o clima está quente, se o trânsito está engarrafado, etc. – estão baseados numa mensuração prévia. Na atividade científica, a mensuração é uma tarefa de maior importância, pois é anterior a qualquer tentativa de descrever ou explicar a realidade. As pesquisas costumam começar, de fato, pela mensuração das variáveis relevantes. (SOUZA, 2005, p. 63)

O processo avaliativo implica num juízo do indivíduo, envolvendo conceitos específicos como: doutrina, princípios e valores. Segundo D'Ambrosio (2011) os modelos de como as avaliações estão sendo conduzidas, usando somente exames e testes, não respondem a questões pertinentes a atual situação do sistema escolar. Para o autor a avaliação de qualquer aprendizagem é intrínseca ao seu processo, “Não aprendeu a comer, sente fome”. Avaliar passa a ser mais que medir, torna-se um processo amplo que busca, de fato, evidências da aprendizagem do aluno. De acordo com os PCN é essencial que a Matemática cumpra seu papel, de maneira equiparada e inerente, na construção das habilidades intelectuais dos alunos. A proposta dos PCN é que o processo de ensino e aprendizagem gere nos alunos as seguintes competências e habilidades divididas em duas vertentes:

Representação e comunicação: (Desenvolvimento da capacidade de comunicação)

- a) ler e interpretar textos;
- b) entender e usar tabelas, gráficos, expressões...;
- c) expressar-se de forma escrita e oral usando vocabulários corretos;
- d) redigir textos coerentes;
- e) detectar as variáveis nas situações problemas;
- f) usar o conhecimento geométrico na compreensão da realidade.

Investigação e compreensão: (Desenvolvimento do raciocínio com capacidade de discutir processos naturais e tecnológicos)

- a) elaborar e compreender situações reais;
- b) operar instrumentos de medição e de cálculo;
- c) construir hipóteses e antever resultados;
- d) formular estratégias de ataque a questões;

- e) estruturar o saber científico e tecnológico numa concepção interdisciplinar;
- f) dominar critérios e processos próprios das Ciências Naturais;
- g) entender a propriedade aleatória dos eventos naturais e sociais e usar ferramentas apropriadas para medidas, determinar amostras e realizar cálculo de probabilidades.

Os critérios determinados pelos PCN referentes à avaliação ditam que os mecanismos utilizados na ação de avaliar devem ser pautados na intencionalidade de desempenho dos alunos quanto as suas habilidades e competências previstas na matriz de referências. De acordo com Rabelo (2013), as matrizes de referência trazem o objeto de uma avaliação e são compostas por um grupo de descritores que dão indícios das habilidades dos alunos ansiadas em cada etapa do aprendizado e suscetíveis de serem conferidas em teste de desempenho.

Souza (2005) considera que a avaliação para a aprendizagem é apenas uma etapa do processo de ensino e não pode ser resumido a ações avaliativas distanciadas e desagregadas do processo de ensino da Matemática. Os PCN enfatizam a resolução de problemas propondo-a como alicerce do processo ensino-aprendizagem, pois é justamente quando os conhecimentos adquiridos ganham sentido e funcionalidade. Cabe ao professor salvaguardar o objetivo maior do ensino que é a aprendizagem, averiguando com regularidade se suas propostas pedagógicas estão favorecendo o desenvolvimento do aluno. Eis aí a diferença citada por Fiorentini e Lorenzato (2012) entre o *matemático* e o *educador matemático*. Para o autor enquanto os *matemáticos* se ocupam na produção de novos saberes e utensílios matemáticos que proporcionem a construção pura e aplicada, através de meios “hipotético-dedutivos”, os *educadores matemáticos* focam seus trabalhos com o uso de técnicas interpretativas e analíticas das ciências sociais e humanas, objetivando o progresso de conhecimentos e a formação crítica e humana do aluno. “Em resumo, podemos dizer que a matemática e a EM possuem objetos distintos de estudo, cada qual com sua problemática específica, tendo suas próprias questões investigativas” (FIORENTINI e LORENZATO, 2012, p. 4). Para D’Ambrosio (2011) a contextualização e as estratégias da Matemática e da Educação são inteiramente desagregadas. “Como educador matemático procuro utilizar aquilo que aprendi como matemático para realizar minha missão de educador.” (D’AMBROSIO, 2011, p. 14). No capítulo a seguir apresentam-se conceitos básicos referentes à Análise de Conteúdo.

4 ANÁLISE DE CONTEÚDO

Neste capítulo, seguindo os autores das obras que compõem o embasamento teórico deste trabalho, conceitua-se Análise de Conteúdo, suas etapas e seu desenvolvimento.

O que é a análise de conteúdo atualmente? Um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez mais sutis em constante aperfeiçoamento, que se aplicam a «discursos» (conteúdos e continentes) extremamente diversificados. O fator comum destas técnicas múltiplas e multiplicadas – desde o cálculo de frequências que fornece dados cifrados, até à extração de estruturas traduzíveis em modelos – é uma hermenêutica controlada, baseada na dedução: a inferência. (BARDIN, 2016, p. 9)

De acordo com Bardin (2016) a Análise de Conteúdo é um conjunto de técnicas de investigação da comunicação que pondera o rigor da objetividade com a uberdade da subjetividade, produzindo indicadores quantitativos e/ou qualitativos. Seu objetivo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção com recorrência nesses indicadores. Sua natureza é empírica e assim sendo não dispõe de um modelo exato, porém pode ser fixadas regras de procedimentos para sua operacionalização. A mensuração dos dados obtidos com o foco na frequência com que surgem caracteriza uma análise quantitativa ao passo que uma análise qualitativa busca identificar a existência ou a carência de uma característica qualquer, específica ou predominante no conteúdo analisado.

A Análise de Conteúdo desenvolveu-se nos Estados Unidos no início do século XIX numa época que o rigor científico utilizado era o da medida e de análise centrada em material jornalístico. A largada dos estudos quantitativos dos jornais foi dada pela Escola de Jornalismo da Colúmbia, mas o primeiro nome vinculado à história de Análise de Conteúdo é o do cientista político norte americano H. Lasswell, responsável por fazer análise de imprensa e de propaganda já por volta de 1915. Sendo “adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações” (BARDIN, 2016, p. 31), a sua aplicabilidade neste trabalho é de desconceituar as teorias de valores morais implícitas nos manuais escolares.

A descrição analítica é uma abordagem da informação trazida nas mensagens, atuando de acordo com procedimentos sistemáticos, mas em muitos casos a Análise de Conteúdo não se restringe ao conteúdo. Equivocadamente, para os iniciantes a análise para ter validade deverá pautar-se em regras as quais devem acatar os tipos de partição da comunicação. Para Bardin (2016), estas regras são dificilmente aplicáveis, mas quando se faz uso de tais regras elas devem ser homogêneas, exaustivas, exclusivas, objetivas e adequadas ou pertinentes ao conteúdo e ao objetivo. Como o propósito de uma análise de conteúdo recai na inferência, o que importa não são as descrições dos conteúdos e sim os ensinamentos

adquiridos após o tratamento. Esta dedução lógica poderá conduzir a responder dois tipos de questão, uma referente às causas das mensagens e outra aos seus prováveis efeitos.

O aspecto inferencial da análise de conteúdo que, acrescido das outras características, fundamenta a sua unidade e a sua especificidade, foi realçado quando da Allerton House Conference ⁽²⁶⁾.

Estas inferências (ou deduções lógicas) podem responder a dois tipos de problemas:
- o que é que conduziu a um determinado enunciado?

Esta aspecto diz respeito as causas ou antecedentes da mensagem;

- quais as consequências que um determinado enunciado vai provavelmente provocar? Isto refere-se aos possíveis efeitos das mensagens (por exemplo: os efeitos de uma campanha publicitaria, de propaganda). (BARDIN, 2016, p. 39)

Na prática a Análise de Conteúdo deste trabalho é uma análise de respostas a questões abertas envolvendo Proporcionalidade. Partindo de uma leitura flutuante até a definição da proposta de análise, ou seja, como classifica-las e qual critério a ser obedecido. Segundo Bardin (2016) e Minayo (2000) o procedimento de deslinde, regularização e representação do conteúdo de mensagens, fornido pela Análise de Conteúdo, divide-se em três momentos discrepantes do estudo: a pré-análise; a exploração do material e o tratamento dos resultados obtidos e interpretação.

4.1 Pré-análise

No entendimento de Bardin (2016) e Minayo (2000), essa é a fase de organização das ações e do planejamento do desenvolvimento das operações sucessivas, é onde ocorre a escolha do material a ser analisado, com o objetivo de operacionalizar e sistematizar as ideias iniciais. A programação estabelecida pode ter alterações ou ajustes permitindo novos procedimentos de análise de acordo com as novas hipóteses surgidas. De acordo com Bardin (2016), a composição da pré-análise é dada por atividades não delineadas divididas em:

- a) a leitura flutuante – contato inicial com a documentação a ser analisada, tornando-se mais apurada pouco a pouco a cargo de hipóteses emergentes e de novas teorias adaptadas no decorrer do estudo;
- b) a seleção dos documentos – definição do universo e a priori. Ocorre a composição do Corpus de maneira organizada seguindo critérios de exaustividade, obtendo a representação da amostra e buscando homogeneidade dos objetos. “O corpus é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos” (BARDIN, 2016);

- c) a elaboração das hipóteses e dos objetivos – de fato nem toda hipótese é levantada na pré-análise e a flexibilidade de pensamento permitirá a emergência de novos pressupostos;
- d) a padronização dos índices e a concepção de indicadores – considerando o material uma manifestação abarcando índices que a análise evidenciará, a tarefa preparatória é a escolha destes em função das hipóteses;
- e) aprestamento do material – preparação formal do material reunido.

