



UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ – UFOPA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**

Vanessa Pires Santos Maduro

**UM ESTUDO DA PRÁTICA DOCENTE NO TEMA FUNÇÃO QUADRÁTICA COM
BASE NA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Santarém – PA

2015

Vanessa Pires Santos Maduro

**UM ESTUDO DA PRÁTICA DOCENTE NO TEMA FUNÇÃO QUADRÁTICA COM
BASE NA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação *Matemática em Rede Nacional* – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Hugo Alex Carneiro Diniz

Santarém – PA

2015

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/UFOPA**

M183s Maduro, Vanessa Pires Santos

Um estudo da prática docente no tem função quadrática com base na teoria antropológica do didático / Vanessa Pires Santos Maduro. - Santarém, 2015.
57 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Hugo Alex Carneiro Diniz

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Santarém, 2015.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Praxeologia. 3. Teoria antropológica do didático. I. Diniz, Hugo Alex Carneiro, orient. II. Título.

CDD: 23 ed. 510.7

Bibliotecário-Documentalista: Cátia H.F. Favacho – CRB/2 823

Vanessa Pires Santos

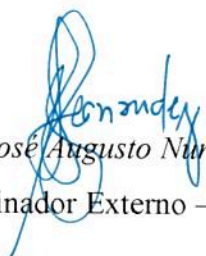
**UM ESTUDO DA PRÁTICA DOCENTE COM BASE NA TEORIA
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação *Matemática em Rede Nacional* –
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade
Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação, como requisito parcial
para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada por:


Prof. Dr. Hugo Alex Carneiro Diniz
Orientador – UFOPA


Prof.ª Dra. Solange Helena Ximenes Rocha
Examinadora Interna – UFOPA


Prof. MSc. José Augusto Nunes Fernandes
Examinador Externo – UFPA

Santarém (PA)

2015

À minha avó, mãe e amiga
Madalena (*in memoriam*) pelo seu amor
incomparável de mãe, e por sempre
acreditar em mim e nos meus propósitos de
vida.

Ao meu esposo, pelo carinho,
compreensão e apoio durante toda a nossa
caminhada.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da Vida, e por estar sempre ao meu lado, me levantando sempre e me ajudando a prosseguir.

À minha família, por compreender minha ausência nas reuniões familiares. Pelo carinho e amor a mim dedicados, e por me apoiarem em tudo que faço.

Ao meu esposo, que soube ter paciência nos meus momentos de “crise”, e que com seu amor, me acalmou e me ajudou a concluir essa importante etapa em minha vida profissional.

Ao prof. Hugo Diniz, pela amizade e paciência durante as orientações, e também, pelas críticas e sugestões que auxiliaram na elaboração deste trabalho.

Às minha amigas, em especial, Marília Queiroz, que me auxiliaram em muitos momentos da minha vida, com conselhos, carinho, muitas conversas e boas gargalhadas.

À professora Ana, participante da pesquisa, cuja participação foi essencial para a elaboração deste trabalho.

A todos que contribuíram para mais essa realização em minha vida, **MUITO OBRIGADA!**

RESUMO

A presente pesquisa buscou analisar como ocorrem as organizações matemáticas e didáticas utilizadas por professores de matemática do 1º ano do ensino médio para organizar o estudo de Função Quadrática. A coleta de dados foi realizada por meio de observação das aulas da professora participante, entrevista com questões semiestruturadas, e análise do livro didático utilizado pela docente. O estudo apresenta uma abordagem qualitativa, e, para a análise das organizações matemáticas, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático – TAD, em que buscamos identificar o conceito e os componentes de uma praxeologia: tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Para a análise das praxeologias didáticas, utilizamos os seis momentos de estudo, propostos por Chevallard dentro da TAD. Dentre os resultados obtidos, observamos que as práticas efetivas na sala de aula valorizam o momento do trabalho das técnicas, e, de acordo com Bosch e Gascón (2001), essas organizações podem ser chamadas de organizações didáticas tecnicistas.

Palavras – chave: Prática docente. Praxeologia. Teoria Antropológica do Didático. Função Quadrática

ABSTRACT

This research intend to examine how occur mathematical and didactic organizations used by mathematics teachers of the 1st year of high school to organize the study of Quadratic Function. Data collection was done through observation of classes of the participating teacher, interviews with semi-structured questions, and analysis of the textbook used by the teacher. The study presents a qualitative approach, and for the analysis of mathematical organizations, we use the Anthropological Theory of the Didactic - ATD, we seek to identify the concept and components of a praxeology: task, technique, technology and theory. For the analysis of didactic praxeologies, we use the six moments of study, proposed by Chevallard within the ATD. Among the results, we emphasize that the effective practices in the classroom are those that value the the moment the work of the technical, and, according to Bosch and Gascón (2001), can be called didactic organization technician.

Keywords: Teaching practice. Praxeology. Anthropological Theory of the Didactic. Quadratic Function.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Esquema 1 – Triângulo Didático	14
Esquema 2 – Relações entre os saberes	17
Quadro 1 – Tarefa e técnicas observadas no livro didático	31
Quadro 2 – Praxeologias observadas no livro didático	34
Quadro 3 – Praxeologias observadas na prática docente.....	48

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO – TAD	13
2.1 Conceitos iniciais em Didática da Matemática	13
2.1.1 A Teoria das situações didáticas	13
2.1.2 A Transposição didática	16
2.2 Conhecendo a Teoria Antropológica do Didático	18
2.2.1 Organização Matemática (OM) e Organização Didática (OD).....	21
2.2.1.1 Obra matemática	21
2.2.1.2 Momentos de estudos	22
2.2.1.3 Objetos Ostensivos e Não Ostensivos	25
3 SOBRE A PESQUISA	26
3.1 Caracterização da pesquisa	26
3.2 O Livro Didático	30
3.2.1 Apresentação do livro didático	30
3.2.2 Análise do livro didático.....	31
4 ANÁLISE DA PRÁTICA DOCENTE	37
4.1 Descrição e Análise Praxeológica das aulas	37
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
REFERÊNCIAS	52
APÊNDICE – Roteiro da Entrevista com a docente	55
ANEXO - Termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE)	56

1 INTRODUÇÃO

Desde o início de minha experiência como docente sentia a necessidade de estar em constante atualização, sempre pesquisando e refletindo sobre minha prática, pois, “é pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem é que se pode melhorar a próxima prática” (FREIRE, 1996, p.18). Foi então que resolvi fazer a especialização em Educação Matemática, na qual tive a oportunidade de conhecer a Teoria Antropológica do Didático (TAD) para a elaboração do trabalho de conclusão de curso.

O estudo realizado, intitulado “Sistemas de Equações Lineares: Uma Análise de livros didáticos considerando as ideias da Teoria Antropológica do Didático”, objetivou “analisar as organizações matemáticas e didáticas do saber Sistemas de Equações Lineares apresentadas nos livros didáticos de ensino médio adotados nas escolas públicas estaduais do município de Santarém, no Estado do Pará” (SANTOS, 2010, p.10). Dentre os resultados obtidos nessa pesquisa, destaca-se que as Teorias e Tecnologias apresentadas nos livros didáticos são insuficientes para explicar todas as técnicas utilizadas.

Para dar continuidade ao processo de formação docente, ingressei no mestrado profissional em matemática, e, diante da necessidade de elaborar uma dissertação para a conclusão do curso, deparei-me com a oportunidade de reestudar a TAD.

Como havia trabalhado análise de livros didáticos no curso de especialização, percebi que poderia continuar pesquisando essa teoria com outro foco, na prática docente com observação *in loco*.

A TAD está situada dentro do campo científico da Didática de Matemática. O estudo dessa teoria proporcionou-me uma reflexão sobre a minha prática de uma forma mais intensa, pois me fez refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem especificamente da matemática, pois “a didática da matemática estuda as atividades didáticas, isto é, as atividades que têm como objetivo o ensino, evidentemente no que ela tem específico para a matemática” (BROUSSEAU, 1986, tradução nossa)

Durante as minhas aulas como docente, percebi que os alunos tentavam somente repetir as técnicas ensinadas, e quase nunca faziam associação entre problemas do cotidiano com o tema em questão. Isso me deixava inquieta, e, além

disso, percebia o pouco ou quase nenhum interesse por parte dos alunos em estudar os conteúdos matemáticos que apresentavam termos algébricos.

Ao estudar a Teoria Antropológica do Didático, principalmente a estrutura de uma praxeologia matemática e didática, percebemos que as dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem de matemática podem se relacionar com a falta de uma organização matemática bem determinada por parte do docente, ou ainda, por momentos didáticos que não são evidenciados durante o processo de estudo do conteúdo matemático.

Diante das situações expostas, a presente pesquisa procura caminhos que possam favorecer o aprendizado efetivo de Matemática, de forma a observar como as organizações matemáticas e didáticas são apresentadas na condução do saber função quadrática.

Durante o desenvolvimento deste trabalho, encontramos diversos estudos que objetivam estudar a prática docente com base na Teoria Antropológica do Didático, proposta por Chevallard, e dentre eles, destacamos as pesquisas de Almeida (2009), Kichow (2009) e Oliveira (2010).

O trabalho desenvolvido por Almeida (2009) buscou analisar as práticas docentes de professores dos cursos de licenciatura em Matemática referentes ao estudo de retas paralelas e de ângulos, em três instituições de ensino superior em Mato Grosso do Sul, sob o método fenomenológico, considerando a TAD como principal referencial teórico. Essa análise se preocupou em estudar como estava sendo ensinado esse tema nos cursos de formação de professores de matemática, e, para este fim, analisou as organizações matemáticas (OM) e didáticas (OD) praticadas pelos sujeitos da pesquisa na condução do estudo de Geometria.

A autora realizou a descrição das técnicas e elementos tecnológicos encontrados nos cadernos dos alunos e analisou a abordagem didática de cada tipo de tarefa. Para complementar esse estudo, observou os aspectos da linguagem e os momentos de estudos propostos por Chevallard. Na finalização do estudo, Almeida (2009, p. 107), afirma que:

Pelos dados analisados da organização matemática e organização didática dos professores sujeitos da nossa pesquisa, pudemos conjecturar que apesar deles apresentarem práticas diferentes na condução do estudo de retas paralelas e ângulos, cada um mantém certa regularidade em sua prática, ou seja, sempre utilizando-se do mesmo formato de abordagem do assunto tema da aula. [...] para conduzirem o estudo dos conteúdos geométricos, iniciam por

exemplos que são resolvidos na lousa, os quais são reproduzidos pelos alunos em seus cadernos, e, em seguida, partem para a resolução de exercícios.

Já Oliveira (2010), realizou um estudo com um professor de matemática em início de docência e buscou analisar a relação entre prática pedagógica e conhecimentos específicos, adquiridos na formação inicial. Para essa análise, a autora considerou as vertentes da Base de Conhecimento para o Ensino, proposta por Shulman, e a Teoria Antropológica do Didático, esta última para modelar as organizações matemáticas e didáticas do docente.

Nesse estudo, a autora discute a formação docente e as pesquisas nessa área. Utiliza a análise praxeológica do livro didático e da prática docente, fazendo conexões entre o livro didático e a prática. Para esta análise, a autora agrupa os tipos de tarefas em dois gêneros de organização matemática e busca a compreensão de cada elemento dessas organizações, com as técnicas, tecnologias e teorias envolvidas.

Segundo Oliveira (2010, p. 139), a Teoria Antropológica do Didático, “além de oferecer instrumentos metodológicos para a investigação, contribuiu na constituição de nosso embasamento teórico pelo fato de levar em consideração a especificidade do saber matemático”.

Outro estudo importante nessa área é o de Kichow (2009), que objetiva descrever e analisar os procedimentos didáticos de professores, ao conduzirem o estudo dos números racionais em nível de sexto e sétimo ano do ensino fundamental. O autor utiliza a TAD como referencial teórico, e analisa os dados a partir de uma abordagem fenomenológica. A prática docente efetiva em sala de aula foi observada e analisada sob os aspectos da organização matemática e didática, aspectos da linguagem e momentos de estudo.

De acordo com o autor, “foi observado que as práticas efetivas na aula são as que valorizam a utilização das técnicas, o que provavelmente, ocorra em função da vivência desse docente no período em que era aluno na educação básica” (KICHOW, 2009, p. 6). Diante desses estudos, percebemos a importância de trabalhos voltados para a prática docente, de forma a modelar como estão sendo ensinados os conteúdos em matemática.

No presente trabalho, o quadro teórico da pesquisa é apresentado no capítulo 2, onde abordamos a Teoria Antropológica do Didático e seus elementos que

subsidiaram as nossas análises. No mesmo capítulo, definimos os aspectos necessários ao entendimento da Didática da Matemática.

No capítulo 3, apresentamos os procedimentos metodológicos e pontos importantes sobre a pesquisa, incluindo a análise praxeológica do livro didático utilizado pela docente participante.

Destinamos o capítulo 4 para análise da prática docente, no qual relatamos as observações realizadas em sala, fazendo a inserção de pontos da entrevista. Destacamos as praxeologias encontradas no estudo de função quadrática, e, também, os momentos de estudos evidenciados.

Por fim, no último capítulo, colocamos as considerações finais acerca da pesquisa. Nesse momento, apresentamos algumas perspectivas e propostas sobre o uso da TAD na formação docente.

2 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO – TAD

Neste capítulo apresentamos a base teórica desta pesquisa: a Teoria Antropológica do Didático (TAD), relacionando-a com a questão norteadora: *como ocorrem as organizações matemáticas e didáticas utilizadas por professores de matemática do 1º ano do ensino médio para organizar o estudo de Função Quadrática?*

Na primeira parte, abordamos a Didática da Matemática e os principais conceitos desse campo de estudo voltado para o ensino e aprendizagem especificamente da matemática. Em seguida, descrevemos os aspectos mais importantes da TAD relacionados à nossa investigação.

2.1 Conceitos iniciais em Didática da Matemática

De acordo com a definição de D'Amore (2007a, p. 4), a didática da matemática, considerada como um aspecto da educação matemática mais geral, “é a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito”. Trata-se de uma parte da Didática, voltada para as relações de ensino-aprendizagem específicas da matemática em um ambiente didático, e tem sua base teórica nos estudos desenvolvidos por matemáticos franceses por volta da década de 1970.

Dentre os estudos realizados nesse campo científico, destacam-se a Teoria das Situações Didáticas (TSD), a Transposição Didática (TD) e a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

2.1.1 A Teoria das situações didáticas

Desenvolvida na França por Guy Brousseau, com início na década de 70, busca compreender o fenômeno da aprendizagem matemática através do estudo de como o conteúdo matemático é apresentado aos alunos.

De acordo com Freitas (2008), a forma didática ou maneira pela qual o conteúdo matemático é apresentado ao aluno, influencia diretamente no significado do saber matemático escolar que este irá desenvolver. Dependendo da estruturação da atividade didática, o aluno poderá envolver-se ou não no processo de ensino-aprendizagem. Situações em que haja uma intencionalidade do professor em fazer que o aluno aprenda algo são caracterizadas como *situações didáticas*.

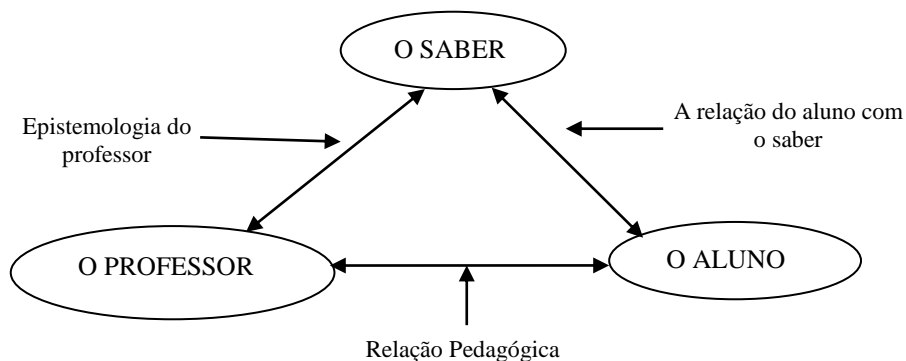
Para Brousseau, a situação didática é o objeto de estudo da Didática da Matemática, definido como:

Um conjunto de relações estabelecidas explícita e ou/ implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um determinado meio, (que abrange eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (representado pelo professor) com a finalidade de conseguir que estes alunos apropriem-se de um saber constituído ou em vias de constituição. (BROUSSEAU, 1982 *apud* GÁLVEZ, 1996, p. 28).

Segundo o autor, uma situação didática constitui-se, principalmente, pela intenção do professor de conseguir com que os alunos aprendam algo, em um determinado meio e através de regras pré-estabelecidas. Através das análises das situações didáticas, é possível investigar a problemática da aprendizagem matemática e entender o que ocorre nas resoluções de problemas e elaboração de conceitos matemáticos pelos alunos.

O esquema 1, apresentado em Almouloud (2007), reproduz a imagem do sistema didático de acordo com a teoria proposta por Brousseau.

Esquema 1-Triângulo Didático



Fonte: Almouloud (2007)

Nesse contexto, a relação professor-aluno influencia diretamente no processo de aprendizagem e, possui características próprias. Na complexa relação entre aluno, professor e saber, estão inseridas regras e convenções que se consolidam como cláusulas de um contrato. Em muitos casos, as regras podem se mostrar implicitamente, entretanto não deixam de ser coercivas e devem ser seguidas. Na Didática da Matemática, o conjunto de regras que vai orientar e estabelecer as atitudes de cada agente, na relação em que aluno e professor mantêm com o saber, é chamado de *contrato didático*.

Para Brousseau (1986, *apud* SILVA 2008, p.50):

Chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor [...] Este contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas, sobretudo implicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro.

A partir da definição, observamos que no contrato didático são esperados comportamentos específicos tanto da parte dos alunos quanto do professor. Muitas vezes, na prática docente esperamos que nossos alunos estejam sempre prontos a “aprender” e que participem das atividades propostas para a disciplina. Mas, o que devemos fazer para que os alunos estudem matemática? Esse e outros questionamentos surgem durante a prática em sala de aula e devem estar contemplados no contrato didático entre professor e aluno.

Segundo Silva (2008), as estratégias de ensino, adaptadas a diversos contextos, orientam as cláusulas do contrato, como por exemplo, o objetivo do curso, o tipo de trabalho solicitado aos alunos, dentre outros. O contrato didático existe em função do aprendizado do aluno. A cada nova etapa do conhecimento vão se reformulando as regras e especificações do contrato para que o compromisso das partes seja renovado.

Além da relação aluno-professor, outra relação deve ser destacada, a relação aluno-saber. Um exemplo da minha prática docente: quando ensinava a soma de frações para os alunos, após o ensino das regras da soma, os mesmos sempre somavam os numeradores com os numeradores e, em seguida, os denominadores com os denominadores. Apesar da insistência da minha parte em ensiná-los os passos corretos para a soma de frações, o que acontecia era um

pequeno momento de aparente aceitação da “nova” forma de somar, mas com o passar das aulas voltavam ao erro.

Esses bloqueios em assimilar algo novo, considerando os conhecimentos anteriormente adquiridos são chamados de *obstáculos didáticos*, que para Pais (2008a) “são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar.” Nessa concepção e utilizando o exemplo mencionado, temos que o primeiro conceito aprendido pelo aluno, que é o de soma de números naturais, impede o estabelecimento do conceito de soma de números racionais na forma de fração.

2.1.2 A Transposição didática

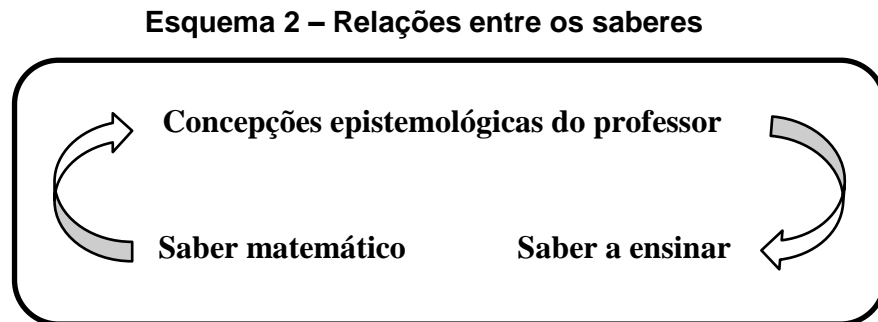
A noção de transposição didática foi apresentada pelo educador e pesquisador francês Yves Chevallard, na década de oitenta, do século XX. Chevallard é um didata francês do campo do ensino das matemáticas, que leciona atualmente no *Institut Universitaire de Formation des Maîtres de l'Académie d'Aix-Marseille*, onde coordena também a pesquisa na área da formação docente em matemática.

A “definição” mais frequentemente utilizada pelos estudiosos acerca do conceito da transposição didática é a que foi prescrita por Chevallard:

Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (CHEVALLARD, 1991, apud PAIS, 2008b, p. 15)

Na concepção do autor, existe dois saberes: o *saber sábio*, produzido pelos cientistas e também chamado de saber matemático, e o *saber ensinado*, presente nas instituições escolares. De acordo com o conceito de transposição didática, o saber científico sofre um conjunto de adaptações necessárias para então ser colocado no currículo escolar. Embora esse saber esteja inserido no currículo escolar, ele não chega aos alunos da mesma maneira, dessa forma, sofre novamente transformações e passa a ser de fato um saber ensinado.

Há uma ligação entre o saber matemático e o saber a ensinar, que pode ser sintetizada pelo esquema 2, proposto por D'Amore (2007b):



Fonte: D'Amore (2007b)

Para Chevallard (2001), o saber escolar, após sofrer transformação, desvincula-se do saber científico, por consequência do processo de transposição didática realizado. Torna-se, portanto, atemporal, sem autor e sem local de origem; parece ser a coisa mais natural que existe e espera da escola o que fazer com ele. Por isso é importante a reconstituição histórica das transposições para saber que caminho percorreu o saber até chegar à escola.

O sistema didático – formado por: professor, aluno e saber – está inserido em uma sociedade que possui objetivos econômicos, sociais e culturais bem definidos. Para utilizar o saber científico a favor dessa sociedade, ocorrem, portanto, as influências na transposição dos saberes.

Estudar a trajetória percorrida pelo saber escolar permite o entendimento das influências recebidas do saber científico, bem como de outras fontes. São influências que moldam não só o campo conceitual, mas também o didático. Para o entendimento dessas influências, faz-se necessário o conceito de outro termo: a *noosfera*.

De acordo com Pais (2008b, p. 16), Chevallard definiu *noosfera* como “o conjunto de fontes de influências que atuam na seleção dos conteúdos que deverão compor os programas escolares e determinam todo o funcionamento do processo didático”. Fazem parte dessa esfera os cientistas, professores, especialistas, políticos, autores de livros e outros agentes da educação.

O trabalho da *noosfera* em si não se resume apenas a seleção de conteúdos, mas influencia diretamente na estruturação dos valores, objetivos e métodos que conduzem a prática de ensino. O conceito de transposição didática, portanto, se completa, pois não há apenas a preocupação em selecionar os conteúdos que farão parte do currículo, mas estruturar todo o processo didático envolvido.

2.2 Conhecendo a Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático – TAD foi proposta por Yves Chevallard e está inserida no campo científico da “Didática da Matemática”. O termo Antropologia, utilizado nessa teoria, situa a atividade matemática em um conjunto de atividades humanas e de instituições sociais.

A TAD busca compreender e modelar os conceitos e procedimentos matemáticos. Dessa forma, a teoria proporciona um fazer matemático consciente, pois permite descrever a atividade matemática em etapas que proporcionam o completo entendimento do estudo de determinada questão ou tipo de questão.