4.2 A Exploração do Material

Nesta fase, longa e trabalhosa, é feita a codificação dos dados brutos do estudo. De maneira conveniente administram-se sistematicamente as decisões tomadas na pré-análise. A codificação consiste essencialmente de procedimentos manuais como recorte, contagem, catalogação e especificação de acordo com as normas adotadas.

Para Cury (2010) esta fase é dita descrição analítica, abrange um estudo minucioso do corpus usando mecanismo de unitarização (processo de releitura do material buscando definir unidades de análise) e categorização.

4.3 Tratamento dos Resultados Obtidos e Interpretação

Bardin (2016) defende que neste íterim o analista deverá ter com o tratamento dos dados brutos resultados evidenciados e válidos, resignados a provas estatísticas. Algumas operações estatísticas como a porcentagem e análise fatorial possibilitaram edificar diagramas, figuras e até gráficos das informações obtidas. Dispondo de resultados expressivos e insuspeitos é possível preconizar inferências e antecipar esclarecimentos a respeito dos objetivos pretendidos ou redirecionar o estudo pelo surgimento inusitado de novas evidências. A autora diz que essa fase exige um aprofundamento da análise sobre os resultados obtidos, pois é uma característica individual a maneira de produzir uma categorização, a intuição, as ideias, o instinto, a assimilação, a percepção e a visão que orienta a pesquisa são peculiares de cada pesquisador.

4.3.1 A Codificação

Há de fato a necessidade de se entender a motivação (por que) da análise, evidenciando-a de maneira que se permita saber (como) analisar. “Daqui, a necessidade de especificar hipóteses e de enquadrar a técnica dentro de um perfil teórico” (BARDIN, 2016, p. 133). Para a autora, codificar é uma transformação submetida a regras específicas dos dados brutos que possibilita a representação ou a expressão do estudo, podendo servir de indicadores das características pertinentes do conteúdo. Esta dedução lógica poderá conduzir a responder dois tipos de questão, uma referente às causas das mensagens e outra aos seus prováveis efeitos.

A organização da codificação compreende três escolhas (no caso de uma análise quantitativa e categorial):

- O recorte: escolha das unidades;
- A enumeração: escolha das regras de contagem;
- A classificação e a agregação: escolha das categorias. (BARDIN, 2016, p. 133)

4.3.2 A Categorização

Bardin (2016) define a categorização como uma operação classificatória dos elementos pertencentes a um conjunto pelo critério de diferenciação, seguida de agrupamento por gênero e preceitos previamente estipulados. O critério adotado poderá ser:

- a) semântico – por categorias temáticas;
- b) sintático – por identificação dos verbos e adjetivos;
- c) léxico – por especificação das palavras de acordo com o sentido;
- d) expressivo – por categorias que dividem as diferentes disfunções da linguagem.

A partir do momento em que a análise de conteúdo decide codificar o seu material, deve produzir um sistema de categorias. A categorização tem como primeiro objetivo (da mesma maneira que a análise documental) fornecer, por condensação, uma representação simplificada dos dados brutos. Na análise quantitativa, as inferências finais são, no entanto, efetuadas a partir do material reconstituído. Supõe-se, portanto, que a decomposição-reconstrução desempenha determinada função na indicação de correspondências entre mensagens e a realidade subjacente. (BARDIN, 2016, p. 148; 149)

A ordenação dos elementos em classes impele à análise a similaridade entre eles, permitindo o agrupamento, ou seja, é um processo estruturalista composto por dois passos: o inventário e a classificação.

Portanto a Análise de Conteúdo assume papel fundamental no desenvolvimento desse trabalho, assim como a metodologia de Análise de Erros abordada no capítulo seguinte.

5 ANÁLISE DE ERROS

Apresenta-se a seguir uma valiosa ferramenta no processo de ensino, a metodologia de Análise de Erros. Destaque nas tendências de Educação Matemática, busca nos erros informações que melhore o aprendizado.

A discussão sobre erros em Matemática pareceu-me, na ocasião, estar na ordem do dia, como desdobramento dos estudos sobre “Resolução de Problemas” que dominavam os fóruns intencionais desde o final dos anos 1970, ainda que as primeiras reflexões documentadas sejam encontradas em Hadamard, no pós-guerra. (CURY, 2007, p. 12)

Segundo Cury (2007), com relação à pesquisa, a Análise de Erros caracteriza-se por apresentar pontos incomuns com temas da Educação Matemática e da própria Matemática. Considera a Análise de Erros uma “tendência na Educação Matemática”, pois a mesma utiliza subsídios da Matemática, nas suas vertentes filosófica e histórica, além de outras áreas, como Educação, Psicologia, Antropologia e Sociologia.

Tem-se então que o erro constitui um saber, de alguma forma, adquirido pelo aluno, sendo necessário levá-lo a questionar suas respostas, seus argumentos e seus métodos de resoluções. Entretanto não se deve tirar sua confiança com uso desnecessário de afirmações do tipo “o que você está fazendo é errado, o correto é de outra forma”, nem fazê-lo repetir exaustivamente, tornando o processo de aprendizado mecânico e tedioso. Portanto a Análise de Erros na resolução de situação-problema deve ser uma prática ligada à aprendizagem.

5.1 Erros: Uma Prática Ligada à Aprendizagem

Segundo Correia (2010), erro conceitua-se como sendo a parte de um produto final desvinculado à Matemática que se espera que o aluno expresse, caracteriza-se pela não aplicação de algum algoritmo que busque a resolução e por ter um argumento de resposta elaborado na lógica do próprio aluno. Essa indução do raciocínio lógico que acarreta a uma errônea conclusão pode ocorrer desde o emprego impreciso de conceitos até o mau entendimento do enunciado.

Erro é um vocábulo provindo do termo latino “errare” que significa falha ou fazer algo errado. No dicionário da Língua Portuguesa, erro está associado a veredito, ato ou resolução incorreta, propriedade daquilo que não condiz à verdade, engano, apreciação ou avaliação que está em desconformidade com a realidade observada, juízo falso, falta, culpa. Para Cury (2007) nenhuma dessas interpretações será válida nem adotada em análise de erros,

pois de fato tem-se uma oportunidade de averiguar e de corrigir o processo de aprendizagem do aluno. O aproveitamento dos erros na aprendizagem proporciona um feedback dos alunos a respeito da metodologia aplicada. Nesse processo um fato importante chama a atenção, para o aluno o erro cometido inexistente e o mesmo só será percebido caso o professor o incentive a analisar sua própria produção. Somente após tomar consciência do erro o aluno poderá compreendê-lo e superá-lo. Essa reflexão torna-se imprescindível no contexto da pesquisa educacional, pois compreende concomitantemente saberes: científico, edificado na sala de aula e avaliativo. Para ficar a par da existência do erro, redefinir e corrigir seu raciocínio é necessário que o aluno seja ou se torne um ser ativo, com autonomia suficiente para interagir com o objeto de conhecimento e com outros sujeitos envolvidos no estudo. Essas ações educativas estão embasadas na estruturação do conhecimento e do desenvolvimento cognitivo.

Uma perspectiva didática poderá ser dada pela Análise de Erros, desde que o professor conheça e busque compreender o erro, “os erros da aprendizagem servem positivamente de ponto de partida para o avanço, na medida em que são identificados e compreendidos” (LUCKESI, 2011, p. 138).

5.2 A Análise nas Respostas

Na análise das respostas dos alunos o importante não é o acerto ou o erro em si, mas os modos de assimilação que eles apresentam de certos conhecimentos na elaboração de textos escritos, podendo revelar suas dificuldades no aprendizado, Cury (2007).

Pode-se pensar que qualquer correção de prova é uma análise, com categorias previamente determinadas (os gabaritos feitos pelos professores) ou emergentes, baseadas nas soluções. No entanto, a simples correção da prova não configura pesquisa, já que, em geral, ela se insere em uma avaliação diagnóstica ou somativa. (CURY, 2007, p. 63)

Conforme Rabelo (2013), as avaliações constituídas de múltiplas escolhas (assim como as subjetivas) previamente elaboradas (de maneira que as alternativas incorretas sejam os prováveis erros cometidos pelos alunos) são mecanismos de investigação de erros. O elaborador, com certeza, não conseguirá pôr nas alternativas incorretas todos os prováveis erros nem mesmo afirmar categoricamente que a marcação de uma dessas alternativas foi em função do pensamento equivocado imaginado pelo professor na formulação da avaliação, mas irá desfrutar de um conjunto de informações que o auxiliarão no refinamento das habilidades desses alunos.

Quando essas opções são bem elaboradas, a análise do erro pode revelar resultados muito interessantes em termos de aprendizagem por parte dos estudantes. Muitas vezes, essas inferências são mais ricas do que as conclusões que são extraídas do próprio acerto no item. Podem, inclusive, ser feitas inferências de ações pedagógicas que poderiam ser praticadas a partir do comportamento revelado nas escolhas das opções incorretas pelos estudantes. (RABELO, 2013, p. 141)

Os itens de acordo com essa concepção conduzem a uma análise voltada na intenção das respostas. Supondo que o acerto do item provenha da assimilação do estudo caso o aluno marque a resposta correta, o professor avançará no conteúdo programático, mas se os erros de marcação forem expressivos será necessária à reformulação da metodologia aplicada. É primordial que haja a comunicação durante a aprendizagem entre os alunos, “O processo de gerar conhecimento como ação é enriquecido pelo intercâmbio com outros, imersos no mesmo processo, por meio do que chamamos comunicação” (D'AMBROSIO, 2011, p. 24).

A parte seguinte deste trabalho explicita a metodologia aplicada e o processo de coleta de dados nos colégios escolhidos.

6 METODOLOGIA

Este capítulo explicita as etapas do desenvolvimento do estudo, os métodos utilizados na pesquisa de campo e a forma adotada para a organização dos dados obtidos.

A análise das respostas, além de ser uma metodologia de pesquisa, pode ser, também, enfocada como uma metodologia de ensino, se for empregada em sala de aula, como “trampolim para a aprendizagem” (BORASI, 1985), partindo dos erros detectados e levando os alunos a questionar suas respostas, para construir o próprio conhecimento. (CURY, 2007, p. 15)

O trabalho deve como ponto de partida, em abril de 2016, a definição do objeto de estudo. A escolha foi pautada de acordo com os critérios:

- a) a relevância do conteúdo no estudo da Matemática;
- b) o quão explorado e debatido foi anteriormente;
- c) incidência nas provas do ENEM;
- d) aplicabilidade em situações problemas;
- e) o nível de aprendizado atingido atualmente;
- f) a funcionalidade em soluções de situações problemas;
- g) as tendências de ensino.

A etapa seguinte foi o inventário do referencial teórico bibliográfico. Buscou-se por autores que pudesse dar embasamento nas temáticas:

- a) histórico da Proporcionalidade;
- b) análise de Conteúdo;
- c) análise de Erros;
- d) educação Matemática;
- e) resoluções de Problemas;
- f) avaliações.

A averiguação bibliográfica estendeu-se ao estudo da Engenharia de Construção de Itens e aos PCN. A proposta deste trabalho é de uma pesquisa mista, ou seja, pautada em quantificadores e qualificadores, porém caracterizada pela intencionalidade de análise nas respostas.

Na análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si – que são pontuados em uma prova de avaliação da aprendizagem –, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem. (CURY, 2007, p. 65)

6.1 Pesquisa de Campo – Análise Quantitativa

Duas escolas foram escolhidas para a investigação, Colégio Dom Amando e Colégio Álvaro Adolfo da Silveira, uma da rede particular e outra da rede pública de ensino, respectivamente. Para a análise das respostas dos alunos utilizou-se uma turma do 3º ano do Ensino Médio do turno da manhã, de cada uma dessas escolas. Ambas situadas na cidade de Santarém, Região Oeste do Estado do Pará. Todos os 75 (setenta e cinco) alunos dessas turmas, 35 alunos (trinta e cinco) do Colégio Dom Amando e 40 alunos (quarenta) do Colégio Álvaro Adolfo da Silveira, contribuíram para a pesquisa respondendo um questionário composto por quatro itens (Anexo A). Foi elaborado um texto com o teor de petição e esclarecimento e dado às escolas (Apêndice A) explicando o objetivo do estudo e evidenciando a responsabilidade da não divulgação dos nomes desses alunos (Apêndice B).

Após o consentimento dos diretores das escolas, houve o contato com os professores da disciplina de Matemática de cada escola e em seguida com as turmas. A pesquisa ocorreu primeiramente no Colégio Dom Amando, no mês de março de 2017. Colégio tradicional da cidade com 76 anos de funcionalidade, atualmente conta com um total de 160 funcionários, 1442 alunos matriculados nos turnos da manhã e tarde. A estrutura física do colégio é composta por salas, todas climatizadas, dois laboratórios, uma piscina semiolímpica coberta, uma biblioteca, sala dos professores, uma sala de dança, um centro de rádio para comunicação interna, um ginásio poliesportivo, uma quadra aberta, e mais um complexo esportivo com campo de futebol society. O colégio recebe alunos de todas as classes sociais e oferece desde a Educação Infantil ao Ensino Médio.

O encontro com os alunos, realizado no dia 08 de março, foi dado inicialmente por uma conversa informal, com o intuito de debater as concepções relativas ao estudo de proporcionalidade. Nesta atividade foram ouvidos depoimentos dos alunos a respeito de suas dificuldades no aprendizado de Matemática. Expuseram então:

- a) falta de hábito de estudo;
- b) antipatia com a disciplina;
- c) dificuldade com cálculos.

Logo após foi aplicado o questionário com os quatro itens de múltiplas escolhas. A duração foi de 40 (Quarenta) minutos, com 5 (cinco) minutos e tolerância.

Na Escola Estadual de Ensino Médio Álvaro Adolfo da Silveira, o processo de coleta de dados se deu da mesma maneira, ocorrendo nas datas 12 de abril de 2017. O colégio é também tradicional na cidade de Santarém, com 57 anos de funcionalidade, disponibilizando

atualmente da Educação de Jovens e Adultos – EJA – com 143 alunos e do Ensino Médio com 4199 alunos matriculados. A escola é estruturada fisicamente por 75 salas de aula, laboratório de informática, laboratório de ciências, sala dos professores, sala de recursos multifuncionais para Atendimento Educacional Especializado (AEE), quadra de esporte descoberta, cozinha, biblioteca, sala de leitura e refeitório.

6.2 Pesquisa de Campo – Análise Qualitativa

Os itens do questionário aplicado na pesquisa de campo foram embasados na Engenharia de Construção de Itens com a preocupação de manter a imparcialidade na interpretação do aluno e com o cuidado de averiguar a relação com os seus prováveis erros para que os mesmos pudessem ser usados como fonte do estudo. Foram objetivos na elaboração dos itens:

- a) conceber os itens cumprindo as orientações da Engenharia de Construção de Itens;
- b) ter como classificar os erros efetivados pelos alunos;
- c) manter a coerência com a resolução dos PCN.

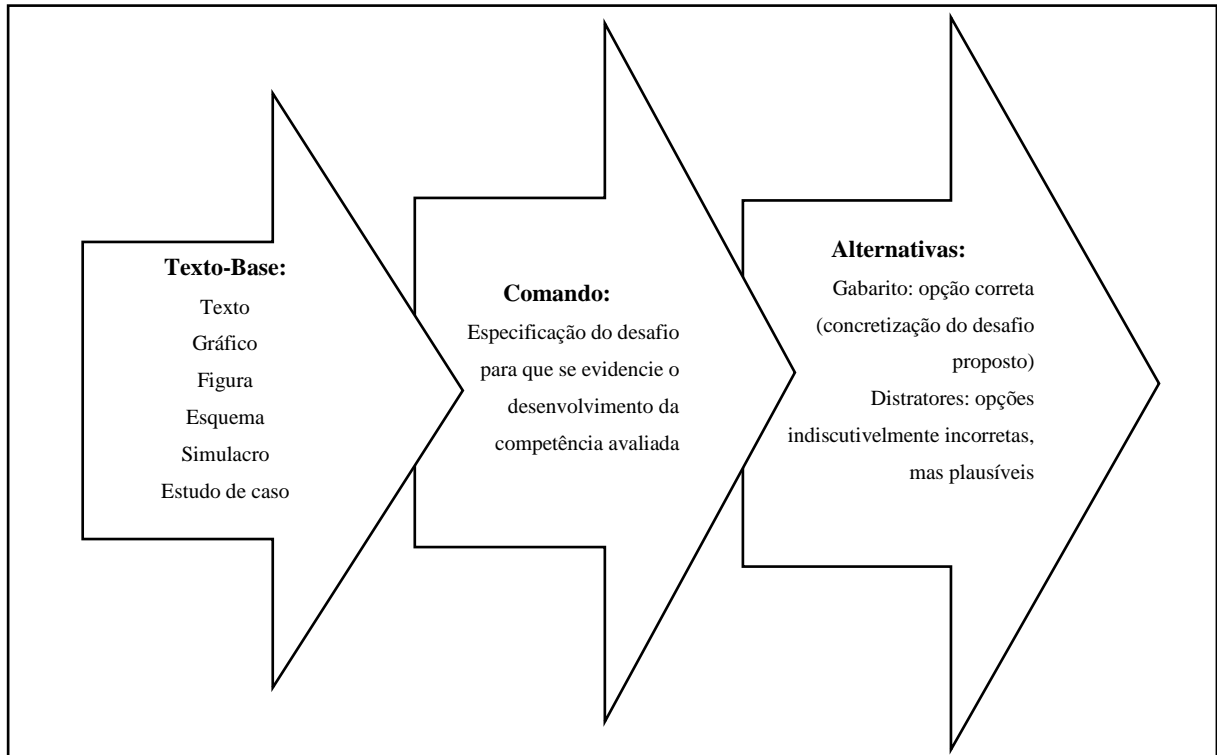
De acordo com Rabelo (2013) o item serve de pilar para a construção dos indicadores de qualidade que produzirão material para a elaboração das ações de melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Sendo importante salientar a diferenciação entre item de prova e uma prova: cada item de prova é uma circunstância previamente formulada, que vai estimular o indivíduo a dar uma resposta, transformando-se em uma amostra de desempenho associada a um instrumento distinto antevisto em uma grade de referência. Ao passo que uma prova é a solicitação para que alguém exponha seus conhecimentos objetivando avaliar características antecipadamente definidas.

A confiabilidade da pesquisa poderia ter sido comprometida caso os itens não fossem cuidadosamente construídos. Como este trabalho é alicerçado na Teoria de Resposta ao Item, usou-se o termo Item ao invés de “questão”, pois essa diferenciação foi precisa para não haver confusão com itens de julgamento, que são voltados para a veracidade ou não da informação.