A ideia do termo *modelar* pode sugerir um conceito negativo, como criar uma fórmula a ser reproduzida ou uma figura a ser imitada. Para a TAD, essa criação de modelos é importante para gerar instrumentos matemáticos conhecidos que favoreçam a resolução de questões ainda desconhecidas, pois “[...] Para entender um fenômeno matemático que não se entende, a primeira coisa que se precisa é de mais matemática” (CHEVALLARD, 2001, p.246)

De acordo com o postulado base da TAD, toda atividade humana regularmente realizada pode ser descrita como um modelo único, que se resume com a palavra praxeologia, que é formada por dois termos gregos, *práxis*, com o sentido de prática, e *logos*, com o sentido de elementos que justifiquem a prática. Essa palavra lembra que uma atividade humana, no interior de uma instituição, está sempre acompanhada de um discurso mais ou menos desenvolvido, algo que a justifique, um logos que a explica e que lhe dá razão, ou seja, “não existe práxis sem logos, nem logos sem práxis” (CHEVALLARD, 2001, p. 251 e 273).

No estudo da TAD, ressaltamos o conceito de instituições didáticas, que são todas aquelas nas quais são ministradas aulas e cursos de diferentes tipos e possuem uma organização que propiciam as atividades de ensino, como sala de aula, biblioteca, espaços de recreio etc. Nessas instituições estão todos os integrantes do sistema didático (aluno, professor e saber). É importante frisar que as instituições não são o único lugar em que se estuda matemática (CHEVALLARD, 2001).

Uma praxeologia, ou organização praxeológica, é formada por um bloco prático-técnico, que é o saber fazer, e um bloco tecnológico-teórico, que consiste em saber. Dentro dessa organização estão várias praxeologias, mas neste trabalho, deteremos-nos em estudar a praxeologia matemática, também chamada de organização matemática (OM), e a praxeologia didática, ou organização didática (OD).

Tarefas e tipos de tarefas

A ação ou a atividade que se pretende realizar, por exemplo, resolver uma questão ou um problema, é chamada de tarefa. Geralmente a tarefa é apresentada com verbos no infinitivo e é articulada a um objeto preciso. Em matemática, calcular o determinante da matriz \mathbf{B} , encontrar as raízes de um polinômio $p(x)$, determinar o coeficiente angular da reta y , são alguns exemplos de tarefas.

Ao responder questões propostas pelas tarefas, podemos escolher não só respondê-las de forma pontual, mas também buscar soluções para um grupo de questões de mesmo tipo, isto é, tipos de tarefas.

Técnicas

Para resolver um problema em questão, é necessário ter uma maneira de realizar a tarefa, isto é, uma maneira de fazer, chamada de técnica, palavra de origem grega, *tekhnê*, que significa saber-fazer. As técnicas permitem realizar tarefas de uma forma relativamente sistemática e segura. Ao sistematizar uma técnica, fazemos com que as questões iniciais, relativamente pouco precisas, possam ser formuladas como verdadeiros problemas matemáticos.

Para cada tarefa ou tipo de tarefas existe ao menos uma técnica para sua realização. Cada técnica possui um alcance limitado, isto é, funciona apenas para uma parte de um tipo de tarefas, necessitando assim de uma forma geral de resolução.

O conjunto de tarefa e técnica é chamado de bloco prático-técnico, que é parte integrante da praxeologia, e que se identificará genericamente com um saber fazer: um determinado tipo de tarefas e uma determinada maneira de realizar este tipo de tarefas.

Tecnologia

Todo saber-fazer tem associado a ele um saber. Esse saber justifica a empregabilidade da técnica escolhida para a resolução de um tipo de tarefas. A existência de uma técnica pressupõe a existência de um discurso interpretativo e justificativo da técnica e fornece elementos necessários para sua validação. A esse discurso sobre a técnica, Chevallard (1999) dá o nome de tecnologia, palavra de origem grega formada por dois termos, *tekhnê*, de técnica, e de *logos*, discurso.

Além da justificação e validação, a tecnologia possui outro papel importante, de fornecer elementos para modificar a técnica e aumentar a sua abrangência, superando assim as possíveis limitações, e assim, permitindo a criação de novas técnicas (CHEVALLARD, 2001).

Teoria

O discurso sobre uma técnica também pode ser justificado e explicado, isto é, existe a tecnologia da tecnologia. Esse discurso, chamado de teoria, busca uma justificação matemática em um sentido mais amplo e serve para interpretar e justificar a tecnologia. De certa forma, esse é o último fundamento da atividade que vai além do qual tudo parece óbvio e natural, sem necessidade de uma justificativa, embora certas teorias possam gerar novas tarefas, novas técnicas e novas tecnologias.

O conjunto formado pela tecnologia e teoria é chamado de bloco tecnológico-teórico, identificado como um saber. São os elementos que validam o uso da técnica para resolver as tarefas.

2.2.1 Organização Matemática (OM) e Organização Didática (OD)

Toda praxeologia formada pelos elementos descritos (tarefa, técnica, tecnologia, teoria) e voltada para o estudo de uma atividade matemática é chamada de Praxeologia Matemática ou Organização Matemática (OM). Mas, para elaborar uma praxeologia matemática é necessário uma Praxeologia Didática ou Organização Didática (OD), isto é, toda atividade matemática se relaciona com uma forma de organização.

Uma organização didática é descrita assim como a organização praxeológica, composta por tarefas, técnicas, tecnologias e teoria, necessárias para o estudo de uma praxeologia matemática em uma determinada instituição.

As praxeologias didáticas são elaboradas para responder questões do tipo “como estudar uma questão?” ou “como estudar uma obra?” e são indissociáveis das praxeologias matemáticas. Dessa forma, Chevallard (1999, p. 18) afirma que organização didática é “... o conjunto de tipos de tarefas, de técnicas, de tecnologias etc., mobilizadas para o estudo concreto de uma instituição concreta.” (tradução nossa)

Para compreender a essência das organizações didáticas, faremos o estudo dos conceitos de obra matemática e de momentos de estudo.

2.2.1.1 Obra matemática

Toda obra matemática nasce em resposta a uma questão ou a um conjunto de questões. Para responder a essas questões matemáticas, é formado um conjunto de objetos ligados entre si por diversas inter-relações, recebendo o nome de organização matemática. Essa organização resulta de uma atividade matemática, que de acordo com as noções propostas por Chevallard (2001), apresenta os aspectos inseparáveis de toda atividade humana: a “práxis”, que é a prática matemática composta pelas tarefas e técnicas, e o embasamento teórico “logos” que fundamenta a prática e é constituído pelas tecnologias e teorias. (CHEVALLARD, 2001)

Estudar uma questão que pertence a um determinado tipo de tarefas conduz à elaboração de uma organização praxeológica que se supõe ser inédita. Entretanto, ocorre que elaborar uma organização matemática, ao estudar uma questão, é quase sempre recriar para si mesmo uma resposta já produzida em qualquer outra instituição. Desse modo, estudar é estudar uma resposta já validada, uma obra matemática já existente em outra instituição. (CHEVALLARD, 1999)

Para Chevallard (2001, p. 126), podemos conceber uma obra matemática de maneira estática, mas dessa forma, teremos uma visão da matemática como um conjunto de obras fechadas. Por isso, afirma que “é preferível interpretá-la de maneira dinâmica: as técnicas geram novos problemas e apelam para novos resultados tecnológicos, que, por sua vez, permitem desenvolver técnicas já estabelecidas, assim como abordar e propor novas questões.”

Uma obra matemática é composta por todos os elementos que formam uma praxeologia: tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Porém, toda essa dinâmica parece desaparecer, pois temos que a obra matemática é representada por livros didáticos, livros clássicos, manuais, apostilas e diversos outros dispositivos didáticos.

Ainda segundo o autor, a disciplina matemática apresenta pelo menos quatro aspectos que podem ser entendidos como condições necessárias para se entrar na obra matemática:

Não esquecer as questões às quais a obra responde; combinar o ‘raciocínio dedutivo’ com o ‘pensamento conjectural’; identificar e respeitar as leis que regem o desenvolvimento das técnicas e produzir uma tecnologia adequada para aumentar a eficácia e a inteligibilidade das técnicas (CHEVALLARD, 2001, p. 135)

Essas condições acontecem nos momentos de estudo que serão descritos a seguir.

2.2.1.2 Momentos de estudos

Para se responder uma questão, tanto um pesquisador quanto um aluno utilizam técnicas didáticas como instrumentos para construir uma praxeologia matemática ou para reconstruir uma obra matemática, por exemplo. Ao elaborar uma

praxeologia matemática, o estudante entra em um processo de estudo, que não é um processo homogêneo e está estruturado, segundo Chevallard (1999), em diferentes momentos.

Cada um dos momentos de estudo não se refere especificamente ao caráter cronológico da palavra, e está relacionado a cada dimensão da atividade de estudo, isto é, com todos os componentes de uma praxeologia. O que de acordo com Chevallard (1999),

A noção de momento não se refere mais que em aparência à uma estrutura temporal do processo de estudo. Um momento, no sentido dado a palavra aqui, é em primeiro lugar, uma dimensão em um espaço multidimensional, um fator em um processo multifatorial. [...] Neste ponto de vista, indica que a ordem posta desde então, sobre os diferentes momentos didáticos é, de fato, amplamente arbitrário, porque os momentos didáticos são principalmente uma realidade funcional do estudo, antes de ser uma realidade cronológica. (p. 241-242) (tradução nossa)

A esses momentos chamaremos de *momentos de estudo* ou *momentos didáticos*, conforme a classificação feita em Chevallard (1999), e serão descritos a seguir.

O **primeiro momento**, chamado de *primeiro encontro*, é o contato inicial com um tipo de tarefa relativa a uma questão. Esse encontro pode acontecer de diversas maneiras; pode ser um encontro ou reencontro com uma organização matemática, e pode acontecer tanto na sala de aula, como em casa ou em qualquer outro lugar. De acordo com Chevallard (2001,p.262),

[...] o momento do primeiro encontro acontecerá em dois momentos diferentes. Em primeiro lugar, há um encontro em que estão sozinhos com a folha de exercício. Depois há o encontro em que o professor os guia. Geralmente, os momentos não são vividos ao mesmo tempo. Existem de maneira dispersa. São vividos várias vezes.

No **segundo momento**, chamado de *momento exploratório*, acontece a construção de uma técnica que responda à questão relacionada a um tipo de problema. É o momento em que se explora o tipo de questão para se construir técnicas que o resolva.

O **terceiro momento** de estudo consiste na *construção do entorno tecnológico-teórico* necessário para a justificação da técnica empregada na resolução de um tipo de tarefa. Muitos professores e livros didáticos utilizam esse momento na primeira etapa de estudo de uma organização matemática, que na

visão de Chevallard (1999), trata-se de uma etapa comum ao estudo de vários tipos de tarefas.

É o momento das demonstrações e justificativas da técnica estudada, e essa justificativa pode ser aplicada a outros tipos de problemas. Um exemplo dessa situação pode ser uma aula sobre função quadrática, em que o professor começa o estudo do tema com a apresentação das definições e, logo em seguida, demonstra a fórmula do cálculo de raízes dessa função. Nesse caso, as atividades propostas em seguida serão para simples aplicação do saber estudado.

O **quarto momento** é destinado ao *trabalho da técnica*. Aqui o trabalho consiste em melhorar a técnica, torná-la precisa ou ainda, escolher a mais eficaz e menos complexa na resolução de um tipo de tarefa. Pode haver a criação de novas técnicas ou recriar as existentes. Para Chevallard (1999) é necessário retocar a tecnologia construída até então, e é o momento de pôr a técnica à prova, ou seja, uma mesma técnica pode ter o alcance para resolver outras tarefas desse mesmo tipo.