Foi adotado para os itens desde trabalho o formato de múltipla escolha, no qual o aluno deve marcar uma única alternativa dentre as cinco apresentadas. Somente uma dessas alternativas é incontestavelmente certa, a chamada chave de resposta ou gabarito, enquanto que as demais são os prováveis erros, previstos na elaboração dos itens, denominadas de distratores. Na construção desses itens seguiu-se a estrutura básica de um item de múltipla

escolha que, de acordo com Rabelo (2013), divide-se em três partes relacionadas de maneira coesa e coerente: texto-base, enunciado (ou comando) e as alternativas (gabarito e os distratores).

Figura 1- Estrutura Básica do Item



Fonte: Adaptado de (RABELO, 2013 apud COSTA, 2015, p. 73).

Os textos-base de cada item deste trabalho:

- foram escritos ou retirados de fontes externas (com reconhecimento científico);
- cumpriram a função de contextualizar a situação problema;
- são curtos, completos e apropriados ao nível de linguagem dos respondentes;
- apresentam uso correto da Língua Portuguesa e de conceitos científicos;
- conceituam e exemplificam, conforme a intencionalidade do item.

Já os comandos dos itens são do tipo de complementação simples, no qual é dada uma informação incompleta continuada por uma das alternativas apresentadas. E as alternativas também estão de acordo com Rabelo (2013):

- com extensão e formatos iguais;
- sem o uso do tipo “nenhuma das anteriores”;
- evitou-se o uso de alguns termos como somente, apenas, nunca, unicamente, sempre, jamais, raramente, exclusivamente, pode ser, alguns, entre outros;

- d) elaboração e análise cuidadosa dos distratores, adequados ao nível da aprendizagem e sem “pegadinhas”.

Com a qualificação dos distratores, os erros dos alunos puderam ser deduzidos e classificados por categorias. O passo seguinte foi de procurar as causas iminentes desses erros utilizando a abordagem de Análise de Conteúdo. Seguiram-se então as três fases apontadas por Bardin (2016): a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados. Primeiramente foi feita uma leitura flutuante, organizando o material de acordo com a formulação de hipóteses dos erros apresentadas nos distratores de cada item. Após a sistematização dos documentos, definiu-se o *corpus*, ou seja, o domínio específico do foco do estudo que nesse caso são os erros cometidos na marcação nos itens do questionário aplicado.

A exploração do material, de caráter interpretativo, ocorreu de forma individual buscando:

- a) entender quais e como os fundamentos matemáticos foram aplicados pelos alunos;
- b) esclarecer, através de suas marcações, o mecanismo utilizado pra fazê-lo.

A próxima etapa foi o tratamento de resultados, com a realização da descrição dos erros cometidos pelos alunos representados por tabelas e gráficos. Essa análise além de concretizar as hipóteses do estudo serviu como mecanismo de reconhecimento da construção do aprendizado das turmas.

7 ANÁLISE DE RESULTADOS

O objeto de estudo deste trabalho (Anexo A) calcificou algumas das perspectivas de resultados, como a má interpretação de texto e a carência nas operações básicas da Matemática. Apesar desse fato não foram realizadas inferências no processo de ensino e aprendizagem, porém as observações foram norteadas em conformidade com as competências e habilidades da matriz de referência adotada.

7.1 Matriz de Referência

A matriz usada na construção dos itens deste trabalho seguiu de maneira fidedigna, os moldes da matriz adotada pelo INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Foram usados então as Competências da Área, Habilidades Matemáticas, Objetos do Conhecimento e os Eixos Cognitivos. É importante ressaltar que foram utilizadas somente algumas das competências e habilidades que norteiam a matriz de referência do INEP, que cada área de conhecimento foi formada por suas competências e habilidades representadas por C e H, respectivamente e que os eixos cognitivos dados foram:

I – Dominar Linguagem (DL): ter domínio do uso da linguagem matemática;

II – Compreender Fenômenos (CF): entender os processos e conceitos matemáticos;

III – Enfrentar Situações-problema (SP): selecionar os dados e tomar decisões que o ajude a resolver situações-problemas;

IV – Construir Argumentos (CA): elaborar argumentações consistentes que possam respaldar suas soluções;

V – Elaborar Propostas (EP): através dos conhecimentos desenvolvidos, apresentar propostas de intervenção.

É dada a seguir a relação das competências e habilidades da Matriz de Referência usada neste trabalho:

Competências de área 1 (C1) – Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e inteiros.

H1 – Reconhecer significados e representações dos números e operações;

H2 – Perceber padrões numéricos;

H3 – Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos;

H4 – Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico;

H5 – Avaliar intervenções usando conhecimentos numéricos.

Competências de área 2 (C2) – Construir noções de grandezas e medidas.

H6 – Identificar relações entre grandezas e unidades de medidas;

H7 – Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas;

H8 – Avaliar o resultado de uma medição;

H9 - Avaliar intervenções usando conhecimentos de grandezas e medidas.

Competências de área 3 (C3) – Construir variações de grandezas.

H10 – Identificar a relação de dependência entre as grandezas;

H11 – Resolver problemas com grandezas direta e inversamente proporcionais;

H12 – Analisar informações de variação de grandezas;

H13 - Avaliar intervenções usando conhecimentos de variação de grandezas.

Competências de área 4 (C4) – Modelar problemas usando representação algébrica.

H15 – Identificar representações algébricas que expressem a grandeza;

H16 – Interpretar gráfico cartesiano com relações às grandezas;

H17 – Resolver problemas de modelagem de conhecimentos algébricos;

H18 – Uso de conhecimentos algébricos para elaborar argumentos;

H19 - Avaliar intervenções usando conhecimentos algébricos.

A tabela a seguir, formada com base na elaborada por Rabelo (2013), facilita a leitura da matriz de referência deste estudo.

Tabela 1 – Relação entre competências, habilidades e eixos cognitivos.

Competência de Área	DL	CF	SP	CA	EP
C1	H1	H2	H3	H4	H5
C2	H6	H7	H8	H9	H10
C3	-	H11	H12	H13	H14
C4	H15	H16	H17	H18	H19

Fonte: Autor

Nota: Sinal convencional utilizado:

- Não se aplica dado numérico

A posse dessa tabela facilitou o processo de classificação dos itens até porque um item pode ter mais do que uma competência e/ou habilidade nele trabalhada. Portanto a classificação de cada item foi dada de acordo com a competência/habilidade mais significativa na sua resolução.

7.2 As Categorias de Erros

Os erros identificados no questionário avaliativo foram enumerados e classificados em 16 categorias. A finalidade dessa categorização foi de poder quantificar o número de ocorrências dos erros cometidos pelos alunos em cada um dos itens (Anexo C), o que facilitou observar a relação entre eles. A seguir, essas categorias foram listadas e descritas de maneira concisa.

Item 1

- a) Erro tipo 1 (E1): O aluno entendeu que deveria achar a quantidade cuja quinta parte é 18. Montou então a proporção da seguinte maneira $x/5 = 18$ e obteve $x = 90$;
- b) Erro tipo 2 (E2): O aluno montou corretamente a proporção $x + x/5 = 18$, mas na resolução efetuou a adição de frações somando os numeradores e em seguida “passou” o 5 subtraindo para o outro lado da igualdade, chegando em $2x = 13$. Por fim subtraiu 2 de 13 obtendo 11 como resposta;
- c) Erro tipo 3 (E3): O aluno montou corretamente a proporção $x + x/5 = 18$, depois desenvolveu corretamente o cálculo se equivocando somente na divisão de 90 por 6, que resultou em 12;
- d) Erro tipo 4 (E4): O aluno montou incorretamente a proporção da seguinte maneira $x + 5x = 18$, depois desenvolveu corretamente o cálculo e obteve $x = 3$.

Item 2

- a) Erro tipo 5 (E5): O aluno montou incorretamente a proporção da seguinte maneira $x/9 = 4/9$, depois desenvolveu corretamente o cálculo e obteve $x = 4$;
- b) Erro tipo 6 (E6): O aluno utilizou como argumento de resposta a adição entre o número de laranjas dado na razão do enunciado com a quantidade de mangas, $4 + 9$ e obteve 13;
- c) Erro tipo 7 (E7): O aluno montou incorretamente a proporção da seguinte maneira $x/9 = 4/7$, depois desenvolveu corretamente o cálculo até chegar em $x = 36/7$ e por fim arredondou o resultado dessa divisão para $x = 6$;
- d) Erro tipo 8 (E8): O aluno montou corretamente a proporção $x/x+9 = 4/7$, mas ao usar a propriedade fundamental, multiplicou apenas o x por 4.

Item 3

- a) Erro tipo 9 (E9): O aluno utilizou como argumento de resposta que deveria retirar apenas um homem de 99% homens;

- b) Erro tipo 10 (E10): O aluno entendeu como deveria achar a quantidade de homens que deveriam deixar a sala (50), mas após efetuar os cálculos retirou a quantidade de homens que deveria permanecer na sala (49);
- c) Erro tipo 11 (E11): O aluno utilizou como argumento de resposta a subtração: número de pessoas na sala menos a porcentagem de homens desejada, ou seja, $100 - 98 = 2$;
- d) Erro tipo 12 (E12): O aluno utilizou como argumento de resposta que deveria retirar 98% de homens da sala.

Item 4

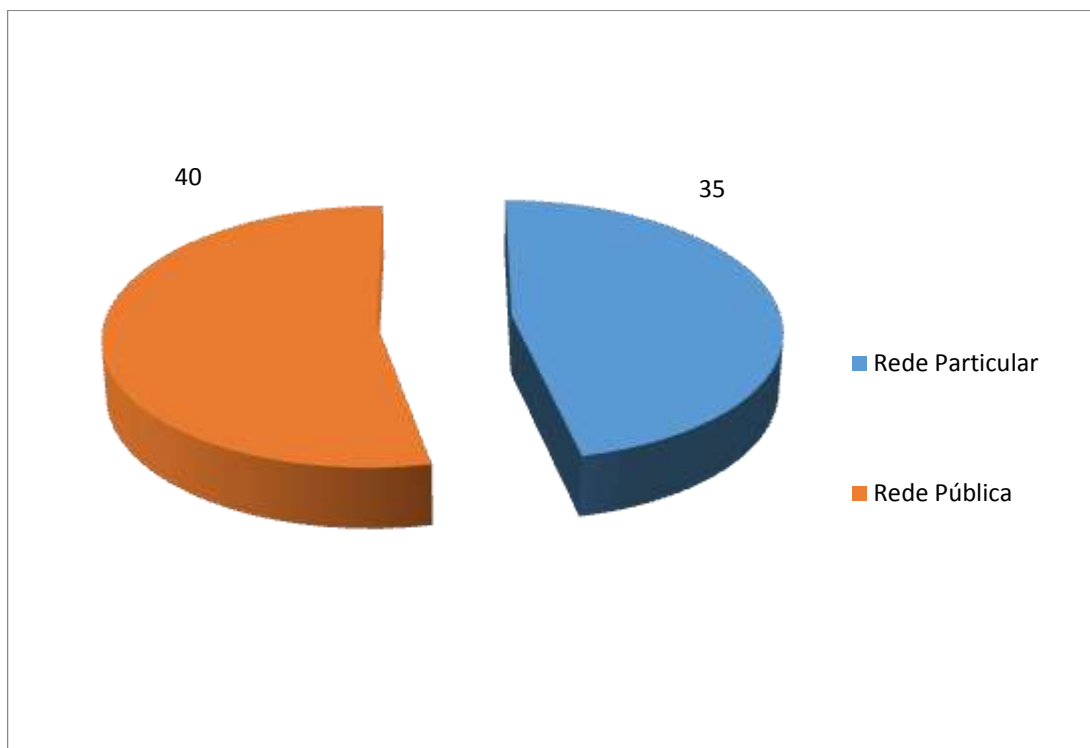
- a) Erro tipo 13 (E13): O aluno desconsiderou o símbolo de porcentagem e calculou o valor da potência de forma correta, $(10\%)^2 = 100\%$;
- b) Erro tipo 14 (E14): O aluno desconsiderou o símbolo de porcentagem e calculou o valor da potência de forma equivocada, multiplicando a base pelo expoente, $(10\%)^2 = 10\% \cdot 2 = 20\%$;
- c) Erro tipo 15 (E15): O aluno desconsiderou o símbolo de porcentagem e calculou o valor da potência de forma equivocada, dividindo a base pelo expoente, $(10\%)^2 = 10\% / 2 = 5\%$;
- d) Erro tipo 16 (E16): O aluno considerou o símbolo de porcentagem, mas calculou o valor da potência da seguinte maneira: $(10\%)^2 = (10/100)^2 = (1/10)^2 = 2 \cdot 20 = 10\%$.

7.3 Análise dos Erros Cometidos nos Itens

Todos os itens que foram propostos apresentam relação com o objeto da pesquisa, porém nem todos são inéditos.

7.3.1 Análise Quantitativa dos Erros

Participaram da pesquisa 75 alunos no total. Todos os alunos responderam o questionário avaliativo, sem deixar nenhum dos itens em branco, porém nem todos demonstraram seus cálculos de forma clara. A figura a seguir mostra um gráfico de setores da divisão de alunos da rede particular e pública.

Figura 2 - Distribuição do número de participantes por escola.

Fonte: Autor

São dadas a seguir as tabelas demonstrativas com as classes dos erros cometidos pelos alunos.

Tabela 2 – Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede particular no item 1.

Aluno	Categoria de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros
1	-	11	-	21	1	31	4
2	1	12	-	22	-	32	-
3	3	13	-	23	1	33	-
4	-	14	-	24	4	34	-
5	3	15	3	25	4	35	3
6	-	16	-	26	1	36	4
7	3	17	3	27	4	37	-
8	4	18	1	28	4	38	2
9	-	19	1	29	4	39	3
10	-	20	3	30	1	40	2

Fonte: Autor

Nota: Sinal convencional utilizado:
- Não se aplica dado numérico

Tabela 3 – Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede particular no item 2.

Aluno	Categoria de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros
1	8	11	-	21	7	31	-
2	5	12	-	22	-	32	7
3	7	13	6	23	8	33	-
4	7	14	-	24	6	34	7
5	-	15	6	25	8	35	7
6	8	16	-	26	6	36	-
7	8	17	6	27	-	37	8
8	8	18	-	28	7	38	7
9	6	19	8	29	5	39	5
10	8	20	7	30	7	40	7

Fonte: Autor

Nota: Sinal convencional utilizado:
- Não se aplica dado numérico

Tabela 4 – Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede particular no item 3.

Aluno	Categoria de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros
1	11	11	9	21	9	31	9
2	12	12	11	22	10	32	9
3	9	13	-	23	9	33	11
4	9	14	9	24	-	34	12
5	9	15	9	25	9	35	10
6	11	16	9	26	10	36	9
7	10	17	9	27	9	37	9
8	9	18	9	28	11	38	9
9	11	19	11	29	9	39	10
10	9	20	9	30	9	40	9

Fonte: Autor

Nota: Sinal convencional utilizado:
- Não se aplica dado numérico

Tabela 5 – Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede particular no item 4.

Aluno	Categoria de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros
1	14	11	-	21	13	31	14
2	13	12	13	22	13	32	13
3	13	13	13	23	-	33	-
4	13	14	-	24	13	34	16
5	14	15	16	25	14	35	14
6	14	16	-	26	14	36	13
7	14	17	-	27	14	37	13
8	13	18	-	28	13	38	13
9	14	19	13	29	13	39	14
10	14	20	14	30	13	40	15

Fonte: Autor

Nota: Sinal convencional utilizado:
- Não se aplica dado numérico

Tabela 6 – Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede pública no item 1.

Aluno	Categoria de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros
1	2	11	4	21	4	31	3
2	-	12	-	22	1	32	1
3	4	13	3	23	4	33	1
4	1	14	1	24	-	34	-
5	-	15	1	25	3	35	4
6	-	16	-	26	4		
7	4	17	-	27	-		
8	4	18	3	28	3		
9	-	19	1	29	-		
10	3	20	3	30	-		

Fonte: Autor

Nota: Sinal convencional utilizado:
- Não se aplica dado numérico

Tabela 7 – Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede pública no item 2.

Aluno	Categoria de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros
1	6	11	5	21	5	31	7
2	7	12	7	22	5	32	7
3	7	13	-	23	5	33	-
4	-	14	8	24	6	34	7
5	-	15	7	25	5	35	6
6	5	16	8	26	6		
7	-	17	-	27	-		
8	-	18	7	28	6		
9	5	19	-	29	-		
10	8	20	7	30	-		

Fonte: Autor

Nota: Sinal convencional utilizado:
- Não se aplica dado numérico

Tabela 8 – Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede pública no item 3.

Aluno	Categoria de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros
1	9	11	11	21	11	31	9
2	9	12	9	22	12	32	9
3	10	13	11	23	11	33	11
4	11	14	11	24	9	34	11
5	9	15	9	25	-	35	11
6	11	16	10	26	11		
7	9	17	11	27	9		
8	9	18	11	28	11		
9	10	19	9	29	9		
10	9	20	9	30	-		

Fonte: Autor

Nota: Sinal convencional utilizado:
- Não se aplica dado numérico

Tabela 9 – Distribuição dos erros cometidos pelos alunos da rede pública no item 4.

Aluno	Categoria de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros	Alunos	Categorias de Erros
1	14	11	13	21	13	31	13
2	13	12	13	22	-	32	16
3	13	13	14	23	13	33	-
4	13	14	14	24	14	34	16
5	-	15	14	25	-	35	15
6	13	16	16	26	13		
7	13	17	-	27	16		
8	14	18	13	28	13		
9	14	19	13	29	13		
10	13	20	13	30	-		

Fonte: Autor

Nota: Sinal convencional utilizado:
- Não se aplica dado numérico

Em seguida apresenta-se a tabela demonstrativa com o número e a porcentagem de acertos dos alunos das duas escolas em cada um dos itens da avaliação aplicada.

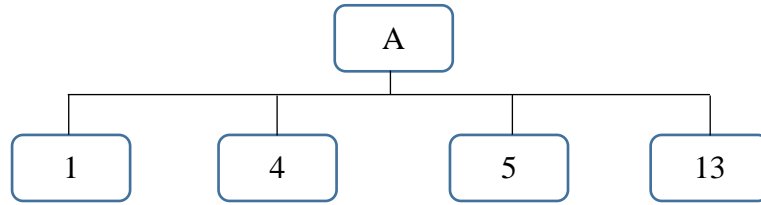
Tabela 10 – Distribuição dos acertos dos alunos de cada escola nos itens.