O **quinto momento** de estudo é a fase da *institucionalização* relacionada à organização matemática, isto é, visa estabelecer o que é exatamente essa organização. É o momento em que o professor mostra ao aluno o que julga ser a melhor técnica para realizar essa tarefa. Esse momento não diz respeito somente à técnica, mas a toda organização matemática, quais elementos fazem parte do entorno tecnológico-teórico dessa organização e a quais subtipos de problemas em que pode aplicar a técnica e quais não; diz respeito, portanto, à praxeologia matemática, de acordo com Chevallard (2001).

No **sexto momento** de estudo, temos a *avaliação*, que também se articula com a institucionalização, em que é verificado o domínio sobre uma organização matemática. Esse é o momento de fazer uma reflexão sobre todo o estudo realizado, analisando se houve um bom emprego dos tipos de tarefas, das técnicas e dos elementos tecnológicos-teóricos.

Os seis momentos de estudos ocorrem durante todo o processo de estudo, e, como já dito, sem obedecer a uma ordem de acontecimento, e podem acontecer mais de uma vez no decorrer do estudo de uma praxeologia.

2.2.1.3 Objetos Ostensivos e Não Ostensivos

Nos estudos realizados por Bosch e Chevallard (1999), foi observada a existência de uma dicotomia fundamental, relacionada ao problema da “natureza” dos objetos matemáticos e o seu funcionamento na atividade matemática, e foram classificados como *ostensivos* e *não ostensivos*.

O termo ostensivo vem do latim *ostendere*, que significa mostrar, apresentar com insistência. Os *objetos ostensivos* são objetos manipuláveis necessários para o entendimento de organização matemática, representa todo e qualquer objeto que pode ser percebido e manipulado pelo sujeito por meio dos sentidos. Dessa forma, podemos entender como exemplos de objetos ostensivos os sons; os gestos; os gráficos e a própria fala.

Os objetos *não ostensivos* representam as ideias e os conceitos, isto é, elementos que pertencem ao campo das ideias e não podem ser vistos ou mostrados. Esses objetos necessitam da utilização dos objetos ostensivos para poderem ser representados. Podemos utilizar como exemplo a construção do gráfico de uma função quadrática, tarefa que requer a manipulação de objetos ostensivos, quando na notação de função e no próprio traçado do gráfico, e também, a utilização de objetos não ostensivos em sua resolução, ao necessitar de definições de função quadrática e de raízes da função, por exemplo.

3 SOBRE A PESQUISA

Diante do contexto teórico apresentado, definimos a questão norteadora do nosso estudo: *Como ocorrem as organizações matemáticas e didáticas utilizadas por professores de matemática do 1º ano do ensino médio para organizar o estudo de função quadrática?*

Essa questão norteou toda a pesquisa, que tem como objetivo geral: investigar as organizações matemáticas e didáticas do saber “função quadrática” presentes na prática docente em turmas do 1ª ano do ensino médio em uma escola pública do município de Santarém, no Estado do Pará.

Nesse capítulo, apresentamos os aspectos metodológicos da pesquisa e informações sobre o estudo realizado.

A pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa, pois entendemos que esta apresenta características mais adequadas para atingir o objetivo proposto e responder à pergunta norteadora desse estudo, e, de acordo com Ludke (1986, p. 18), “O estudo qualitativo [...] é o que se desenvolve numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada”.

3.1 Caracterização da pesquisa

O estudo ocorreu em uma turma do 1º ano do ensino médio de uma escola da rede pública estadual da cidade de Santarém-PA. Uma instituição de tradição que recebe alunos oriundos de diversos bairros da cidade, e destaca-se em avaliações nacionais como o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM e Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP.

A proposta inicial para a realização desta pesquisa foi analisar a prática de três docentes de matemática do ensino médio das escolas públicas estaduais da cidade de Santarém, no Estado do Pará. No entanto, enfrentamos dificuldades em encontrar voluntários que aceitassem participar da pesquisa, visto que teríamos que observar diretamente a prática didática desses professores.

O primeiro obstáculo foi conseguir assistir às aulas do mesmo conteúdo programático, nesse caso, “função quadrática”, em escolas e professores diferentes. Devido ao fato de algumas escolas na cidade estarem em reforma, o calendário escolar foi alterado nesses locais para que as obras não atrapalhassem o desenvolvimento do ano letivo, ocasionando programações distintas nas instituições de ensino.

Outro obstáculo encontrado foi o adiamento do início da participação de alguns, sob justificativas variadas, tais como, a de “não haver ainda iniciado o estudo das funções quadrática com seus alunos”, ou ainda, que “o conteúdo seria estudado rapidamente para não atrasar ainda mais o cronograma de estudos” e, dessa forma, atrapalharia a nossa pesquisa. Diante dessa situação, percebemos que alguns procuravam justificativas para não participarem de fato e, à medida que fomos percebendo isso, procuramos não insistir, pois entendemos ser de direito a não participação.

Para a realização desse estudo, contamos então com a participação de uma professora de Matemática do 1º ano do ensino médio. Levando em consideração que nosso principal foco está na realização de um estudo consistente dos dados coletados e não na quantidade de material coletado para a realização das análises, acreditamos que o obtido com essa professora deve ser suficiente para realizarmos nossa pesquisa de maneira satisfatória. Para preservar a identidade da participante esta será chamada de professora Ana.

A professora Ana concluiu o curso de Licenciatura em Matemática no ano 2000. Possui Especialização em Educação Matemática, concluído em 2002, e está cursando o Mestrado Profissional em Matemática. Possui experiência docente de aproximadamente 11 anos exclusivamente no ensino médio. Além da educação básica, já atuou como tutora em projetos de formação continuada de nível superior.

Para a realização da pesquisa, utilizamos as seguintes técnicas para a coleta de dados: observação participante, entrevista semiestruturada e análise do livro didático utilizado pela docente.

A técnica de observação, de acordo com Ludke (1986, p.26), ocupa um lugar privilegiado no âmbito das pesquisas educacionais, e afirma ainda que,

Usada como o principal método de investigação ou associada a outras técnicas de coleta, a observação possibilita um contato pessoal e estreito do pesquisador do fenômeno pesquisado, o que apresenta uma série de vantagens. Em primeiro lugar a experiência

direta é sem dúvida o melhor teste de verificação da ocorrência de um determinado fenômeno.

Considerando que a intenção de nosso estudo é investigar a prática docente no estudo de função quadrática, e o referencial teórico-metodológico que nos apontou um caminho para realizarmos a investigação, a análise das organizações matemáticas e didáticas colocadas em prática pela professora Ana, escolhemos a utilização de protocolos de observação de suas aulas. Acreditamos que dessa forma teríamos uma visualização de como a docente trabalha esse tema com seus alunos, quais tarefas são propostas e quais as técnicas são utilizadas em suas resoluções e ainda, teríamos a oportunidade de conhecer as estratégias didáticas mobilizadas durante as explicações.

No protocolo de observação foram anotadas todas as ações ocorridas no ambiente da sala de aula, tais como, ostensivos escritos na lousa, falas, gestos, perguntas dos alunos ao professor no decorrer da aula de matemática, data e tempo de duração da aula, enfim, tudo o que se passava no ambiente da sala quando se conduzia o estudo de função quadrática.

As aulas aconteceram nos meses de setembro e outubro do ano de 2014, com carga horária semanal de 03(três) aulas com duração de 40 minutos cada, dispostas da seguinte maneira: uma aula de 40 minutos nas segundas-feiras e duas aulas, de 40 minutos cada, nas quartas-feiras.

A duração padronizada pela Secretaria de Educação do Estado do Pará – SEDUC é de 45 minutos para cada aula, no entanto, a escola na qual o estudo foi realizado passou por reformas no espaço físico no início do ano letivo, o que atrasou o cronograma de aulas, alterando assim a duração de cada aula para que o calendário fosse cumprido.

Ao final do período de observação, realizamos uma entrevista semiestruturada, com questões abertas e voltadas para a compreensão de algumas dúvidas que surgiram durante as observações em sala de aula. A professora Ana não permitiu a gravação dessa entrevista, e, portanto, as respostas foram anotadas em sua essência. O roteiro da entrevista está no apêndice desta dissertação. O modelo de autorização do sujeito da pesquisa para participação na pesquisa encontra-se no anexo.

Esse instrumento de coleta de dados é bem visto dentre os pesquisadores em educação, e para Fiorentini (2006, p. 121),

[...] essa modalidade é muito utilizada nas pesquisas educacionais, pois o pesquisador, pretendendo aprofundar-se sobre um fenômeno ou questão específica, organiza um roteiro de pontos a serem contemplados durante a entrevista, podendo, de acordo com o desenvolvimento da entrevista, alterar a ordem dos mesmos e, inclusive, formular questões não previstas inicialmente.

Para completar o estudo sobre a praxeologia da prática docente, consideramos necessário realizar uma breve análise, também de natureza praxeológica com base na Teoria Antropológica do Didático - TAD (CHEVALLARD, 2001), do livro didático utilizado pela professora Ana, mais especificamente do capítulo que aborda o tema Função Quadrática. O estudo desse material deve servir de base para o estudo praxeológico que realizaremos com a professora, pois acreditamos que poderá haver semelhanças entre a praxeologia proposta pelo autor do livro didático e a praxeologia desenvolvida em sala de aula.

O livro didático é um elemento que está inserido na prática do professor, e apresenta um lugar de destaque no âmbito educacional. Este é um dos poucos dispositivos que, tanto o professor, quanto o aluno, tem disponível para pesquisa e aprofundamento dos assuntos estudados. De fato, a análise desse material torna-se necessária, pois parte do princípio de que, de um modo geral, o trabalho desenvolvido pelo professor em sala de aula se baseia na proposta apresentada pelo livro.

Apesar de acreditarmos que essa seja a realidade de muitos docentes, não estamos afirmando que a participante da pesquisa não utilize outros materiais na preparação de suas aulas, apenas estamos nos apoiando nos documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental, que afirmam:

Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória. (BRASIL, 1998, p.21)

Na análise da organização matemática (OM) do tema Função Quadrática, enfatizaremos as praxeologias propostas pelo autor por meio dos tipos de tarefas e das técnicas utilizadas. Além disso, tentaremos abordar a forma como as justificativas das técnicas propostas nas atividades são apresentadas, ou seja, como o bloco tecnológico-teórico é inserido no livro. Paralelamente a essa análise,

discutiremos a organização didática (OD) presente na obra, com base nos momentos de estudos evidenciados no desenvolvimento das atividades.

3.2 O Livro Didático

O livro didático escolhido foi aprovado no Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLEM 2012. O PNLEM é uma iniciativa do Ministério da Educação, que por meio da Resolução nº 38, de 15/10/2003, instituiu esse programa com o objetivo de distribuir gratuitamente livros didáticos para os alunos do ensino médio de escolas públicas. Inicialmente a distribuição era apenas de livros de português e matemática, e hoje, contempla todas as disciplinas estudadas no ensino médio, permitindo assim a universalização do livro didático nesse nível de ensino.

Dentre os livros aprovados no PNLEM 2012, selecionamos o livro que foi distribuído entre os alunos do ensino médio na escola pesquisada. O livro utilizado é uma obra coletiva e tem como editora responsável a professora Juliane Matsubara Barroso, publicada pela Editora Moderna em São Paulo, 2010. A obra consultada faz parte da coleção “Conexões com a Matemática”, desenvolvida em três volumes. Analisamos o volume 1, em que está contido o conteúdo da nossa pesquisa.

3.2.1 Apresentação do livro didático

O livro destina o capítulo 5 para o estudo de Função Quadrática, e apresenta as seguintes seções:

1. *A função quadrática*
2. *O gráfico de uma função quadrática*
3. *Construção do gráfico da função quadrática*
4. *Inequações*
 - *Exercícios complementares*
 - *Resumo do capítulo*
 - *Auto avaliação*
 - *Resolução Comentada*

O autor inicia o capítulo com os seguintes objetivos:

1. *Identificar uma função quadrática.*
2. *Resolver situações-problema que envolvam funções quadráticas.*
3. *Analisar o gráfico de uma função quadrática.*
4. *Resolver inequações que envolvam funções quadráticas.*

3.2.2 Análise do livro didático

Para iniciar a abordagem do tema, o autor coloca uma situação de aplicação da função quadrática, a queda livre de corpos, e utiliza a figura de um paraquedista em queda livre para ilustrar a situação. Em seguida, faz a definição de função quadrática e apresenta quatro exemplos, destacando os coeficientes de cada função. Apresenta, também, quatro funções que não podem ser expressas por um polinômio do 2º grau.

Na subseção seguinte, mostra situações cujos modelos se expõem como funções quadráticas, uma aplicação na Física e outra na Geometria. Após esse momento, apresenta três tarefas na forma de exercícios com suas técnicas de resolução, e, em seguida, trabalha as técnicas em doze tarefas propostas em forma de exercício.

Na seção “O gráfico da função quadrática”, o autor inicia afirmando que o gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$, é uma parábola. Utiliza dois exemplos para mostrar o gráfico, fazendo a análise do coeficiente a para determinar a concavidade da parábola, e também faz uso de uma tabela atribuindo valores aleatórios para x , escolhidos de forma conveniente, de forma a obter $y(x)$. Observamos que o autor utiliza duas técnicas para resolver o tipo de tarefa T_7 , e, em seguida, traça o gráfico.

Quadro 1: Tarefa e Técnicas observadas no livro didático

Tarefa	Técnica
T_7 : Esboçar o gráfico da função quadrática.	τ_{7a} : Marcar no plano cartesiano os pontos notáveis obtidos nas tarefas anteriores, e em seguida, traçar o gráfico. τ_{7b} : atribuir valores para as abcissas, escolhidos de maneira conveniente, e obter as respectivas imagens. Em seguida, traçar o gráfico.

Fonte: Elaborada pela autora

O autor aborda os elementos para o estudo da parábola em uma subseção, onde destaca a utilidade em identificar os seguintes elementos da parábola: pontos que ela intercepta o eixo y ; os zeros da função e o vértice. Para isso, mostra três funções e seus respectivos gráficos, e destaca os elementos que considera importante. Em seguida, apresenta duas tarefas resolvidas com suas técnicas e seis tarefas propostas para trabalhar a técnica.

A seguir, aprofunda o estudo de cada elemento que considera importante na construção do gráfico. Em especial, no caso dos zeros da função, o autor faz a abordagem com o estudo do sinal por meio de seus zeros. Apresenta os três casos possíveis de existência de raízes, quando $\Delta > 0$, $\Delta = 0$ e $\Delta < 0$, e mostra um esboço de parábola para situações em que $a > 0$ e $a < 0$. Utiliza um exemplo e duas tarefas resolvidas para mostrar as situações, e logo após, disponibiliza sete tarefas como exercício para o leitor resolvê-las.

Na subseção destinada ao estudo do vértice, o autor atua na construção do entorno tecnológico-teórico utilizando o termo simetria e faz uma demonstração das fórmulas que determinam as coordenadas do vértice da função quadrática em função de seus coeficientes. Após esse momento, apresenta dois exercícios resolvidos seguidos de sete tarefas para serem solucionadas.

No próximo tópico, ainda no momento do entorno tecnológico-teórico, o autor faz a definição e mostra exemplos do conjunto imagem e valor máximo e mínimo da função quadrática. Em seguida, faz uso de duas tarefas resolvidas, sendo que uma delas é uma situação-problema. Após, são apresentados treze tarefas para serem resolvidas.

Na seção “Construção do gráfico da função quadrática”, o autor inicia com a escolha de pontos convenientes: aqueles em que a parábola intercepta o eixo x e o eixo y (caso existam) e o vértice. Em seguida, faz passo a passo a construção gráfica por meio de dois exemplos, uma parábola com concavidade para baixo e outra para cima. Nesse momento, utiliza os ostensivos gráficos para representar o objeto não-ostensivo, no caso, a ideia de gráfico da função quadrática. São colocadas seis funções para esboçar o gráfico como tarefas que denominou de “atividades propostas”.

Na subseção seguinte, é abordada a resolução de situações-problemas, através do esboço do gráfico da função. Por meio de três problemas, o autor faz a

resolução utilizando o gráfico da função como um recurso visual da solução. Em seguida são propostas três tarefas como exercício.

A seção sobre “Inequações” traz a definição de inequação do 2º grau e exemplos de como resolver esse tipo de problema. Após isso, coloca duas tarefas como exercício.

A inequação-produto e a inequação-quociente são abordadas na subseção seguinte, e, por meio de quatro inequações, o autor procura resolver e mostrar graficamente a busca pela solução de cada problema. Em seguida, apresenta sete tarefas a serem resolvidas pelo leitor.

Em outra subseção, temos as inequações simultâneas do 2º grau. São resolvidas duas tarefas como exemplos, em que um deles se apresenta na forma de um sistema de inequações.

Na última subseção observamos a identificação do domínio de uma função por meio de inequações. São apresentadas duas tarefas resolvidas, e, em seguida, três tarefas propostas.

Para dar continuidade ao capítulo, o autor apresenta trinta e oito tarefas como exercícios complementares, sendo uma resolvida e uma colocada como desafio. São tarefas do tipo “questões abertas”, que o aluno deverá desenvolver a técnica de resolução.

Após esse momento, temos um resumo do capítulo. Uma página destinada a pontuar as principais definições presentes no estudo de funções quadráticas. O autor utiliza a representação gráfica para ilustrar as propriedades e definições. Observamos o terceiro momento de estudo, constituição do entorno tecnológico-teórico. Esse momento acontece, também, no início de cada seção, no qual o autor coloca as definições e propriedades necessárias para o aprendizado de função quadrática.

O autor utiliza uma seção para o momento da avaliação, por ele denominado de “auto avaliação” do leitor, na qual apresenta dez tarefas de múltipla escolha. Logo abaixo, é colocada uma tabela em que cada tarefa está associada a um ou mais objetivos do capítulo, e, também, associa as páginas do capítulo referentes às técnicas necessárias para se resolver cada tarefa.

Esse instrumento de avaliação é interessante, pois permite ao aluno estudar sozinho e mapear suas dificuldades, visto que o próprio livro faz referência aos conceitos que devem ser retomados para o aprendizado de um determinado tipo de

tarefa. Podemos inferir que nessa seção acontece o sexto momento didático proposto por Chevallard, o momento da avaliação.

Para finalizar o capítulo, o autor apresenta uma seção para resolução comentada, na qual apresenta uma tarefa na forma de problema e descreve a técnica de resolução bem detalhada e indica outras técnicas de resolução, e outras variações do problema. Nesse momento, percebemos a institucionalização da organização matemática do tema estudado, pois apresenta outras técnicas para resolver a mesma tarefa e outras formas de apresentação dessas tarefas.

Ao utilizar vários “exemplos” resolvidos e propor “questões” como exercício, o autor promove o segundo momento de estudo, exploração do tipo de tarefa e elaboração da técnica, e, também, o quarto momento, trabalho da técnica.

Durante todo o capítulo, o autor identifica características importantes das funções quadráticas e do seu gráfico, a parábola. Um exemplo disso é a observação a existência do eixo de simetria da parábola.

A única demonstração encontrada no livro é a da fórmula para determinar as coordenadas do vértice da parábola. Com a o auxílio do ostensivo gráfico, o autor faz a demonstração utilizando a propriedade de simetria da parábola.

Para descrição da organização matemática encontrada no livro, optamos por organizar um quadro com todos os elementos praxeológicos observados. Ressaltamos que os tipos de tarefas não foram nomeados na ordem em que aparecem no livro didático. As tecnologias e teorias foram agrupadas em um bloco tecnológico-teórico, que são apresentadas no quadro 2:

Quadro 2 – Praxeologias observadas no livro didático

Tipos de Tarefas (T)	Técnicas (τ)	Bloco Tecnológico – Teórico (θ/Θ)
T ₁ : Identificar os coeficientes da função quadrática da forma $f(x)=ax^2+bx+c$, com $a \neq 0$.	τ_1 : Comparar o polinômio com o modelo $f(x)=ax^2+bx+c$, com $a \neq 0$.	1. Definição de função quadrática. 2. Definição de raiz de uma função.
T ₂ : Calcular o valor das raízes ou zeros da função quadrática.	τ_2 : Utilização da fórmula para o cálculo de raízes.	3. Fórmula de resolução da equação do 2º grau. 4. Fórmula do cálculo do vértice.
T ₃ : Verificar se a função possui ponto mínimo ou máximo.	τ_3 : Verificar se a função possui ponto mínimo ou máximo a partir do valor de a	5. Plano Cartesiano. 6. Gráfico de função.

T ₄ : Identificar a concavidade da parábola .	τ ₄ : Identificar a concavidade da parábola a partir do valor de a	<p>7. Máximos e mínimos de funções.</p> <p>8. Estudo da parábola.</p> <p>9. Resolução de Sistemas de equações do segundo grau.</p> <p>10. Estudo do sinal da função quadrática.</p> <p>11. Definição de inequação do 2º grau.</p> <p>12. Domínio e imagem de uma função.</p>
T ₅ : Determinar as coordenadas do vértice parábola.	τ ₅ : Utilização da fórmula , $x_v = \frac{-b}{2a}$ e $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$	
T ₆ : Identificar o valor onde a função intercepta o eixo y.	τ ₆ : Associar ao valor de c .	
T ₇ : Esboçar o gráfico da função quadrática.	τ _{7a} : Marcar no plano cartesiano os pontos notáveis obtidos nas tarefas anteriores, e em seguida, esboçar o gráfico. τ _{7b} : atribuir valores para as abcissas, escolhidos de maneira conveniente, e obter as respectivas imagens. Em seguida, esboçar o gráfico.	
T ₈ : Resolver problemas modelados por função quadrática.	τ ₈ : Identificar as grandezas que são modeladas pela função quadrática e reconhecer os elementos dessa função que são necessários para a resolução do problema.	
T ₉ : Identificar se uma função é quadrática.	τ ₉ : Reduzir os monômios semelhantes e observar o monômio de maior potência, em seguida comparar com o modelo $f(x)=ax^2+bx+c$, com $a \neq 0$.	
T ₁₀ : Dado o valor da variável independente, calcular o valor numérico da função quadrática.	τ ₁₀ : Substituir o valor da variável independente na lei geral da função.	
T ₁₁ : Dados três pontos pertencentes ao gráfico da função, determinar a lei de formação da função quadrática.	τ ₁₁ : Substituir os valores dados na lei geral: $f(x)=ax^2+bx+c$. Resolver o sistema obtido com três equações e três incógnitas.	
T ₁₂ : Analisar os possíveis valores para o termo independente da função, de forma que a função tenha duas raízes reais distintas, duas raízes reais iguais ou não possua raiz.	τ ₁₂ : Calcular o discriminante da equação $ax^2+bx+c=0$. (valor de Δ). Em seguida, calcular os valores de c para que o $\Delta > 0, \Delta = 0$ e $\Delta < 0$.	
T ₁₃ : Determinar a lei de formação da função quadrática, dado o seu gráfico.	τ ₁₃ : Identificar os pontos elementares: vértice, ponto em que intercepta o eixo y. Em seguida, substituir os valores das coordenadas do vértice na fórmula para determinar vértice.	

T ₁₄ : Determinar os pontos em que duas funções se interceptam.	τ_{14} : Igualar as leis de formação de cada função e obter a abcissa em que se interceptam. Para determinar o valor da ordenada, basta utilizar o valor encontrado anteriormente em qualquer uma das funções.	
T ₁₅ : Estudar o sinal das imagens da função.	τ_{15} : Encontrar os zeros da função. Estudar a concavidade, e em seguida analisar as imagens.	
T ₁₆ : Determinar o conjunto imagem da função.	τ_{16} : Identificar a concavidade da parábola a partir do valor de a . Em seguida, calcular o valor do vértice.	
T ₁₇ : Resolver inequação do 2º grau.	τ_{17} : Estudar o sinal da função quadrática e obter o intervalo que satisfaz a inequação.	
T ₁₈ : Determinar o domínio da função por meio de inequações.	τ_{18} : Investigar as restrições de cada função que compõe a inequação: função no denominador tem que ser diferente de zero, e funções dentro de radicais tem que fornecer valores positivos.	