ITENS	ACERTOS			
	Particular		Pública	
	Nº	%	Nº	%
1	15	37,5	12	34,28
2	11	27,5	11	31,43
3	2	5	2	5,71
4	7	17,5	6	17,14

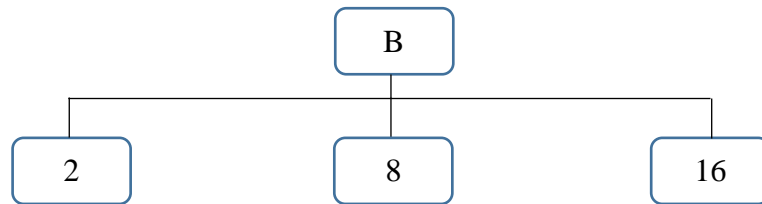
Fonte: Autor.

Para uma análise mais rápida e precisa as 16 categorias de erros, anteriormente listadas, foram distribuídas em cinco classes de acordo com a semelhança observada entre elas. Essas classes e suas respectivas descrições são mostradas a seguir:

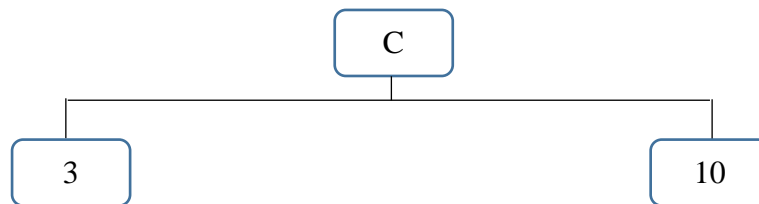
Classe A: Caracteriza-se por erro no entendimento do enunciado, mas com cálculos corretos.



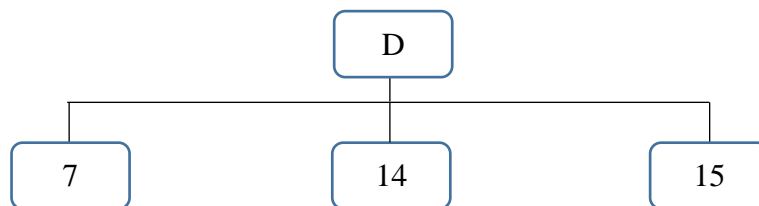
Classe B: Caracteriza-se por entendimento correto do enunciado, mas com erro de cálculo.



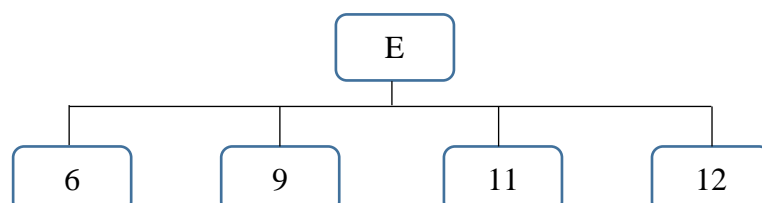
Classe C: Caracteriza-se por entendimento correto, mas com falha na conclusão do cálculo.



Classe D: Caracteriza-se por erro no entendimento do enunciado e no cálculo.

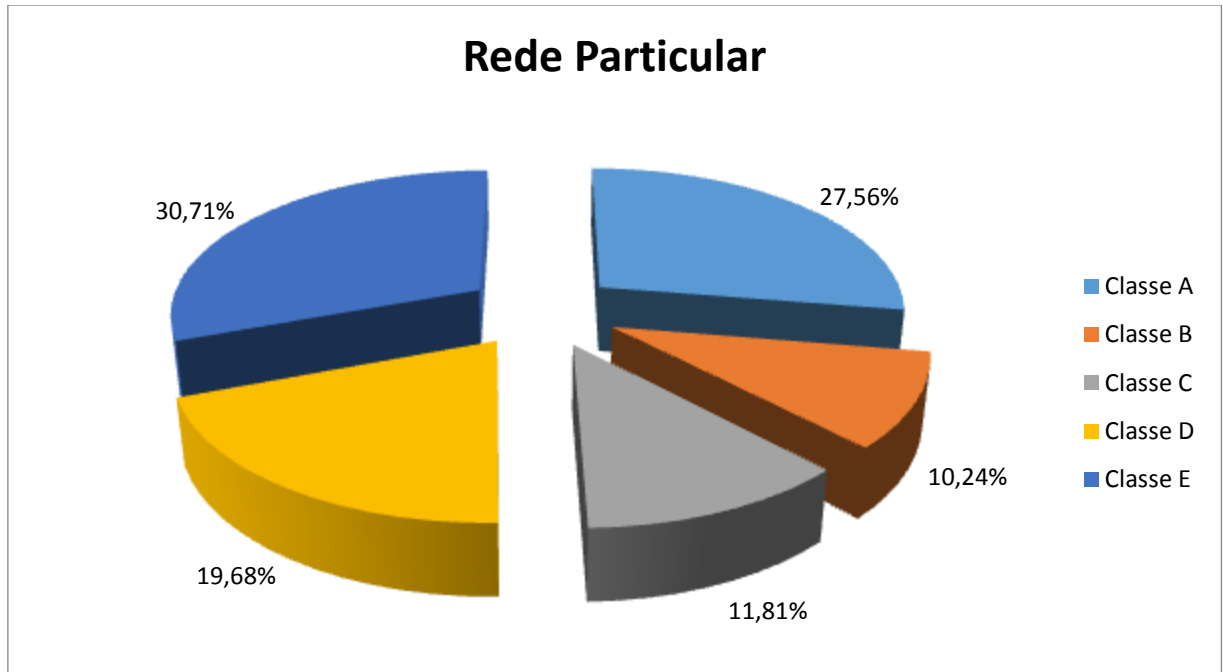


Classe E: Caracteriza-se pelo uso equivocado das alternativas para criar argumento de resposta.



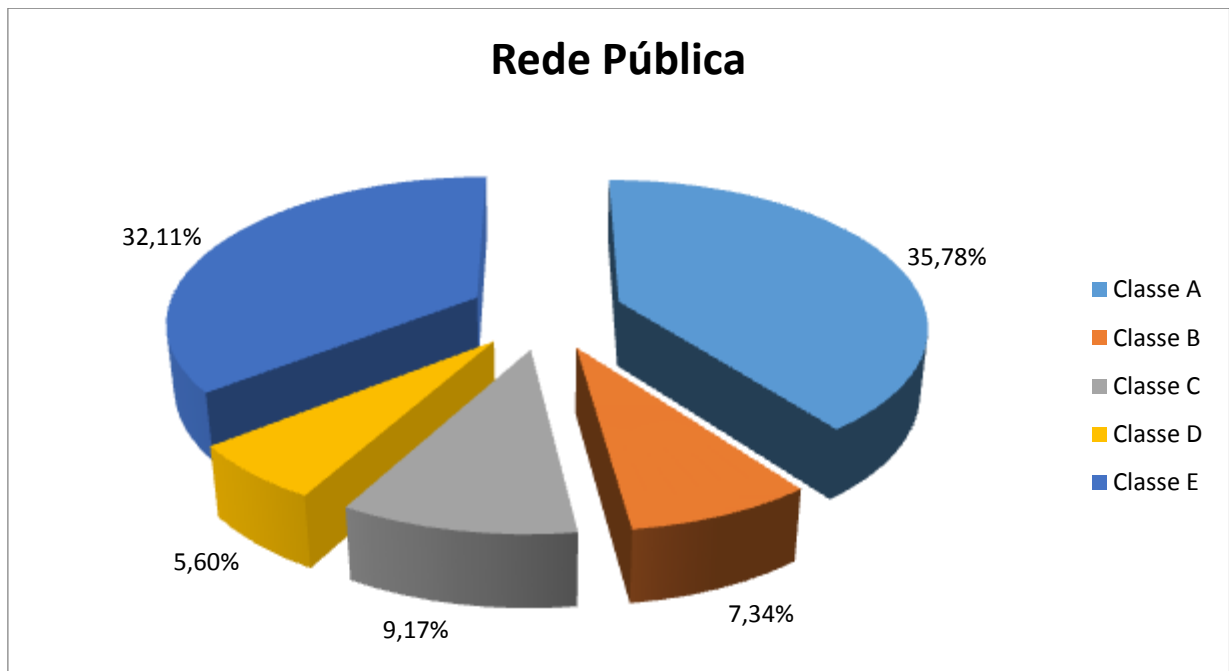
A seguir apresentam-se os gráficos de setores que demonstram o número e a porcentagem das classes de erros cometidos pelos alunos das duas escolas em cada um dos itens da avaliação aplicada.

Figura 3 - Distribuição do registro das classes de erros dos alunos da rede particular



Fonte: Autor

Figura 4 – Distribuição do registro das classes de erros dos alunos da rede pública.



Fonte: Autor.

7.3.2 Análise Qualitativa dos Erros

A classe A (caracterizada por erro no entendimento do enunciado, mas com cálculos corretos) e a classe E (caracterizada pelo uso equivocado das alternativas para criar argumento de resposta), são as que apresentam maior incidência dentre as classes de erros identificadas nas respostas do questionário avaliativo. Este fato é um indicativo do não desenvolvimento dos eixos cognitivos: Compreender Fenômenos (CF) e Construir Argumentos (CA). Além de explicitar a carência de algumas competências e habilidades.

A seguir apresentam-se as descrições das competências e habilidades ausentes nos alunos que cometeram erros da **classe A**:

Das Competências de área 1 (C1)

- a) Habilidade 4 (H4): De exemplo tem-se o aluno que marcou a alternativa **a) 90** do item 1, além de não compreender corretamente o enunciado e nem montar a proporção como deveria, não foi capaz de avaliar a razoabilidade do resultado, pois se uma quantidade somada com sua quinta parte é igual a 18 essa quantidade não poderia ser maior que 18;

Figura 5 – Resolução do aluno número 4 da escola pública.