Fonte: Elaborado pela autora

4 ANÁLISE DA PRÁTICA DOCENTE

Apresentamos, neste capítulo, a análise da prática docente que identificamos no decorrer da nossa pesquisa. Considerando que a investigação acontece por meio de uma abordagem antropológica, na linha proposta por Chevallard (1999), a primeira ação foi realizar uma análise da praxeologia desenvolvida pela professora, identificando todas as tarefas propostas aos alunos, por meio de exemplos, exercícios propostos, bem como de atividades avaliativas, conduzidas pela professora Ana no estudo de funções quadráticas, e também as técnicas e elementos tecnológico-teóricos utilizados. Além disso, incrementamos nossa análise com o estudo das organizações didáticas colocadas em prática no desenvolvimento das organizações matemáticas estudadas. Para complementar as observações em sala de aula, realizamos uma entrevista com a docente, com questões semiestruturadas, com o propósito de apresentar a visão que a docente possui da própria prática.

A partir das tarefas identificadas, iniciamos o processo de análise com o intuito de verificar se estas poderiam ou não ser resolvidas com uma mesma técnica. Dessa forma, identificamos 8 tipos de tarefas, que serão simbolizados pela letra **T**, e serão descritos nos próximos parágrafos. As técnicas usadas na resolução das tarefas serão simbolizadas por τ , as tecnologias por θ e as Teorias, por Θ .

4.1 Descrição e Análise Praxeológica das aulas

A primeira aula da professora Ana sobre o saber função quadrática, na turma do 1^a ano do ensino médio, ocorreu dia 01 de setembro de 2014. As aulas da disciplina de Matemática acontecem duas vezes por semana, as segundas e quartas-feiras, sendo que na segunda-feira a duração é de 40 minutos e na quarta-feira a aula tem duração de 80 minutos.

A professora inicia escrevendo no quadro branco a definição do tema função quadrática: “Chama-se função quadrática qualquer função de **R** em **R** da

forma $y=ax^2 +bx + c$ ou $f(x) = ax^2 +bx + c$ sendo a, b e c reais e $a \neq 0$.” Em seguida, coloca dois exemplos para que os alunos possam identificar os coeficientes de cada função:

$$a) y = 2x^2 - x + 3,$$

$$b) f(x) = -x^2 + 3x - 5$$

Durante a explanação, a professora relembra que esse conteúdo, que denominamos de tema, já foi estudado pelos alunos no 9º ano do ensino fundamental, e faz a abordagem lembrando o conceito de função afim, fazendo relação entre as funções e destacando as diferenças na forma das equações. Nesse momento, observamos a utilização do tipo de tarefa ***T₁: Identificar os coeficientes da função quadrática da forma $f(x)=ax^2+bx+c$, com $a \neq 0$.***

A docente pede aos alunos para que destaquem os valores dos coeficientes das equações dadas. Percebemos que a docente enfatiza o uso desse tipo de tarefa, tendo em vista que as fórmulas que ainda serão estudadas sobre esse conteúdo, como o cálculo de raízes, por exemplo, necessitam dessas informações.

Na mesma aula, ocorre o momento do primeiro encontro com a Organização Matemática voltada para o estudo da função quadrática, com o uso da definição algébrica e de exemplos. Podemos dizer ainda, que aqui ocorre um reencontro com a praxeologia estudada, considerando que o aluno já teve contato com esse saber no ano final do ensino fundamental.

Na continuidade da aula, a professora escreve no quadro: “Raízes da função” e coloca três funções para calcular as devidas raízes:

$$a) y = x^2 - 5x + 6$$

$$b) y = 4x^2 - 4x + 1$$

$$c) y = 2x^2 + 3x + 4$$

A docente considera que esse momento seja revisão do conteúdo já estudado no ano anterior, e dessa forma pede aos alunos que respondam o que são raízes da função e como podemos determiná-las. Então, a professora resolve os três

exemplos, sempre fazendo com que os alunos participem da resolução, incentivando-os a relembrem a Fórmula Geral para o Cálculo das Raízes¹:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ onde } \Delta = b^2 - 4ac, \text{ para } a, b \text{ e } c \text{ números reais}$$

As funções propostas foram identificadas pertencentes ao tipo de tarefas **T₂**:

Calcular o valor das raízes ou zeros da função quadrática.

O primeiro exemplo mostra o caso em que a função possui duas raízes. O segundo mostra o caso em que as duas raízes são iguais. O último apresenta o caso em que não existe raiz real para função dada.

Durante os cálculos, a professora para em alguns momentos para tirar dúvidas do tipo: “por que um número negativo elevado ao quadrado resulta em um número positivo?” ou “por que não existe a raiz quadrada de número negativo?”, dentre outras dúvidas consideradas até triviais relacionadas à aritmética e álgebra. Essa problemática na aprendizagem matemática é evidenciada também durante a entrevista, em que a professora Ana relata que os alunos apresentam muita dificuldade na manipulação algébrica, em “substituir o valor da incógnita”, em “realizar operações elementares e operar com as fórmulas”, dentre outros problemas, o que dificulta a evolução no conteúdo de função quadrática.

Para cada exemplo dado para o cálculo das raízes, a professora esboça um gráfico (parábola) para mostrar a visualização de cada caso. Nesse momento, percebemos a utilização do ostensivo (gráfico) para tornar visível o conceito de raízes, embora a utilização gráfica aqui utilizada não apresente um rigor na construção desses gráficos.

Para encerrar a aula, a docente escreve no quadro um resumo das observações sobre as raízes da função: “ $\Delta > 0$, a função tem duas raízes diferentes. $\Delta = 0$, a função tem raiz única, $\Delta < 0$, a função não tem duas raízes reais”.

O segundo encontro ocorreu no dia 03 de setembro, com duração de 80 minutos. Para iniciar a aula, a professora escreveu no quadro as fórmulas para calcular as coordenadas do vértice da parábola, $x_v = \frac{-b}{2a}$ e $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$, e a análise do

¹ Essa fórmula é conhecida no Brasil como “Fórmula de Bhāskara”, e estabeleceu-se com essa nomenclatura por volta de 1960. Em outros países, essa equação é conhecida como “fórmula geral para resolução da equação polinomial do segundo grau”, sendo que essa estratégia de resolução é conhecida há mais de quatro mil anos pelos babilônicos, de acordo com Refatti (2005).

sinal do coeficiente a para determinar se a função tem ponto mínimo ou ponto máximo: “Se $a > 0$ então a função tem ponto mínimo, se $a < 0$ então a função tem ponto máximo”. Durante a explicação, a docente cita as fórmulas para encontrar o vértice da parábola e o localiza por meio de um desenho. Reforça que ao analisar o sinal do coeficiente a , caso este seja positivo, o vértice fica para baixo (concavidade para cima) e o ponto é de mínimo, e, caso seja negativo, o vértice fica para cima (concavidade para baixo) e o ponto é de máximo.

Em seguida, a professora escreve três funções quadráticas como exemplos para encontrar o valor do vértice e determinar se ele é ponto máximo ou ponto mínimo:

$$\text{a) } y = x^2 - 5x + 6$$

$$\text{b) } y = 4x^2 - 4x + 1$$

$$\text{c) } y = 2x^2 + 3x + 4$$

As funções são as mesmas utilizadas na aula anterior, para o cálculo de raízes, com a finalidade de “poupar” tempo, visto que o tempo de aula é curto e também porque as informações necessárias para calcular o vértice (valor do delta) já foram encontradas na aula anterior.

Nesse ponto da aula, verificamos a presença de três tipos de tarefas: **T_3 : Verificar se a função possui ponto mínimo ou máximo, T_4 : Identificar a concavidade da parábola e T_5 : Determinar as coordenadas do vértice da parábola.**

A professora resolve a primeira função, explicando passo a passo a resolução, e a seguir, pergunta aos alunos os passos para resolver as próximas funções.

Os tipos de tarefas T_3 e T_4 estão relacionados, e a técnica utilizada foi de analisar o valor de a . Caso o valor do coeficiente seja positivo, essas tarefas foram abordadas sem elementos tecnológicos-teóricos que justificassem essa análise.

Durante a resolução da função: $y = 4x^2 - 4x + 1$, surgiu a situação que ainda não é bem entendida por alguns alunos, que é a divisão do número zero por outro número ($\frac{0}{16}$). A docente observou que essa divisão “existe e a resposta é zero”!

Percebemos o segundo momento didático, chamado exploração do tipo de tarefa e elaboração da técnica, em que a docente mostra a técnica utilizada para resolver questões do tipo T_3 e T_4 por meio de exemplos no quadro branco.

Após esses exemplos, a professora escreveu no quadro dois exercícios, sendo o primeiro para determinar as raízes das funções e o segundo para determinar as coordenadas do vértice, cada um com três funções para serem resolvidas:

1) Determine as raízes das funções:

a) $y = x^2 + 4x + 3$

b) $y = -x^2 + 2x + 3$

c) $y = x^2 + 2x + 1$

2) Determine as coordenadas do vértice:

a) $y = x^2 + 4x + 3$

b) $y = -x^2 + 2x + 3$

c) $y = x^2 + 2x + 1$

A docente deixou um tempo para que os alunos tentassem responder às questões propostas, tirando dúvidas individualmente, e, em seguida, chamou alguns voluntários para colocarem suas respostas no quadro e as corrigiu, explicando os pontos de dúvidas.

Percebemos, no decorrer das aulas, que a professora Ana não deixa exercícios para serem feitos em casa. Durante a entrevista, ela afirma que não utiliza esse recurso didático, pois os alunos não fazem a atividade proposta. Com base na experiência docente, Ana prefere passar poucos exercícios, mas que esses sejam resolvidos na sala de aula, e sempre orienta os alunos a repetirem esses exercícios em casa para garantir uma fixação do conteúdo estudado na escola (momento de institucionalização).

Na situação descrita ocorre a quebra do contrato didático por parte dos alunos, tendo em vista que eles não cumpriram uma regra do contrato que seria resolver os exercícios para casa. Dessa maneira, as regras tiveram que ser reorganizadas para que a aprendizagem ocorra e, assim, o aluno consiga estudar matemática de maneira eficaz.

Para um estudo mais aprofundado da atividade acima, optamos por fazer uma análise da praxeologia das questões com base na letra **a)** $y = x^2 + 4x + 3$, considerando que nos outros itens a situação será semelhante.

Pelo enunciado das questões, temos dois tipos de tarefas: **T_2 : Calcular o valor das raízes ou zeros da função quadrática** e **T_5 Determinar as coordenadas do vértice da parábola.**

A técnica utilizada para resolver o tipo T_2 consistiu, primeiramente, em identificar os valores dos coeficientes da função, e, em seguida, substituir os valores dos coeficientes da função na fórmula geral para determinar as raízes da respectiva equação polinomial do segundo grau.

$$y = x^2 + 4x + 3, \quad a = 1 ; b = 4; c = 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 4^2 - 4 * 1 * 3$$

$$\Delta = 4$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2 * 1}$$

$$x' = \frac{-4 + 2}{2} = -1$$

$$x'' = \frac{-4 - 2}{2} = -3$$

E para solucionar o tipo de tarefa T_5 , a docente substituiu diretamente os valores dos coeficientes nas fórmulas para determinar as coordenadas do vértice:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 * 1} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{4 * 1} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$V = (-2, -1)$$

Observamos neste ponto a presença do quarto momento didático proposto por Chevallard (2001), chamado de trabalho da técnica. A docente utiliza vários exercícios parecidos com o intuito de trabalhar a técnica de resolução pertencente ao mesmo tipo de tarefa em questão.

Uma característica observada é que a docente não utiliza demonstrações de fórmulas e/ou teoremas em suas aulas. Durante a entrevista, perguntamos o motivo da não utilização desse instrumento de ensino, e Ana considera importante a utilização da demonstração das fórmulas nas aulas de matemáticas, mas não consegue utilizar essa ferramenta devido ao pouco tempo de aula e falta de motivação dos alunos ao estudar matemática.

O terceiro encontro ocorreu no dia 08 de setembro, com duração de 40 minutos. A professora iniciou a aula dando continuidade na correção dos exercícios da aula anterior. Em seguida, reforçou os conceitos que geraram mais dúvidas durante a resolução das questões.

No quadro, a professora escreve que o gráfico da função quadrática é uma parábola, e em seguida, enumera quatro passos para a construção desse gráfico:

- 1) *Identificar o valor do a . Se $a > 0$, então a parábola tem concavidade para cima. Se $a < 0$, então a parábola tem concavidade para baixo.*
- 2) *Calcular as raízes da função, pois indicam onde a parábola corta o eixo x .*
- 3) *Calcular as coordenadas do vértice, pois indicam o ponto máximo ou mínimo.*
- 4) *Identificar o valor do c , pois indica onde a parábola corta o eixo y .*

Devido à curta duração da aula, a docente procura enumerar passos algorítmicos para a construção do esboço do gráfico. Como estratégia de ensino, utiliza todas as tarefas já trabalhadas nas aulas anteriores. Percebemos que, nesse encontro, acontece o quinto momento didático ou institucionalização da organização matemática, pois a docente mostra aos alunos as melhores técnicas para resolver o tipo de tarefa **T_7 : Esboçar o gráfico da função quadrática.**

Na mesma aula, identificamos o primeiro encontro com o tipo de tarefa **T_6 : Identificar o valor onde a função intercepta o eixo y** , necessário para a realização do tipo T_7 .

O quarto encontro ocorreu no dia 10 de setembro, com duração de 80 minutos. Nessa aula, a professora escreveu no quadro três funções quadráticas:

$$a) y = x^2 - 5x + 6$$

$$b) y = 4x^2 - 4x + 1$$

$$c) y = 2x^2 + 3x + 4$$

Essas funções foram utilizadas nas aulas anteriores, e, portanto, foram calculados valores do delta, raízes e vértices da parábola descrita pela função. Dessa forma, a professora Ana as usou para explicar os passos da construção do gráfico, vistos na aula anterior. Após a resolução feita por ela, escreveu outras três funções como exercício para que os alunos construíssem os gráficos em sala de aula:

3) *Construa o gráfico das funções:*

$$a) y = x^2 + 4x + 3$$

$$b) y = -x^2 + 2x + 3$$

$$c) y = x^2 + 2x + 1$$

Depois de um tempo, a professora chamou alguns alunos para escreverem as respostas no quadro e fez as devidas correções. No final da aula, a docente chamou à atenção para a realização das avaliações de encerramento do bimestre e recuperação paralela, e que, nas próximas aulas aconteceriam os trabalhos e provas, necessitando assim da contribuição financeira dos alunos para pagar as cópias, tendo em vista que a professora traz as atividades prontas para não desperdiçar tempo copiando no quadro as questões. Nesse fato podemos observar o contrato didático firmado entre professor e alunos para aproveitar o máximo de tempo da aula na resolução das atividades.

Devido à cobrança por parte da direção da escola para que as notas dos alunos fossem finalizadas até o final do mês de setembro, a professora teve que acelerar o ritmo das aulas e alterar o planejamento. Preferiu aplicar as provas antes de passar os exercícios de aplicações da função quadrática.

Observamos que a docente utiliza as tarefas voltadas para a construção do esboço do gráfico da função quadrática sem o uso de instrumentos didáticos que favoreçam essa construção gráfica. Diante disso, perguntamos, na entrevista, se era utilizado algum material concreto para o esboço do gráfico, como papel quadriculado, régua etc., mas Ana respondeu que não faz uso desse material por falta de tempo nas aulas.

Ao ser questionada sobre a utilização de softwares em sala de aula, como por exemplo, o Geogebra, a professora informou que, apesar de existir um laboratório de informática na escola, ela não o utiliza. Um dos motivos é o fato do local não possuir funcionário que possa auxiliar no momento das aulas, principalmente para o controle da turma, considerando que as turmas possuem em torno de 40 alunos. Outro problema enfrentado seria a grande dificuldade que os alunos teriam no uso do computador. Muitos alunos não dominariam o básico de informática, e na falta de um funcionário do laboratório que possa ajudar os alunos, fica inviável que um único docente consiga abranger todas essas questões.

O quinto encontro ocorreu no dia 15 de setembro, com duração de 40 minutos. Essa aula não foi observada pela pesquisadora devido a um imprevisto nesse dia. A professora relatou que foram resolvidos alguns exercícios nessa aula.

O sexto encontro ocorreu dia 17 de setembro, com duração de 80 minutos. Nessa aula a professora aplicou uma atividade avaliativa para compor a nota do bimestre. A docente escreveu no quadro duas funções quadráticas:

$$\text{a) } y = 2x^2 - 12x + 16$$

$$\text{b) } y = -x^2 + 4x - 3$$

E solicitou que fosse feito, em cada função, a análise da concavidade da parábola, cálculo das raízes, cálculo das coordenadas do vértice, identificação do ponto onde a função corta o eixo y , e em seguida, o esboço do gráfico. A atividade foi realizada em duplas.

Nessa aula, observamos a presença do sexto momento didático que é a avaliação, embora esse momento já tenha acontecido nas aulas anteriores, pois ao propor uma questão ao aluno e fazê-lo escrever no quadro a resposta para depois corrigi-la, estamos avaliando se a técnica foi bem empregada na resolução da tarefa, e se a tecnologia e a teoria foram bem assimiladas.

O sétimo encontro ocorreu dia 22 de setembro, com duração de 40 minutos. A professora utilizou essa aula para fazer revisão dos conteúdos estudados no 2º bimestre: função afim e função quadrática, por meio de exercícios. A docente entregou uma folha com três questões e orientou os alunos que deviam copiar as questões no caderno e tentar resolvê-las:

- 1) *Construa o gráfico da função $y = 2x - 4$.*
- 2) *Uma pizzaria oferece o serviço de entrega e cobra por isso uma taxa fixa de R\$ 1,50 mais R\$ 0,60 por quilômetro rodado no trajeto entre o estabelecimento e o local da entrega.*
 - a) *Qual será o valor cobrado se o local da entrega for a 13 km da pizzaria? E se o local a 8,5 Km?*
 - b) *A pizzaria cobrou R\$ 7,50 para entregar uma pizza, qual a distância entre a pizzaria e o local da entrega?*
 - c) *Escreva a função que permita calcular o valor a ser pago y de entrega em função da distância x percorrida.*
- 3) *Construa o gráfico da função $y = x^2 - 8x + 12$.*

O oitavo encontro ocorreu dia 24 de setembro, com duração de 80 minutos. Nessa aula, a professora aplicou uma avaliação individual, com cinco questões, para compor a nota do 2º bimestre. Dessas questões, apenas uma abordava o conteúdo função quadrática:

5. *Considere a função $y = x^2 + 4x - 5$, identifique o valor do a para verificar a concavidade para cima ou para baixo, calcule as raízes, as coordenadas do vértice (ponto máximo ou mínimo) das funções e identifique o valor do c para verificar onde a parábola corta o eixo y . Em seguida, construa a parábola.*

O nono encontro ocorreu dia 29 de setembro, com duração de 40 minutos. Nessa aula, a docente realizou uma atividade para compor a nota da recuperação, que está sendo realizada no mesmo período do 2º bimestre. No quadro, a professora escreve que o trabalho deverá ser feito em dupla; coloca as fórmulas para calcular o delta, as raízes e as coordenadas do vértice da função quadrática e informa que na aula seguinte será realizada a avaliação individual de recuperação.

A atividade proposta é uma questão, com dois itens a serem respondidos:

- 1) *Identifique o valor do a para verificar a concavidade para cima ou para baixo, calcule as raízes, as coordenadas do vértice (ponto máximo ou mínimo) das funções e identifique o valor do c para*

verificar onde a parábola corta o eixo y . Em seguida, construa a parábola.

a) $y = 2x^2 - 8x$

b) $y = x^2 - 11x + 30$

Como a aula é curta, de apenas 40 minutos, a docente solicitou a aula da professora da aula seguinte, para que os alunos pudessem realizar a atividade.

O décimo encontro ocorreu no dia 01 de outubro, com duração de 80 minutos. Nessa aula, a professora aplicou a avaliação individual referente à recuperação. Foram nove questões que versaram sobre função afim e função quadrática, sendo que apenas a última questão aborda o tema de nossa pesquisa.

9. Considere a função $y = x^2 - 11x + 30$, identifique o valor do a para verificar a concavidade para cima ou para baixo, calcule as raízes, as coordenadas do vértice (ponto máximo ou mínimo) das funções e identifique o valor do c para verificar onde a parábola corta o eixo y . Em seguida, construa a parábola.

O décimo primeiro e décimo segundo encontro, ocorridos nos dias 08 e 13 de outubro, não foram observados, mas a professora forneceu o material utilizado. Nas aulas, a docente trabalhou problemas que envolvem aplicações de funções quadráticas.

1. A potência elétrica lançada em um circuito por um gerador é expressa por $P = -5i^2 + 10i$, onde i é a intensidade de corrente elétrica. Calcule a intensidade da corrente elétrica necessária para se obter a potência máxima do gerador.

2. Uma bola, lançada verticalmente para cima, a partir do solo, tem sua altura h (em metros) expressa em função do tempo t (em segundos) decorrido após o lançamento, pela lei $h = 40t - 5t^2$. Determine:

a) a altura em que a bola se encontra 1s após o lançamento;

b) a altura máxima atingida pela bola;

c) o instante em que a bola atinge a altura máxima.

3. Suponha que o consumo de um carro, para percorrer 100km com velocidade de x km/h, seja dado por $C = 0,006x^2 - 0,6x + 25$. Para qual velocidade esse consumo é mínimo?

4. A trajetória da bola, em um chute a gol, descreve uma parábola. Supondo que sua altura h , em metros, t segundos após o chute, seja dada por $h = -t^2 + 6t$, responda:

a) Em que instante a bola atinge a altura máxima?

b) Qual é a altura máxima atingida pela bola?

Os elementos das praxeologias matemáticas observadas durante as aulas foram sintetizados no quadro 2 para favorecer a compreensão. As tarefas foram agrupadas em 8 tipos de tarefas. Observamos 8 técnicas na resolução das tarefas. As tecnologias e teorias observadas foram agrupadas em um único bloco, chamado bloco tecnológico-teórico. Todos os tipos de tarefas observados na prática estavam presentes no livro didático.

Quadro 3 – Praxeologias observadas na prática docente

Tipos de Tarefas (T)	Técnicas (τ)	Bloco Tecnológico – Teórico (θ/Θ)
T ₁ : Identificar os coeficientes da função quadrática da forma $f(x)=ax^2+bx+c$, com $a \neq 0$	τ_1 : Comparar o polinômio com o modelo $f(x)=ax^2+bx+c$.	1. Definição de função quadrática. 2. Definição de raiz de uma função. 3. Fórmula de resolução da equação do 2º grau. 4. Fórmula do cálculo do vértice. 5. Plano Cartesiano. 6. Gráfico de função. 7. Máximos e mínimos de funções. 8. Estudo da parábola.
T ₂ : Calcular o valor das raízes ou zeros da função quadrática	τ_2 : Utilização da fórmula para o cálculo de raízes.	
T ₃ : Verificar se a função possui ponto mínimo ou máximo	τ_3 : Verificar se a função possui ponto mínimo ou máximo a partir do valor de a	
T ₄ : Identificar a concavidade da parábola	τ_4 : Identificar a concavidade da parábola a partir do valor de a	
T ₅ : Determinar as coordenadas do vértice parábola	τ_5 : Utilização da fórmula	
T ₆ : Identificar o valor onde a função intercepta o eixo y	τ_6 : Associar ao valor de c .	
T ₇ : Esboçar o gráfico da função quadrática	τ_7 : Marcar no plano cartesiano os pontos notáveis obtidos nas tarefas anteriores, e em seguida, traçar o gráfico.	
T ₈ : Resolver problemas modelados por função quadrática	τ_8 : Identificar as grandezas que são modeladas pela função quadrática e reconhecer os elementos dessa função que são necessários para a resolução do problema.	