Papiro de Rhind ou papiro de alunes é um documento egípcio de cerca de 1650 a.C., onde um escriba de nome Ahmes detalha a solução de 85 problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares e trigonometria. É um dos mais famosos antigos documentos que chegaram aos dias de hoje, juntamente com o Papiro de Moscou.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Papiro_de_Rhind

1) Resolvendo um problema semelhante ao do Papiro de Rhind: Uma quantidade e seu quinto se torna 18. Qual é essa quantidade?

a) 90 b) 11 c) 12 d) 15 e) 3

$$\frac{x}{5} = \frac{18}{1}$$

$$x = 90$$

4	18
25	
40	

Fonte: Autor

- b) Habilidade 5 (H5): De exemplo tem-se o aluno que marcou a alternativa **e) 3** do item 1, não foi capaz de avaliar a ação de estratégia usando seus conhecimentos numéricos.

Figura 6 – Resolução do aluno número 8 da escola pública.

Papiro de Rhind ou papiro de alunes é um documento egípcio de cerca de 1650 a.C., onde um escriba de nome Ahmes detalha a solução de 85 problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares e trigonometria. É um dos mais famosos antigos documentos que chegaram aos dias de hoje, juntamente com o Papiro de Moscou.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Papiro_de_Rhind

1) Resolvendo um problema semelhante ao do Papiro de Rhind: Uma quantidade e seu quinto se torna 18. Qual é essa quantidade?

a) 90 b) 11 c) 12 d) 15 ~~e) 3~~

$x + 5x = 18$

$6x = 18$
 $x = 18/6 = 3$

Fonte: Autor

Das Competências de área 2 (C2)

- a) Habilidade 6 (H6): De exemplo tem-se o aluno que marcou a alternativa **b) 4** do item 2, pois não foi capaz de identificar relações entre grandezas e unidades de medidas.

Figura 7– Resolução do aluno número 25 da escola pública.

2) Foram encontrados indícios do conceito de proporcionalidade na civilização egípcia em diversos papiros. A proporção é a igualdade entre duas ou mais razões, ou seja, se $a/b = c/d$, então a está para b assim como c está para d . Usando o conhecimento de proporcionalidade pode-se resolver alguns dos problemas escritos nesses documentos.

Sabe-se que numa cesta há algumas laranjas e 9 maçãs, se a razão entre o número de laranjas e o número total de frutas da cesta é $4/7$. O número de laranjas é?

a) 12 ~~b) 4~~ c) 13 d) 6 e) 3

$\frac{4}{9} = \frac{x}{9+x}$

$9x = 36$
 $x = 36/9$
 $x = 4$

Fonte: Autor

Das Competências de área 4 (C4)

- a) Habilidade 15 (H15): De exemplo tem-se o aluno que marcou a alternativa **a)** passaria a ser de **100%** do item 4, pois não foi capaz de identificar a representação de porcentagem.

Figura 8 – Resolução do aluno número 21 da escola pública.

4) No comércio é comum que os funcionários das lojas recebam parte do salário em forma de comissão nas vendas efetuadas durante o mês. Um jovem trabalhador de uma sapataria, por exemplo, recebe 10% de suas vendas mensais. Numa conversa informal com seu chefe esse jovem pediu um aumento na sua comissão.

Se o gerente dessa loja elevasse ao quadrado a comissão desse vendedor, então sua comissão:

a) passaria a ser de 100%

b) passaria a ser de 1%

c) passaria a ser de 20%

d) passaria a ser de 5%

e) permaneceria em 10%

$(10\%)^2$
 10×10
100

Fonte: Autor

A seguir apresentam-se as descrições das competências e habilidades ausentes nos alunos que cometeram erros da **classe E**:

Das Competências de área 1 (C1)

- a) Habilidade 4 (H4): De exemplo tem-se o aluno que marcou a alternativa c) **13** do item 2, além de não compreender corretamente o enunciado e nem montar a proporção como deveria, não foi capaz de avaliar a razoabilidade do resultado.

Figura 9 - Resolução do aluno número 15 da escola particular

2) Foram encontrados indícios do conceito de proporcionalidade na civilização egípcia em diversos papiros. A proporção é a igualdade entre duas ou mais razões, ou seja, se $a/b = c/d$, então a está para b assim como c está para d. Usando o conhecimento de proporcionalidade pode-se resolver alguns dos problemas escritos nesses documentos.

Sabe-se que numa cesta há algumas laranjas e 9 maçãs, se a razão entre o número de laranjas e o número total de frutas da cesta é $4/7$. O número de laranjas é?

a) 12 b) 4 c) 13 d) 6 e) 3

$\frac{4}{7} = \frac{x}{x+9}$
 $4(x+9) = 7x$
 $4x + 36 = 7x$
 $36 = 3x$
 $x = 12$

$9 \div 3 = 3$

Fonte: Autor

- b) Habilidade 5 (H5): De exemplo tem-se o aluno que marcou a alternativa a) **1 homem** do item 3, não foi capaz de avaliar a ação de estratégia usando seus conhecimentos numéricos.

Figura 10 – Resolução do aluno número 15 da escola pública.

Uma porcentagem é uma fração de denominador 100.
Assim, "cinco por cento" escreve-se e significa "cinco centésimos", isto é, $5\% = 5/100$. Sempre que se diz "cinco por cento" está-se pensando em 5% de uma determinada grandeza. Isto significa um vigésimo dessa grandeza, pois $5/100 = 1/20$. Nem toda porcentagem pode ser simplificada assim: 37% são $37/100$ e fim. (LIMA, 2013, p. 21)

3) (LIMA, 2013, p. 26) Num salão com 100 pessoas, 99% são homens. Quantos homens devem sair para que fiquem 98% de homens? 99%

a) 1 homem b) 49 homens c) 50 homens d) 2 homens e) 98 homens

Fonte: Autor

Das Competências de área 2 (C2)

- a) Habilidade 7 (H7): De exemplo tem-se o aluno que marcou a alternativa **d) 2 homens** do item 3, pois não foi capaz de Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas;

Figura 11– Resolução do aluno número 12 da escola particular.

Uma porcentagem é uma fração de denominador 100.
Assim, "cinco por cento" escreve-se e significa "cinco centésimos", isto é, $5\% = 5/100$. Sempre que se diz "cinco por cento" está-se pensando em 5% de uma determinada grandeza. Isto significa um vigésimo dessa grandeza, pois $5/100 = 1/20$. Nem toda porcentagem pode ser simplificada assim: 37% são $37/100$ e fim. (LIMA, 2013, p. 21)

3) (LIMA, 2013, p. 26) Num salão com 100 pessoas, 99% são homens. Quantos homens devem sair para que fiquem 98% de homens? *carta*

a) 1 homem b) 49 homens c) 50 homens d) 2 homens e) 98 homens

EXRADO *EXRADO* $100 - 99 = 1$ $100 - 98 = 2$ $100 - 98 = 2$

Fonte: Autor

Das Competências de área 4 (C4)

- a) Habilidade 18 (H18): De exemplo tem-se o aluno que marcou a alternativa **e) 98 homem** do item 3, não foi capaz com o uso de conhecimentos algébricos para elaborar argumentos.

Figura 12 - Resolução do aluno número 22 da escola pública.

Uma porcentagem é uma fração de denominador 100.
Assim, "cinco por cento" escreve-se e significa "cinco centésimos", isto é, $5\% = 5/100$. Sempre que se diz "cinco por cento" está-se pensando em 5% de uma determinada grandeza. Isto significa um vigésimo dessa grandeza, pois $5/100 = 1/20$. Nem toda porcentagem pode ser simplificada assim: 37% são $37/100$ e fim. (LIMA, 2013, p. 21)

3) (LIMA, 2013, p. 26) Num salão com 100 pessoas, 99% são homens. Quantos homens devem sair para que fiquem 98% de homens?

a) 1 homem b) 49 homens c) 50 homens d) 2 homens e) 98 homens

$100 - 99 = 1$ $100 - 98 = 2$

Fonte: Autor

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização dessa pesquisa fortaleceu argumentos já conhecidos, com a experiência da docência, a respeito das dificuldades dos alunos na aprendizagem de proporcionalidade, do uso de metodologias sem rendimento, do enrijecimento dos métodos avaliativos e da carência de novidades no processo de ensino. De fato, evidenciou a importância do conceito de proporcionalidade e a necessidade de adequações e melhorias nas metodologias de ensino, para que realmente haja aprendizagem e fixação de conhecimento significativo. Porém, numa visão mais ampla, o trabalho favoreceu o surgimento de prerrogativas em relação ao estudo, às avaliações e a obras futuras.

No início da pesquisa havia uma hipótese de trabalho, que era analisar e classificar os erros, com o intuito de construir o maior acervo possível de informações quanto ao aprendizado da proporcionalidade e as estratégias usadas pelos alunos nas resoluções, o que justificou a escolha do objeto de pesquisa. O esperado era que os alunos do Ensino Médio já tivessem uma boa interpretação de texto e vencido as dificuldades com as operações básicas da aritmética; no entanto os erros com as maiores frequências foram da Classe A e da Classe E, ambas caracterizadas pelo não entendimento do enunciado e uso equivocado das alternativas para criar argumento de resposta. Este fato abriu um leque de questionamentos:

- a) como esses alunos puderam concluir o Ensino Fundamental?
- b) quais assuntos deveriam servir de pré-requisitos para a aprendizagem de proporcionalidade?
- c) como criar ações didáticas interdisciplinar que possa sanar o problema de má interpretação de texto?

Além disso, o desenvolvimento da obra revelou a importância da Engenharia de Construção de Itens, guiando os estudos rumo a novos questionamentos, tais como:

- a) qual a maneira de avaliar a qualidade dos distratores?
- b) a que ponto um distrator bem elaborado pode induzir o aluno e influenciar sua resposta?
- c) quantos distratores poderão ser previstos?
- d) qual o número ou a percentagem de incidência de um distrator bem elaborado?
- e) a partir de qual série é viável o uso da engenharia de itens?

O aprendizado dessa engenharia trouxe consigo um campo de conhecimentos envolvente e empolgante como a Análise de Conteúdo, a Análise de Erros e a metodologia de resoluções de problemas. Dentre as três etapas da análise de conteúdo, de acordo com Bardin (2016), a realização da Categorização dos erros (com a construção de oito quadros que facilitaram a representação) foi um divisor de águas no estudo, pois após essa etapa a forma de tratamento dada a esses erros passou a ser diferenciada. Este fato ficou marcado na elaboração dos distratores, pois foi preciso considerar a categorização como o universo a ser trabalhado. Porém, mesmo com todo rigor aplicado nesse estudo mais questionamentos foram necessários:

- a) há a necessidade de uma retomada na categorização por conta de respostas evasivas que não foram incluídas?
- b) se há essa necessidade, como fazer essa inclusão?

A ação avaliativa elaborada e aplicada neste estudo teve como eixo de conteúdo o erro cometido que funcionou como um canal de informações. Constatou-se então que o erro é a matéria prima do aprendizado e o mesmo deve ser identificado e tratado na ótica da metodologia de Análise de Erros.

Este estudo propôs algumas inquietudes a respeito do ensino de Proporcionalidade já investigadas por outros pesquisadores, contudo não se ateu a apresentar intervenções no reparo dessas dificuldades e erros. Tem-se então a oportunidade nos trabalhos futuros da continuação dessa pesquisa ou de investigações similares da mesma temática.

Por fim o erro é uma amostra de um saber adquirido pelo aluno, dando ao docente informação necessária para a elaboração de ações didáticas que busque a melhoria da metodologia de ensino aplicada.

REFERÊNCIAS

ALRO, Helle e SKOVSNØSE, Ole. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

ALVES-MAZZOTTI, A.F. O método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A.F.; GEWANDSZNAJDER, F. **O Método nas Ciências Naturais e Sociais**. São Paulo: Pioneira, 1998.

Ávila, Geraldo. "Ainda sobre a regra de três." *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo 9 (1986): 1-9.

Ávila, Geraldo. "Razões, proporções e regra de três." *Revista do Professor de Matemática* 8 (1986): 1-8.

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70, 2016.

BORASI, R. *Reconceiving mathematics Instruction: a Focus on Errors*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. 5ª à 8ª série, Brasília, SEF, 1998.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. *Matemática: Uma breve história*. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

CORREIA, C. E. F. *Matemática, Análise de Erros e Formação Continuada de Professores Polivalentes*. São Paulo: Porto de Ideias, 2010.

COSTA, R. Q. G. **Análise da prova da primeira fase da OBMEP como subsídio para orientar a prática docente**. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília 2015.

CURY, H. N. Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. (1ª ed.) (1ª reimp.). Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

CURY, H. N.; BISOGNIN, E. Análise de soluções de um problema representado por um sistema de equações. **BOLEMA**, v. 22, n. 33, p. 1-22, 2009.

CURY, H. N.; KONZEN, B. **Uma aplicação de jogos na análise de erros em educação matemática.** **REVEMAT**, v. 2.6, p. 107-117, 2007. Disponível em: <<http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12994>>. Acesso em: 31 de março. 2017.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática.** Campinas, SP: Papirus Editora, 22ª Edição, 2011.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido.** Rio de Janeiro: Paz e Terra. 2011.

IMENES, L. M. P. Proporcionalidade um tratamento funcional. Slides dos Seminários de Ensino de Matemática Sema, 2008. Disponível em http://www.educared.org/educa/index.cfm?pg=textoapoio.ds_home&id_comunidade=179#1023. Acessado em abril de 2017.

JÚNIOR, José Ruy Giovanni; CASTRUCCI, Benedito. **A Conquista da matemática**, 7º ano. ed. renovada. São Paulo: FTD, 2009

LIMA, Elon L. et al. **Matemática do ensino médio. Volume 1** . Rio de Janeiro: SBM. 2012.

Luckesi, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar.** São Paulo: Cortez, 2011.

MINAYO, M. C. de S. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde.** São Paulo: Hucitec, 2000.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. Matemática: ideias e desafios, 6ºano. Ed. São Paulo: Saraiva 1998.

Nagy Silva, Marcia Cristina, Corio de Buriasco, Regina Luzia, Análise da produção escrita em matemática: algumas considerações *Ciência & Educação* (Bauru) [en línea] 2005, 11 (Septiembre-Diciembre) : [Fecha de consulta: 31 de agosto de 2017] Disponible en: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=251019515012>> ISSN 1516-7313

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SILVA, E. A. Pensamento proporcional e regra de três: estratégias utilizadas por alunos do ensino fundamental na resolução de problemas. Dissertação de Mestrado, UTP, 2008.

SILVA, M. C. N.; BURIASCO, R. L. C. Análise da produção escrita em matemática: Algumas considerações. In: *Ciência e Educação*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 11, n. 3, p. 499 – 512.

RABELO, M. Avaliação educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

SPINILLO, A. G. **O papel das intervenções específicas na compreensão da criança sobre proporção**. *Psicologia Reflexiva e Crítica*. Porto Alegre, v. 15, n. 3, p. 475-487, 2002.

TINOCO, L. A. A. (Coord.). *Razões e Proporções*. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1997.

TORRES, J.D.S. **Jogos de Matemática e de Raciocínio Lógico**; tradução de SUMMA, G. – Petrópolis, RJ, 2012.

APÊNDICE A – REQUERIMENTO PARA AS ESCOLAS

Santarém, Pará, março de 2017.

ILMO (A). SR.

DIRETOR DA ESCOLA _____

Prezado (a) Sr.

Como aluno do curso de Mestrado Profissional – PROFMAT - solicito autorização para desenvolver, nesta escola, o Projeto de Pesquisa intitulado ANÁLISE DE ERROS NO PROCESSO DE RESOLUÇÕES DE PROPORCIONALIDADE, que tem como objetivo analisar e classificar os erros cometidos nas resoluções. O projeto será realizado com professores/alunos/pais, por meio de entrevista/ questionário/ observação.

Na publicação dos resultados desta pesquisa, sua identidade será mantida no mais rigoroso sigilo. Serão omitidas todas as informações que permitam identificar os estudantes em estudo.

O período para desenvolvimento do mesmo deverá ocorrer nos meses de março a abril de 2017.

Atenciosamente

Raul Francisco da Silva Nascimento

APÊNDICE B – AVALIAÇÃO APLICADA

Papiro de Rhind ou **papiro de alunes** é um documento egípcio de cerca de 1650 a.C., onde um escriba de nome Ahmes detalha a solução de 85 problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares e trigonometria. É um dos mais famosos antigos documentos que chegaram aos dias de hoje, juntamente com o Papiro de Moscou.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Papiro_de_Rhind

1) Resolvendo um problema semelhante ao do Papiro de Rhind: Uma quantidade e seu quinto se torna 18. Qual é essa quantidade?

- a) 90
- b) 11
- c) 12
- d) 15
- e) 3

2) Foram encontrados indícios do conceito de proporcionalidade na civilização egípcia em diversos papiros. A proporção é a igualdade entre duas ou mais razões, ou seja, se $a/b = c/d$, então a está para b assim como c está para d. Usando o conhecimento de proporcionalidade pode-se resolver alguns dos problemas escritos nesses documentos.

Sabe-se que numa cesta há algumas laranjas e 9 maçãs, se a razão entre o número de laranjas e o número total de frutas da cesta é $4/7$. O número de laranjas é?

- a) 12
- b) 4
- c) 13
- d) 6
- e) 3

Uma porcentagem é uma fração de denominador 100.

Assim, “cinco por cento” escreve-se e significa “cinco centésimos”, isto é, $5\% = 5/100$. Sempre que se diz “cinco por cento” está-se pensando em 5% de uma determinada grandeza. Isto significa um vigésimo dessa grandeza, pois $5/100 = 1/20$. Nem toda porcentagem pode ser simplificada assim: 37% são $37/100$ e fim. (LIMA, 2012, p. 21)

3) (LIMA, 2012, p. 26) Num salão com 100 pessoas, 99% são homens. Quantos homens devem sair para que fiquem 98% de homens?

- a) 1 homem
- b) 49 homens

- c) 50 homens
- d) 2 homens
- e) 98 homens

4) No comércio é comum que os funcionários das lojas recebam parte do salário em forma de comissão nas vendas efetuadas durante o mês. Um jovem trabalhador de uma sapataria, por exemplo, recebe 10% de suas vendas mensais. Numa conversa informal com seu chefe esse jovem pediu um aumento na sua comissão. Se o gerente dessa loja elevasse ao quadrado a comissão desse vendedor, então sua comissão:

- a) passaria a ser de 100%
- b) passaria a ser de 1%
- c) passaria a ser de 20%
- d) passaria a ser de 5%
- e) permaneceria em 10%

ANEXO A – APLICAÇÃO NA ESCOLA PÚBLICA



ANEXO B – APLICAÇÃO NA ESCOLA PARTICULAR