Fonte – Elaborado pela autora

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa desenvolvida foi norteada pela indagação de como ocorrem as organizações matemáticas e didáticas utilizadas por professores de matemática do 1º ano do ensino médio para organizar o estudo de função quadrática. Em busca de respostas a essa questão, traçamos como objetivo investigar quais organizações matemáticas e didáticas são mobilizadas para o estudo desse tema. Nesse sentido, a Teoria Antropológica do Didático forneceu instrumentos metodológicos para a efetivação da pesquisa, principalmente por meio da identificação dos elementos das praxeologias e dos momentos de estudo. Além disso, enriqueceu o nosso conhecimento teórico, pois se trata de uma teoria voltada especificamente para o saber matemático.

Para atingir o objetivo do estudo, pesquisamos a prática da professora, por meio de observação das aulas, entrevista com questões semiestruturadas e análise do livro didático utilizado por ela. A análise das três fontes de pesquisa foi apresentada de maneira única, fazendo as devidas interligações.

Em estudo realizado por Boch e Gascón (2001), observamos a presença de um “sistema de referência” para descrever as organizações didáticas no âmbito unidimensional, baseado nos momentos de estudo propostos por Chevallard (2001), representados por três momentos da atividade matemática: o momento *tecnológico-teórico*, o momento do *trabalho da técnica* e o momento *exploratório*. Em cada momento está situada, respectivamente, uma organização didática possível, chamadas de *teoristas*, *tecnicistas* e *modernistas*.

Pelos dados analisados, inferimos que as práticas efetivas na sala de aula valorizam o momento do trabalho das técnicas, e, de acordo com a classificação feita por Boch e Gáscon (2001), a prática reflete uma organização didática tecnicista. Acreditamos que essa classificação seja democrática, por não apresentar uma organização que se destaque em relação à outra. Esse resultado corrobora com os encontrados em Kichow (2009).

Nas observações em sala de aula, percebemos que a praxeologia da docente se manifesta pela utilização de uma organização didática diferente da utilizada no livro didático. A obra prioriza os momentos exploratórios e de trabalho da técnica, enquanto a docente aborda com mais ênfase o trabalho da técnica. Desse

modo, podemos conjecturar que o livro didático, provavelmente, não é a principal fonte de pesquisa para elaboração das organizações praxeológicas da docente.

Ao realizar o levantamento de dados *in loco*, nos deparamos com situações que podem causar interferência na prática da docente. Um exemplo é a questão da reforma do espaço físico da escola, que, devido ao atraso nas obras, o ano letivo foi prejudicado, e dessa maneira, limitou o tempo para que os docentes da escola pudessem efetivar os planos de ensino para o ano em questão. Isso ocasionou uma diminuição no tempo de cada aula, que passou de 45 minutos para 40 minutos. Aparentemente essa redução no tempo de ensino pode ser considerada irrisória, mas no acumulado, essa diferença tem impacto no planejamento de cada professor.

Além do tempo de cada aula, os dias letivos para cada bimestre foram condensados, diminuindo ainda mais o tempo para o estudo completo dos saberes. Dessa forma, a professora seguiu o planejamento das aulas de maneira objetiva, enfatizando elementos que julgava essencial para entendimento do tema função quadrática.

Na entrevista com a professora, perguntamos sobre as teorias que norteiam a prática docente. A docente informou que a sua prática é norteada apenas pela experiência, e não utiliza ou segue nenhuma teoria específica, pois estas foram estudadas somente na graduação e não as utilizou nesses anos de docência.

De acordo com a docente, a experiência em sala de aula contribuiu para formação das práticas atuais, e acredita que é importante a utilização da demonstração das fórmulas e teoremas nas aulas de matemáticas, mas que não consegue utilizar essa ferramenta devido ao pouco tempo de aula e falta de motivação dos alunos ao estudar matemática.

Outro destaque feito, é que ela tem o cuidado de escolher exemplos que sejam semelhantes aos exercícios, para que os alunos consigam resolvê-los apenas reproduzindo o que foi repassado durante a explicação do tema. E que não devemos fazer surpresas nas avaliações, pois isso causa pânico nos alunos. A prova deve conter o que foi passado na sala de aula, e antes da prova sempre faz uma revisão direcionada para a avaliação.

Ao ser questionada se já conhecia a TAD, a professora afirmou que não sabia da existência dessa teoria, e que o primeiro contato com o assunto aconteceu por meio desta pesquisa. Diante disso, uma proposta para finalização desta pesquisa é a elaboração de uma capacitação ou minicurso sobre os aspectos

importantes da Teoria Antropológica do Didático, com docentes da educação básica e graduação como público alvo. Inicialmente, essa ideia surgiu como parte integrante da pesquisa, mas infelizmente, não pudemos colocá-la em prática.

Outra perspectiva é a elaboração de material didático essencialmente sobre a TAD, com uma linguagem mais acessível e exemplos da aplicação da teoria na prática docente. O referencial teórico do trabalho poderá compor esse material, de forma a fornecer um guia didático objetivo sobre aos principais elementos da TAD.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Vera Fátima. **Análise das Práticas docentes de professores dos cursos de licenciatura em Matemática referentes ao estudo de retas paralelas e de ângulos.** Dissertação de Mestrado. Campo Grande: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2009.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática.** Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

BARROSO, Juliana Matsubara. **Conexões com a matemática.** Obra coletiva. 1. Ed. São Paulo: Moderna, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.148 p.

BROUSSEAU, Guy. **Fundamentos y Métodos de La Didáctica.** Material traduzido por los M. C. Martha C. Villalba Gtz. Y Víctor M. Hernández, para fins de estudo acadêmico. Tradução de: “Fondamentos et méthodes de la didactique des Mathématiques”. Recherches en Didactiques de Mathématiques, Vol. 7, N°2, pp. 33-155, 1996.

BOSCH, Marianna; CHEVALLARD, Yves. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique.** Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 19, N.1, p. 77-124, 1999.

BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Las prácticas docentes del profesor de matemáticas. 2001.**

CHEVALLARD, Yves. **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico.** In: Recherches em Didactique des Mathématiques, Vol. 19, nº 2, 1999 p. 221-266.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J.. **Estudar matemáticas, o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.** Trad. MORAES, Daisy Vaz. Porto Alegre: Artmed Editora Ltda., 2001.

D'AMORE, Bruno. ***Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino***. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*. Vol. 20, nº 28, 2007a.

D'AMORE, Bruno. ***Elementos de Didática da Matemática***. Trad. Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007b.

FIORENTINI, Dario. LORENZATO, Sergio. ***Investigação em Educação Matemática: Percursos Teóricos e Metodológicos***. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores)

FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO. **RESOLUÇÃO Nº 38, DE 15 DE OUTUBRO DE 2003**. Disponível em <https://www.fnde.gov.br/fndelegis/action/UrlPublicasAction.php?acao=abrirAtoPublico&sgl_tipo=RES&num_ato=00000038&seq_ato=000&vlr_ano=2003&sgl_orgao=FNDE/MED>. Acesso em: 08 de junho de 2015.

FREIRE, Paulo. ***Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à Prática Educativa***. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREITAS, J. L. M. ***Teoria das Situações Didáticas*** In: MACHADO, Silvia D. A. et al. ***Educação Matemática: uma introdução***. São Paulo: EDUC, 2008, p. 77-112. (Série Trilhas)

GÁLVEZ, G. A. Didática da Matemática. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (Org). ***Didática da Matemática - Reflexões Pedagógicas***. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

KICHOW, Irio Valdir. ***Procedimentos Didáticos relativos ao ensino de números racionais em nível de sexto e sétimo ano do ensino fundamental***. Dissertação de Mestrado. Campo Grande: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2009.

LUDKE, Menga. ***Pesquisa em educação: abordagens qualitativas***. São Paulo: EPU, 1986.

OLIVEIRA, Adriana Barbosa. ***Prática pedagógica e conhecimentos específicos: um estudo com um professor de matemática em início de docência***. Dissertação de Mestrado. Campo Grande: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2010.

PAIS, Luiz C. ***Didática da Matemática: uma análise da influência francesa***. Belo Horizonte: Autêntica, 2008a. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 3).

PAIS, Luiz C. **Transposição Didática**. In: MACHADO, Silvia D. A. et al. **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 2008b, p. 13-42. (Série Trilhas).

REFATTI, Liliane Rose. BISOGNIN, Eleni. **Aspectos Históricos e Geométricos da Equação Quadrática**. *Disc. Scientia*. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas, S. Maria, v. 6, n. 1, p.79-95, 2005.

SANTOS, Vanessa Pires. **Sistemas de Equações Lineares: Uma Análise de livros didáticos considerando as ideias da Teoria antropológica do didático**. Trabalho de Monografia de Especialização. Santarém: Universidade Federal do Oeste do Pará, Programa de Matemática, 2010.

SILVA, Benedito Antônio da. **Contrato Didático**. In: MACHADO, Silvia D. A. et al. **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 2008, p. 49-76. (Série Trilhas).

APÊNDICE – Roteiro da Entrevista com a docente

- 1) Dados da Formação Docente: Graduação, Especialização, Mestrado e experiência.
- 1) Como você conduz o estudo de funções quadráticas?
- 2) Você costuma utilizar demonstrações de fórmulas, propriedades e teoremas em suas aulas?
- 3) Quais as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos no estudo de funções quadráticas?
- 4) Você utiliza material concreto para o estudo de funções?
- 5) Você utiliza algum software em sala de aula para trabalhar o estudo de funções quadráticas?
- 6) Você costuma deixar exercícios para os alunos fazerem em casa?
- 7) Quais os paradigmas que norteiam a sua prática docente? A prática é baseada em alguma Teoria?
- 8) Você conhece ou ouviu falar sobre a “Teoria Antropológica do Didático”, proposta pelo educador francês Yves Chevallard?

ANEXO - Termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE)

Eu, (*nome do sujeito da pesquisa, nacionalidade, idade, estado civil*), estou sendo convidado a participar de um estudo denominado “Um estudo da prática docente com base na teoria antropológica do Didático”, cujo objetivo é investigar as organizações matemáticas e didáticas do saber “função quadrática” presentes na prática docente em turmas do 1ª ano do ensino médio em uma escola pública do município de Santarém, no Estado do Pará.

A minha participação no referido estudo será no sentido de permitir que a pesquisadora observe as aulas ministradas por mim em turmas do 1º ano do ensino médio, no período de 01/09/2014 a 13/10/2014, e ainda, participar de entrevistas, não gravadas, com questões voltadas para pesquisa.

Recebi os esclarecimentos necessários sobre os possíveis desconfortos e riscos decorrentes do estudo. Estou ciente de que minha privacidade será respeitada, ou seja, meu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, me identificar, será mantido em sigilo.

Também fui informado de que posso me recusar a participar do estudo, ou retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar, e de, por desejar sair da pesquisa, não sofrerei qualquer prejuízo. A pesquisadora envolvida com o referido projeto é Vanessa Pires Santos, vinculada à UFOPA, pelo mestrado profissional em matemática e com eles poderei manter contato pelo telefone (93) 99XXX-XXXX.

É assegurada a assistência durante toda pesquisa, bem como me é garantido o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo, enfim, tudo o que eu queira saber antes, durante e depois da minha participação. Enfim, tendo sido orientado quanto ao teor de todo o aqui mencionado e compreendido a natureza e o objetivo do já referido estudo, manifesto meu livre consentimento em participar, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por minha participação.

Santarém, PA, ... de ... de 2014.

Nome e assinatura do sujeito da pesquisa

Nome(s) e assinatura(s) do(s) pesquisador(es) responsável(responsáveis)